BIHANG

TILL

KONGL. SVENSKA VETENSKAPS-AKADEMIENS

HANDLINGAR.

SJUNDE BANDET.

STOCKHOLM 1882—1883. P. A. NORSTEDT & SÖNER.



INNEHÅLL AF SJUNDE BANDET.

BIHANG TILL K. SVENSKA VET.-AKAD. HANDLINGAR. Band 7. N:o 1.

RECHERCHES

SUR

LA DISPERSION PRISMATIQUE DE LA LUMIÈRE

PAR

C.-E. DE KLERCKER.

AVEC UNE PLANCHE.

MÉMOIRE PRÉSENTÉ A L'ACAD. R. DES SCIENCES DE SUÈDE LE 7 JUIN 1882.



STOCKHOLM, 1882.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

»La petitesse des longueurs d'ondulation montre que les distances moléculaires peuvent ne pas être négligeables vis-à-vis de ces longueurs, hypothèse que l'on est forcé d'adopter pour rendre compte des phénomènes de la dispersion.»

E. VERDET. *Leçons d'optique physique*, t. I p. 88.

Tout ce que nous croyons découvrir dans le monde des infiniment petits, dans ce microcosme où la matière commence pour ainsi dire son existence, est naturellement d'une nature hypothétique, parce que probablement jamais un regard de notre oeil matériel n'y pourra pénétrer.

Cependant, nos connaissances sur la disposition intérieure de la matière se développeront petit à petit et gagneront en solidité, à mesure que nous découvrirons et que nous traceront les lois des phénomènes extérieurs de la nature, directement perceptibles et mesurables à l'aide de nos instruments toujours plus perfectionnés; en effet, ces lois doivent nécessairement être en relation intime avec les lois d'après lesquelles les forces primaires intérieures de la matière et de l'éther travaillent incessamment au maintien de l'équilibre.

Il n'est même pas impossible que nos connaissances dans la physique moléculaire, développées ainsi simultanément avec la science des phénomènes extérieurs de la nature, n'atteignent un jour un si haut degré de probabilité, qu'elles nous donnent l'image virtuelle de la certitude même; car les efforts sérieux actuellement faits pour atteindre ce but dans les différentes branches des sciences naturelles prouvent évidemment que l'on ne doute plus désormais de son accessibilité.

Les explorateurs les plus distingués de notre temps dans le domaine de la physique sont désormais unanimes à admettre que l'éther, cette espèce de matière impondérable, est aussi dans la matière ordinaire l'agent actif et autonome pro-

prement dit dans les phénomènes qui concernent la lumière, la chaleur rayonnante et l'électricité, et qu'ici, comme dans le vide, il propage en lui-même les perturbations de l'équilibre intérieur qui paraissent être la cause primaire de ces phénomènes.

Cependant, il se montre, par rapport à certains de ces phénomènes dépendant à titre spécial de l'action de l'éther intermoléculaire, que celui-ci, outre la propriété générale de l'éther, — sa grande élasticité —, doit en posséder encore une autre comme cause fondamentale, qui doit être prise en considération dans le calcul quand on essaye de retrouver par la voie de la déduction théorique les lois empiriques ressortant immédiatement de ces phénomènes. Cette propriété de l'éther intermoléculaire paraît être *une condensation partielle et permanente autour de chaque molécule matérielle*, condensation par laquelle l'éther enfermé dans un corps ne peut et ne doit plus être considéré comme un milieu continu et homogène.

L'idée de NEWTON sur la nature de la lumière, dont il faisait un rayonnement matériel, donna naturellement une tout autre signification à l'influence de l'éther intermoléculaire dans la propagation de la lumière. Nous savons qu'il ne contesta jamais la présence de l'éther dans la matière, et qu'au contraire il considérait cet agent comme indispensable à l'explication des phénomènes optiques qui résultent du contact de la lumière avec la matière. Mais c'était, selon lui, sur les *particules lumineuses* tombant sur la surface limitrophe de la matière, que l'éther, par suite de sa vibration due aux chocs de ces particules sur chaque point spécial, exerçait son action immédiatement près de cette surface. Cette vibration de l'éther amenait alors, suivant le sens accidentel de son mouvement en dehors ou en dedans, soit le renvoi de la particule en subséquence immédiate en dehors de la surface limitrophe, soit le passage de cette particule à travers la surface. Pour faire pénétrer les particules lumineuses, il ne fallait au reste que la discontinuité de la matière, et la grandeur de l'action d'un corps sur la vitesse de mouvement de ces particules dans les intervalles des molécules matérielles était censée dépendre exclusivement de la force d'attraction plus ou moins grande que chacune de ces molécules séparée était, suivant la grandeur de sa masse, censée exercer à des distances excessivement courtes. C'était donc

la force vive initiale des particules lumineuses à leur entrée dans le milieu, ainsi que la somme des forces attractives des molécules matérielles dans la direction de la normale de la surface limitrophe, qui déterminaient la vitesse de la lumière dans le sens du mouvement à travers le milieu; l'effet optique qui provient d'une incidence de la lumière obliquement à la surface limitrophe, ou la réfraction des rayons, était considéré de la sorte comme la conséquence d'une *augmentation* de vitesse des particules lumineuses dès qu'elles avaient pénétré dans le milieu.

En conformité de cette manière de voir, on parlait encore, au commencement de ce siècle, de l'action des corps sur la lumière comme d'une manifestation purement matérielle, et l'on indiquait la *force réfringente* d'un corps par la différence entre les carrés de la vitesse des particules lumineuses dans la direction de la normale à la surface limitrophe de ce corps après et avant leur entrée dans ledit corps.

Or, comme il vient d'être dit, la résultante des forces attractives d'un corps était censée agir sur les particules lumineuses dans la direction de la normale de la surface limitrophe; par suite, on admettait qu'il ne pouvait survenir aucune modification dans la vitesse des particules dans une direction parallèle à cette surface. On trouva alors que les vitesses dans la direction du mouvement, U et U_1, respectivement après et avant l'entrée dans le corps, devaient se comporter entre elles comme le sinus de l'angle d'incidence i au sinus de l'angle de réfraction r, ou que

$$\frac{U}{U_1} = \frac{\sin i}{\sin r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

et, admettant que la vitesse des particules avant leur entrée dans le corps était $= 1$, leur vitesse en dedans du corps devait être:

$$U = \frac{\sin i}{\sin r} = \omega.$$

La force réfringente d'un corps, laquelle, comme il a été dit, devait être exprimée par l'accroissement de force reçue par les particules dans la direction de la normale de la surface limitrophe, devenait ainsi

$$U^2 \cos^2 r - U_1{}^2 \cos^2 i.$$

Or, on trouve par l'expression (1) que cette différence est justement la même que $U^2 - U_1^2$; et si l'on pose, comme plus haut, $U_1 = 1$, l'expression de la *force réfringente* du corps devient

$$\omega^2 - 1.$$

On exprimait de même le *pouvoir réfringent* des corps par le rapport entre cette force réfringente et le poids spécifique du corps, σ; ainsi par

$$\frac{\omega^2 - 1}{\sigma} = \text{constante},$$

expression représentée par LAPLACE comme désignant une loi déduite directement de la théorie d'émission, et indiquant la valeur constante de l'action moléculaire d'un corps, laquelle est indépendante de la densité de ce corps.

Les expériences faites par HAWKSBEE avec l'air, et, sur une échelle encore plus grande, par BIOT et ARAGO (1806) avec divers gaz, montrèrent qu'en réalité le pouvoir réfringent, exprimé de la sorte suivant la théorie de l'émission, devient à peu près constant pour un même gaz à des degrés différents de densité quand la température ne subit pas de modification. Mais les résultats d'autres expériences faites par ARAGO et PETIT montrèrent en même temps que ce pouvoir réfringent pour un seul et même corps devient plus grand quand le corps passe de l'état gazeux à l'état fluide ou solide, et que dans ces derniers états d'aggrégation il ne devient plus constant à différents degrés de densité.

Aussitôt que la théorie d'émission dut céder la place à la théorie plus ancienne des ondulations formulée par HUYGHENS, puis considérablement développée et modifiée par EULER et principalement par FRESNEL, théorie d'après laquelle, comme on sait, la vitesse de propagation de la lumière dans la matière, au lieu d'augmenter, diminue au contraire si l'on admet que l'éther intermoléculaire est condensé, le rapport observé entre le sinus de l'angle d'incidence et le sinus de l'angle de réfraction, c'est-à-dire l'indice de réfraction ω, reçut naturellement une autre signification qu'auparavant.

Le motif d'une action exercée par les molécules matérielles dans le sens de la normale de la surface limitrophe n'existant plus, on admit donc, conformément au principe de HUYGHENS sur la formation des ondes lumineuses, que la mo-

dification de la vitesse de la lumière à l'entrée de celle-ci dans le milieu matériel, partait radiellement de chaque point à part de la surface limitrophe, d'où il résultait aussi que l'action de la condensation de l'éther sur la vitesse de propagation de l'onde nouvellement formée par la combinaison des nouveaux systèmes élémentaires, devait être considérée comme exercée *dans le sens du mouvement.* Au lieu de la relation (1) on obtint alors, si nous employons les mêmes notations littérales qu'auparavant,

$$\frac{U_1}{U} = \frac{\sin i}{\sin r}\,\omega;$$

ou, si l'on pose $U_1 = 1$, *la vitesse de propagation dans le milieu:*

$$U = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{\omega}.$$

On voit donc que l'expression, $\omega^2 - 1$, employée par la théorie d'émission pour désigner la différence entre les carrés de la vitesse, a désormais totalement perdu sa signification primitive depuis l'adoption de la théorie d'ondulation. Elle ne représente maintenant plus qu'une mesure qui n'est fixée par aucune loi; et il paraît étrange et non motivé que parfois on se serve encore de cette expression pour indiquer la puissance réfractive d'un corps.

L'expression employée pour désigner *la grandeur de la réfraction:*

$$\omega - 1,$$

laquelle représentait jadis la différence entre les vitesses en dedans et en dehors du milieu, désigne désormais la différence de la longueur d'onde extérieure et intérieure proportionnellement à cette dernière; et nous savons maintenant par l'expérience que l'expression

$$\frac{\omega - 1}{\sigma}$$

se prête assez bien pour exprimer une action moléculaire constante du milieu sur la lumière.

Cependant, nous manquons encore de la théorie qui conduit à cette dernière expression. Nous manquons d'une formule générale sur la réfraction de la lumière, dont cette ex-

pression pourrait se déduire, et qui, appuyée sur la théorie des ondulations, ressorte en même temps rationnellement de l'hypothèse actuellement adoptée sur la constitution de l'éther intermoléculaire.

Les grandioses recherches de CAUCHY sur la propagation des mouvements vibratoires, appliquées par lui (1836) à la théorie de la lumière, sont indiscutablement de la plus haute valeur si nous n'avons égard qu'au développement des lois purement mécaniques de la propagation de la lumière dans un milieu *homogène* et illimité, que l'on admette que ce milieu soit parfaitement isotrope comme l'éther libre, ou hétérotrope, c'est-à-dire ayant des propriétés inégales dans différentes directions.

Mais, dès qu'il s'agit de la propagation dans un milieu *hétérogène*, offrant en tout sens une variations périodique de densité, comme cela doit être toujours le cas de l'éther intermoléculaire d'après l'hypothèse en vigueur sur sa nature, les formules données par le grand analyste ne suffiront pas. Nous savons notamment qu'au lieu de cet éther intermoléculaire à densité variable, il admettait pour ses calculs un éther fictif à densité parfaitement homogène, isotrope ou cristallisé, suivant que le corps dans lequel il est enfermé est lui-même isotrope ou cristallisé.

L'expression généralement connue de CAUCHY pour la relation entre l'indice de réfraction, ω, et la longueur d'onde dans le vide, L, savoir:

$$\omega = A + \frac{B}{L^2} + \frac{C}{L^4} + \text{etc.},$$

est le résultat d'approximations successives de séries infinies, et contient elle-même un nombre infini de termes dont en général il ne peut être employé que 2 à 3 dans la pratique. Ce qu'il y a de plus remarquable, c'est cependant qu'outre les deux quantités variables, ω et L, dépendant l'une de l'autre, elle ne contient que des valeurs, A, B, C, etc., dont on ne connait pas physiquement la signification et dont la dépendance des conditions moléculaires et physiques du milieu réfringent nous échappent entièrement. La même observation peut s'appliquer aux modifications qui ont été faites de temps à autre à la formule de CAUCHY, ainsi qu'à la formule de dis-

persion de M. MASCART (à l'égard de laquelle il n'en peut être autrement, vu qu'elle est empirique)[1].

Dans les pages qui suivent, j'ose présenter une nouvelle théorie sur l'action de l'éther intermoléculaire dans la propagation de la lumière en m'empressant de dire d'avance que cette théorie ne s'appuie pas sur une nouvelle hypothèse, soit à l'égard de la nature de la lumière et de sa propagation dans l'éther libre, soit à celui de la condition intérieure de la matière. Laissant tout-à-fait de côté ce qui concerne le mécanisme intérieur du mouvement propagatoire et partant de l'hypothèse désormais généralement admise d'un éther intermoléculaire *partiellement* comprimé, j'ai essayé d'expliquer le phénomène de la dispersion en le regardant d'un point de vue exclusivement physique.

---

[1]) RETHENBACHER (1857). Dynamiden-system. Manheim. — CHRISTOFFEL (1862). Anm. de Ch. et de Ph. t. LXIV p. 370. — BRIOT (1864). Essais sur la théorie mathém. de la lumière. Paris. — KETTELER (1870). Pogg Ann. t. CXL p. 1—53 et p. 177—219. — MASCART, Ann. de l'École normale, t. 1, p. 263.

INTRODUCTION.

Considérons d'abord un rayon de lumière homogène passant par un prisme formé d'une substance homogène et réfringente. Si ce prisme est parfaitement régulier, et que l'angle d'incidence ne soit jamais changé, nous aurons toujours exactement le même angle de réfraction du rayon, quel que soit le point d'application sur la surface du prisme, tout près de l'arête ou ailleurs; ce qui prouve évidemment que l'action réfractante du milieu s'accomplit près de la surface limitrophe et en dedans des couches moléculaires les plus superficielles du milieu.

Cette observation est, du reste, en pleine concordance avec la théorie actuellement adoptée. Conformément au principe de HUYGHENS, les surfaces des ondes incidentes font émaner de chaque point de la surface limitrophe de nouveaux systèmes d'ondes élémentaires, et toute l'action du milieu sur chacune de ses ondes, provoquant un changement dans la vitesse de sa propagation, doit naturellement s'accomplir *avant* que la surface de l'onde suivante commence à sortir de la surface limitrophe.

Or, l'expérience a montré, comme nous le savons, que différentes espèces de lumière sont soumises à des changements différents de vitesse, de sorte que la lumière à longueur d'onde relativement plus grande dans le vide subit toujours dans le milieu un retard moins grand que la lumière à longueur d'onde plus petite dans le vide; et ce phénomène a amené la conclusion que la loi empirique: — égalité de vitesse de propagation dans l'éther libre des couleurs dont est composée la lumière blanche —, ne serait plus admissible en parlant de la propagation dans un éther comprimé, comme celui enfermé dans la matière.

Or, cette conclusion serait aussi parfaitement juste si la densité de l'éther intermoléculaire était toujours constante entre deux molécules matérielles. Mais il n'en est pas ainsi.

En admettant la discontinuité de l'éther libre, et par conséquent la possibilité d'une variation de sa densité, l'on est

en même temps forcé de considérer ce milieu impondérable comme une espèce de matière dont les particules, infiniment petites, sont assujetties à l'action de la force attractive de molécules pondérables.

On pourrait donc, à bon droit, admettre que les molécules pondérables sont constamment entoureés d'une enveloppe d'éther condensé, dont la densité moyenne devient naturellement toujours plus grande que la densité de l'éther libre. Par conséquent, cette densité moyenne, comme aussi le volume de l'enveloppe éthérée, présente une grandeur invariable si l'on considère une seule molécule d'un corps déterminé.

Si nous considérons au contraire l'éther enfermé dans une agglomération quelconque de molécules comme formant un corps pondérable, la *densité moyenne* de cet éther intermoléculaire ne peut pas être déterminée sans tenir compte, — en sus de la densité moyenne susdite d'une seule enveloppe éthérée, — de la distance qui sépare les enveloppes, et enfin, du volume même du corps que l'on considère, si ce volume, en comparaison avec le volume d'une enveloppe, n'est pas infiniment grand.

Cette dernière condition remplie, — le volume de l'enveloppe et les distances moléculaires étant supposés fixes, — on voit facilement que la densité moyenne du milieu éthéré se modifiera, tant par la variation de la grandeur absolue du volume du corps que l'on considère, que par la position accidentelle de ce volume dans le milieu. On voit de même qu'à chaque distance différente mesurée dans l'intérieur d'un corps, à compter de la surface limitrophe, correspond une certaine densité moyenne de l'éther intermoléculaire.

Maintenant, chaque élément d'une surface d'onde émanant d'un point de la surface limitrophe est assujetti aux changements périodiques de vitesse; et c'est du nombre de ces changements pendant un certain temps, ainsi que de la position accidentelle après ce temps, en dedans ou en dehors d'une enveloppe éthérée, que dépend la *vitesse moyenne* de propagation qu'a acquise cet élément dès son départ de la surface limitrophe.

Or, comme le nombre des changements de vitesse et la position susdite dépendent de la durée d'ondulation, nous avons donc pour chaque différente durée d'ondulation, c'est-à-dire pour chaque longueur d'onde extérieure (dans le vide), une vitesse moyenne de propagation dans le milieu qui lui est propre. Nous verrons plus loin, en considérant l'effet total sur

la surface d'une onde incidente, que cette vitesse moyenne devient réellement variable pour différents systèmes d'ondes, et qu'en général, à l'exception d'une anomalie permanente existant en dedans de chaque distance moléculaire, et à laquelle nous reviendrons dans la suite, elle va toujours en diminuant à mesure que le temps d'ondulation, et par conséquent le chemin parcouru par la surface d'onde pendant ce temps, sont plus courts, exactement à l'instar de ce qui se passe dans le phénomène de la dispersion.

Ainsi, *selon notre théorie, l'action réfractante du milieu sur un élément de la surface de l'onde incidente, ou plutôt sur la nouvelle onde élémentaire émanant de la surface limitrophe et ayant pour origine cet élément, ne s'accomplit qu'au moment où la surface de la nouvelle onde se trouve tout juste à une distance de son origine correspondant à la longueur d'onde intérieure; tandis que, selon la théorie actuelle, cette action réfractante s'accomplit tout de suite et au moment où la nouvelle onde élémentaire commence à sortir de son origine.*

Mais, est-il donc juste de supposer, comme nous l'avons fait ici, que les distances intermoléculaires et les longueurs d'onde sont des grandeurs du même ordre? Avons-nous le droit de dire qu'une légère différence de ces longueurs, qui aurait provoqué une différence appréciable dans la vitesse moyenne, peut réellement être comparée avec le diamètre d'une enveloppe éthérée et la distance qui sépare deux molécules matérielles?

Pour répondre à ces questions, nous n'avons qu'à comparer les données des déterminations récentes des longueurs d'onde dans l'air, et les résultats de la nouvelle théorie cinématique sur les mouvements des molécules des gaz, résultats desquels nous aurons les valeurs des distances et des dimensions moléculaires pour les gaz, si non absolues, du moins suffisamment rapprochées pour une comparaison.

En ce qui concerne spécialement les ondes lumineuses, nous savons d'abord par l'expérience que la distance *maximum* entre deux surfaces d'onde consécutives est d'environ 0,00076 mm. dans l'air, correspondant à la plus grande longueur d'onde (ultra rouge du spectre solaire), et que la distance *minimum* est d'environ 0,0003 mm. correspondant à la plus petite longueur d'onde (ultra violet). Voilà donc les distances extrêmes auxquelles s'accomplira l'action réfractante du milieu sur la nouvelle onde élémentaire.

De l'autre côté, d'après les résultats de la théorie cinématique,[1]) le diamètre moléculaire est estimé: pour le gaz carbonique à 0,00000114 mm.; pour le chlore à 0,00000096 mm.: pour la vapeur d'eau à 0,00000044 mm. etc. Enfin, VAN DER WAALS,[2]) prenant pour point de départ les perturbations de la loi de Mariotte, a trouvé pour l'air la valeur de 0,000001 mm. Si donc l'on combine ces données avec les valeurs approximatives fournies par d'autres physiciens pour l'épaisseur d'une seule couche de molécules appartenant aux corps solides ou liquides, p. ex. 0,000005 mm. pour les lames d'or préparées par FARADAY, et 0,000001 mm. pour les lames d'eau de savon de PLATEAU, lesquelles, selon les calculs de SIR WILLIAM THOMSON, ne renferment plus qu'une seule couche de molécules, nous pouvons conclure que le diamètre d'une molécule entourée de son enveloppe éthérée doit avoir au moins 0,0000005 mm.

Il est donc probable que le nombre maximum, compté sur une ligne droite, des enveloppes éthérées qui prennent part au phénomène de la réfraction, n'excède jamais $\frac{0,00076}{0,0000005} = 1500$, dans le cas le moins favorable, c.-à-d. quand les molécules sont très rapprochées entre elles, et que la longueur d'onde est la plus grande.

Dans les gaz, au contraire, ce nombre paraît être considérablement plus petit. La distance moyenne de libre parcours entre deux chocs moléculaires, — ou le chemin moléculaire —, a été estimée par la théorie cinématique à 0,000095 mm.[3]) pour les molécules hétérogènes de l'air, à la température de 0° et sous la pression normale, et la distance entre deux molécules en repos, à 0,000003 ou 0,000004 mm.; ce qui donne seulement le nombre d'environ 190 pour la longueur d'onde de 0,00076 mm., et de 75 pour la longueur de 0,0003 mm. (ultra violet), en donnant, comme auparavant, au diamètre de l'enveloppe éthérée la valeur de 0,0000005 mm.

Quoique ces chiffres du nombre des enveloppes éthérées qui prennent part au phénomène de la réfraction, ne soient qu'approximatifs, ils nous montrent toujours que les recherches les plus récentes et les plus remarquables dans la physique

[1]) O. E. MEYER. Kinetische Theorie der Gase, Breslau, 1877. p. 226.
[2]) POGG. ANN. Beiblätter. t. 1. pag. 10. 1877.
[3]) Une grandeur environ 25 fois plus petite que la plus petite grandeur visible au microscope.

moléculaire confirment totalement notre supposition, que *les distances intermoléculaires et les longueurs d'onde sont des grandeurs du même ordre.*

Concernant le phénomène de la dispersion des rayons à différentes longueurs d'onde, notre théorie pose encore que l'addition d'une seule enveloppe éthérée à la longueur d'onde intérieure suffira pour donner à la surface d'onde un changement appréciable de vitesse moyenne, toujours à compter du même point de départ à la surface limitrophe. Voyons ce que dit l'expérience à cet égard.

Selon les mesures rigoureuses de plusieurs physiciens, — Mascart, Ångström, et Van der Willigen, — la différence en longueur d'onde pour les deux lignes qui constituent la raie de Frauenhofer, D, dans le spectre solaire, n'est que de 0,0000006 mm.

Déjà cette différence nous annonce que la cause de la dispersion des rayons doit être cherchée en dedans de distances extrêmement petites et correspondant aux dimensions moléculaires. Mais, nous avons des observations encore plus décisives.

Deux lignes spectrales, situées près de la raie de Frauenhofer F, l'une appartenant au Bismuth, l'autre au Zinc, ont, selon Mascart,[1]) une différence de longueur d'onde qui ne s'élève qu'à 0,00000006 mm., et il existe naturellement entre ces lignes une partie du spectre contenant des rayons de différentes longueurs d'onde où la différence est encore plus petite. Une prolongation si minime de l'onde intérieure, qui n'embrasse que le dixième du diamètre d'une seule enveloppe éthérée, estimé comme ci-dessus à 0,0000005 mm., a donc provoqué une dispersion visible.

Pour concevoir le phénomène de la dispersion prismatique, nous devons donc prendre en considération même les petites différences de vitesse moyenne résultant des différences de longueurs d'onde intérieure qui tombent en dedans de la distance moléculaire. En effet, d'après notre théorie, on doit avoir égard à deux différentes espèces de dispersion prismatique, ou à deux systèmes de dispersion dans la matière, qui se développent simultanément de la lumière composée. L'un, *le système de dispersion régulière*, provenant à titre exclusif des éléments des surfaces d'onde sphérique qui émanent de la

---

[1]) Ann. scient. de l'École norm. sup., t. IV. Paris 1866.

surface limitrophe dont les longueurs d'onde intérieure embrassent au juste un nombre *entier* de petits chemins (à longueur moyenne) parcourus dans les enveloppes éthérées; et l'autre, *le système de dispersion irrégulière*, composé du reste des éléments.

Un exposé graphique du sujet nous servira le mieux à démontrer l'existence de ces deux systèmes de dispersion différente.

EXPOSÉ GRAPHIQUE DE LA DISPERSION.

Supposons présentement que le mouvement vibratoire de l'éther se propage dans un milieu matériel perpendiculairement à la surface limitrophe, et que ce milieu soit parfaitement isotrope, de sorte que les enveloppes d'éther comprimé, qui seules paraissent provoquer le phénomène en question, soient séparées l'une de l'autre d'une distance moyenne *constante*, laquelle cependant variera naturellement avec la densité du milieu.

Or, en considérant une certaine profondeur du milieu, à partir de la surface limitrophe, l'action totale qu'ont exercée les enveloppes éthérées sur la surface d'une onde incidente doit être exactement la même que si les volumes de toutes ces enveloppes avaient été réunis pour en former une série de couches moléculaires parallèles à la surface limitrophe, et dont l'épaisseur ainsi que la distance entre elles dépendrait tant du volume constant de l'enveloppe que de la densité du milieu matériel.

Nous pourrons donc, pour déterminer le chemin parcouru dans le milieu par un élément de la surface d'onde, nous figurer qu'il a passé à travers un certain nombre de ces couches, et qu'à chaque fois il a subi un léger retard dans sa propagation, de sorte qu'après un temps correspondant au temps de vibration, le retard total devient la différence entre son chemin dans le vide et celui dans le milieu pendant ce temps. Toutefois, nous remarquerons que présentement le volume de la molécule matérielle a été négligé, étant regardé comme infiniment petit.

I. — **La courbe des indices** (voir la planche).

Pour exposer graphiquement le phénomène de la dispersion qui provient de la réfraction des rayons de différentes longueurs d'ondulation, nous devons d'abord prendre en considération les *quatre constantes* suivantes:

1. L'épaisseur d'une couche moléculaire de l'éther comprimé;

2. La distance entre deux de ces couches.

Ces deux valeurs dépendent tant du volume de l'enveloppe éthérée que de la densité du milieu.

3. La vitesse de propagation du mouvement vibratoire dans le vide, en dehors du milieu, ou, ce qui revient au même, dans l'éther libre qui se trouve entre les couches moléculaires.

4. La vitesse moyenne de propagation du mouvement vibratoire dans une enveloppe éthérée, ou, ce qui revient au même, la vitesse de la surface d'une onde lumineuse traversant une couche moléculaire.

Puis, nous avons à considérer *trois grandeurs variables*, savoir:

1. La longueur d'onde extérieure (dans le vide), L, proportionnelle au temps de vibration de l'éther, et qui peut être mesurée en valeur absolue pour toutes les couleurs correspondant aux lignes spectrales de FRAUENHOFER;

2. La longueur d'onde intérieure (dans le milieu matériel), λ, laquelle dépend tant de la valeur de L que de la constitution moléculaire et physique du milieu, c'est- à-dire des quatre constantes déjà mentionnées.

3. L'indice de réfraction, ω, qui dépend des valeurs de L et de λ, de sorte que l'on aura toujours:

$$\omega = \frac{L}{\lambda}.$$

On sait, du reste, que cet indice se déduit par observation directe sur la réfraction des rayons moyennant la formule très connue: $\omega = \frac{\sin. i}{\sin. r}$, où i est l'angle d'incidence et r celui de réfraction.

Or, toutes ces valeurs, constantes ou variables, doivent être représentées dans notre exposé graphique; et pour y rendre visible *dans un seule et même plan* la relation qui existe entre les trois grandeurs variables, nous avons employé le procédé suivant.

Dans un système de coordonnées nous prenons pour ordonnées les longueurs d'onde extérieure, L, dans le vide, et pour abscisses les longueurs correspondantes d'onde intérieure, λ, dans le milieu matériel. L'abscisse est donc la somme des

petits chemins dans l'éther intermoléculaire alternativement comprimé et libre, qu'a parcourus, pendant le temps de vibration, un élément de la surface d'une onde élémentaire à partir de son origine sur la surface limitrophe, point marqué par o sur le dessin.

Sur l'axe des abscisses nous marquons ces petits chemins dans l'éther intermoléculaire comprimé par des lignes tirées pleines, ob, $a'b'$, etc., et ceux dans l'éther intermoléculaire libre par des lignes pointées, ba', $b'a''$, etc. Ainsi, la longueur des lignes de la première espèce représente l'épaisseur constante d'une couche moléculaire de l'éther comprimé, à densité moyenne, tandis que celle de la seconde espèce donne la distance constante entre deux couches d'éther comprimé.

Au reste, comme les vitesses de propagation sont toujours proportionnelles aux chemins parcourus pendant des temps égaux, la relation qui existe entre les longueurs d'onde dans le vide et dans le milieu matériel doit être la même que la relation entre les vitesses respectives. Nous voyons donc que les ordonnées peuvent aussi représenter la variation des vitesses de propagation dans le vide, et les abscisses la variation des vitesses correspondantes dans le milieu; il est en outre évident, qu'au moment où λ devient plus grand que l'épaisseur d'une seule couche moléculaire, la vitesse dans le milieu aura toujours une valeur moyenne de deux différentes vitesses.

En admettant que la vitesse de propagation en dedans d'une couche moléculaire d'éther comprimé est uniforme, comme elle l'est toujours dans l'éther libre, et, — dans le cas que représente notre dessin, — qu'elle est dans le vide quatre fois plus grande que dans le milieu, tant que l'élément de la surface d'onde que nous considérons n'a pas passé la première couche, ob, à partir de son origine o, la relation

$$\omega = \frac{L}{\lambda}$$

aura évidemment une valeur constante. Ainsi, dans le cas considéré, toutes les longueurs d'ondulation dans le vide, moins grandes que quatre fois l'épaisseur d'une couche moléculaire (ou, d'après notre échelle arbitraire sur le dessin, moins de 0,0000004 mm.), n'ont pas de dispersion. Elles con-

stituent cependant une limite maximum pour la valeur de $\omega = 4$, selon notre dessin.

Mais, aussitôt que l'élément de la surface d'onde sera sorti de la première couche moléculaire, la dispersion commencera. En traversant la première distance intermoléculaire, ba', — que dans notre dessin nous supposons être 5 fois plus grande que l'épaisseur de la couche comprimée, — la vitesse est la même que dans le vide. Or, on voit sans peine que maintenant la valeur de la relation

$$\omega = \frac{L}{\lambda}$$

diminuera continuellement sur cette distance; et elle aura finalement, dans notre dessin, une valeur minimum de $\frac{9}{6} = 1{,}5$.

L'élément que nous considérons entre ensuite dans la seconde couche moléculaire et s'avance de a' jusqu'à b', en mesurant, toujours à partir du point o, de nouvelles longueurs d'onde intérieure, λ, correspondantes à certaines longueurs d'onde extérieure, L, dans le vide. Mais ici la valeur susdite ne diminue plus. Au contraire, elle augmente continuellement, et, au bout du petit chemin parcouru dans cette couche, l'indice de réfraction est devenu $\frac{13}{7} = 1{,}857$.

Sur la seconde distance intermédiaire, $b'a''$, la vitesse de de l'élément est devenue de nouveau égale à celle dans le vide, et l'indice ω diminuera jusqu'à la valeur de $\frac{18}{12} = 1{,}5$.

En traversant la troisième couche moléculaire, la vitesse moyenne de l'élément diminue, et par conséquent la valeur de ω augmente jusqu'à $\frac{22}{13} = 1{,}692$.

Et ainsi de suite. On voit par conséquent que les valeurs de ω présentent une variation pendulaire.

Nous aurons donc une ligne brisée, $o\,\beta\,\alpha'\,\beta'\,\alpha'' \ldots$, qui représente la variation de la relation:

$$\omega = \frac{L}{\lambda} = tg\ \varphi.$$

C'est la **courbe des indices** qui nous donne la valeur de tout les indices de réfraction possibles dans ce milieu; et chaque ligne droite, tirée de l'origine, o, à un point de cette courbe, forme avec l'axe des abscisses un angle, φ, dont la tangente

devient l'indice de réfraction pour une certaine longueur d'onde extérieure, ou, ce qui revient au même, pour un certain temps de vibration (l'ordonnée) correspondant à une certaine longueur d'onde dans le milieu (l'abscisse).

2. — Les limites.

En examinant de plus près cette courbe des indices, nous voyons d'abord qu'il y a partout sur l'axe des abscisses une distance, $o\,a'$, $a'\,a''$, $a''\,a'''$, etc., correspondant à l'épaisseur d'une seule couche d'éther comprimé avec son intervalle d'éther libre, laquelle naturellement aura toujours été passée exactement au même temps par la surface d'une onde. Par conséquent, toutes les surfaces d'onde appartenant aux longueurs d'onde intérieure *multiples de cette distance,* comme $o\,a'$, $o\,a''$, $o\,a'''$, etc., doivent avoir le même indice de réfraction et la même vitesse moyenne, $\frac{1}{\omega}$, laquelle sera évidemment la plus grande possible dans le milieu correspondant à la plus petite réfraction possible.

Cette série de longueurs d'onde intérieure, dans laquelle la réfraction est toujours parfaitement égale, correspond, sur la courbe des indices, aux points α', α'', α''', etc., tous situés sur la même ligne droite tirée de l'origine o. Elle forme **la limite inférieure** de la dispersion prismatique, située en dehors du côté rouge du spectre lumineux, étant en même temps la limite des rayons caloriques. Désignant par δ le petit chemin parcouru dans l'éther comprimé, par d celui parcouru dans l'éther libre, et par θ et t le temps respectif employé, on aura pour cette limite inférieure:

$$\omega_r = tg\ \varphi_r = \frac{\theta + t}{\delta + d}$$

Nous voyons de plus que nous aurons la plus grande valeur de ω (ou de tg φ), correspondant à la plus petite vitesse moyenne de propagation, et par conséquent à la plus grande réfraction possible, pour les longueurs d'onde intérieure, extrêmement petites, qui s'accomplissent, selon notre manière de voir, en dedans de la première couche d'éther comprimé, $o\,b$, pendant des temps de vibration extrêmement petits. C'est là que se trouve la limite de la dispersion de l'autre côté, en quelque endroit en dehors de la partie ultra-violette du

spectre visible, — **la limite supérieure** —. L'indice de réfraction pour cette limite est donc:

$$\omega_v = \operatorname{tg} \varphi_v = \frac{\theta}{\delta}.$$

3. — Le système de dispersion régulière.

Du reste des longueurs d'onde mesurées sur l'axe des abscisses, nous avons spécialement à observer une série *ob*, *ob'*, *ob''*, etc., dans laquelle la valeur de l'indice de réfraction, ω ou tg φ, indiquée sur la courbe des indices par les points β, β', β'', etc., diminue continuellement, — la vitesse moyenne de propagation, $\frac{1}{\omega}$, augmentant par suite continuellement, — à mesure que la longueur d'onde intérieure reçoit une augmentation correspondant à l'épaisseur d'une couche d'éther comprimé, représentée ici par une des lignes tirées pleines sur l'axe des abscisses. Soit n le nombre des couches qu'embrasse une de ces longueurs d'onde, on aura toujours le nombre de $n - 1$ d'intervalles de l'éther libre; d'où il suit que le chemin total, $(n - 1)\,d$, parcouru dans l'éther libre, relativement au chemin total, $n\delta$, parcouru dans l'éther comprimé, sera toujours augmenté à mesure que n augmentera. Or, comme la vitesse de la lumière dans l'éther libre est toujours plus grande que dans l'éther comprimé, il est bien naturel qu'*en ce cas* la vitesse moyenne augmentera en même temps que la longueur d'onde intérieure, et que par conséquent l'indice $\omega = \operatorname{tg} \varphi$ diminuera.

Ces longueurs d'onde intérieure, que nous pouvons nommer *longueurs d'onde principales*, constituent *le système de dispersion régulière*, dont la distribution des différentes couleurs du spectre lumineux est toujours parfaitement normale.

Il est à observer que la différence constante entre ces longueurs d'onde principales n'est qu'une distance moléculaire.

4. — Le système des dispersions irrégulières.

L'exposé graphique nous montre qu'il se produit aussi des dispersions irrégulières à côté de la dispersion régulière mentionnée.

En considérant spécialement les différences, excessivement petites, des longueurs d'onde intérieure qui se trouvent en dedans de la distance moléculaire et des deux côtés des points b, b', b'', etc., nous voyons qu'ici, dans la distance moléculaire, la dispersion ne suit pas toujours la même loi que dans le système de dispersion régulière représenté par les longueurs d'onde principales; elle est ici *partiellement anormale.*

Nous constatons en effet que l'angle φ, formé par l'axe des abscisses avec des lignes droites tirées de l'origine à chaque point de la courbe des indices, — et dont, comme il a déjà été dit, la tangente désigne l'indice de réfraction —, diminue, en conformité de la loi connue de dispersion, aussitôt que la longueur d'onde augmente en tout lieu dans les parties $\beta\alpha'$, $\beta'\alpha''$, $\beta''\alpha'''$, etc., qui correspondent aux longueurs de chemin, ba', $b'a''$, $b''a'''$, etc., passées dans l'éther libre, mais qu'il augmente au contraire partout dans les parties, $\alpha'\beta'$, $\alpha''\beta''$, $\alpha'''\beta'''$, etc., correspondant aux longueurs de chemin, $a'b'$, $a''b''$, $a'''b'''$, etc., passées dans l'éther comprimé; cela a lieu cependant de telle sorte, qu'après chaque diminution partielle, cet angle, et par conséquent aussi l'indice de réfraction, coïncide avec l'angle limite inférieur, φ_r, dont la tangente correspond à une valeur infiniment grande de la longueur d'onde principale.

5. — Propriétés caractéristiques d'un spectre de réfraction.

Suivant notre théorie, il doit donc, dans un spectre de réfraction continue, se présenter des **anomalies de dispersion,** mais seulement en dedans de distances tellement petites, qu'elles ne peuvent pas être observées comme un renversement de couleurs. Il parait cependant possible de constater, dans des circonstances favorables, l'existence de ces anomalies permanentes par l'observation des positions réciproques de lignes spectrales excessivement rapprochées l'une de l'autre, en comparant entre eux les spectres de réfraction et de diffraction. Elles ne doivent pas se présenter dans cette dernière espèce de spectre, et il est en outre probable, suivant ce qui a déjà été dit, que la distance moléculaire peut être plus grande que les différences extrêmement petites, mais mesurables, de la longueur d'onde.

Puisque la marche des variations de la vitesse moyenne d'une surface d'onde, comme la construction graphique la rend évidente ici, est pour ainsi dire semblable à celle du pendule,

avec diminution continue de son amplitude, il est aussi clair que le spectre de réfraction ne pourra jamais présenter des rayons simples, ou homogènes, ailleurs qu'au voisinage de la limite supérieure (ultra-violette) de la dispersion. Mais, ces rayons parfaitement homogènes, dont les réfractions diverses dans le milieu ont, sur la courbe des indices, leurs points correspondants situés sur la partie $\beta\gamma$, ne peuvent probablement pas appartenir au spectre lumineux. En effet, leurs longueurs d'onde intérieure respectives se trouvent toutes, comme nous le voyons, en dedans de la distance moléculaire, laquelle peut être supposée toujours inférieure à la plus petite longueur d'onde lumineuse existante, — mesurée à environ 0,0003 mm. et cela paraît aussi s'appliquer à la dispersion dans les gaz, où, suivant les résultats de la théorie cinématique, la distance moléculaire, à 0° de température et à la pression ordinaire, ne s'élèverait probablement jamais à 0,0002 mm. (indiquée pour l'hydrogène à environ 0,00018).

Nous voyons toutefois qu'un spectre de réfraction est composé de séries diverses de longueurs d'onde différentes ayant la même vitesse moyenne $\frac{1}{\omega}$, par conséquent la même réfraction dans le milieu, et si nous examinons cette circonstance de plus près, nous trouvons que, dans ces groupes, *le nombre total des longueurs d'onde diverses, donnant une même vitesse, augmente dans une plus grande proportion que le nombre de couches comprimées continues dans la longueur d'onde principale.*

Ainsi, p. ex., si nous considérons la longueur d'onde ob''' qui renferme tout juste 4 couches, nous trouvons encore la même vitesse moyenne pour 5 longueurs d'onde diverses auxquelles correspondent les points ε, θ, ε', θ', et ε'' de la courbe des indices, ou les points e, t, e', t' et e'' sur l'axe des abscisses.

En considérant la longueur d'onde ob^{IV}, qui comprend tout juste 5 couches, on obtient la même vitesse moyenne encore pour 7 longueurs d'onde diverses. Et, en général, si n est le nombre des couches d'éther comprimé que renferme au plus juste une longueur d'onde principale, le nombre de la totalité des diverses longueurs d'onde donnant une seule et même vitesse moyenne de propagation, est égal à $2(n-1)$.

Chez les séries de longueurs d'onde différentes qui ne se terminent pas par une longueur d'onde principale, mais par une

longueur d'onde à laquelle correspond quelque point de la courbe des indices situé dans les parties $\beta\gamma$, $\beta'\delta'$, $\beta''\varepsilon''$, etc., — et ces séries sont naturellement les plus nombreuses, — on trouve que le nombre de toutes les longueurs d'onde donnant la même vitesse moyenne est égal à $2n-1$.

Les longueurs d'onde principales avec leurs longueurs d'onde subordonnées, forment donc, à mesure que la distance du point d'origine, o, augmente, des groupes plus denses, correspondant chacun à un certain angle φ dont la tangente ω donne une seule et même vitesse moyenne, $\frac{1}{\omega}$. Ainsi, plus nous nous rapprochons de la limite inférieure de la dispersion, plus sont composés les rayons qui forment le spectre.

Si nous n'avons du reste égard qu'aux longueurs d'onde principales, qui, dans le milieu, présentent toujours entre elles une différence égale à la distance moléculaire, nous avons ici en réalité une image complète de la dispersion par réfraction, avec les propriétés de cette dispersion qui peuvent être observées par l'expérience. Dans ce cas, *la courbe des indices nous montre que la vitesse de propagation moyenne des surfaces d'onde dans le milieu,*

$$\frac{1}{\omega} = \frac{1}{tg\,\varphi}\,,$$

est accélérée à mesure que la longueur d'onde dans le vide augmente, vu que φ diminue simultanément; ce qui est conforme au fait observé dans un spectre normal, que les rayons deviennent moins réfrangibles à mesure qu'augmente la longueur d'onde dans le vide, ou, ce qui revient au même, le temps de vibration de l'éther.

Nous voyons aussi que les lignes partant de l'origine, o, représentant les positions relatives de chacun des groupes différents de longueurs d'onde qui viennent d'être mentionnés, se rapprochent davantage l'une de l'autre à mesure que la longueur d'onde principale augmente. Cela veut dire, en d'autres termes, que la grandeur de la dispersion partielle, exprimée comme à l'ordinaire par

$$\omega_1 - \omega$$

pour une différence constante dans le temps de vibration, est plus petite chez les ondes d'une longueur relative-

ment plus grande que chez celles d'une longueur plus courte, *comme le confirme aussi l'expérience dans la dispersion, dite normale, de la lumière réfractée, tant dans les corps solides que dans les corps liquides et gazeux.* Nous allons en citer quelques exemples.

Ligne spectrale	Longueur d'onde dans le vide (d'après Ångström et Ketteler)	diff.:	Indice de réfraction					
			du verre du flint: (d'après Frauenh.)[1]	diff.:	de l'eau: (d'après Frauenh.)[1]	diff.:	de l'air atmosph.: (d'après Ketteler)[2]	diff.:
B	0,0006869	...975	1.627749	...7287	1,330935	...2652	1,00029350	...120
D	0,0005894		1.635036		1.333577		1,00029470	
G	0,0004308	...339	1,660285	10777	1,341293	...2884	1,00029873	...153
H	0,0003960		1.671602		1.344177		1,00030026	

Quoique la différence dans la longueur d'onde (ou du temps de vibration) soit, d'après ce tableau, près de trois fois plus grande pour les ondes relativement longues, B et D, la différence de l'indice de réfraction pour les ondes plus courtes, G et H, devient néanmoins toujours plus grande que celle pour les ondes plus longues.

6. — La courbe des indices modifiée.

On peut se figurer maintenant l'épaisseur du milieu réfracteur tellement minime, qu'à l'action de celui-ci sur un complexe de rayons, elle devient plus petite que diverses longueurs d'onde appartenant à ce complexe; ou, en d'autres termes, que certaines longueurs d'onde intérieure deviennent trop grandes pour se terminer entièrement en dedans de ce milieu.

La courbe des indices qui a été construite sous l'admission de l'épaisseur illimitée du milieu, subit alors naturellement une modification correspondante, et nous comprenons facilement de quelle nature.

[1]) Abh. d. München-Acad. 1814. 15.
[2]) Beschr. ueber die Farbenzerstreüung der Gase. Bonn, 1865.

Si, p. ex., l'épaisseur du milieu ne dépassait pas celle à laquelle correspond une seule couche de l'éther comprimé, ayant une épaisseur $= ob$, la courbe des indices serait évidemment représentée par $o\beta\alpha' r'$; comprenant les deux couches d'éther comprimé ob et $a'b'$ elle serait $o\beta\alpha'\beta'\alpha'' r''$; etc.

Ce n'est pas ici notre intention de discuter de plus près ces cas spéciaux concernant la nature du phénomène de dispersion quand on emploie des lamelles infiniment minces du milieu. Nous pouvons toutefois constater immédiatement par un coup d'oeil sur ces courbes spéciales, qu'à **mesure que la lamelle du milieu est plus mince, la dispersion devra toujours être plus étendue dans la partie du spectre prismatique qui comprend les rayons les moins réfrangibles, en produisant à la fois un spectre toujours plus pur et plus exempté des anomalies pratielles de dispersion déjà mentionnées.** Nous le voyons, en prenant, p. ex., sur les deux courbes d'indice $o\beta\alpha' r'$ et $o\beta\alpha'\beta'\alpha'' r''$, les points p et p' qui correspondent par leurs ordonnées à la même longueur d'onde dans le vide, par suite au même rayon lumineux, et en tirant de l'origine à ces points les lignes droites op et op', lesquelles, par rapport aux angles qu'elles forment avec l'axe des abscisses, déterminent les différentes positions dans le spectre qu'occupe ce rayon après avoir passé par des lames de différentes épaisseurs.

RECHERCHES THÉORIQUES.

Dans ce qui précède, il a été démontré, par une construction graphique fondée sur la présupposition de retards *partiels* que subit dans un milieu matériel, ou plutôt dans son éther intermoléculaire, la propagation d'un mouvement vibratoire de l'éther, qu'effectivement le phénomène de dispersion prismatique peut être regardé comme une conséquence absolue de cette présupposition; cela prouve que désormais, pour expliquer le phénomène en cause, il ne sera pas nécessaire, comme jusqu'ici, de recourir à l'hypothèse, — du reste bien peu rationnelle, — que la vitesse de propagation de la lumière dans le même éther intermoléculaire serait inégale pour des surfaces d'onde appartenant à des longueurs d'onde différentes. Nous passons maintenant, à l'effet d'établir la justesse de notre théorie, à une preuve plus rigoureuse, c.-à-d. au calcul mathématique.

Pour simplifier les choses, nous poserons que le milieu matériel forme un prisme carré coupé normalement à son axe, et contre l'extrémité duquel, constituant le carré de l'unité de longueur, les ondes lumineuses tombent dans la direction de la normale, c'est-à-dire parallèlement à l'axe du prisme. Les distances qu'un élément de la surface d'onde traverse en se transportant de la surface limitrophe dans l'intérieur du milieu, deviennent par là proportionnelles aux volumes correspondants du milieu pris dans le sens de l'axe du prisme.

Soit σ le poids spécifique du milieu par rapport à l'hydrogène à 0° de température et à la pression de 760 mm., et m son poids moléculaire; par suite

$$\frac{\sigma a}{m}$$

exprimera le nombre des enveloppes éthérées que contient l'unité de volume, si l'on désigne par a celui des enveloppes

d'éther de l'hydrogène contenu dans un volume de cette grandeur, et

$$\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}}$$

le nombre des enveloppes dans l'unité de longueur, à compter de la surface limitrophe.

Comme il a déjà été dit, on peut maintenant se figurer d'abord que les enveloppes d'éther comprimé en dedans du prisme ont été réunies en une masse compacte, laquelle a ensuite été répartie en couches moléculaires ou *couches simples*, contenant un éther parfaitement homogène, continu et d'une compression moyenne, couches parallèles à la surface limitrophe du milieu, et d'un nombre s'élevant, dans l'unité de volume, à

$$\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}}.$$

Il est facile de voir que cet arrangement ne modifiera en aucune façon l'effet total de l'action du milieu sur la propagation de la surface de l'onde lumineuse.

Le nombre des enveloppes éthérées que comprend chaque couche simple est donc:

$$\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}},$$

et, si v désigne le volume de chaque enveloppe éthérée, *le volume d'une seule couche simple sera:*

$$v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}},$$

expression qui signifie en même temps l'épaisseur de cette couche.

Représentons-nous ensuite que toutes ces couches simples, comportant un nombre n, comprises dans une certaine distance à partir de la surface limitrophe, soient réunies en une seule couche homogène d'éther ayant la même densité que les couches simples dont elle consiste, *le volume de cette couche combinée sera:*

$$nv\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}},$$

expression qui donne en même temps l'épaisseur de la couche combinée.

De la même manière, nous considérons tout l'éther non comprimé que renferme le prisme, soit comme réparti en couches simples séparant les couches simples d'éther comprimé, ou aussi comme réuni en une seule couche.

Alors, si l'on fait tomber une onde lumineuse perpendiculairement à la surface limitrophe, — c'est-à-dire à l'extrémité de notre prisme carré, — cette onde aura, par suite de la condition hétérogène de l'éther intermoléculaire, à passer pendant un temps correspondant au temps de vibration dans la source lumineuse, toujours deux couches combinées, de densité différente, composées, l'une de l'éther comprimé, l'autre de l'éther libre, et *dont les épaisseurs varient différemment selon la distance parcourue pendant ce temps depuis la surface limitrophe, c'est-à-dire selon la longueur de l'onde intérieure, comme il sera montré dans la suite.*

En effet, il est clair que si la longueur d'onde, λ, dans le milieu, comprend un nombre entier, égal à n, de couches simples d'éther comprimé, elle ne comprendra que $n - 1$ couches simples intermédiaires d'éther non comprimé ou libre. On aura donc:

$$\lambda = nv\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}} + (n-1)\,d, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

si d signifie l'épaisseur d'une couche simple d'éther libre.

Si l'on désigne ensuite par T le temps de vibration dans la source lumineuse, et par θ et t les temps qu'emploie la surface d'onde pour passer à travers une couche simple respectivement de l'éther comprimé ou de l'éther libre, on aura:

$$T = n\theta + (n-1)\,t;$$

mais comme

$$\theta = \frac{v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m}}}{u},$$

si u désigne la vitesse de propagation de la lumière dans l'éther comprimé de densité moyenne, et

$$t = \frac{d}{1},$$

en posant la vitesse de propagation dans l'éther libre en dedans comme en dehors du milieu égale à l'unité, on aura:

$$T = \frac{nv\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}}{u} + (n-1)\,d \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Or, l'indice de réfraction observé directement est

$$\omega = \frac{1}{U},$$

où U désigne la vitesse moyenne de propagation de la lumière dans le milieu par rapport à une couleur dont le temps de vibration est égal à T; et comme

$$U = \frac{\lambda}{T},$$

on obtient:

$$\omega = \frac{T}{\lambda},$$

par conséquent, selon (1) et (2):

$$\omega = \frac{\dfrac{nv\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}}{u} + (n-1)\,d}{nv\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}} + (n-1)\,d}.$$

Nous ferons observer en passant que c'est justement à cette dernière expression, dans laquelle n représente un nombre *entier*, que correspond notre exposé graphique, déjà donné du phénomène de la dispersion prismatique, *bien entendu qu'il ne s'agit ici que de longueurs d'onde principales.* Elle nous montre comment en ce cas influent sur le phénomène les différentes grandeurs dépendantes de la constitution intérieure du milieu matériel; et nous nous souvenons que dans ledit exposé les ordonnées représentent les longueurs d'onde dans le vide, ou, ce qui revient au même, le temps de vibration, T, numérateur de l'expression que nous

venons de donner, tandis que les abscisses désignent les longueurs d'onde intérieures, λ, qui constituent son dénominateur, et enfin que ω correspond à la tangente de l'angle φ qu'une ligne droite, tirée de l'origine o à un point de la courbe des indices, forme avec l'axe des abscisses.

De cette expression nous tirons:

$$\omega - 1 = \frac{nv\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}} \cdot \frac{1-u}{u}}{\lambda}; \text{ .... } (3)$$

et, introduisant, au lieu de λ, le quotient $\frac{L}{\omega}$, où L désigne la longueur d'onde dans l'éther libre en dehors du milieu matériel, nous aurons:

$$\frac{\omega - 1}{\omega} = \frac{nv\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}} \cdot \frac{1-u}{u}}{L} \text{ .... } (4)$$

Nous avons donc obtenu une expression de *la perte relative de vitesse*, $1 - \frac{1}{\omega}$, c'est-à-dire du retard qui se produit lorsque une lumière de la vitesse 1 entre dans le milieu, expression dans laquelle le numérateur entier

$$\frac{nv\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}} \cdot (1-u)}{u}$$

signifie le retard total pendant le temps $n\theta$, ou, ce qui revient au même, pendant le temps T (aucun retard ne pouvant avoir lieu pendant le temps $(n-1)\,t = T - n\theta$, pendant lequel la surface d'onde passe par l'éther non comprimé), et $1 - u$ représente le retard que provoque l'éther comprimé de densité moyenne dans l'unité de temps.

Maintenant, nous n'avons qu'à déterminer la valeur de n, ou le nombre de couches simples d'éther comprimé que contient la longueur d'onde intérieure λ, pour obtenir la formule définitive de dispersion.

Nous avons vu que ce nombre dépasse d'une unité le nombre des couches non comprimées; d'où l'on voit facilement que ce nombre, n, est déterminé par celui des couches comprimées que contient l'unité de longueur, ou par la relation que voici:

$$\left(\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}} - 1\right) : \left(1 - v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}\right) = \left(n - 1\right) : \left(\lambda - v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}\right).$$

On voit par là que le nombre des enveloppes éthérées, — ou ce qui revient au même, le nombre des couches simples —, que contient l'unité de longueur, moins 1, se comporte à l'unité de longueur diminuée de l'épaisseur d'une couche simple d'éther comprimé, comme le nombre que contient la longueur d'onde intérieure, moins 1, se comporte à la longueur d'onde intérieure diminuée de la susdite épaisseur.

Par suite on aura:

$$n = \frac{\lambda\left(\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}} - 1\right) - v\frac{\sigma a}{m} + 1}{1 - v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}}.$$

ou, comme

$$\lambda = \frac{L}{\omega},$$

$$n = \frac{L\left(\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}} - 1\right) - \omega v\frac{\sigma a}{m} + \omega}{\omega\left(1 - \omega\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (5)$$

Cette valeur substituée dans (4) donne

$$\omega = \frac{L\left(1 - v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}\right) + Lv\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}} \cdot \frac{1-n}{n}\left(\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}} - 1\right)}{L\left(1 - v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}\right) - v \cdot \sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}} \cdot \frac{1-n}{n}\left(1 - v\frac{\sigma a}{m}\right)} \quad \ldots \ (6)$$

ou

$$\omega = (1 + A) \cdot \frac{L}{L - B} \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Voici **la formule de la dispersion régulière produite par réfraction,** dispersion à laquelle ne prennent part que les éléments appartenant aux surfaces d'onde sphériques émanant de la surface limitrophe du milieu matériel, et dont la longueur d'onde intérieure devient justement celle qu'auraient eue ces éléments après avoir traversé dans notre prisme idéal un nombre *entier* de couches simples d'éther comprimé.

Les coefficients de cette formule deviennent:

$$A = (1 - u) \frac{v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}}{u} \cdot \frac{\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}} - 1}{1 - v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}} = r \cdot \frac{\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}} - 1}{1 - v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}}; \ldots \quad (8)$$

$$B = (1 - u) \frac{v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}}{u} \cdot \frac{1 - v\frac{\sigma a}{m}}{1 - v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}} = r \cdot \frac{1 - v\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}}}{1 - v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}} \cdot \ldots \quad (9)$$

Corollaire. Il est clair que si $\frac{\sigma}{m}$ était égal à 1, c'est-à-dire si le nombre des enveloppes dans l'unité de volume était exactement le même que celui des molécules d'hydrogène que renferme ce volume à 0° de température et à la pression de 760 mm., on aurait:

$$A = (1 - u) \cdot \frac{v\sqrt[3]{a^2}}{u} \cdot \frac{\sqrt[3]{a} - 1}{1 - v\sqrt[3]{a^2}}; \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

et

$$B = (1 - u) \cdot \frac{v\sqrt[3]{a^2}}{u} \cdot \frac{1 - va}{1 - v\sqrt[3]{a^2}} \cdot \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

C'est le cas lorsqu'il s'agit des gaz, lesquels, selon la loi d'AVOGADRO, contiennent toujours, à une température et une pression égales, le même nombre de molécules dans l'unité de volume.

Ainsi, nous sommes arrivés à une formule de dispersion régulière, (7), qui ne contient que 2 coefficients constants avec un facteur commun:

$$r = (1 - u)\frac{v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}}{u}; \qquad \text{(12)}$$

desquels coefficients, comme on le voit, B seul influe sur la dispersion. Ils sont tous les deux composés, tant des valeurs constantes de v, u et m dépendant de la constitution moléculaire du milieu matériel, que de la valeur variable de σ désignant la densité de ce milieu.

On comprendra facilement la signification de ces coefficients et de leur facteur commun, en se souvenant:

que $\frac{\sigma a}{m}$ désigne le nombre entier des enveloppes éthérées renfermées dans l'unité du volume;

que v est le volume d'une seule enveloppe éthérée;

que $v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}$ représente l'épaisseur d'une couche simple d'éther comprimé;

que u désigne la vitesse de propagation de la vibration de l'éther dans cette couche, par rapport à la vitesse dans le vide, la valeur de u étant supposée la même pour toutes les couleurs n'importe à quelle espèce de vibration elles appartiennent; et

que $1-u$ représente le retard relatif dans cette couche pendant l'unité de temps, la vitesse dans l'éther libre étant considérée $= 1$.

Ainsi, le facteur commun,

$$r = (1 - u)\frac{v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}}{u}$$

désigne une mesure relative du retard (diminution de chemin parcouru) que subit un élément de la surface d'onde pendant le temps, θ, qu'il emploie pour passer par une seule couche simple de l'éther comprimé; retard dépendant ainsi tant de l'épaisseur, $r.\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}$, de cette couche, laquelle à son tour dépend de la densité du milieu matériel, que de la vitesse, u, qui est une fonction de la densité moyenne de l'éther en dedans d'une enveloppe éthérée; par conséquent, ce retard est en rapport intime avec la constitution chimique et physique du milieu. Du reste, ce facteur est parfaitement indépendant de l'espèce de vibration de l'éther, ou de la longueur d'onde de la lumière incidente.

Le coefficient de la réfraction. — En posant dans la formule (7) le coefficient de la dispersion, B, égal à zéro, l'on obtient

$$\omega = 1 + A$$

qui est justement la valeur de l'indice de réfraction correspondant dans notre exposé graphique à la tangente de l'angle φ_r, ou, ce qui revient au même, à la limite inférieure de réfraction possible dans le milieu considérée à une certaine densité σ. Par là nous obtenons:

$$A = \omega - 1; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

que nous pouvons appeler *coefficient de réfraction* du milieu à cette densité.

La signification de ce coefficient s'expliquera, du reste, par l'expression déjà obtenue:

$$A = r.\frac{\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}} - 1}{1 - r\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}}.$$

En effet, le coefficient en question signifie le retard qu'a subi un élément d'une surface d'onde, — n'importe de quelle espèce de vibration cette onde soit sortie —, au moment où il a parcouru, à partir de la surface limitrophe, un chemin égal à $1 - r\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}$, ou l'unité de longueur diminuée d'une seule

couche simple d'éther comprimé, ayant alors passé toutes les autres couches de l'éther comprimé comprenant un nombre de $\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}} - 1$. C'est le retard par rapport à l'unité de longueur ou, ce qui revient au même ici, pendant l'unité de temps.

Cas spécial. — Quand la vitesse de propagation, u, en dedans d'une enveloppe éthérée, est $= 1$, c'est-à-dire la même que dans l'éther libre, ou, en d'autres termes, si l'éther intermoléculaire du milieu n'était pas comprimé du tout, la valeur du coefficient de réfraction, A, dans l'expression (8) serait égale à zéro, comme aussi la valeur de B dans l'expression (9), le facteur $1-u$ étant commun à toutes les deux. De la formule de dispersion (7) nous aurons donc, dans ce cas, quelle que soit la valeur de la longueur d'onde dans l'éther libre, toujours

$$\omega = 1;$$

c'est-à-dire, qu'il n'y aura ni réfraction ni dispersion dans un milieu de cette constitution interne.

Dans notre exposé graphique, ce cas extrême est représenté par la ligne droite or, tirée de l'origine parallèlement aux parties $\beta\,\alpha'$, $\beta'\,\alpha''$, etc., de la courbe d'indice, lesquelles correspondent à une vitesse de propagation égale à 1.

Le coefficient de dispersion régulière

$$B = r \cdot \frac{1 - v\dfrac{\sigma a}{m}}{1 - v\sqrt[3]{\dfrac{\sigma^2 a^2}{m^2}}}$$

est le produit de la valeur du retard provoqué par une seule couche simple d'éther comprimé, et la relation qui existe entre l'épaisseur d'une couche composée de tout l'éther non comprimé que renferme l'unité de volume, et l'unité de longueur diminuée de l'épaisseur d'une seule couche simple d'éther comprimé.

Ce coefficient est donc, dans la dispersion régulière, toujours constant pour le même milieu à la même densité, quelle que soit la longueur d'onde de la lumière employée.

VÉRIFICATION DES FORMULES PAR L'EXPÉRIENCE.

I. — Formule de réfraction.

Réfraction moléculaire du milieu. — De la formule obtenue pour le coefficient de réfraction,

$$\omega - 1 = A = \frac{v \sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}(1-u)}{u} \cdot \frac{\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}} - 1}{1 - e\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}} \ldots \quad (14)$$

il est aussi possible, en négligeant certains termes, d'obtenir une expression approximative, correspondant au *retard que produit une seule enveloppe éthérée*; expression qui, par conséquent, nous doit donner une valeur numérique relative *à peu près constante* pour différentes densités du milieu matériel, en y introduisant les résultats de l'expérience.

Nous pouvons d'abord, dans le dénominateur, négliger le dernier terme, $e\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}$, qui représente l'épaisseur d'une seule couche simple d'éther comprimé, terme extrêmement petit en comparaison du premier qui est l'unité de longueur, — ici le millimètre, quand la longueur d'onde est évaluée d'après cette unité —. Nous avons donc approximativement:

$$\omega - 1 = \frac{v \sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}(1-u)}{u}\left(\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}} - 1\right); \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

Mais, comme $\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}}$ désigne le nombre absolu de molécules qu'embrasse l'unité de longueur (= 1 *mm.*), la formule peut être encore simplifiée en négligeant le second terme du facteur $\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}} - 1$, sans que la valeur de $\omega - 1$ en devienne sensiblement

altérée, du moins quand il s'agit des corps solides et liquides; d'ou l'on obtient:

$$\frac{\omega - 1}{\frac{\sigma}{m}} = \frac{va}{u}(1 - u); \text{ approx. } \textit{constante;} \ldots\ldots \quad (16)$$

ou, si l'on ne connaît pas m:

$$\frac{\omega - 1}{\sigma} = \frac{va}{mu} \cdot (1 - u); \text{ approx. } \textit{constante;} \ldots \quad (17)$$

c'est-à-dire indépendante de la densité.

Ainsi, nous sommes arrivés à une relation très connue que l'on appelle ordinairement **la formule empirique**, désignant la grandeur spécifique de la réfraction, mais sans que jusqu'ici l'on ait connu, ni sa signification réelle par rapport aux particularités moléculaires du milieu réfractant, ni la cause de ce que sa valeur numérique, pour le même corps à différents degrés de densité, ne devient jamais parfaitement constante.

En effet, les formules (16) et (17) désignent approximativement une mesure relative de la retardation qu'exerce une seule enveloppe étherée censée transformée en une couche infiniment mince, comprenant l'unité de surface ou la base de ce prisme idéal que nous employons pour mieux expliquer notre théorie; car $1 - u$ désigne, comme nous le savons, le retard relatif dans l'unité de temps, et $\frac{v}{u}$ est le temps pendant lequel la surface d'onde se propage à travers cette couche infiniment mince.

Afin de vérifier par l'expérience notre formule pour la réfraction moléculaire, et en même temps afin de la comparer à la formule théorique

$$\frac{m^2 - 1}{(\omega^2 + 2)\sigma} = \text{const.}$$

trouvée, presque simultanément mais par des voies différentes, par MM. LORENTZ à Amsterdam [1] et LORENZ à Copenhague [2], nous considérons:

1:o. — **La réfraction dans des corps solides et liquides.**

En ce qui concerne les **corps solides**, nous prenons les valeurs de ω déterminées pour la lumière du natrium (D) par FIZEAU

(1). — H. A. LORENTZ. Wiedemanns Ann., Band IX, pag. 641.
(2). — L. LORENZ. Ibidem. Band. XI, pag. 70.

dans son important ouvrage: «Recherches sur les modifications que subit la vitesse de la lumière dans le verre et plusieurs autres corps solides sous l'influence de la chaleur». ([1]) Toutefois, ces valeurs, obtenues par rapport à l'air, ont été transformées ici en valeurs absolues par multiplication avec 1,0002947 constituant, d'après KETTELER ([2]), l'indice absolu de réfraction de l'air pour la lumière de natrium. Le tableau suivant contient les valeurs, ainsi modifiées, de ω et de ω_1 pour les différents corps à deux différentes densités σ et σ_1 correspondant à une différence de température de 100 degrés centigrades.

Corps solides (uni-réfringents).	Coefficient de dilatation pour 100 degrés Cels.	A une température ordinaire.		Après accroissement de la température de 100 degrés Cels.	
		Poids spécifique, par rapport à l'eau. σ	Indice absolu. ω	Poids spécifique, par rapport à l'eau. σ_1	Indice absolu. ω_1
Verre de S:t-Gobain (N:o 2)	0,00086	2.4380	1,503743	2.4317	1,503905
	(log. =	0,3870337	0,1771737	0,3859120	0,1772203
Verre de S:t-Gobain (N:o 5)	0.00086	2.5140	1,528451	2.5075	1.528550
	(log. =	0,4003653	0,1842514	0,3992436	0,2842797
Crown (de Maës)	0,00085	2,6260	1,520848	2,6193	1,520848
	(log. =	0,4192947	0,1820859	0,4181877	0,1820859
Spath fluor	0,00207	3,2000	1,435423	3,1802	1,434062
	(log. =	0,5051500	0,1569799	0,5024558	0,1565681
Flint ordinaire	0,00081	3,5840	1,611675	3,5835	1,611935
	(log. =	0,5543680	0,2072775	0,5533131	0.2073475
Flint lourd	0,00066	4,1400	1,682496	4,1318	1,683183
	(log. =	0,6170003	0,2259540	0,6161407	0,2261313

Pour constater à quel degré la valeur numérique d'une expression s'approche d'une valeur constante, nous n'avons pas, en dressant les tableaux comparatifs suivants, employé la méthode ordinaire, celle consistant à prendre *la différence* entre les valeurs de l'expression qui correspondent à deux densités différentes du milieu considéré, méthode ne pouvant être juste, par la raison que les significations réelles des différentes expressions comparées ne sont pas toujours identiques. Au contraire, nous avons

([1]). — H. FIZEAU. Ann. de Chem. et de Phys. T. LXVI. pag. 173.
([2]). — E. KETTELER. Beob. über die Farbenzerstreüung der Gase Bonn 1869.

pris *le quotient* de ces valeurs, lequel nous donne une mesure plus comparable de l'efficacité de l'expression. Plus ce quotient comparatif s'approche de la valeur de 1, plus l'expression approchera de la valeur constante.

Parmi les corps solides que nous considérons ici, il n'y en a qu'un seul, le spath fluor, dont le poids moléculaire m soit connu. Nous avons donc employé dans cette comparaison notre formule (17), et voici les résultats obtenus:

L'expression de LORENTZ, $\frac{\omega^2 - 1}{(\omega^2 + 2)\sigma}$:

	Valeur numérique		Quotient comparatif.
	à la température ordinaire (12° à 20°).	Après accroissement de la température de 100° Cels.	
Spath fluor	0,081614	0,081898	1,00348
Verre de Crown	0,115927	0,116223	1,00255
Verre de S:t-Gobain, N:o 2	0,121403	0,121750	1,00286
» N:o 5	0,122571	0,122910	1,00277
Flint ordinaire	0,096951	0,097219	1,00277
Flint lourd	0,091542	0,091795	1,00277

Notre expression, $\frac{\omega - 1}{\sigma}$:

	Valeur numérique		Quotient comparatif.
	à la température ordinaire.	Après accroissement de la température de 100° Cels.	
Spath fluor	0,136070	0,136488	1,00307
Verre de Crown	0,198343	0,198849	1,00255
Verre de S:t-Gobain, N:o 2	0,206621	0,207222	1,00291
» N:o 5	0,210203	0,210786	1,00277
Flint ordinaire	0,170668	0,171156	1,00286
Flint lourd	0,164854	0,165347	1,00299

Nous voyons que le quotient comparatif est à peu près le même pour les deux expressions comparées. Il est environ 1.003 pour tous les corps considérés, s'approchant donc assez près de la valeur 1 que donnerait l'expression employée si elle était parfai-

tement constante. Or, notre expression, simplement approximative, ne doit et ne peut pas donner un quotient comparatif au juste égal à 1.

Corps liquides. — Pour comparer les deux différentes expressions en les appliquant aux corps liquides, nous avons recueilli les valeurs de ω et de σ reçues par WÜLLNER dans ses recherches si soigneuses: »Ueber die Beziehung zwischen Brechungs-exponenten des Lichts und Körperdichte«[1], en choisissant celles de *l'eau* et du *sulfure de carbone*, à trois différentes températures.

Les tableaux suivants, I et II, indiquent ces valeurs et les valeurs numériques des deux expressions, en employant trois différentes longueurs d'onde correspondant aux lignes spectrales de l'hydrogène, *C*, *F* et *G*.

Le tableau III donne enfin les quotients comparatifs d'après les différentes expressions, en comparant leurs valeurs numériques obtenues à 12° et 24° Cels.

---

(1). WÜLLNER. Pogg. Ann, Band CXXXIII. pag. 1.

Tab. I.

Eau.

Température Cels. t°	Poids spécifique par rapport à l'hydrogène. (1) σ	Nombre relatif des molécules dans l'unité de volume. (2) $\frac{\sigma}{m}$	Indice de réfraction par rapport à l'air. (3) μ	Indice de réfraction par rapport au vide. (4) ω	Retard total par rapport à la longueur d'onde intérieure. (5) $\omega - 1$	Valeur approximative de l'action moléculaire, calculée d'après notre formule $\frac{\omega - 1}{\frac{\sigma}{m}}$	la formule de *Lorenz* $\frac{\omega^2 - 1}{(\omega^2 + 2)\frac{\sigma}{m}}$
Longueur d'onde dans le vide = 0,00065639 mm., corresp. à la raie de Frauenh. **C** (hydrogène).							
12°	11156,87	1239,65	1,331950	1,332341	0,332341	0,000268093	0,000165632
(log. =	4,0475423	3,0932998	0,1244879	0,1246155	0,5215846—1	0,4282848—4	0,2191441—4
18°	11147,16	1238,57	1,331356	1,331748	0,331748	0,000267847	0,000165506
(log. =	4,0471642	3,0929217	0,1242943	0,1244218	0,5208077—1	0,4278860—4	0,2188167—4
24	11133,24	1237,03	1,330762	1,331153	0,331153	0,000267701	0,000165444
(log. =	4,0466217	3,0923792	0,1241004	0,1242280	0,5200290—1	0,4276498—4	0,2186523—4
Longueur d'onde dans le vide = 0,00048621 mm., corresp. à la raie de Frauenh. **F** (hydrogène).							
12°	11156,87	1239,65	1,337913	1,338310	0,338310	0,000272907	0,000168328
		(log. =	0,1264279	0,1265568	0,5293151—1	0,4360153—4	0,2261553—4
18°	11147,16	1238,57	1,337319	1,337716	0,337716	0,000272665	0,000168206
		(log. =	0,1262350	0,1263639	0,5285516—1	0,4356299—4	0,2258416—4
24	11133,24	1237,03	1,336725	1,337122	0,337122	0,000272526	0,000168148
		(log. =	0,1260420	0,1261709	0,5277866—1	0,4354074—4	0,2256908—4
Longueur d'onde dans le vide = 0,00043413 mm., corresp. à la raie de Frauenh. **G** (hydrogène).							
12°	11156,87	1239,65	1,341102	1,341496	0,341496	0,000275477	0,000169762
		(log. =	0,1274618	0,1275894	0,5333856—1	0,4400858—4	0,2298400—4
18°	11147,16	1238,57	1,340508	1,340978	0,340978	0,000275299	0,000169676
		(log. =	0,1272927	0,1274216	0,5327260—1	0,4398043—4	0,2296214—4
24°	11133,24	1237,03	1,339914	1.340314	0,340314	0,000275106	0,000169589
		(log. =	0,1270769	0,1272065	0,5318798—1	0,4395006—4	0,2293978—4

(1). Ayant le poids sp. de l'eau par rapport à l'hydrogène (à 0° de temp. et pression ordin.) = 11162, le volume à temp. considérée = ν, celui à 0° = 1, et à 4° = 0,999882 on a $\sigma = 11162 \cdot \frac{0,999882}{\nu}$. Selon *Pierre* et *Frankenheim* (Pogg. Ann. LXXXVI. 451), la valeur de ν est: pour 12° Cels. = 1,0003420; pour 18° = 1,0012132, et pour 24° = 1,0024648

(2). Le poids moléculaire de l'eau, $m = 9$; (celui de l'hydrogène = 1). Log. m = 0,9542425

(3). $\mu = \begin{cases} 1,333138 - 0,000099\, t^\circ; & \text{pour la raie C} \\ 1,339101 - 0,000099\, t^\circ; & \text{» F} \\ 1,342290 - 0,000099\, t^\circ; & \text{» G} \end{cases}$ (d'après *Wüllner*).

(4). $\omega = \begin{cases} 1,00029383 \cdot \mu; & \text{pour la raie C} \\ 1,00029685 \cdot \mu; & \text{» F} \\ 1,00029850 \cdot \mu; & \text{» G} \end{cases}$ (d'après *Ketteler*).

(5). $\omega - 1 = \frac{L - \lambda}{\lambda}$ (= le coefficient de réfraction A).

Tab. II.

Sulfure de Carbone.

Température. Cels.	Poids spécifique par rapport à l'hydrogène. (1)	Nombre relatif des molécules dans l'unité de volume. (2)	Indice de réfraction par rapport à l'air. (3)	Indice de réfraction par rapport au vide. (4)	Retard total par rapport à la longueur d'onde intérieure. (5)	Valeur approximative de l'action moleculaire, calculée d'après notre formule $\frac{\omega - 1}{\frac{\sigma}{m}}$	la formule de *Lorentz* $\frac{\omega^2 - 1}{(\omega^2 + 2)\frac{\sigma}{m}}$
t	σ	$\frac{\sigma}{m}$	μ	ω	$\omega - 1$		
Longueur d'onde dans le vide = 0,00065639 mm., corresp. à la raie de Frauenh. **C** (hydrogène).							
12°	14238,11	374,69	1,624706	1,625183	0,625183	0,001668548	0,000943770
log. =	4,1534524	2,5736688	0,2107718	0,2109024	0,7960075—1	0.2223387—3	0,9748660—4
18	14137,25	372,03	1,620026	1,620502	0.620502	0,001667869	0,000944796
log. =	4,1503651	2,5705815	0,2095220	0,2096496	0,7927134—1	0,2221619—3	0,9753380—4
24°	14036,39	369.38	1,615346	1,615821	0.615821	0,001667179	0,000945817
log. =	4,1472556	2,5674720	0,2082656	0,2083932	0,7894543—1	0.2219823—3	0,9758069—4
Longueur d'onde dans le vide = 0,00048621 mm., corresp. à la raie de Frauenh. **F** (hydrogène).							
12°	14238,11	374,69	1.659236	1.659729	0,659729	0,001760746	0,000984945
		(log. =	0,2199082	0,2200371	0,8193656—1	0,2456968—3	0,9934119—4
18	14137,25	372,03	1,654316	1,654807	0,654807	0,001760078	0,000986131
		(log. =	0,2186185	0,2187474	0,8161134—1	0,2455319—3	0,9939344—4
24	14036,39	369,38	1,649396	1,649886	0,649886	0.001759403	0,000987313
		(log. =	0,2173250	0,2174539	0.8128372—1	0,2453652—3	0,9944549—4
Longueur d'onde dans le vide = 0,00043413 mm., corresp. à la raie de Frauenh. **G** (hydrogène).							
12°	14238.11	347,69	1,681949	1,682451	0,682451	0,001821388	0.001011416
		(log. =	0.2258128	0,2259424	0.8340713—1	0,2604025—3	0,0049297—3
18	14137,25	372,03	1,676849	1,677350	0.677350	0.001820671	0,001012687
		(log. =	0,2244940	0,2246236	0,8308129—1	0,2602314—3	0,0054754—3
24°	14036,39	369,38	1,671749	1,672248	0,672248	0,001819941	0,001013952
		(log. =	0,2231710	0,223006	0,8275294—1	0,2600574—3	0,0060174—3

(1). Le poids spéc. de l'eau étant 11162, on a $\sigma = 11162\,(1,29366 - 0,001506 . t^\circ)$; (d'après *Wüllner*).

(2). Le poids moléculaire du sulfure de Carbone, $m = 38$; (celui de l'hydrogène = 1). Log $m = 1,5797836$.

(3). $\mu = \begin{cases} 1,634066 - 0,00078 . t^\circ; \text{ pour la raie C} \\ 1,669076 - 0,00082 . t^\circ; \quad » \quad \text{F} \\ 1,692149 - 0,00085 . t^\circ; \quad » \quad \text{G} \end{cases}$ (d'après *Wüllner*);

(4). $\omega = \begin{cases} 1,00029383 . \mu; \text{ pour la raie C} \\ 1,00029685 . \mu; \quad » \quad \text{F} \\ 1,00029850 . \mu; \quad » \quad \text{G} \end{cases}$ (d'après *Ketteler*);

(5). $\omega - 1 = \frac{L - \lambda}{\lambda}$ (= le coefficient de réfraction, A).

Tab. III.

Lignes spectrales.	Quotient comparatif	
	d'après notre expression approximative $\frac{\omega - 1}{\frac{\sigma}{m}}$	d'après l'expression de LORENZ $\frac{\omega^2 - 1}{(\omega^2 + 2)\frac{\sigma}{m}}$
pour l'eau:		
C	1,00146	1,00113
F	1,00140	1,00107
G	1,00135	1,00102
pour le sulfure de Carbone:		
C	1,00082	1,00217
F	1,00076	1,00240
G	1,00079	1,00251

Ces résultats démontrent une chose très remarquable. Tandis que, quand il est question de l'eau, l'expression de LORENZ donne un quotient comparatif légèrement inférieur à celui de notre expression, ce que signifie que sa valeur se rapproche davantage d'une valeur constante, pour le sulfure de carbone, au contraire, le dernier possède une prépondérance considérable. Une raison de cette inconséquence apparente doit certainement être cherchée dans l'influence inégale qu'a exercée la densité moléculaire, $\frac{\sigma}{m}$, des deux milieux considérés, sur la valeur numérique du terme

$$v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}$$

représentant l'épaisseur d'une couche simple d'éther comprimé, et que nous avons dû négliger dans la formule (14) pour arriver à nos expressions (16) et (17) sur la réfraction moléculaire. En effet, nous voyons par les tableaux I et II que cette densité moléculaire est plus de trois fois plus grande pour l'eau que pour le sulfure de carbone, et notre expression doit par conséquent donner, à différentes températures, une valeur numérique moins constante pour l'eau que pour le sulfure de carbone.

2:o. — Réfraction dans un corps liquide, comparée avec celle dans le même corps à l'état gazeux.

Pour faire une comparaison de ce genre nous manquons presque totalement de données expérimentales convenables. De tous les gaz dont l'indice de réfraction a été déterminé successivement par ARAGO, DULONG, JAMIN, et dernièrement par KETTELER, il n'y a que le sulfure de carbone pour lequel cet indice soit aussi déterminé pour le corps à l'état liquide. C'est donc seulement pour le *sulfure de carbone* que nous pouvons chercher pour le présent le quotient comparatif des valeurs numériques que donnent notre expression (16) et celle de LORENZ.

Concernant l'état liquide de ce corps, nous employons les mêmes données fondamentales (de WÜLLNER) qu'auparavant, en tirant du tableau II une moyenne des valeurs numériques des expressions, obtenues à la température de 18° Cels.

Pour l'état gazeux du corps, nons prenons la seule donnée que présente l'expérience sur la valeur de ω, savoir 1,0015, obtenue déjà en 1826 par DULONG ([1]). Voici les résultats:

Sulfure de carbone.

Lignes spectrales.	Poids spécifique par rapport à l'hydrogène. σ	Nombre relatif des molécules dans l'unité de volume. $\frac{\sigma}{m}$	Indice de réfraction par rapport au vide. ω	Action moléculaire calculée d'après Notre expression. $\frac{\omega - 1}{\frac{\sigma}{m}}$	Action moléculaire calculée d'après l'expression de LORENZ. $\frac{\omega^2 - 1}{(\omega^2 + 2)\frac{\sigma}{m}}$
		Dans l'état liquide, à la température de 18° Cels.			
C	14137,25	372,03	1,620502	0,00166787	0,00094480
F	»	»	1,654807	0,00176008	0,00098613
G	»	»	1,677350	0,00182067	0,00101269
			En moyenne =	0,00174954	0,00098120
		***Dans* l'état gazeux.**			
	38,15	1,00	1,0015	0,0015	0,00099983

D'ou l'on aura le *quotient comparatif:*
pour notre expression = 1,16636;
pour celle de LORENZ = 1,01898.

([1]). — Anm. de Chim. et de Phys. T. XXXI, p. 172.

Il paraît donc en ce cas, quand on compare la réfraction dans le sulfure de carbone à l'état liquide avec celle du même corps à l'état gazeux, que l'expression de LORENZ se prête parfaitement bien, et beaucoup mieux que la nôtre, pour exprimer une action moléculaire constante, surtout quand on employe de la lumière d'une certaine longueur d'onde comparativement courte (entre F et G).

Cependant, ce résultat ne peut pas infirmer la justesse de notre théorie. En effet, il faut observer que notre expression approximative doit réellement donner dans ce cas un quotient comparatif beaucoup plus grand que dans les cas précédents où il s'agissait de comparer la réfraction dans un corps solide ou liquide à différents degrés de densité. En négligeant, comme nous l'avons dû faire, le second terme du facteur $\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}} - 1$ de notre formule (15),

$$\frac{\omega - 1}{\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}\left(\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}} - 1\right)} = \frac{v}{u}(1 - u),$$

nous nous sommes naturellement écarté de la valeur réelle et *parfaitement constante* que devait donner la réfraction moléculaire

$$\frac{v}{u}(1 - u).$$

Mais l'écart devient évidemment d'autant plus grand à mesure que diminue le nombre absolu de molécules qu'embrasse l'unité de longueur, ou $\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}}$. Or, ce nombre est considérablement plus petit pour un même corps dans son état gazeux que dans son état liquide. Les valeurs que donne notre expression approximative à ces différents états d'aggrégation, devront donc différer sensiblement, et par conséquent leur quotient comparatif doit en ce cas devenir relativement grand. Au contraire, quand la comparaison se fait avec le corps à l'état solide ou liquide à différentes températures, ce quotient doit toujours se tenir beaucoup plus près de la valeur cherchée 1; et c'est justement ce que nous avons trouvé dans nos vérifications précédentes surtout en ce qui concerne le sulfure

de carbone à l'état liquide, pour lequel notre expression se prête même *beaucoup mieux* que celle de LORENZ à exprimer l'action moléculaire constante (voir tab. III).

2. — Formule de dispersion.

Il nous serait impossible de vérifier *rigoureusement* par 'expérience notre formule de dispersion prismatique:

$$\omega = (1 + A)\frac{L}{L - B};$$

et en voici la raison.

Comme il a déjà été dit, cette formule ne s'appliquera, à proprement parler, qu'aux rayons spectraux qui forment le système de la dispersion régulière, correspondant aux longueurs d'onde intérieure que nous avons nommées *principales*, et nous savons que dans ce cas les deux coefficients, A et B, de la formule doivent avoir des valeurs numériques *constantes*, de sorte qu'en introduisant dans la formule les valeurs de ω obtenues par l'expérience pour différentes valeurs de L qui correspondent à certaines lignes de Frauenhofer, on pourrait aisément vérifier si les coefficients ont réellement tous les deux des valeurs constantes. Or, il n'est pas probable que ces lignes de Frauenhofer représenteront toujours des rayons spectraux appartenant à la catégorie en question. Au contraire, une coïncidence de ce genre doit être presque impossible, vu que le nombre des rayons spectraux appartenant au système de dispersion irrégulière est immensément plus grand que celui des rayons principaux, comme le fait voir notre exposé graphique de la courbe des indices.

Ainsi, dans la pratique, nous n'obtiendrons probablement jamais que des valeurs *variables* du coefficent B quand nous éliminons le coefficient A, dont la valeur doit être constante dans tous les cas. En effet, aussitôt que l'on donnera à notre formule une application génér alecmbrassant tout le phénomène, la valeur du coefficient B ne pourra pas être constante, comme nous pouvons directement l'apercevoir en examinant de plus près notre exposé graphique.

Prenons p. ex. pour longueur d'onde extérieure l'ordonnée $\varepsilon' e = L$ (voir la planche). On voit immédiatement que la

longueur d'onde intérieur correspondante, $\lambda = oe$, appartient au système de dispersion irrégulière, et nous aurons la relation:

$$L - \varepsilon' f^1 : \lambda = \operatorname{tg.} \varphi_r : 1.$$

Or, de ce qui précède, nous savons que

$$\operatorname{tg} \varphi_r = \omega_r = 1 + A$$

(c.—à—d. la valeur de l'indice de réfraction qui correspond à la limite inférieure de réfraction possible), et que

$$\lambda = \frac{L}{\omega} \cdot$$

Par conséquent, on aura:

$$L - \varepsilon' f^1 : \frac{L}{\omega} = 1 + A : 1$$

d'où suit la formule déjà obtenue pour la dispersion régulière

$$\omega = (1 + A) \cdot \frac{L}{L - \varepsilon' f'},$$

dans laquelle, cependant, $\varepsilon' f'$, ou, ce qui revient au même, notre coefficient de dispersion, B, doit évidemment être *variable*, car il est représenté ici par la distance variable d'un point quelconque de la courbe des indices, verticalement jusqu'à la ligne droite tirée de l'origine o, ligne marquant la limite inférieure de dispersion. Toutefois, nous voyons qu'il reprend une même valeur maximum aussitôt que la longueur d'onde intérieure devient principale.

Ainsi, par l'introduction dans la formule des différentes valeurs de ω obtenues pour différentes lignes de Frauenhofer, puis par élimination du coefficient B regardé comme constant, nous n'aurons pour A qu'une valeur approximative. Cependant, le coefficient éliminé est souvent très petit en comparaison de L, et dans ce cas les valeurs obtenues ne doivent pas différer beaucoup.

Pour une certaine longueur d'onde, L, nous avons comme auparavant:

$$\omega = (1 + A) \frac{L}{L - B}; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

et, pour une autre, L_1:

$$\omega_1 = (1 + A) \frac{L_1}{L_1 - B} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

De ces deux expressions, on aura, après élimination de B:

$$1 + A = \frac{\omega\,\omega_1\,(L - L_1)}{L\,\omega_1 - L_1\,\omega} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

De même, on recevra pour les longueurs d'onde L et L_2:

$$1 + A = \frac{\omega\,\omega_2\,(L - L_2)}{L\,\omega_2 - L_2\,\omega} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (22)$$

Maintenant, introduisons dans les formules (21) et (22) les données sur ω, déjà présentées dans les tableaux I et II, pour l'eau et le sulfure de carbone, en considérant la dispersion des trois rayons, à longueurs d'onde très différentes, qui correspondent aux lignes de Frauenhofer, C, F et G. Alors nous aurons:

Pour l'eau. —

1:o *A la température de 12° Cels.*

$1 + A = 1{,}3156$; (lignes spectr. C et F)
$1 + A = 1{,}3123$; (» » F et G)
quotient comp. $= 1{,}00247$.

2:o *A la température de 24° Cels.*

$1 + A = 1{,}3144$; (lignes spectr. C et F)
$1 + A = 1{,}3109$; (» » F et G)
quotient comp. $= 1{,}00268$.

Pour le sulfure de carbone. —

1:o *A la température de 12° Cels.*

$1 + A = 1{,}5339$; (lignes spectr. C et F)
$1 + A = 1{,}4918$; (» » F et G)
quotient comp. $= 1{,}02816$,

2:o *A la température de 24° Cels.*

$1 + A = 1{,}5258$; (lignes spectr. C et F)
$1 + A = 1{,}4844$; (» » F et G)
quotient comp. $= 1{,}02790$.

Or, $1 + A$ signifie aussi l'indice de réfraction, ω_r, pour la limite inférieure de dispersion possible, et prenant ici les valeurs moyennes, nous aurons, à la température ordinaire:

pour *l'eau*, ω_r .... $= 1{,}313$
pour *le sulfure de carbone*, $\omega_r = 1{,}509$.

Eliminant A des expressions (19) et (20), on trouve *une valeur moyenne de B:*

pour *l'eau* .... $= 0{,}00000885$
pour *le sulfure de carbone* $= 0{,}00004284$.

Prenons enfin la formule très connue, de CAUCHY:

$$\omega = a + \frac{b}{L^2} + \frac{c}{L^4} + \frac{d}{L^6} + \text{etc.},$$

ou

$$\omega = a + \frac{b}{L^2},$$

comme on l'écrit habituellement en négligeant tous les termes de la série dont les coefficients, c, d, etc., peuvent être regardés comme extrêmement petits en comparaison des coefficients a et b.

Pour une certaine longueur d'onde, L, on a donc:

$$\omega = \frac{L^2 a + b}{L^2};$$

et, pour une autre longueur, L_1:

$$\omega_1 = \frac{L_1^2 a + b}{L_1^2}$$

d'où, par élimination de b:

$$a = \frac{L^2 \omega - L_1^2 \omega_1}{L^2 - L_1^2};$$

et, pour une autre combinaison:

$$a = \frac{L^2 \omega - L_2^2 \omega_2}{L^2 - L_2^2}.$$

Employant ici les mêmes données expérimentales qu'auparavant, nous obtiendrons:

Pour l'eau. —

1:o *A la température de 12° Cels.*

$a = 1,3250$; (lignes spectr. C et F)
$a = 1,3258$; (» » F et G)

quotient comp. = 1,00061.

2:o *A la température de 24° Cels.*

$a = 1,3239$; (lignes spectr. C et F)
$a = 1,3246$: (» » F et G)

quotient comp. = 1,00016.

Pour le sulfure de carbone. —

1:o *A la température de 12° Cels.*

$a = 1,5834$; (lignes spectr. C et F)
$a = 1,5667$; (» » F et G)

quotient comp. = 1,00872.

2:o *A la température de 24° Cels.*

$a = 1{,}5744$; (lignes spectr. C et F)

$a = 1{,}5620$; (» » F et G)

quotient comp. $= 1{,}00794$.

En comparant les quotients des valeurs numériques obtenues à la même température du milieu pour différentes longueurs d'onde avec les deux différentes formules, nous voyons que le coefficient de réfraction A, de notre formule, ne devient pas tout-à-fait constant. Il s'approche même moins d'une valeur constante que le coefficient a appartenant à la formule de Cauchy. Comme il était à prévoir, il paraît donc que notre coefficient de dispersion, B, qui, dans notre calcul, a été posé constant, varie en effet avec la longueur d'onde des rayons qui correspondent aux lignes spectrales employées dans les observations de M. WÜLLNER. Il est aussi probable que les valeurs de ω, qui sont déterminées par *interpolation* des résultats obtenus directement aux autres températures du milieu que celles considérées ici, ne sont pas justes par la raison que la forme brisée de notre courbe de dispersion ne se prête pas à cette interpolation.

Cependant, nous voyons que les résultats de notre formule s'approchent suffissament des résultats obtenus par la formule de Cauchy pour ne pas infirmer la justesse de notre théorie.

Résumé.

Par la voie purement physique, et en sortant des hypothèses actuellement adoptées sur la nature de la lumière et la constitution moléculaire de la matière, nous avons réussi à établir une nouvelle théorie sur l'action de l'éther intermoléculaire dans le mouvement des ondes lumineuses.

Les conséquences principales de cette théorie sont les suivantes:

La dispersion prismatique doit être regardée comme composée de deux différents systèmes de dispersion.

L'un, le système régulier, suit la loi ordinaire de dispersion, savoir qu'un rayon à longueur d'onde extérieure comparativement longue se réfracte toujours moins qu'un rayon à longueur d'onde plus courte.

L'autre, le système irrégulier, présente, au contraire, en dedans des distances spectrales extrêmement petites, des anomalies permanentes de dispersion, où provient la superposition des rayons de longueurs d'onde inégales, superposition devenant plus dense et plus serrée à mesure que l'on s'approche du côté ultra rouge du spectre solaire. Cette superposition des rayons pourrait expliquer pourquoi, dans le spectre de réfraction, les couleurs les moins réfrangibles, n'ont pas la même pureté que dans le spectre de diffraction.

La dispersion totale peut s'exprimer par la formule très simple

$$\omega = (1 + A)\frac{L}{L - B},$$

dans laquelle ω désigne l'indice de réfraction, L la longueur d'onde extérieure, A le coefficient de réfraction et B le coefficient de dispersion.

Le coefficient de réfraction, A, reste toujours constant pour toutes les valeurs possibles de L, la densité du milieu réfringent posée constante.

Le coefficient de dispersion, B, devient également constant aux mêmes conditions quand nous considérons uniquement, le système régulier de dispersion. Pour le système irrégulier, ce coefficient devient au contraire variable et dépendant de L.

Les valeurs de A et B sont du reste déterminées par les grandeurs qui dépendent de la constitution moléculaire et physique du milien réfringent.

La formule empirique,

$$\frac{\omega - 1}{\sigma} = \text{const.},$$

généralement connue comme l'expression de la grandeur spécifique de la réfraction, peut se dériver directement par approximation de l'expression de A. Elle n'est qu'approximativement constante, comme le montre aussi l'expérience, et elle désigne en réalité une valeur relative et approximative de l'action moléculaire du milieu réfringent sur la lumière.

Enfin, nous voyons, par la nouvelle théorie, que la dispersion prismatique, — entre autres propriétés jusqu'ici inconnues, — possède des limites distinctes, et que sa limite inférieure (à l'ultra rouge) se détermine par l'expression:

$$\omega = 1 + A$$

Appendice.

Il nous faut remarquer que dans nos recherches précédentes nous sommes parti d'une modification de l'idée actuellement adoptée sur l'état moléculaire de la matière, ce qui a donné en réalité lieu à une petite inexactitude dans les valeurs algébriques des coefficients A et B de notre formule de dispersion. En effet, ces valeurs dans les expressions (8) et (9) ont été déterminées dans l'admission que *la partie matérielle de la molécule* serait infiniment petite en comparaison du volume qu'occupe son enveloppe éthérée. Nous avons même réussi à écarter cette partie, trouvant inutile d'en tenir compte pour arriver à une expression générale de la dispersion prismatique. Du reste, la modification des valeurs des coefficients que provoquera une insertion du volume de cette partie matérielle dans le calcul, n'aura pas la moindre influence sur la vérification expérimentale de notre formule.

Supposant que le volume de la partie matérielle de la molécule soit v_1, nous aurons à considérer une nouvelle couche simple de l'épaisseur

$$v_1 \sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}},$$

en continuant à considérer comme auparavant le phénomène de la dispersion en dedans de certaines limites du milieu.

Il est vrai que cette couche n'a pas d'influence sur le temps employé de la lumière pour traverser dans le milieu un chemin correspondant à la longueur d'onde intérieure, λ, mais son épaisseur doit cependant constituer une partie de ce chemin, tandis que naturellement l'unité de longueur restera toujours la même.

L'expression (1) sera donc modifiée en:

$$\lambda = n \sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}} (v + v_1) + (n - 1) d.$$

L'expression (2), au contraire, devient invariablement:

$$T = \frac{nv\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}}{u} + (n-1)\,d\,.$$

L'expression (5) se changera en

$$n = \frac{L\left(\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}} - 1\right) - \omega\,(v + v_1)\,\frac{\sigma a}{m} + \omega}{\omega\left(1 - (v + v_1)\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}\right)};$$

et on aura finalement:

$$\omega = \frac{L\left(1 - (v + v_1)\left(\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}\right) + L\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}\left(\frac{v}{u} - (v + v_1)\right)\cdot\left(\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}} - 1\right)\right.}{L\left(1 - (v + v_1)\left(\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}\right) - \sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}\left(\frac{v}{u} - (v + v_1)\right)\cdot\left(1 - (v + v_1)\,\frac{\sigma a}{m}\right)\right.};$$

d'où l'on reçoit une expression de dispersion exactement de la même forme qu'auparavant, ou:

$$\omega = (1 + A)\cdot\frac{L}{L - B}\,.$$

Mais, maintenant nous aurons:

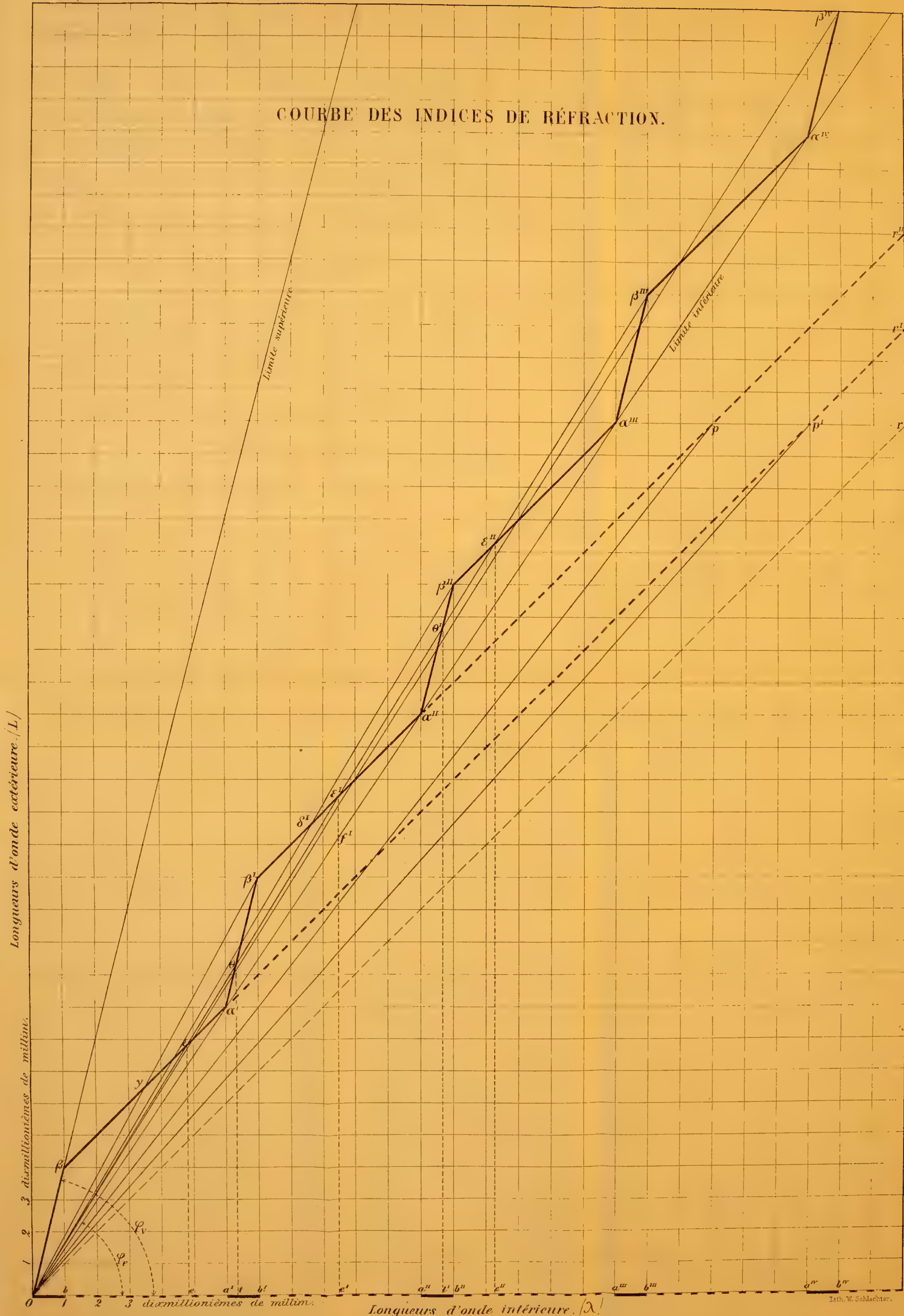
$$A = \frac{\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}\left(\frac{v}{u} - (v + v_1)\right)}{1 - (v + v_1)\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}}\cdot\left(\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}} - 1\right);$$

et:

$$B = \frac{\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}\left(\frac{v}{u} - (v + v_1)\right)}{1 - (v + v_1)\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}}\cdot\left(1 - (v + v_1)\,\frac{\sigma a}{m}\right).$$

Errata.

Page.	*Faute.*	*Correction.*
5, formule (1),	$\frac{U}{U}$	$\frac{U}{U_1}$
7, 1:re formule,	$\frac{\sin i}{\sin r}\ \omega;$	$\frac{\sin i}{\sin r} = \omega;$
Ibid., 2:de formule,	$\frac{\sin i}{\sin r}$	$\frac{\sin r}{\sin i}$
25, dernière ligne du tableau	0,0003960	0,0003969
Ibid., » » » »	1,671602	1,671062
29, 3:me formule,	m	m^2
32, formule (5)	$\omega\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}$	$v\sqrt[3]{\frac{\sigma^2 a^2}{m^2}}$
33, formule (9)	$1 - v\sqrt[3]{\frac{\sigma a}{m}}$	$1 - v\,\frac{\sigma a}{m}$
Ibid., formule (10)	$\frac{\sqrt[3]{a - 1}}{1 - v\sqrt{a^2}}$	$\frac{\sqrt[3]{a} - 1}{1 - v\sqrt[3]{a^2}}$
38, 3:me formule	$m^2 - 1$	$\omega^2 - 1$
50, ligne 6 en remontant,	1,00016	1,00056
Ibid., ligne 2 en remontant,	1,5667	1,5697
52, ligne 2,	sortant	partant
Ibid., ligne 17,	où	d'où


COURBE DES INDICES DE RÉFRACTION.
Limite supérieure
Limite inférieure
Longueurs d'onde extérieure (L)
3 dixmillioniémes de millim.
Longueurs d'onde intérieure (λ)
0 1 2 3 dixmillioniémes de millim.
Lith. W. Schlachter.

BIHANG TILL K. SVENSKA VET.-AKAD. HANDLINGAR. Band 7. N:o 2.

UNDERSÖKNINGAR

AF

THEORIEN FÖR HIMLAKROPPARNAS RÖRELSER

III

AF

HUGO GYLDÉN.

MEDDELADT DEN 7 JUNI 1882.



STOCKHOLM 1882.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Med denna afhandling ämnar jag afsluta de meddelanden rörande mina undersökningar af den theoretiska astronomiens hufvudproblem, af hvilka det första öfverlemnades till Kongl. Vetenskapsakademien för något mer än ett år sedan. Härmed är visserligen icke hela det omfångsrika arbetet afslutadt, men dess konturer torde dock vara så pass fullständigt uppdragna, att den med dylika undersökningar förtrogne läsaren lätt skall kunna bilda sig en föreställning om arten af de operationer, hvilka genom insigten om beskaffenheten af himlakropparnas rörelser kan vinnas.

Vid de i den föregående afhandlingen meddelade undersökningarne framträdde nödvändigheten att använda en, från den förut brukliga väsentligen afvikande terminologi. Genom integrationsprocesserna uppkomma nämligen ett antal periodiska termer, hvilkas perioder dels äro mycket långa, dels obetydligt afvikande från omloppstiden, och hvilkas koefficienter icke äro multiplicerade med den störande massan. Dylika termer försvinna således icke med den störande massan, utan reduceras antingen till konstanter eller sammanfalla med termer i uttrycken för radiusvektor och för tiden; termer af denna beskaffenhet benämndes i den förra afhandlingen elementära termer, och denna terminologi kommer här att bibehållas. — Genom tillvaratagandet af dessa termer blef det möjligt att bestämma problemets verkliga integrationskonstanter, hvilka naturligtvis böra hafva karaktären af absolut oföränderliga element, samt att fastställa begreppet af en absolut bana. Denna karakteriseras framför allt deraf, att dess elementer icke äro underkastade några sekularändringar samt derjemte af den omständighet, att afvikelserna af de i denna

bana beräknade koordinaterna från de verkliga alltid blifva relativt små qvantiteter af de störande krafternas storleksordning.

Emellertid kunna uttrycken för koordinaterna i den absoluta banan ej erhållas medelst direkta operationer utan endast medelst upprepade approximationer. De i dessa uttryck förekommande konstanta koefficienter äro nämligen icke allenast beroende af de absoluta elementen utan innehålla äfven increment, hvilka uppkomma genom multiplikation af egentliga störingstermer, eller, såsom jag i den föregående afhandlingen benämnt dem, koordinerade termer. — Men de koordinerade termerna kunna icke heller på annan väg bestämmas, än medelst successiva approximationer, och denna bestämning blifver alltid beroende af den noggranhet, hvarmed de elementära termerna äro kända. I följd af dessa båda omständigheter föranledes man till vexelvisa förbättringar, dels af uttrycken för koordinaterna i den absoluta banan, dels af de koordinerade termerna.

I föregående afhandling har början till dessa bestämmelser blifvit gjord, i det approximativa uttryck för radius-vektor i den absoluta banan, samt för den reducerade tiden såsom funktioner af längden uppstälts. De sålunda funna uttrycken äro visserligen ännu långt ifrån att vara fullständiga, men de största och väsentligaste af de elementära termerna kunna likvisst med stöd af desamma beräknas, och framför allt är man nu i tillfälle att använda lämpligare methoder vid en förnyad bestämning af de elementära termerna, än den, som användes vid den första, helt och hållet provisoriska bestämningen. Den method, som härtill användes i den föregående afhandlingen, är nämligen icke egnad för ett vidsträcktare bruk, ehuru densamma visserligen är ganska tjenlig, då frågan endast gäller att finna ett approximativt resultat. — I den föreliggande afhandlingen skall en annan integrationsmethod framställas, hvilken tillåter att drifva approximationerna huru långt som helst, utan att de tekniska svårigheterna dervid i väsentlig mån komma att ökas.

I hufvudsak består denna method deri, att den differentialeqvation, genom hvars integration uttrycket för radius-vektor i den absoluta banan erhålles, reduceras till en följd af likheter, af den i § V integrerade formen, hvilken vi benämna den kanoniska formen. I enlighet med hvad i samma paragraf

blifvit visadt, kunna alla termer, hvilka genom integrationen erhålla argumentet v_0 såsom faktor framför de trigonometriska funktionstecknen, bortskaffas medelst successiva ändringar af modylen till de elliptiska funktioner, som uppträda i integrationsresultatet. Häri ligger det stora företrädet af denna integrationsmethod framför andra möjligen ifragakommande; ty uppkomsten af termer af den antydda beskaffenheten, och hvilka redan a priori kunna anses främmande för en fullständig lösning i absolut mening, framstår här omedelbart såsom beroende på en ofullständig bestämning af apsidernas medelrörelse. Endast genom att gifva ett visst värde åt en härvid uppkommande öfvertalig integrationskonstant inses omedelbart den ändring, som bör vidtagas med modylen, och man erhåller nästan omedelbart det riktiga resultatet, då man deremot under användandet af andra integrationsmethoder funne detsamma vida mindre direkt. I alla händelser synes den nu omnämnda methoden vara att föredraga framför dem, hvilka LAGRANGE framstält i tredje bandet af *Miscellanea Taurinensia*. Slutresultatet måste emellertid blifva oberoende af den använda integrationsmethoden, såvida denna öfverhufvud är riktig och ej består i en följd af approximationer, der konvergensen saknas.

Radius-vektor i den absoluta banan betecknades i den förra afhandlingen med (r), och denna funktion uttrycktes derjemte medelst tvenne andra (p) och (ϱ), i det följande relation uppstäldes:

$$(r) = \frac{a_0\,(p)}{1 + (\varrho)}$$

der a_0 betecknade en konstant[1]). I afseende å dessa funktioner skola vi i det följande framvisa en vigtig egenskap, den nämligen, att om vi sätta:

$$(\varrho) = \eta \cos (v_0 + \Gamma - \pi),\ ^{2})$$

så är, med bortlemnande af qvantiteter, som äro multiplicerade med den störande massan,

$$(p) = 1 - \eta^2$$

[1]) I stället för a_0 användes beteckningen a.

[2]) Qvantiteten η betecknades i den föregående afhandling med e; i afseende å betydelsen af v_0, Γ och π hänvisas till art. 53 och 59.

Vi beteckna nu med (A) en funktion, som innehåller den störande massan såsom faktor, samt sätta

$$(a) = a_0 (1 + (\mathrm{A}))$$

$$a_0 (p) = (a)(1 - \eta^2) ,$$

eller

$$(p) = (1 + (\mathrm{A}))(1 - \eta^2)$$

Vi hafva då:

$$(r) = \frac{(a)(1 - \eta^2)}{1 + \eta \cos (\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)}$$

Vidare beteckna vi med Y en funktion af samma ordning som (A) och fastställa följande likheter:

$$(n) = \sqrt{\mu_1}\, (a)^{-\frac{3}{2}}$$

$$(n)(1 + Y)\, d\tau = \frac{(1 - \eta^2)^{\frac{3}{2}}\, dv_0}{[1 + \eta \cos (\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)]^2}$$

Jemföres nu detta uttryck med likheten (62), så befinnes under iakttagande af nu använda beteckningssätt:

$$(1 + Y)\, d\tau = \sqrt{\frac{p_1}{(p)}} (1 + Z)\, d\zeta$$

Funktionen Y komma vi att bestämma på så sätt, att

$$\sqrt{\frac{p_1}{(p)}} = 1 + Y ,$$

hvarigenom relationen

$$d\tau = (1 + Z)\, d\zeta$$

erhålles, och jemföres densamma med likheten (59), så framgår följande bestämning af $d\tau$:

$$dt = \frac{(r)^2}{r^2}\, d\tau ,$$

således analog med den, vi uppstält i den första afhandlingen.

Slutligen skola vi bestämma funktionen Z derigenom att vi fastställa, det produkten

$$(n)(1+Y)(1+Z)$$

skall antaga värdet af en konstant, hvilken vi beteckna med n, och hvars betydelse är den störda kroppens egen medelrörelse; man har således

$$1+Z=\frac{n}{(n)(1+Y)}$$

$$=\frac{na_0^{\frac{3}{2}}(1+(\mathrm{A}))^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu_1}(1+Y)}$$

Om nu de föränderliga funktionerna till höger om likhetstecknet utvecklas, erhålles ett resultat af följande form

$$1+Z=\frac{na_0^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu_1}}(1+\delta_0)+(\mathrm{F}),$$

der (F) betecknar en summa af rent periodiska termer samt δ_0 en konstant af de störande krafternas storleksordning. Man har nu att identifiera Z med (F), hvarefter konstanten n bestämmes ur likheten

$$1=\frac{na_0^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu_1}}(1+\delta_0)$$

Det finnes ingen anledning att benämna konstanten a_0 den störda kroppens medelafstånd från centralkroppen; men afskilja vi från funktionen (A) dess konstanta term, samt beteckna densamma med α_0, så kunna vi med denna benämning beteckna qvantiteten

$$a=a_0(1+\alpha_0)$$

Emellan det sålunda definierade medelafståndet samt medelrörelsen befinnes då följande relation äga rum:

$$\frac{na^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu_1}}=\frac{(1+\alpha_0)^{\frac{3}{2}}}{1+\delta_0}$$

Man skulle kunna förmoda att de funktioner, vi här betecknat med η och π, hade betydelsen af elliptiska element. Detta är dock icke händelsen, alldenstund likheten

$$\frac{d(r)}{dv_0} = \frac{(a)\,(1 - \eta^2)\,\eta \sin(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)}{[1 + \eta \cos(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)]^2}$$

icke befinnes verifierad. Det är emellertid icke svårt att definiera sådana elliptiska element genom att angifva deras relationer till funktionerna η och π. Enligt theorien för konstanternas variation måste, om e och $\varsigma v + \pi_1$ beteckna den elliptiska excentriciteten och longituden för perihelium, samt (a_1) betecknar ellipsens halfva stora axel, följande likheter samtidigt äga rum:

$$\frac{(a)\,(1 - \eta^2)}{1 + \eta \cos(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)} = \frac{(a_1)\,(1 - e^2)}{1 + e \cos(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi_1)}$$

$$\frac{(a)\,(1 - \eta^2)}{[1 + \eta \cos(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)]^2}\,\eta \sin(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi) + \mathrm{L}$$

$$= \frac{(a_1)\,(1 - e^2)}{[1 + \eta \cos(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi_1)]^2}\, e \sin(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi_1)\,,$$

der L betecknar en qvantitet, som är multiplicerad med den störande massan. I stället för dessa relationer kunna vi äfven angifva de tvenne följande

$$\lambda + \eta \sin(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi) = e \sin(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi_1)$$

$$\eta \cos(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi) = e \cos(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi_1)\,,$$

hvilka tydligen identifiera de föregående, om vilkoren

$$(a)\,(1 - \eta^2) = (a_1)\,(1 - e^2)$$

$$\mathrm{L} = \frac{(a)\,(1 - \eta^2)\,\lambda}{[1 + \eta \cos(\mathrm{v}_0\, \Gamma - \pi)]^2}$$

blifva uppfylda. Vi finna nu en följd relationer emellan η, π, e och π_1, af hvilka de vigtigaste här må anföras. Dessa äro:

$$e \cos(\Gamma - \pi_1) = \eta \cos(\Gamma - \pi) + \lambda \sin v_0$$

$$e \sin(\Gamma - \pi_1) = \eta \sin(\Gamma - \pi) + \lambda \cos v_0$$

$$e \cos \pi_1 = \eta \cos \pi + \lambda \sin(v_0 + \Gamma)$$

$$e \sin \pi_1 = \eta \sin \pi - \lambda \cos(v_0 + \Gamma)$$

$$e = \eta \cos(\pi_1 - \pi) + \lambda \sin(v_0 + \Gamma - \pi_1)$$

$$o = \eta \sin(\pi_1 - \pi) + \lambda \cos(v_0 + \Gamma - \pi_1)$$

$$e^2 = \eta^2 + 2\eta\lambda \sin(v_0 + \Gamma - \pi) + \lambda^2$$

$$\eta^2 = e^2 - 2e\lambda \sin(v_0 + \Gamma - \pi_1) + \lambda^2$$

På grund af likheten

$$(a_1) = (a)\frac{1 - \eta^2}{1 - e^2}$$

finna vi slutligen

$$(a_1) = (a)\left(1 + \frac{2e\lambda \sin(v_0 + \Gamma - \pi_1) - \lambda^2}{1 - e^2}\right)$$

För differentialen af den reducerade tiden erhålles äfven ett uttryck, fullkomligt analogt med det, vi ofvan anfört. Sättes nämligen

$$(n_1) = \sqrt{\mu_1}\,(a_1)^{-\frac{3}{2}},$$

så befinnes

$$(n_1)(1 + Y)\,d\tau = \frac{(1 - e^2)^{\frac{3}{2}}\,dv_0}{[1 + e \cos(v_0 + \Gamma - \pi_1)]^2}$$

Funktionerna $e \cos(\Gamma - \pi_1)$ och $e \sin(\Gamma - \pi_1)$ äro emellertid mindre enkla än de motsvarande $\eta \cos(\Gamma - \pi)$ och ηx $\sin(\Gamma - \pi)$. Då nämligen de senare endast innehålla termer med mycket långa perioder, innehålla de förra derjemte termer, hvilkas perioder äro i det närmaste hälften af omloppstiden. Häraf föranledes den omständighet, att integralen

$$\int \frac{(1 - e^2)^{\frac{3}{2}}\,dv_0}{[1 + e \cos(v_0 + \Gamma - \pi_1)]^2}$$

kommer att innehålla icke allenast elementära termer, utan äfven en term, som växer proportionelt mot v_0; funktionen (n_1) anger derföre icke den fullständiga medelrörelsen. På grund häraf, liksom äfven af andra skäl, synes begreppet af den Keplerska ellipsen med föränderliga element, och den dermed sammanhängande theorien för konstanternas variation ej utgöra någon lämplig utgångspunkt för tre-kroppars-problemets lösning, om nämligen denna lösning skall bibehålla sin giltighet i absolut mening.

Theorien för konstanternas variation har sin stora betydelse vid integrationen af lineära differentialeqvationer och har äfven med stor fördel tillämpats i störingstheorien. Strängt taget, var denna tillämpning dock endast så länge berättigad, som man ansåg sig kunna bortlemna de högre potenserna af excentriciteten än den första och den andra. Medtagas högre potenser af detta element, så förlorar ifrågavarande method sin användbarhet, emedan den differentialeqvation, hvarigenom (ϱ) bestämmes, icke är lineär; om densamma integreras i enlighet med den omnämnda methodens regler, ledes man till termer, der argumentet förekommer såsom faktor. Man har försökt att undvika eller att kringgå denna olägenhet utan att dock fullständigt hafva lyckats; ty det gäller såsom ett resultat af de förda undersökningarna, att medelafståndet i den Keplerska ellipsen, eller, hvilket här är detsamma, att medelrörelsen icke är underkastad någon sekular ändring, om man endast fäster afseende vid de båda första potenserna af den störande kraften. Men deremot, då högre potenser af denna kraft tagas i betraktande, framträda termer, hvilka innehålla tiden och potenser af tiden såsom faktorer.

För så vidt man nu icke kan visa, att dylika utvecklingar kunna summeras, så att resultatet i sjelfva verket erhåller en periodisk karaktär, måste detsamma anses innebära en motsägelse mot den förutsättning, under hvilken en behandling af föreliggande problem öfverhufvud kunnat komma i fråga; och denna består deri, att förhållandet emellan den störda och den störande kroppens radius-vektor antagits ständigt vara mindre än 1, eller ock ständigt större än 1. Ett resultat, i hvilket någon af de funktioner, af hvilka (r) är sammansatt, befunnes vara behäftad med en verklig sekularändring, skulle derföre vara stridande emot den förutsättning, under hvilken störingsfunktionen blifvit utvecklad.

Vi komma att framställa (ϱ) under formen af en följd periodiska termer, i enlighet med likheten:

$$(\varrho) = \sum \varkappa_i \cos [(1 - \sigma_i) v_0 - B_i] \, ,$$

der $\varkappa_i$ äro konstanta koefficienter, som icke innehålla den störande massan såsom faktor; qvantiteterna B_i äro äfven konstanta, af elementen beroende qvantiteter, men σ_i äro koefficienter af samma storleksordning som den störande massan, således jemförbara med ς. För $i = 0$ antaga vi äfven: $\sigma_1 = \varsigma$; $B_1 = \Gamma$. Någon afvikelse från denna form blifver icke nödig, huru långt de successiva approximationerna än må utföras, d. v. s. huru många potenser af de störande krafterna än må tagas i betraktande. Med denna omständighet sammanhänger beviset för solsystemets stabilitet. På grund af vår empiriska kunskap om solsystemets konstitution veta vi, att åtminstone under ganska långa, om än möjligen begränsade tider en utveckling af den ofvan antydda beskaffenheten verkligen kan äga rum. Men då vi utföra denna utveckling och undersöka konseqvenserna af densamma, blifva vi aldrig förda till någon punkt, der vi hade anledning antaga, att konvergensen upphör, hvilket skulle visa sig derigenom, att någon funktion, hvars stigande potenser ingå i utvecklingen, skulle innehålla termer, växande proportionelt med tiden, eller öfverhufvud med tiden. Vi måste derföre sluta, att konvergensen är beständig; men häraf följer omvändt att stabilitet måste äga rum.

Frågan om stabiliteten hos ett system af tre kroppar har för öfrigt icke alltid varit riktigt formulerad. Det gäller nämligen naturligtvis icke, att medelst mathematisk analys utröna, huruvida ett sådant system är stabilt eller icke, utan huruvida det kan vara stabilt. Frågan bör derför ställas såsom följer: *är det motsägelselöst, om man antager integrationskonstanterna i lösningen af tre-kroppars-problemet hafva sådana numeriska värden, att stabilitet alltid äger rum.* Denna fråga torde jakande kunna besvaras, men deremot stå vi i allmänhet svarslösa inför en annan, med den förra sammanhängande fråga, den nämligen, inom hvilka gränser integrationskonstanterna må kunna tänkas variera, utan att stabiliteten upphör. Visserligen kunna vi uppgifva fall, då systemet be-

stämdt går isär; och andra fall kunna äfven uppgifvas, då systemet skulle sönderfalla, om den tredje, den störande kroppen saknades, men blifvit stabilt genom denna kropps närvaro. En del af de periodiska kometernas ständiga samhörighet med planetsystemet kan sannolikt hänföras till en inverkan af den antydda beskaffenheten. Men att i allmänhet afgöra, vid hvilken gräns stabilitet måste inträda, dertill är vår analys ännu ej mäktig. Emellertid kunna vi anteckna såsom ett resultat af ganska högt intresse, att uttrycket för medelafståndet ej innehåller någon term af elementär beskaffenhet.

Den form, vi funnit för radius-vektor i den absoluta banan, föranleder en ganska väsentlig komplikation af uttrycken för variationen och för evektionen emot den, som skulle följa, om man finge använda de för ellipsen eller äfven de för den intermediära banan gällande formlerna. Till hvarje hufvudargument hör nämligen nu, icke en enda, utan en hel grupp af termer. En sådan grupp kunna vi angifva medelst formeln

$$\sum a_i \sin((\lambda + \sigma_i) v_0 - A_i),$$

der λv_0 utgör hufvudargumentet, a_i samt A_i konstanter och der σ_i hafva samma betydelse som ofvan. Och analoga uttryck finner man äfven för evektionstermerna. — Då man utvecklar störingsuttrycken efter potenserna af de störande krafterna komma ofvanstående termer att framstå under en annan form, nämligen:

$$\{[a_0] + [a_1] v_0 + [a_2] v_0^2 + ..\} \sin(\lambda v_0 + A)$$

Under kortare tider, d. v. s. för värden af v_0, som ej omfatta något alltför stort antal omlopp, är serien inom parentheserna vanligen mycket konvergent, emedan $[a_0]$ är multiplicerad med första potensen af den störande kraften, $[a_1]$ med den andra, o. s. v. Man har derföre alltid inskränkt sig till att medtaga den första, eller de två, tre eller på sin höjd de fyra första af dessa termer. Men oafsedt den omständighet, att konvergensen hos denna serie ej synes äga rum om v_0 växer obegränsadt, är det dock tydligt, att man på grund af denna form ej kan komma till en fullständig insigt om den företeelse, densamma skall

representera; ja, man är ej ens i tillfälle att närmare bedöma, inom hvilka gränser af v_0, man kan förvänta numeriska resultat med en gifven noggrannhet. Således, ehuru den sist angifna formen i anseende till sin enkelhet skulle äga väsentliga företräden framför den föregående, så gar dess betydelse i vetenskaplig mening dock ej utöfver det tekniska och måste derföre förkastas vid en absolut lösning af tre-kroppars-problemet. Densamma är, strängt taget, att anse såsom en interpolationsformel, hvars giltighet är inskränkt inom vissa, ej närmare bestämbara gränser.

Afsigten med bibehållandet af den strängare formen kan nu således icke vara den, att direkt erhålla de för numeriska tillämpningar tjenligaste methoderna. Sådana kunna alltid sedermera härledas, då man är i tillfälle att uppskatta effekten af härtill nödiga förkortningar och serieutvecklingar; men att under fortgången af analytiska utvecklingar företaga förkortningar, om man å ena sidan kan nå målet dem förutan, samt å den andra, utan att tillförlitligt kunna göra sig redo för följderna af desamma, måste i de flesta fall anses såsom ett missgrepp.

Vill man emellertid redan från början inskränka resultatets giltighet inom en viss tidrymd, och sålunda afstå från kännedomen om banans verkliga natur och om beskaffenheten af dess absoluta element; vill man, med andra ord, åtnöja sig med uttryck för koordinaterna, hvilka visserligen inom vissa tidsgränser kunna angifva dessa koordinaters numeriska värden med all önskvärd noggrannhet, men hvilka utom dessa gränser representera någonting helt annat, då kan man tillämpa andra analytiska methoder än den, som föranleder utvecklingar efter potenserna af v_0; och ändamålet kan icke desto mindre vinnas lika säkert, men det kan derjemte vinnas lättare. En sådan inskränkning kan under vissa omständigheter blifva, icke allenast önskvärd för att förenkla de numeriska räkningarne, utan rent af begrundad i den speciella uppgiftens natur, såsom t. ex. vid undersökningar af kometbanor, der det tydligen saknar allt intresse att försöka bestämma dess beskaffenhet i de delar, kometen genomlupit under mycket aflägsna tider, och detta så mycket mindre, som ju krafter kunna tänkas verkande, hvilka inom relativt korta tider äro i stånd att föranleda helt och hållet genomgripande förändringar af banans natur. Utgångspunkten till ett, för sådant fall lämpligt be-

handlingssätt skall jag här likväl endast antydningsvis vidröra, alldenstund någon användning af detsamma i föreliggande afhandling icke kommer att äga rum.

Vi antaga, att det gäller transformationen af en grupp termer, d. v. s. af termer, hvilkas perioder endast skilja sig från hvarandra med qvantiteter af de störande krafternas storleksordning; förhållandena $\frac{\sigma_i}{\lambda}$ anse vi derjemte såsom små qvantiteter af första ordningen, ehuruväl desamma dock kunna vara ganska märkliga. Nu kan man uppställa konvergenta, ehuru endast emellan gränserna $\lambda v_0 = -\frac{1}{2}\pi$ och $\lambda v_0 = +\frac{1}{2}\pi$ gällande serieutvecklingar för funktionerna $\sin \sigma_i v_0$ och $\cos \sigma_i v_0$, och dessa utvecklingars gemensamma argument är λv_0. Man kan härvid lägga märke till, att alla termer i utvecklingen af $\sin \sigma_i v_0$ innehålla σ_i såsom faktor, hvaremot funktionerna $\cos \sigma_i v_0$, förutom en konstant term, endast innehålla termer af andra ordningen, d. v. s. termer, som befinnas multiplicerade med σ_i^2. I stället för den ofvan angifna formen, kan man derför använda den följande:

$$m_0 + m_1 \cos(\lambda v_0 + M_1) + m_2 \cos(2\lambda v_0 + M_2) + \ldots,$$

dervid koefficienten m_1 är af samma storleksordning, som koefficienterna a_i, men alla öfriga m-koefficienter af en högre storleksordning. Man inser ögonblickligen företrädet af den nu anförda formen framför den, som innehåller potenser af tiden eller, hvilket är detsamma, af v_0. Och fördelarna af att använda denna nya form kunna under vissa omständigheter ganska väsentligen ökas, om man, i stället för att utveckla efter argumentet λv_0, utvecklar efter ett annat, der koefficienten till v_0 skiljer sig något, ehuru dock högst obetydligt från λ. Man ernår på detta sätt en form, der alla λ kunde vara rationela bråk; man kunde, med andra ord, behandla tre-kroppars-problemet, då dess lösning sökes endast för en begränsad tid, såsom om tvenne kroppars medelrörelser kring den tredje vore kommensurabla, samt såsom om läget af apsiderna och noderna endast vore underkastadt periodiska förändringar.

Vi sågo att förhållandet af begreppet en absolut bana i motsats till en Keplersk ellips ej medför några direkta fördelar vid härledningen af de koordinerade termerna, enär an-

talet af dessa synes väsentligen större än om man hade antagit en sådan ellips såsom en första approximation. Denna omständighet faller dock tydligen icke på något sätt i vagskålen såsom förminskande betydelsen af det nya betraktelsesättet, ty i främsta rummet kommer det ju an på att finna en riktig lösning, och först i det andra, att göra densamma beqväm i tekniskt hänseende. Man skall emellertid finna principen af en absolut bana medföra åtskilliga, rent tekniska fördelar, hvilka icke äro att underskatta, och hvilkas betydelse träder desto mer i dagen, ju större den störande kraften är. Genom att fasthålla en sådan utgångspunkt eller, med andra ord, genom att särskilja de elementära termerna från de koordinerade undviker man nämligen vissa utvecklingar efter den störande massans stigande potenser, hvilkas härledning på den förut brukliga vägen, äfven om desamma varit konvergenta, dock endast under öfvervinnandet af högst betydande svårigheter kunnat åvägabringas.

I theorien för konstanternas variation kan man särskilja tvenne moment af väsentligen olika innehåll: det ena afser bildandet af differentialeqvationer, der elementen ingå såsom obekanta i stället för koordinaterna; det andra omfattar integrationen af dessa differentialeqvationer, dervid den förutsättning göres, att man kan ordna de successiva approximationerna efter potenserna af de störande krafterna, samt att man i den första approximationen kan insätta konstanta värden för elementen, der dessa förekomma multiplicerade med den störande massan. Emot det första af dessa moment har icke någon invändning blifvit gjord och lärer ej heller kunna göras, men den i det andra angifna integrationsmethoden kan numera icke anses motsvara sitt ändamål. Man kan mycket väl, säger Prof. WEIERSTRASS i sina föreläsningar öfver störingsproblemet, uppställa en formel af följande utseende:

$$a_1 = \int f(a_1, a_2, \ldots, t)\, dt,$$

der $a_1, a_2, \ldots$ äro funktioner af tiden, och denna formel är exakt: men häraf följer icke, äfven om funktionen f innehåller den störande massan såsom faktor, att man erhåller en verklig approximation genom att, i stället för $a_1, a_2, \ldots$, substituera konstanta värden under integraltecknet.

Man erhåller på denna väg nödvändigt en utveckling, som fortgår efter potenserna af t, och en sådan kunna vi ej antaga

såsom en verklig lösning af vår uppgift. Äfven om man går ett steg längre och bestämmer sekularstöringarne enligt det förfarande, hvarigenom LAGRANGE och LAPLACE till en viss grad kunnat belysa solsystemets konstitution vid olika tider, undvikes en utveckling af den antydda beskaffenheten icke. Man kan mycket lätt bevisa riktigheten af detta påstående. Den af desse store analyster använda methoden åstadkommer nämligen samma effekt, som om man i eqvationen

$$\frac{d^2\varrho}{dv_0^2} + (1 - \beta_1)\varrho = \beta_0 + \beta_2\varrho^2 + \beta_3\varrho^3 + \ldots$$

$$+ \sum b_i \cos\left[(1 - \sigma_i)\, v_0 - B_i\right],$$

i hvilken koefficienterna β_0, β_1, ... b_1, b_2, ... anses vara bekanta konstanter, skulle begynna integrationsprocessen med att bortlemna termerna $\beta_2\varrho^2 + \beta_3\varrho^3 + \ldots$ Man erhåller visserligen ett resultat, som under en längre tid är riktigt, än om man hade begynt med att integrera likheten

$$\frac{d^2\varrho}{dv_0^2} + \varrho = o,$$

men tydligen uppkomma äfven nu vid fortsatta approximationer termer, som växa obegränsadt med tiden.

Om man emellertid skulle införa i störingsfunktionen, i stället för konstanta elliptiska element, sådana föränderliga värden för desamma, som erhållas på den af LAGRANGE och LAPLACE banade vägen, så blefve uppkomsten af elementära termer den närmaste följden. Man skulle således äfven på denna väg inse nödvändigheten af att i störingstheorien använda mer komplicerade uttryck än de, hvilka uppkomma, då man genast från början utvecklar efter de störande krafternas stigande potenser. Insigten härom synes ej heller hafva undgått LEVERRIER, men han söker kringgå de här uppkommande svårigheterna genom att bestämma de elliptiska elementens värden vid olika epoker medelst mekaniska qvadraturer, hvarefter han med olika elementsystem beräknar fem särskilda system af störingsformler. Att han oaktadt dessa storartade bemödanden ej kan anses fullständigt hafva

lyckats, måste bero derpå, att de använda utvecklingarne ej äro konvergenta inom de gränser af tiden, som här förutsättas. Men på resultatet inverkar dessutom en annan omständighet, som jag ännu med några ord skall antyda.

De relativa rörelserna i ett system af tre kroppar äro fullständigt bestämda genom de numeriska värdena af 12 integrationskonstanter, hvilka värden måste härledas ur iakttagelser eller på grund af de iakttagna värdena af kropparnas orter och hastigheter i ett gifvet ögonblick. Men det är derföre icke nödigt att ur iakttagelserna söka en direkt bestämning af just dessa konstanter, utan man är fullkomligt oförhindrad att såsom obekanta anse vissa kombinationer af de absoluta elementen. Antalet af obekanta måste emellertid vara 12, och får ej heller vara större; och ur dessa kombinationer måste de absoluta elementen sedermera kunna härledas. Såsom sådana kombinationer kunna nu visserligen de elliptiska elementen för en viss tidpunkt betraktas, åtminstone synes häremot ingenting a priori vara att invända; men synnerligen lämpligt, att använda dessa kombinationer såsom obekanta, hvilkas värden sökas ur iakttagelser, synes det icke. Om jag t. ex. vet om tvenne funktioner, att de innehålla tvenne gemensamma verkliga konstanter, samt känner dessa funktioners specialvärden för olika värden af argumentet, så väljer jag svårligen de för något bestämdt argument gällande specialvärdena såsom obekanta, då jag vill jemföra funktioners gång med iakttagelserna. Men om ett sådant förfarande dock af en eller annan orsak väljes, så bör åtminstone funktionens beroende af de verkliga konstanterna vara fullständigt utredt, så att dess förändringar må kunna beräknas och tillvaratagas. — I detta afseende har man ej förfarit strängt vid bestämningen af elliptiska element ur iakttagelser. Man har, isynnerhet då undersökningen gält de större planeterna, ansett de elliptiska elementen vara redan med en hög grad af noggrannhet bestämda och under denna förutsättning sökt deras förbättringar medelst differentialformler, hvilka man härledt helt enkelt på grund af den elliptiska banan med konstanta element. En djupare gående analys skulle visa, att dessa differentialformler erfordra ganska väsentliga modifikationer, i det vissa termer, som varit utelemnade, växa proportionelt mot tiden. Det torde derföre vara mer än sannolikt, att LEVERRIERS bestämningar af hufvudplaneternas

banelement ej kunnat undgå att påverkas af den antydda bristfälligheten.

Bestämningen af de absoluta elementen måste för öfrigt utföras efter väsentligen andra principer än de, enligt hvilka man söker den Keplerska ellipsens bestämningsstycken. De elliptiska elementen söker man särskildt för hvarje planet; ett analogt förfarande är deremot icke praktiskt utförbart då man vill vinna kännedom om de absoluta elementen. Ur de iakttagelser, som hänföra sig till Jupiter, kan man t. ex. endast finna vissa kombinationer emellan Jupiters och Saturni banelement; men för att utsöndra sjelfva elementen ur dessa kombinationer måste iakttagelser öfver Saturnus medtagas i undersökningen. Annorlunda vore förhållandet om Jupiters-observationerna skulle omfatta en tidrymd af bortåt 100,000 år: man kunde då, förutom Jupiters egna banelement, ur dessa observationer äfven finna de värden af $\varkappa_1$ och Γ, som hänföra sig till Saturni bana, och detta utan att iakttagelserna derföre behöfde förefinnas väsentligen mer talrikt, än de nu äro förhanden.

En direkt lösning af tre-kroppars-problemet, d. v. s. en lösning, der man icke medelst successiva approximationer vore nödsakad att uppsöka resultatet, skulle medföra uttryck för de relativa koordinaterna, der 12 och endast 12 arbiträra konstanter vore till finnandes. På den väg, vi nu försöka nå målet, uppstå nya integrationskonstanter nästan vid hvarje steg. Dessa äro naturligtvis, med undantag af 12, öfvertaliga och kunna bestämmas ur olika synpunkter. Så länge man utvecklade störingarne till de i den Keplerska ellipsen beräknade koordinaterna medelst successiva approximationer, som fortgingo efter potenserna af den störande kraften, eller ock störingarne till de elliptiska elementen, erhölls vid hvarje ny approximation 6 konstanter för hvarje kropp, hvars relativa rörelse undersöktes. Dessa olika system kunde omedelbart sammanslås, så att slutligen endast 6 öfvertaliga konstanter för hvarje planet återstodo. Dessa bestämdes slutligen i enlighet med den grundsats, att såväl koordinaterna som deras första derivator skulle erhålla samma form i den störda som i den elliptiska banan.

Då man opererar med absoluta element gestaltar sig saken något annorlunda. Hvad först och främst det stora antal integrationskonstanter vidkommer, som uppstå vid be-

stämningen af de olika evektions- och variationstermerna, så måste desamma i allmänhet sättas lika med noll. Sker detta icke, så funne man termer, multiplicerade med tredje potensen af den störande massan, hos hvilka den föränderliga v_0 förekomme såsom faktor utanför sin- och cos-tecknen. De konstanter åter, som uppkomma vid de särskilda, till kännedomen om den absoluta banan ledande approximationerna, kunna och måste bestämmas på så sätt, att de termer, som successive uppstå och innehålla den variabla såsom faktor, försvinna. Endast genom att bestämma konstanterna ur denna synpunkt erhåller man en absolut lösning af tre-kropparsproblemet.

I de föregående afhandlingarna hafva undersökningarna uteslutande afsedt rörelsen i banans eget plan, hvilket naturligtvis måste anses såsom föränderligt med hänseende till ett, enligt vissa principer fastställdt fundamentalplan. Den första, och till en väsentlig del äfven den andra paragrafen i denna afhandling kommer att behandla förändringarna af banplanets läge med hänseende till fundamentalplanet.

---

§ IX. Fundamentaleqvationer, hvilka bestämma den störda kroppens rörelse med hänseende till ett fast koordinatsystem.

70.

Det fundamentalplan, till hvilket den störda kroppens rörelse blifvit hänförd i föregående afdelningar af detta arbete, är icke oföränderligt i rymden eller öfver hufvud till sitt läge bekant, då detsamma bestämmes af tangenten till sjelfva banan och af radius vektor; vi gå nu att söka de relationer, hvilka angifva detta plans läge med hänseende till ett bekant koordinatsystem, hvilket vi anse såsom fast, eller hvars rörelser vi åtminstone känna. Utgångspunkten är här densamma, från hvilken HANSEN begynte sina undersökningar i störingstheorien: och redan LAGRANGE separerade bestämningen af rörelsen i banan från de undersökningar, hvilka afsågo banans rörelse relativt till ett fast koordinatsystem. De relationer, som här komma att anföras, återfinner man derföre till en del i nämnde författares skrifter; dock kommer jag att använda en differentialeqvation för bestämmandet af den störda kroppens bredd öfver det fasta fundamentalplanet, hvilken icke är identisk med någon, som förut blifvit begagnad, och måste derför anföra hela den till densamma ledande analysen.

Den omnämnda separationen är icke så fullständig, som man kunde förmoda på grund af HANSENS uttalanden angående denna punkt. I uttrycken för störingsfunktionens partiela derivator, hvilka ingå i fundamentallikheterna för koordinaterna i banan, förekomma nämligen termer, der koefficienterna innehålla den störande massan och qvadraten af den ömsesidiga lutningen såsom faktorer. Denna lutning är emellertid sjelf underkastad förändringar och likaså nodens längd, hvilken förekommer i dessa termers argument. Så vidt jag kan se, erhåller man dock konvergenta approximationer, om man till en början bortlemnar dessa termer, eller om man använder ett konstant värde för lutningen. Det är under denna förutsättning efterföljande utvecklingar komma att användas.

Det fasta fundamentalplanet tänka vi oss gående genom centralkroppen, men i allmänhet icke genom den störda kroppen; de till detta system hänförda koordinaterna för sist-

nämnda beteckna vi nu med x, y, z; och likaså de till samma system hänförda koordinaterna för den störande kroppen med x', y' och z'. De tre bekanta, rörelsen bestämmande eqvationer äro då:

$$
\text{(I)} \quad \begin{cases} \dfrac{d^2 x}{dt^2} + \dfrac{\mu_1 x}{r^3} = \dfrac{\partial (\Omega)}{\partial x} \\[2ex] \dfrac{d^2 y}{dt^2} + \dfrac{\mu_1 y}{r^3} = \dfrac{\partial (\Omega)}{\partial y} \\[2ex] \dfrac{d^2 z}{dt^2} + \dfrac{\mu_1 z}{r^3} = \dfrac{\partial (\Omega)}{\partial z}, \end{cases}
$$

der, i öfverensstämmelse med förut begagnade symboler, man betecknat

$$
(\Omega) = \mu' \left\{ \frac{1}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}} - \frac{xx' + yy' + zz'}{r'^3} \right\}
$$

Betecknas vidare koordinaterna i planet, som sammanfaller med radius-vektor, med ξ, η, så måste, alldenstund ζ-koordinaten är lika med noll, och detta plan äfven går genom centralkroppen, relationer af följande form ega rum emellan koordinaterna i de båda systemen:

$$
\text{(II)} \quad \begin{cases} x = \alpha \xi + \beta \eta \\ y = \alpha_1 \xi + \beta_1 \eta \\ z = \alpha_2 \xi + \beta_2 \eta; \end{cases}
$$

eller omvändt:

$$
\text{(III)} \quad \begin{cases} \xi = \alpha x + \alpha_1 y + \alpha_2 z \\ \eta = \beta x + \beta_1 y + \beta_2 z \\ o = \gamma x + \gamma_1 y + \gamma_2 z \end{cases}
$$

Emellan de nio koefficienterna, hvilkas geometriska betydelse är väl bekant, förefinnes dessa relationer:

$$
\alpha^2 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2 = 1
$$

$$
\beta^2 + \beta_1^2 + \beta_2^2 = 1
$$

$$
\gamma^2 + \gamma_1^2 + \gamma_2^2 = 1
$$

$$\alpha\beta + \alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \beta_2 = 0$$

$$\alpha\gamma + \alpha_1 \gamma_1 + \alpha_2 \gamma_2 = 0$$

$$\beta\gamma + \beta_1 \gamma_1 + \beta_2 \gamma_2 = 0,$$

eller omvändt:

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$$

$$\alpha_1^2 + \beta_1^2 + \gamma_1^2 = 1$$

$$\alpha_2^2 + \beta_2^2 + \gamma_2^2 = 1$$

$$\alpha\alpha_1 + \beta\beta_1 + \gamma\gamma_1 = 0$$

$$\alpha\alpha_2 + \beta\beta_2 + \gamma\gamma_2 = 0$$

$$\alpha_1 \alpha_2 + \beta_1 \beta_2 + \gamma_1 \gamma_2 = 0$$

71.

Den tredje af relationerna (III) utgör eqvationen för ett plan, i hvilket kroppens radius-vektor har sin riktning; för att detta plan äfven må sammanfalla med tangenten till banan i punkten x, y, z, måste derjemte likheten

$$0 = \gamma\, dx + \gamma_1\, dy + \gamma_2\, dz$$

ega bestånd, hvaraf vidare följer

$$0 = xd\gamma + yd\gamma_1 + zd\gamma_2$$

Genom denna likhet i förening med den tredje af likheterna (III) är läget af $\xi\eta$-planet relativt till det fasta koordinatsystemet fullständigt bestämdt. Men vi kunna fastställa ännu ett vilkor, hvilket har afseende på riktningen af ξ-axeln i det rörliga planet. LAGRANGE fastställer detta vilkor så att denna axel sammanfaller med den oskulerande ellipsens stora axel; HANSEN åter fastställer denna bestämning medelst vilkorseqvationen

(IV) $$0 = \beta d\alpha + \beta_1\, d\alpha_1 + \beta_2\, d\alpha_2$$

eller, hvilket är detsamma, medelst likheten

(IV$_*$) $$0 = \alpha d\beta + \alpha_1\, d\beta_1 + \alpha_2\, d\beta_2$$

och denna bestämning skola vi i det följande bibehålla.

Vi skola nu först och främst visa, att på grund af de faststälda vilkoren likheterna

$$(V)\qquad \begin{cases} 0 = xd\alpha + yd\alpha_1 + zd\alpha_2 \\ 0 = xd\beta + yd\beta_1 + zd\beta_2 \\ 0 = xd\gamma + yd\gamma_1 + zd\gamma_2 \end{cases}$$

nödvändigt ega bestånd.

Riktigheten af den sista af dessa relationer hafva vi redan förutsatt, och behöfva således endast bevisa densamma för de båda förstnämnda; härtill insätta vi värdena för x, y, z, tagna ur likheterna (II); vi finna då

$$0 = \xi\,(\alpha d\alpha + \alpha_1\, d\alpha_1 + \alpha_2\, d\alpha_2) + \eta\,(\beta d\alpha + \beta_1\, d\alpha_1 + \beta_2\, d\alpha_2)$$

$$0 = \xi\,(\alpha d\beta + \alpha_1\, d\beta_1 + \alpha_2\, d\beta_2) + \eta\,(\beta d\beta + \beta_1\, d\beta_1 + \beta_2\, d\beta_2);$$

och att dessa likheter äro identiska, inses dels på grund af vilkoret (IV) eller (IV_*), dels på grund deraf att likheterna

$$\alpha d\alpha + \alpha_1\, d\alpha_1 + \alpha_2\, d\alpha_2 = 0$$

$$\beta d\beta + \beta_1\, d\beta_1 + \beta_2\, d\beta_2 = 0$$

alltid ega bestånd.

Då de sist anförda relationerna kombineras med likheterna (IV) och (IV*) erhålles:

$$0 = (\alpha\beta_1 - \beta\alpha_1)\; d\beta \quad + (\alpha_2\,\beta_1 - \beta_2\,\alpha_1)\; d\beta_2$$

$$0 = (\alpha_1\,\beta - \beta_1\,\alpha)\; d\beta_1 + (\alpha_2\,\beta - \beta_2\,\alpha)\; d\beta_2$$

$$0 = (\alpha_1\,\beta - \beta_1\,\alpha)\; d\alpha\; - (\alpha_2\,\beta_1 - \beta_2\,\alpha_1)\; d\alpha_2$$

$$0 = (\alpha\beta_1 - \alpha_1\,\beta)\; d\alpha_1\; - (\alpha_2\,\beta - \beta_2\,\alpha)\; d\alpha_2$$

Med stöd af de bekanta relationerna

$$\frac{\alpha\beta_1 - \beta\alpha_1}{\alpha_2\,\beta_1 - \beta_2\,\alpha_1} = -\frac{\gamma_2}{\gamma}$$

$$\frac{\alpha_1\,\beta - \beta_1\,\alpha}{\alpha_2\,\beta - \beta_2\,\alpha} = -\frac{\gamma_2}{\gamma_1},$$

hvilkas riktighet för öfrigt nästan omedelbart inses, öfvergå de anförda likheterna i följande

$$(VI)\qquad \begin{cases} d\beta = \dfrac{\gamma}{\gamma_2}\; d\beta_2 \\[2ex] d\beta_1 = \dfrac{\gamma_1}{\gamma_2}\; d\beta_2 \end{cases}$$

$$\text{(VI)} \quad \begin{cases} d\alpha = \dfrac{\gamma}{\gamma_2}\, d\alpha_2 \\[2ex] d\alpha_1 = \dfrac{\gamma_1}{\gamma_2}\, d\alpha_2 \end{cases}$$

I alla de fall, då den ömsesidiga lutningen är att anses såsom en liten qvantitet af första ordningen, äro äfven förhållandena $\frac{\gamma}{\gamma_2}$ och $\frac{\gamma_1}{\gamma_2}$ qvantiteter af denna ordning. Differentialerna $d\alpha_2$ och $d\beta_2$ äro äfven multiplicerade med faktorer af samma ordning, så att förändringarna af α, α_1, β och β_1 måste anses såsom qvantiteter af andra ordningen. Dessa förändringar äro äfven i allmänhet multiplicerade med den störande massan, men då någon term förlorar denna faktor, är densamma multiplicerad med en qvantitet af excentriciteternas storleksordning. De elementära termerna i uttrycken för α, α_1, β och β_1 äro derföre af en högre storleksordning än de elementära termerna i uttrycket för radius-vektor i den absoluta banan.

72.

Genom att differentiera likheterna (III) erhålles, under beaktande af vilkorseqvationerna (V), följande relationer

$$d\xi = \alpha dx + \alpha_1\, dy + \alpha_2\, dz$$
$$d\eta = \beta dx + \beta_1\, dy + \beta_2\, dz$$
$$0 = \gamma dx + \gamma_1\, dy + \gamma_2\, dz,$$

men af dessa innebär den sista tydligen ingenting annat än det ursprungligen faststälda vilkoret i afseende på banans läge. Dessa relationer gifva oss vidare

$$dx = \alpha d\xi \;\; + \beta d\eta$$
$$dy = \alpha_1\, d\xi + \beta_1\, d\eta$$
$$dz = \alpha_2\, d\xi + \beta_2\, d\eta;$$

och om dessa värden jemföras med de fullständiga differentialerna till likheterna (II),' visar sig att äfven följande relationer måste ega rum:

$$\text{(VII)} \quad \begin{cases} 0 = \xi d\alpha \;\; + \eta d\beta \\ 0 = \xi d\alpha_1 + \eta d\beta_1 \\ 0 = \xi d\alpha_2 + \eta d\beta_2 \end{cases}$$

Tydligen innebära dessa relationer samma vilkor som likheterna (V).

73.

Vi differentiera de sist anförda uttrycken för dx, dy och dz, samt erhålla:

$$d^2 x = \alpha d^2 \xi + \beta d^2 \eta + d\alpha d\xi + d\beta d\eta$$

$$d^2 y = \alpha_1 d^2 \xi + \beta_1 d^2 \eta + d\alpha_1 d\xi + d\beta_1 d\eta$$

$$d^2 z = \alpha_2 d^2 \xi + \beta_1 d^2 \eta + d\alpha_2 d\xi + d\beta_2 d\eta$$

Dessa värden insätta vi i likheterna (I), samt begagna oss derjemte af de lätt funna uttrycken

$$\text{(VIII)} \quad \begin{cases} \dfrac{\partial(\Omega)}{\partial x} = \alpha \dfrac{\partial(\Omega)}{\partial \xi} + \beta \dfrac{\partial(\Omega)}{\partial \eta} + \gamma \dfrac{\partial(\Omega)}{\partial \zeta} \\ \dfrac{\partial(\Omega)}{\partial y} = \alpha_1 \dfrac{\partial(\Omega)}{\partial \xi} + \beta_1 \dfrac{\partial(\Omega)}{\partial \eta} + \gamma_1 \dfrac{\partial(\Omega)}{\partial \zeta} \\ \dfrac{\partial(\Omega)}{\partial z} = \alpha_2 \dfrac{\partial(\Omega)}{\partial \xi} + \beta_2 \dfrac{\partial(\Omega)}{\partial \eta} + \gamma_2 \dfrac{\partial(\Omega)}{\partial \zeta}, \end{cases}$$

der den partiela derivatan i afseende på ζ anses vara bildad på så sätt, att man, efter att hafva uttryckt x, y, z medelst ξ, η och

$$\zeta = \gamma x + \gamma_1 y + \gamma_2 z,$$

sätter $\zeta = 0$ sedan differentiationen blifvit utförd.

Medelst denna substitution erhåller man först och främst

$$\text{(IX)} \quad \begin{cases} \dfrac{d^2 \xi}{dt^2} + \dfrac{\mu_1 \xi}{r^3} = \dfrac{\partial(\Omega)}{\partial \xi} \\ \dfrac{d^2 \eta}{dt^2} + \dfrac{\mu_1 \eta}{r^3} = \dfrac{\partial(\Omega)}{\partial \eta} \end{cases}$$

samt dessutom, med hänseende till likheterna (VI),

$$\text{(X)} \quad \frac{d\alpha_2}{dt}\frac{d\xi}{dt} + \frac{d\beta_2}{dt}\frac{d\eta}{dt} = \gamma_2 \frac{\partial(\Omega)}{\partial \zeta}$$

Eqvationerna (IX) äro desamma, som i de föregående afhandlingarna legat till grund för våra undersökningar, ehuru vi

förut med x och y betecknat de koordinater, som nu angifvas medelst ξ och η. Vi hafva således nu

$$\xi = r \cos v; \; \eta = r \sin v$$

$$\xi \frac{d\eta}{dt} - \eta \frac{d\xi}{dt} = r^2 \frac{dv}{dt} = \sqrt{c}$$

Härmed befinnes, då den tredje af likheterna (VII) kombineras med likheten (X),

$$\text{(XI)} \qquad \begin{cases} \dfrac{d\alpha_2}{dt} = -\dfrac{\gamma_2}{\sqrt{c}} \, \eta \, \dfrac{\partial\,(\Omega)}{\partial \zeta} \\[2ex] \dfrac{d\beta_2}{dt} = \dfrac{\gamma_2}{\sqrt{c}} \, \xi \, \dfrac{\partial\,(\Omega)}{\partial \zeta} \end{cases}$$

Dessa eqvationer hafva blifvit angifna af HANSEN, och äro en direkt följd af hans definition af de båda koordinatsystemens ömsesidiga läge.

74.

Med σ beteckna vi vinkeln emellan den positiva ξ-axeln och riktningen från origo till den uppstigande noden af $\xi\eta$-planet öfver xy-planet, med θ vinkeln emellan den positiva x-axeln och samma riktning till noden, samt med i lutningen emellan de båda planen. På grund af dessa beteckningar hafva vi följande bekanta formler

$$\alpha = \cos\theta \cos\sigma + \sin\theta \sin\sigma \cos i$$
$$\beta = \cos\theta \sin\sigma - \sin\theta \cos\sigma \cos i$$
$$\gamma = \sin\theta \sin i$$

$$\alpha_1 = \sin\theta \cos\sigma - \cos\theta \sin\sigma \cos i$$
$$\beta_1 = \sin\theta \sin\sigma + \cos\theta \cos\sigma \cos i$$
$$\gamma_1 = -\cos\theta \sin i$$

$$\alpha_2 = -\sin\sigma \sin i$$
$$\beta_2 = \cos\sigma \sin i$$
$$\gamma_2 = \cos i$$

och derjemte kunna vi angifva de fyra koefficienterna α, β, α_1 och β_1 medelst dessa uttryck:

$$
(78)\quad \begin{cases}
\alpha = \cos(\theta - \sigma)\cos\tfrac{1}{2}i^2 + \cos(\theta + \sigma)\sin\tfrac{1}{2}i^2 \\
\beta = -\sin(\theta - \sigma)\cos\tfrac{1}{2}i^2 + \sin(\theta + \sigma)\sin\tfrac{1}{2}i^2 \\
\alpha_1 = \sin(\theta - \sigma)\cos\tfrac{1}{2}i^2 + \sin(\theta + \sigma)\sin\tfrac{1}{2}i^2 \\
\beta_2 = \cos(\theta - \sigma)\cos\tfrac{1}{2}i^2 - \cos(\theta + \sigma)\sin\tfrac{1}{2}i^2
\end{cases}
$$

Medelst differentiation af de föregående formlerna vinner man följande relationer:

$$
\begin{aligned}
d\alpha &= -\beta d\sigma - \alpha_1\, d\theta - \gamma \sin\sigma\, di \\
d\alpha_1 &= -\beta_1\, d\sigma + \alpha d\theta - \gamma_1 \sin\sigma\, di \\
d\alpha_2 &= -\beta_2\, d\sigma \qquad\quad - \gamma_2 \sin\sigma\, di \\[4pt]
d\beta &= \alpha d\sigma - \beta_1\, d\theta + \gamma \cos\sigma\, di \\
d\beta_1 &= \alpha_1\, d\sigma + \beta d\theta + \gamma_1 \cos\sigma\, di \\
d\beta_2 &= \alpha_2\, d\sigma \qquad\quad + \gamma_2 \cos\sigma\, di \\[4pt]
d\gamma &= -\gamma_1\, d\theta + \sin\theta \cos i\, di \\
d\gamma_1 &= +\gamma d\theta - \cos\theta \cos i\, di \\
d\gamma_2 &= \qquad\qquad - \sin i\, di
\end{aligned}
$$

De tre första af dessa uttryck leda med stöd af likheten (IV), till den af HANSEN angifna formeln

$$
\text{(XII)}\qquad d\sigma = \cos i\, d\theta;
$$

och samma relation finner man, på grund af de följande af ofvan anförda differentialformler, ur likheten (IV_*).

I stället för likheterna (XI) erhålles derjemte

$$
-\cos\sigma \sin i\, d\sigma - \sin\sigma \cos i\, di = -\frac{\cos i}{\sqrt{c}}\, \eta\, \frac{\partial(\Omega)}{\partial\zeta}\, dt
$$

$$
-\sin\sigma \sin i\, d\sigma + \cos\sigma \cos i\, di = \frac{\cos i}{\sqrt{c}}\, \xi\, \frac{\partial(\Omega)}{\partial\zeta}\, dt,
$$

hvaraf följer

$$
\text{(XIII)}\quad \begin{cases}
\sin i\, d\sigma = \dfrac{\cos i}{\sqrt{c}}\,(\eta \cos\sigma - \xi \sin\sigma)\,\dfrac{\partial(\Omega)}{\partial\zeta}\, dt \\[10pt]
\qquad di = \dfrac{1}{\sqrt{c}}\,(\xi \cos\sigma + \eta \sin\sigma)\,\dfrac{\partial(\Omega)}{\partial\zeta}\, dt
\end{cases}
$$

eller

$$\sin i \frac{d\sigma}{dt} = \frac{r \cos i}{\sqrt{c}} \sin (v - \sigma) \frac{\partial (\Omega)}{\partial \zeta}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{r}{\sqrt{c}} \cos (v - \sigma) \frac{\partial (\Omega)}{\partial \zeta}$$

Medelst dessa uttryck kunna σ och i härledas, hvarefter man finner θ på grund af formeln (XII). Vi skola emellertid härleda dessa qvantiteter äfven på en annan väg.

75.

Den störda kroppens, till det fasta fundamentalplanet hänförda längd och bredd beteckna vi med l och b; vi hafva då:

$$x = r \cos b \cos l$$
$$y = r \cos b \sin l$$
$$z = r \sin b$$

Genom differentiation af dessa formler finner man

$$dx = \frac{dr}{r} x - r \sin b \cos l\, db - ydl$$

$$dy = \frac{dr}{r} y - r \sin b \sin l\, db + xdl$$

$$dz = \frac{dr}{r} z + r \cos b\, db$$

$$xdy - ydx = r^2 \cos b^2\, dl$$
$$xdz - zdx = r^2 \cos l\, db + r^2 \sin b \cos b \sin l\, dl$$
$$ydz - zdy = r^2 \sin l\, db - r^2 \sin b \cos b \cos l\, dl;$$

vidare finner man, med iakttagande af relationerna

$$\alpha\beta_1 - \alpha_1 \beta = \gamma_2$$
$$\alpha\beta_2 - \alpha_2 \beta = - \gamma_1$$
$$\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1 = \gamma,$$

följande likheter

$$xdy - ydx = \gamma_2 (\xi d\eta - \eta d\xi)$$
$$xdz - zdx = - \gamma_1 (\xi d\eta - \eta d\xi)$$
$$ydz - zdy = \gamma (\zeta d\eta - \eta d\xi)$$

Då nu

$$\xi d\eta - \eta d\xi = r^2\, dv,$$

så finner man ur ofvanstående likheter först och främst relationen

$$\cos\, b^2\, dl = \gamma_2\, dv\,;$$

samt vidare

$$r^2\, db = \cos\, l\, (xdz - zdx) + \sin\, l\, (ydz - zdy)$$

eller

$$db = [- \gamma_1 \cos\, l + \gamma \sin\, l]\, dv$$
$$= \sin\, i \cos\, (l - \theta)\, dv$$

För sin b införa vi nu ett särskildt tecken, i det vi sätta

$$\sin\, b = \mathfrak{z}\,;$$

vi hafva då äfven

$$\mathfrak{z} = \sin\, i \sin\, (v - \sigma)$$

Genom att multiplicera uttrycket för db med cos b finner man

$$d\mathfrak{z} = \sin\, i \cos\, b \cos\, (l - \theta)\, dv\,;$$

men, då man på grund af den sferiska triangel, som bildas af sidorna $l - \theta$, $v - \sigma$ och b, har:

$$\cos\, b \cos\, (l - \theta) = \cos\, (v - \sigma),$$

så öfvergår det föregående uttrycket för $d\mathfrak{z}$ i följande

$$d\mathfrak{z} = \sin\, i \cos\, (v - \sigma)\, dv$$

Vi kunna nu lägga märke till att de tre qvantiteterna r, v och $\mathfrak{z}$ fullständigt bestämma kroppens ort med hänseende till ett fast koordinatsystem. Man finner nämligen lätt, på grund af föregående relationer, att

$$\cos\, b^2 = 1 - \mathfrak{z}^2$$

$$\gamma_2 = \sqrt{1 - \mathfrak{z}^2 - \left(\frac{d\mathfrak{z}}{dv}\right)^2}\,;$$

så att man har

(79) $$l = v + \int \left\{ \frac{\sqrt{1 - \mathfrak{z}^2 - \left(\frac{d\mathfrak{z}}{dv}\right)^2}}{1 - \mathfrak{z}^2} - 1 \right\} dv$$

Den till det fasta planet reducerade längden blifver således bestämd medelst en ren qvadratur, så snart $\mathfrak{z}$ är känd. Desslikes äro äfven de tre vinklarna i, σ och θ bestämda. Man har omedelbart

$$\operatorname{Sin} i = \sqrt{\mathfrak{z}^2 + \left(\frac{d\mathfrak{z}}{dv}\right)^2};$$

vidare finner man

$$-\mathfrak{z} \cos v + \frac{d\mathfrak{z}}{dv} \sin v = \sin i \sin \sigma,$$

hvaraf följer

(80) $$\sin \sigma = \frac{-\mathfrak{z} \cos v + \frac{d\mathfrak{z}}{dv} \sin v}{\sqrt{\mathfrak{z}^2 + \left(\frac{d\mathfrak{z}}{dv}\right)^2}}$$

och likaså finner man

(80_*) $$\cos \sigma = \frac{\mathfrak{z} \sin v + \frac{d\mathfrak{z}}{dv} \cos v}{\sqrt{\mathfrak{z}^2 + \left(\frac{d\mathfrak{z}}{dv}\right)^2}}$$

De båda relationerna

$$\cos b \sin (l - \theta) = \cos i \sin (v - \sigma)$$
$$\cos b \cos (l - \theta) = \cos (v - \sigma)$$

gifva oss slutligen

$$\sin (l - \theta) = \sqrt{\frac{1 - \mathfrak{z}^2 - \left(\frac{d\mathfrak{z}}{dv}\right)^2}{1 - \mathfrak{z}^2}} \sin (v - \sigma)$$

$$\cos (l - \theta) = \sqrt{\frac{1 - \mathfrak{z}^2 - \left(\frac{d\mathfrak{z}}{dv}\right)^2}{1 - \mathfrak{z}^2}} \cos (v - \sigma),$$

i stället för hvilka vi kunna använda den direkta relationen

(81) $$\theta = \sigma + \int \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \mathfrak{z}^2 - \left(\frac{d\mathfrak{z}}{dv}\right)^2}} - 1 \right\} d\sigma,$$

hvilken ögonblickligen framgår ur likheten (XII).

76.

Några uttryck. hvilka i denna afhandling visserligen icke komma till användning, men som dock förtjena att blifva tillvaratagna, skola vi ännu anföra. — På grund af den betydelse, vi tilldelat $\mathfrak{z}$, inse vi genast riktigheten af följande uttryck

$$r\mathfrak{z} = \alpha_2 \xi + \beta_2 \eta$$

$$r\frac{d\mathfrak{z}}{dv} = \beta_2 \xi - \alpha_2 \eta$$

Härmed erhålles:

$$r\alpha_2 = \xi\mathfrak{z} - \eta\frac{d\mathfrak{z}}{dv}$$

$$r\beta_2 = \eta\mathfrak{z} + \mathfrak{z}\frac{d\mathfrak{z}}{dv},$$

hvartill vi kunna foga uttrycket

$$\gamma_2 = \sqrt{1 - \mathfrak{z}_2 - \left(\frac{d\mathfrak{z}}{dv}\right)^2}$$

Genom att addera qvadraterna af de tvenne första af dessa likheter, finna vi äfven

$$\alpha_2^2 + \beta_2^2 = \mathfrak{z}^2 + \left(\frac{d\mathfrak{z}}{dv}\right)^2,$$

hvaraf synes, att likheten

$$\alpha_2^2 + \beta_2^2 + \gamma_2^2 = 1$$

af ofvanstående värden blifver identifierad.

Analoga uttryck kunna vi äfven uppställa för qvantiteterna γ och γ_1; dessa förete dock den olikhet, att koordinaterna x och y intaga den plats, der ξ och η i de föregående förekomma.

Den tredje af likheterna (III) gifver oss

$$\gamma_2 r\mathfrak{z} = -\gamma x - \gamma_1 y$$

och en annan relation emellan x och y finna vi genom att multiplicera likheten

$$\cos b \cos (l - \theta) = \cos (v - \sigma)$$

med $r \sin i$. Resultaten af denna operation ger oss

$$r\frac{d\mathfrak{z}}{dv} = \gamma y - \gamma_1 x$$

$$= \beta_2 \xi - \alpha_2 \eta$$

Erinras nu att

$$x^2 + y^2 = r^2 - z^2 = r^2 (1 - \mathfrak{z}^2),$$

så finner man

$$r\gamma (1 - \mathfrak{z}^2) = - \gamma_2 x\mathfrak{z} + y \frac{d\mathfrak{z}}{dv}$$

$$r\gamma_1 (1 - \mathfrak{z}^2) = - \gamma_2 y\mathfrak{z} - x \frac{d\mathfrak{z}}{dv}$$

Summan af dessa likheters qvadrater gifver oss

$$\gamma^2 + \gamma_1^2 = \mathfrak{z}^2 + \left(\frac{d\mathfrak{z}}{dv}\right)^2,$$

ett resultat, som verifierar vilkoret

$$\gamma^2 + \gamma_1^2 + \gamma_2^2 = 1$$

Uttryckes x och y medelst ξ och η, så finna vi ur de föregående relationerna de följande

$$r (1 - \mathfrak{z}^2) \gamma = - \gamma^2 (\alpha\xi - \beta\eta) \mathfrak{z} + (\alpha_1 \xi + \beta_1 \eta) \frac{d\mathfrak{z}}{dv}$$

$$r (1 - \mathfrak{z}^2) \gamma_1 = - \gamma_2 (\alpha_1 \xi + \beta_1 \eta) \mathfrak{z} - (\alpha\xi + \beta\eta) \frac{d\mathfrak{z}}{dv}$$

Vidare anför jag några relationer, hvilka följa ur de kända formlerna

$$\gamma\alpha_1 - \gamma_1 \alpha = \beta_2$$

$$\gamma\beta_1 - \gamma_1 \beta = - \alpha_2$$

$$\gamma\alpha + \gamma_1 \alpha_1 = - \gamma_2 \alpha_2$$

$$\gamma\beta + \gamma_1 \beta_1 = - \gamma_2 \beta_2$$

Man finner ur dessa omedelbart

$$(\gamma^2 + \gamma_1^2)\ \alpha = - \gamma_1 \beta_2 - \gamma\gamma_2 \alpha_2$$

$$(\gamma^2 + \gamma_1^2)\ \alpha_1 = \gamma\beta_2 - \gamma_1 \gamma_2 \alpha_2$$

$$(\gamma^2 + \gamma_1^2)\ \beta = \gamma_1 \alpha_2 - \gamma\gamma_2 \beta_2$$

$$(\gamma^2 + \gamma_1^2)\ \beta_1 = - \gamma\alpha_2 - \gamma_1 \gamma_2 \beta_2$$

och genom att här insätta de ofvan angifna värdena för α_2 och β_2 erhåller man

$$r\,(\gamma^2 + \gamma_1^2)\,\alpha = -(\gamma_1\,\eta + \gamma\gamma_2\,\xi)\,\mathfrak{z} - (\gamma_1\,\xi - \gamma\gamma_2\,\eta)\,\frac{d\mathfrak{z}}{dv}$$

$$r\,(\gamma^2 + \gamma_1^2)\,\alpha_1 = \quad (\gamma\eta - \gamma_1\gamma_2\,\xi)\,\mathfrak{z} + (\gamma\xi + \gamma_1\gamma_2\,\eta)\,\frac{d\mathfrak{z}}{dv}$$

$$r\,(\gamma^2 + \gamma_1^2)\,\beta = \quad (\gamma_1\,\xi - \gamma\gamma_2\,\eta)\,\mathfrak{z} - (\gamma_1\,\eta + \gamma\gamma_2\,\xi)\,\frac{d\mathfrak{z}}{dv}$$

$$r\,(\gamma^2 + \gamma_1^2)\,\beta_1 = -(\gamma\xi + \gamma_1\gamma_2\,\eta)\,\mathfrak{z} + (\gamma\eta - \gamma_1\gamma_2\,\xi)\,\frac{d\mathfrak{z}}{dv}$$

Slutligen skall jag ur de tvenne likheterna (XI) härleda en tredje genom att multiplicera den första af desamma med α_2, den andra med β_2 samt addera produkterna. Erinras nu att

$$\alpha_2\,d\alpha_2 + \beta_2\,d\beta_2 = -\gamma_2\,d\gamma_2,$$

så inses att

$$-\frac{d\gamma_2}{dt} = \frac{1}{\sqrt{c}}\,(-\alpha_2\,\eta + \beta_2\,\xi)\,\frac{\partial\,(\Omega)}{\partial\zeta}:$$

men, emedan

$$-\alpha_2\,\eta + \beta_2\,\xi = r\,\frac{d\mathfrak{z}}{dv},$$

så har man

$$\text{(XIV)} \qquad \frac{d\gamma_2}{dt} = -\frac{r}{\sqrt{c}}\,\frac{d\mathfrak{z}}{dv}\,\frac{\partial\,(\Omega)}{\partial\zeta}$$

77.

Funktionen $\mathfrak{z}$, hvaraf alla de qvantiteter bero, som tjena till att bestämma banplanets instantana läge relativt till ett fast koordinatsystem, finner man genom att integrera en differentialeqvation af andra ordningen. Denna differentialeqvation gå vi nu att söka.

I den tredje af likheterna (I) insätta vi

$$z = r\mathfrak{z},\quad \frac{d^2 z}{dt^2} = r\,\frac{d^2\mathfrak{z}}{dt^2} + 2\,\frac{dr}{dt}\,\frac{d\mathfrak{z}}{dt} + \mathfrak{z}\,\frac{d^2 r}{dt^2}:$$

vi erhålla då

$$r\,\frac{d^2\mathfrak{z}}{dt^2} + 2\,\frac{dr}{dt}\,\frac{d\mathfrak{z}}{dt} + \left(\frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{\mu_1}{r^2}\right)\mathfrak{z} = \frac{\partial\,(\Omega)}{\partial z} = \frac{c_0}{r^3}\,U$$

der vi betecknat

$$U = \frac{r^3}{c_0} \frac{\partial (\Omega)}{\partial z} \tag{82}$$

I stället för t införa vi den deraf beroende variabeln z, som definierades medelst likheten (57). Vi hafva då

$$r \frac{d\mathfrak{z}}{dt} = \frac{1}{1 + \mathfrak{Z}} r \frac{d\mathfrak{z}}{dz}$$

$$r \frac{d^2 \mathfrak{z}}{dt^2} = \frac{r}{(1 + \mathfrak{Z})^2} \frac{d^2 \mathfrak{z}}{dz^2} - \frac{r}{(1 + \mathfrak{Z})^3} \frac{d\mathfrak{Z}}{dz} \frac{d\mathfrak{z}}{dz}$$

Vidare ersätta vi variabeln z medelst v_0, i det vi erinra oss relationen

$$\frac{dv_0}{dz} = \frac{\sqrt{c_1}}{r^2} (1 + \mathfrak{Z})$$

Härmed erhålles

$$\frac{d\mathfrak{z}}{dz} = \frac{\sqrt{c_1}}{r^2} (1 + \mathfrak{Z}) \frac{d\mathfrak{z}}{dv_0}$$

$$\frac{d^2 \mathfrak{z}}{dz^2} = \frac{c_1}{r^4} (1 + \mathfrak{Z})^2 \frac{d^2 \mathfrak{z}}{dv_0^2} + \frac{\sqrt{c_1}}{r^4} (1 + \mathfrak{Z})^2 \frac{d\sqrt{c_1}}{dv_0} \frac{d\mathfrak{z}}{dv_0}$$

$$- 2 \frac{c_1}{r^5} (1 + \mathfrak{Z})^2 \frac{dr}{dv_0} \frac{d\mathfrak{z}}{dv_0} + \frac{c_1}{r^4} (1 + \mathfrak{Z}) \frac{d\mathfrak{Z}}{dv_0} \frac{d\mathfrak{z}}{dv_0};$$

och då dessa värden insättas i de föregående relationerna befinnes

$$r \frac{d^2 \mathfrak{z}}{dt^2} = \frac{c_1}{r^3} \frac{d^2 \mathfrak{z}}{dv_0^2} + \frac{\sqrt{c_1}}{r^3} \frac{d\sqrt{c_1}}{dv_0} \frac{d\mathfrak{z}}{dv_0} - 2 \frac{c_1}{r^4} \frac{dr}{dv_0} \frac{d\mathfrak{z}}{dv_0}$$

$$2 \frac{dr}{dt} \frac{d\mathfrak{z}}{dt} = 2 \frac{c_1}{r^4} \frac{dr}{dv_0} \frac{d\mathfrak{z}}{dv_0},$$

hvilka resultat man för öfrigt hade kunnat härleda direkt, utan att behöfva genomföra transformationen till variabeln z.

Härefter erhålles

$$\frac{d^2 \mathfrak{z}}{dv_0^2} + \tfrac{1}{2} \frac{d \log c_1}{dv_0} \frac{d\mathfrak{z}}{dv_0} + \frac{r^3}{c_1} \left(\frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{\mu_1}{r^2} \right) \mathfrak{z} = \frac{c_0}{c_1} U.$$

en likhet, som emellertid ännu kan förenklas med stöd af formeln

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{n_1}{r^2} = r\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \frac{\partial(\Omega)}{\partial r}$$

Insättes här

$$v = v_0 + \chi\,,$$

så befinnes

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{n_1}{r^2} = r\left(\frac{dv_0}{dt}\right)^2 + 2r\left(\frac{dv_0}{dt}\right)^2 \frac{d\chi}{dv_0} + r\left(\frac{dv_0}{dt}\right)^2\left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2 + \frac{\partial(\Omega)}{\partial r}$$

$$= \frac{c_1}{r^3} + 2\,\frac{c_1}{r^3}\,\frac{d\chi}{dv_0} + \frac{c_1}{r^3}\left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2 + \frac{\partial(\Omega)}{\partial r}$$

och man erhåller:

$$(83)\quad \frac{d^2\zeta}{dv_0^2} + \frac{1}{2}\,\frac{d\log c_1}{dv_0}\,\frac{d\zeta}{dv_0} + \left[1 + 2\frac{d\chi}{dv_0} + \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2 + \frac{r^3}{c_1}\,\frac{\partial(\Omega)}{\partial r}\right]\zeta = \frac{c_0}{c_1}\,U$$

Härmed hafva vi uppstält den fundamentalequation, genom hvars integration ζ bestämmes. I densamma blifva vi likväl i tillfälle att sammandraga vissa termer, sedan den analytiska beskaffenheten af funktionen U blifvit uppvisad. Undersökningarna i afseende på denna punkt uppskjutes till nästa paragraf.

§ X. Ytterligare om störingsfunktionen och dess partiella derivator.

78.

Såsom man lätt inser, är störingsfunktionen fullkomligt oberoende af det använda koordinatsystemets beskaffenhet, enär de i denna funktion förekommande qvantiteter uteslutande bero af de ömsesidiga afstånden samt af vinklarna, hvilka dessa afstånds riktningar bilda med hvarandra. Dette framgår omedelbart deraf att

$$xx' + yy' + zz' = rr'\cos H\,,$$

der H betecknar vinkeln emellan r och r'; vi kunna derföre i stället för formen:

$$(A)\quad (\Omega) = \mu'\left\{\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}} - \frac{xx'+yy'+zz'}{r'^3}\right\}$$

använda formen:

$$(B)\qquad (\Omega) = \mu'\left\{\frac{1}{\sqrt{r^2+r'^2-2rr'\cos H}} - \frac{r\cos H}{r'^2}\right\};$$

och beteckna vi med $x_1, y_1, z_1, x'_1, y'_1, z'_1$ de båda kropparnas till något annat rättvinkligt system hänförda koordinater, så är tydligen äfven:

$$(C)(\Omega) = \mu'\left\{\frac{1}{\sqrt{(x_1-x'_1)^2+(y_1-y'_1)^2+(z_1-z'_1)^2}} - \frac{x_1x'_1+y_1y'_1+z_1z'_1}{r'^3}\right\}$$

Vi låta nu detta koordinatsystem så till vida sammanfalla med det i föregående paragraf definierade ξ, ζ-systemet, att vi antaga

$$z_1 = \zeta = 0,$$

ehuru vi först efter de partiella differentiationerna införa detta värde; men vi låta den positiva x_1-axeln vara riktad mot den uppstigande noden af den störda kroppens bana öfver den störandes. Vinkeln emellan denna riktning och ξ-axeln hafva vi i art. 38 betecknat med II, och denna beteckning använda vi äfven nu, så att relationerna emellan $x_1 y_1$ å ena sidan samt ξ, η å den andra blifva de följande:

$$x_1 = \xi\cos II - \eta\sin II$$

$$y_1 = \eta\cos II + \xi\sin II;$$

och då vi dessutom med II' beteckna vinkeln emellan nyss nämnda nod och den riktning, från hvilken v' räknas, samt lutningen emellan de båda banornas plan med J, så inses lätt riktigheten af följande relationer:

$$x'_1 = r'\cos(v' + II')$$

$$y'_1 = r'\cos J\sin(v' + II')$$

$$z'_1 = -r'\sin J\sin(v' + II')$$

För den störande kroppens koordinater, hänförda till $\xi\eta\zeta$-systemet hafva vi åter:

$$\xi' = x'_1 \cos \Pi + y'_1 \sin \Pi$$
$$\eta' = y'_1 \cos \Pi - x'_1 \sin \Pi$$
$$\zeta' = z'_1$$

Med stöd af dessa uttryck finner man lätt:

$$\begin{aligned} \xi\xi' + \eta\eta' &= x_1 x'_1 + y_1 y'_1 \\ &= rr' \left\{\cos (v + \Pi) \cos (v' + \Pi') \right. \\ &\qquad \left. + \sin (v + \Pi) \sin (v' + \Pi') \cos J\right\} \\ &= rr' \left\{\cos \tfrac{1}{2}J^2 \cos (v - v' + \Pi - \Pi') \right. \\ &\qquad \left. + \sin \tfrac{1}{2}J^2 \cos (v + v' + \Pi + \Pi')\right\} \end{aligned}$$

och på grund häraf kan man angifva uttrycket för $\cos H$ under följande följande form:

$$\begin{aligned} \cos H = &\left\{\cos \tfrac{1}{2}J^2 \cos (\Pi - \Pi') + \sin \tfrac{1}{2}J^2 \cos (\Pi + \Pi')\right\} \cos v \cos v' \\ &+ \left\{\cos \tfrac{1}{2}J^2 \cos (\Pi - \Pi') - \sin \tfrac{1}{2}J^2 \cos (\Pi + \Pi')\right\} \sin v \sin v' \\ &+ \left\{\cos \tfrac{1}{2}J^2 \sin (\Pi - \Pi') - \sin \tfrac{1}{2}J^2 \sin (\Pi + \Pi')\right\} \cos v \sin v \\ &+ \left\{-\cos \tfrac{1}{2}J^2 \sin (\Pi - \Pi') - \sin \tfrac{1}{2}J^2 \sin (\Pi + \Pi')\right\} \sin v \cos v \end{aligned}$$

79.

Koefficienterna i det sist funna uttrycket för $\cos H$ skola vi äfven angifva på ett annat sätt, eller under den form, LAGRANGE använde för desamma. I analogi med uttrycken

$$x = r (\alpha \cos v + \beta \sin v)$$
$$y = r (\alpha_1 \cos v + \beta_1 \sin v)$$
$$z = r (\alpha_2 \cos v + \beta_2 \sin v)$$

sätta vi:

$$x' = r' (\alpha' \cos v' + \beta' \sin v')$$
$$y' = r' (\alpha'_1 \cos v' + \beta'_1 \sin v')$$
$$z' = r' (\alpha'_2 \cos v' + \beta'_2 \sin v'),$$

der koefficienterna α', β', α'_1, ... tydligen måste vara bildade af de till den störande kroppens bana hörande elementen i'. θ' och σ' på samma sätt som α, β, ... äro bildade af i, θ och σ. Vi hafva således:

$$(84) \quad \begin{cases} \alpha' = \cos \tfrac{1}{2}i'^2 \cos(\theta' - \sigma') + \sin \tfrac{1}{2}i'^2 \cos(\theta' + \sigma') \\ -\beta' = \cos \tfrac{1}{2}i'^2 \sin(\theta' - \sigma') - \sin \tfrac{1}{2}i'^2 \sin(\theta' + \sigma') \\ \alpha'_1 = \cos \tfrac{1}{2}i'^2 \sin(\theta' - \sigma') + \sin \tfrac{1}{2}i'^2 \sin(\theta' + \sigma') \\ \beta'_1 = \cos \tfrac{1}{2}i'^2 \cos(\theta' - \sigma') - \sin \tfrac{1}{2}i'^2 \cos(\theta' + \sigma') \end{cases}$$

Man finner då:

$$\begin{aligned} \cos H = \; & (\alpha \cos v + \beta \sin v)(\alpha' \cos v' + \beta' \sin v') \\ & + (\alpha_1 \cos v + \beta_1 \sin v)(\alpha'_1 \cos v' + \beta'_1 \sin v') \\ & + (\alpha_2 \cos v + \beta_2 \sin v)(\alpha'_2 \cos v' + \beta'_2 \sin v'); \end{aligned}$$

och, om denna formel utvecklas samt om resultatet jemföres med det i den sista artikeln funna uttrycket för $\cos H$, så inses riktigheten af nedanstående likheter, vid hvilka vi dessutom införa beteckningarna A, B_1, B och A_1 för de respektive summorna,

$$(85) \quad \begin{cases} \cos \tfrac{1}{2}J^2 \cos(\Pi - \Pi') + \sin \tfrac{1}{2}J^2 \cos(\Pi + \Pi') \\ \qquad = \alpha\alpha' + \alpha_1\alpha'_1 + \alpha_2\alpha'_2 = A \\ \cos \tfrac{1}{2}J^2 \cos(\Pi - \Pi') - \sin \tfrac{1}{2}J^2 \cos(\Pi + \Pi') \\ \qquad = \beta\beta' + \beta_1\beta'_1 + \beta_2\beta'_2 = B_1 \\ \cos \tfrac{1}{2}J^2 \sin(\Pi - \Pi') - \sin \tfrac{1}{2}J^2 \sin(\Pi + \Pi') \\ \qquad = \alpha\beta' + \alpha_1\beta'_1 + \alpha_2\beta'_2 = B \\ -\cos \tfrac{1}{2}J^2 \sin(\Pi - \Pi') - \sin \tfrac{1}{2}J^2 \sin(\Pi + \Pi') \\ \qquad = \beta\alpha' + \beta_1\alpha'_1 + \beta_2\alpha'_2 = A_1 \end{cases}$$

Det inses utan svårighet, att koefficienterna A, B, A_1 och B_1 omedelbart kunna härledas ur likheterna (78) eller (84).

ur de förra genom att i stället för i, σ och θ skrifva J, $-\Pi$ och $-\Pi'$. Och i sjelfva verket betyda $-\Pi$ och $-\Pi'$ ej något annat än den på den störda och den störande kropparnas banplan projicierade längden af den nod, der der förra planet stiger öfver det senare; dessa vinklar blifva således identiska med σ och θ, då den störande kroppens bana sammanfaller med fundamentalplanet.

På grund af den betydelse koefficienterna A, B, ... erhållit, kunna vi äfven utsätta följande formelsystem, med hvilket vi införlifvat värdena för de tre konstanterna Γ, Γ_1 och Γ_2, analoga med γ, γ_1 och γ_2.

$$
\begin{aligned}
A &= \cos \Pi \cos \Pi' + \sin \Pi \sin \Pi' \cos J \\
B &= -\sin \Pi \cos \Pi' + \cos \Pi \sin \Pi' \cos J \\
\Gamma &= -\sin \Pi' \sin J \\
A_1 &= -\cos \Pi \sin \Pi' + \sin \Pi \cos \Pi' \cos J \\
B_1 &= \sin \Pi \sin \Pi' + \cos \Pi \cos \Pi' \cos J \\
\Gamma_1 &= -\cos \Pi' \sin J \\
A_2 &= \sin \Pi \sin J \\
B_2 &= \cos \Pi \sin J \\
\Gamma_2 &= \cos J
\end{aligned}
$$

Förutom formlerna (85) kunna vi ännu anteckna följande, hvilkas härledning man finner i méc. anal.,

$$
(86) \quad \begin{cases}
\Gamma = \alpha\gamma' + \alpha_1\gamma'_1 + \alpha_2\gamma'_2 \\
\Gamma_1 = \beta\gamma' + \beta_1\gamma'_1 + \beta_2\gamma'_2 \\
A_2 = \gamma\alpha' + \gamma_1\alpha'_1 + \gamma_2\alpha'_2 \\
B_2 = \gamma\beta' + \gamma_1\beta'_1 + \gamma_2\beta'_2 \\
\Gamma_2 = \gamma\gamma' + \gamma_1\gamma'_1 + \gamma_2\gamma'_2
\end{cases}
$$

80.

Ett enklare sätt att beräkna J, Π och Π', än det som erbjuder sig på grund af de i föregående artikel anförda uttryck, finner man genom att betrakta den sferiska triangel, som utskäres af xy-planet, $\xi\eta$-planet, samt det plan, med hvilket den störande kroppens bana sammanfaller. En sida i denna triangel är $\theta - \theta'$; de tvenne öfriga betecknar HANSEN med Φ och Ψ, hvilka beteckningar vi bibehålla; de motstående vinklarna äro J, i' och $180° - i$. De GAUSS'iska formlerna gifva oss

$$(87)\quad \begin{cases} \sin\frac{1}{2}J\sin\frac{1}{2}(\Psi + \Phi) = \sin\frac{1}{2}(\theta - \theta')\sin\frac{1}{2}(i + i') \\ \sin\frac{1}{2}J\cos\frac{1}{2}(\Psi + \Phi) = \cos\frac{1}{2}(\theta - \theta')\sin\frac{1}{2}(i - i') \\ \cos\frac{1}{2}J\sin\frac{1}{2}(\Psi - \Phi) = \sin\frac{1}{2}(\theta - \theta')\cos\frac{1}{2}(i + i') \\ \cos\frac{1}{2}J\cos\frac{1}{2}(\Psi - \Phi) = \cos\frac{1}{2}(\theta - \theta')\cos\frac{1}{2}(i - i') \end{cases}$$

Sedan Ψ och Φ blifvit beräknade, finnas Π och Π', såsom lätt inses, ur följande relationer:

$$\Pi = -\sigma - \Phi; \qquad \Pi' = -\sigma' - \Psi\,^{*)}$$

Äro åter J, Π samt Π' bekanta, så kan man äfven anse Ψ såsom känd, enär σ' likasom i' förutsättas vara gifna; man finner då i, Φ och $\theta - \theta'$ ur formlerna

$$(88)\quad \begin{cases} \sin\frac{1}{2}i\sin\frac{1}{2}(\Phi - (\theta - \theta')) = \sin\frac{1}{2}\Psi\sin\frac{1}{2}(i' - J) \\ \sin\frac{1}{2}i\cos\frac{1}{2}(\Phi - (\theta - \theta')) = \cos\frac{1}{2}\Psi\sin\frac{1}{2}(i' + J) \\ \cos\frac{1}{2}i\sin\frac{1}{2}(\Phi + \theta - \theta') = \sin\frac{1}{2}\Psi\cos\frac{1}{2}(i' - J) \\ \cos\frac{1}{2}i\cos\frac{1}{2}(\Phi + \theta - \theta') = \cos\frac{1}{2}\Psi\cos\frac{1}{2}(i' + J) \end{cases}$$

Förutom de anförda relationerna emellan J, Φ, Ψ och i, i', $\theta - \theta'$ förefinnes flere andra, mer eller mindre användbara; vi anteckna af dessa endast de följande:

*) Beteckningarna Π och Π' hafva här en något annan betydelse än hos HANSEN; hos honom är:

$$\Pi = -\sigma - \Phi + \pi; \quad \Pi' = -\sigma' - \Psi + \pi'$$

$$\sin J \sin \Phi = \sin i' \sin (\theta - \theta')$$

$$\sin J \cos \Phi = \cos i' \sin i - \sin i' \cos i \cos (\theta - \theta')$$

$$\cos J \sin \Psi = \sin \Phi \cos (\theta - \theta') + \cos \Phi \sin (\theta - \theta') \cos i$$

$$\cos J \sin \Phi = \sin \Psi \cos (\theta - \theta') - \cos \Psi \sin (\theta - \theta') \cos i'$$

$$\sin J \cos \Psi = - \cos i \sin i' + \sin i \cos i' \cos (\theta - \theta')$$

$$\sin J \sin \Psi = \sin i \sin (\theta - \theta')$$

$$\sin i' \cos \Psi = - \cos i \sin J + \sin i \cos J \cos \Phi$$

$$\cos i' = \cos i \cos J + \sin i \sin J \cos \Phi$$

81.

I vissa afseenden medför det väsentliga fördelar att låta xy-planet sammanfalla med den störande kroppens banplan Till åtskilnad från andra fundamentalkoordinater beteckna vi dem i detta system med X, Y, Z. Vi hafva då:

$$X = A\xi + B\eta$$

$$Y = A_1\xi + B_1\eta$$

$$Z = A_2\xi + B_2\eta$$

Vidare finna vi ur likheterna (XIII) i föregående paragraf:

$$(89) \qquad - \sin J \frac{d\Pi}{dt} = \frac{r \cos J}{\sqrt{c}} \sin (v + \Pi) \frac{\partial(\Omega)}{\partial \zeta}$$

$$(90) \qquad \frac{dJ}{dt} = \frac{r}{\sqrt{c}} \cos (v + \Pi) \frac{\partial(\Omega)}{\partial \zeta};$$

och, då man derjemte har, i analogi med likh. (XII),

$$d\Pi = \cos J \, d\Pi',$$

$$(91) \qquad - \sin J \frac{d\Pi'}{dt} = \frac{r}{\sqrt{c}} \sin (v + \Pi) \frac{\partial(\Omega)}{\partial \zeta}$$

Derjemte erhållas uttrycken:

$$\mathfrak{z} = \sin J \sin (v + \Pi)$$

$$\frac{d\mathfrak{z}}{dv} = \sin J \cos (v + \Pi)$$

$$\frac{dV_2}{dv} = -\frac{r}{\sqrt{c}} \sin J \cos (v + \Pi) \frac{\partial(\Omega)}{\partial \zeta}$$

Slutligen anför jag uttrycken för de partiella derivatorna af störingsfunktionen i afseende på cos J, Π och Π', hvilka blifva ganska enkla. Under användande af den redan begagnade beteckningen

$$(\varDelta) = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos H}$$

erhåller man med lätthet följande formler:

$$(92) \quad \begin{cases} \dfrac{\partial(\Omega)}{\partial \cos J} = \quad \mu' \left\{ \dfrac{1}{(\varDelta)^3} - \dfrac{1}{r'^3} \right\} rr' \sin (v + \Pi) \sin (v' + \Pi') \\[2ex] \dfrac{\partial(\Omega)}{\partial \Pi} = -\mu' \left\{ \dfrac{1}{(\varDelta)^3} - \dfrac{1}{r'^3} \right\} rr' \{\sin (v + \Pi) \cos (v' + \Pi') \\ \qquad\qquad - \cos (v + \Pi) \sin (v' + \Pi') \cos J\} \\[2ex] \dfrac{\partial(\Omega)}{\partial \Pi'} = -\mu' \left\{ \dfrac{1}{(\varDelta)^3} - \dfrac{1}{r'^3} \right\} rr' \{\cos (v + \Pi) \sin (v' + \Pi') \\ \qquad\qquad - \sin (v + \Pi) \cos (v' + \Pi') \cos J\} \end{cases}$$

82.

Vi vända oss nu till de partiella derivatorna i afseende på z och ζ. Man finner omedelbart, genom att differentiera formeln (A), [art. 78], följande uttryck:

$$(93) \qquad \frac{\partial(\Omega)}{\partial z} = -\frac{\mu' z}{(\varDelta)^3} + \mu' \left\{ \frac{1}{(\varDelta)^3} - \frac{1}{r'^3} \right\} z'$$

Om man här låter z öfvergå i $z_1 = \zeta = 0$, så öfvergår z' i:

$$z'_1 = \zeta' = -r' \sin J \sin (v' + \Pi')$$

En jemförelse emellan dessa uttryck och den första af likheterna (92) visar oss omedelbart, att

$$\sin J \frac{\partial(\Omega)}{\partial \cos J} = - r \sin (v + \Pi) \frac{\partial(\Omega)}{\partial \zeta}$$

En annan likhet af samma slag erhålles på följande sätt. Man adderar den tredje af likheterna (92) till produkten af den andra med cos J. Sålunda befinnes:

$$\cos J \frac{\partial(\Omega)}{\partial \Pi} + \frac{\partial(\Omega)}{\partial \Pi'} = - \mu' \left\{ \frac{1}{(\Delta)^3} - \frac{1}{r'^3} \right\} r r' \sin J^2 \cos (v + \Pi)$$
$$\times \sin (v' + \Pi');$$

eller med hänseende till ofvan anförda uttryck för $\frac{\partial(\Omega)}{\partial \zeta}$,

$$\cos J \frac{\partial(\Omega)}{\partial \Pi} + \frac{\partial(\Omega)}{\partial \Pi'} = r \sin J \cos (v + \Pi) \frac{\partial(\Omega)}{\partial \zeta}$$

Nu är

$$\cos J \frac{\partial(\Omega)}{\partial \Pi} = \frac{\partial(\Omega)}{\partial \Pi} \frac{d\Pi}{d\Pi'};$$

tänker man sig Π såsom en funktion af Π', så kan man derföre sätta:

$$\frac{\partial(\Omega)}{\partial \Pi'} = r \sin J \cos (v + \Pi) \frac{\partial(\Omega)}{\partial \zeta}$$

Härmed erhålles ur likh. (90) och (91) följande system:

$$\sqrt{c} \frac{d \cos J}{dt} = - \frac{\partial(\Omega)}{\partial \Pi'}$$

$$\sqrt{c} \frac{d\Pi'}{dt} = + \frac{\partial(\Omega)}{\partial \cos J}$$

Man skulle på detta system kunna tillämpa det integrationsförfarande, hvaraf DELAUNAY gjort så vidsträckt bruk i sin måntheori; detta förfarande är dock endast i de fall vä-

sentligen fördelaktigt, der förhållandet emellan r och r' alltid är mycket liter. Vi återgå derföre till likheten (83), i hvilken vi skola insätta de uttryck för den der med U betecknade funktionen, som vinnas på grund af nu anförda relationer.

83.

Införes värdet af $\frac{\partial(\Omega)}{\partial z}$ enligt likh. (93) — efter att der hafva insatt $r\mathfrak{z}$ i stället för z — i likheten 82, så befinnes

$$U = -\mu' \frac{r^4}{c_0} \frac{1}{(\Delta)^3} \mathfrak{z} + \mu' \frac{r^3}{c_0} \left\{ \frac{1}{(\Delta)^3} - \frac{1}{r'^3} \right\} z'$$

och härmed erhålles ur likheten (83):

$$\frac{d^2\mathfrak{z}}{dv_0^2} + \frac{1}{2} \frac{d \log c_1}{dv_0} \frac{d\mathfrak{z}}{dv_0} + \left[1 + 2 \frac{d\chi}{dv_0} + \left(\frac{d\chi}{dv_0} \right)^2 + \frac{r^3}{c_1} \left(\frac{\partial(\Omega)}{\partial r} + \frac{\mu' r}{(\Delta)^3} \right) \right] \mathfrak{z}$$

$$= \mu' \frac{r^3}{c_1} \left\{ \frac{1}{(\Delta)^3} - \frac{1}{r'^3} \right\} z'$$

Nu finner man emellertid medelst differentiation i afseende på r följande relation:

$$r \frac{\partial(\Omega)}{\partial r} + \frac{\mu' r^2}{(\Delta)^3} = \mu' \left\{ \frac{1}{(\Delta)^3} - \frac{1}{r'^3} \right\} rr' \cos H,$$

hvarmed man ur den anförda likheten erhåller den följande:

$$(96) \qquad \frac{d^2\mathfrak{z}}{dv_0^2} + \frac{1}{2} \frac{d \log c_1}{dv_0} \frac{d\mathfrak{z}}{dv_0} + \left[1 + 2 \frac{d\chi}{dv_0} + \left(\frac{d\chi}{dv_0} \right)^2 \right.$$

$$\left. + \frac{\mu' r^2}{c_1} \left\{ \frac{1}{(\Delta)^3} - \frac{1}{r'^3} \right\} rr' \cos H \right] \mathfrak{z}$$

$$= \mu' \frac{r^3}{c_1} \left\{ \frac{1}{(\Delta)^3} - \frac{1}{r'^3} \right\} z'$$

Genom att antaga den störande kroppens banplan till fundamentalplan vinner man den väsentliga förenkling, att

högra sidan af denna likhet helt och hållet utgår, enär man i detta fall har

$$z' = 0$$

Väljes fundamentalplanet på annat sätt, så måste det allmänna uttrycket för z' insättas.

Man har

$$z' = \alpha_2 \xi' + \beta_2 \eta' + \gamma_2 \zeta'$$

och införas koordinaterna x'_1, y'_1, z'_1 i stället för ξ', η', ζ', så befinnes

$$z' = -\sin i \sin(\Pi + \sigma)\, x'_1 + \sin i \cos(\Pi + \sigma)\, y'_1 + \cos i\, z'_1 ,$$

hvilket uttryck, med stöd af de värden, som anfördes i artikeln 78, antager formen

$$z' = -r' \sin i \sin(\Pi + \sigma) \cos(v' + \Pi') + r' \sin i \cos J \cos(\Pi + \sigma) \times$$
$$\sin(v' + \Pi') - r' \cos i \sin J \sin (v' + \Pi')$$

eller på grund af den näst sista af de i slutet af art. 80 anförda likheter:

$$z' = -r' \sin i \sin(\Pi + \sigma) \cos(v' + \Pi') + r' \sin i' \cos(\Pi' + \sigma') \times$$
$$\sin(v' + \Pi')$$

Genom att multiplicera detta uttryck med

$$\cos H = \cos(v + \Pi)\cos(v' + \Pi') + \sin(v + \Pi)\sin(v' + \Pi')\cos J$$

erhålles:

$$z' \cos H = -\tfrac{1}{2} r' \sin i \sin(\Pi + \sigma) \cos(v + \Pi) + \tfrac{1}{2} r' \sin i' \cos J$$
$$\times \cos(\Pi' + \sigma') \sin(v + \Pi)$$
$$-\tfrac{1}{2} r' \Big\{\sin i \sin(\Pi + \sigma)\cos(v + \Pi) + \sin i' \cos J$$
$$\times \cos(\Pi' + \sigma')\sin(v + \Pi)\Big\} \cos 2(v' + \Pi')$$
$$-\tfrac{1}{2} r' \Big\{\sin i \sin(\Pi + \sigma)\sin(v + \Pi) - \sin i' \cos J$$
$$\times \cos(\Pi' + \sigma')\cos(v + \Pi)\Big\} \sin 2(v' + \Pi');$$

och det är detta värde, vi skola insätta i likheten (96). Vi förutsätta nämligen, att följande utveckling blifvit verkstäld:

$$\frac{\mu' r^3 r'}{c_1}\left\{\frac{1}{(\varDelta)^3}-\frac{1}{r'^3}\right\}=g\cos H+\mathrm{D}\,,$$

der g betecknar en konstant, som blifvit bestämd sålunda att funktionen D ej innehåller någon term med argumentet H. Ifrågavarande likhet gifver oss nu:

$$\frac{d^2\mathfrak{z}}{dv_0^2}+\tfrac{1}{2}\frac{d\log c_1}{dv_0}\frac{d\mathfrak{z}}{dv_0}+\Big[1+2\frac{d\chi}{dv_0}+\left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2+\tfrac{1}{2}g+\tfrac{1}{2}g\cos 2H$$
$$+\mathrm{D}\cos H\Big]\mathfrak{z}$$
$$=\mathrm{D}z'$$
$$+\tfrac{1}{2}g\left\{\begin{array}{l}-\sin i\sin(\Pi+\sigma)\cos(v+\Pi)+\sin i'\cos J\times\\ \qquad\cos(\Pi'+\sigma')\sin(v+\Pi)\\ -[\sin i\sin(\Pi+\sigma)\cos(v+\Pi)+\sin i'\cos J\times\\ \qquad\cos(\Pi'+\sigma')\sin(v+\Pi)]\cos 2(v'+\Pi')\\ -[\sin i\sin(\Pi+\sigma)\sin(v+\Pi)-\sin i'\cos J\times\\ \qquad\cos(\Pi'+\sigma')\cos(v+\Pi)]\sin 2(v'+\Pi')\end{array}\right\}$$

Detta resultat har emellertid ännu ej den form, som erfordras för att undvika utvecklingar med tvifvelaktig konvergens. För att transformera förestående likhet till en sådan form, företaga vi ytterligare reduktioner, i det vi först och främst begagna oss af den identiska likheten

$$-\sin i\sin(\Pi+\sigma)\cos(v+\Pi)+\sin i'\cos J\cos(\Pi'+\sigma')\sin(v+\Pi)$$
$$=[\sin i\sin\Phi\cos\Phi-\sin i'\cos J\cos\Psi\sin\Phi]\cos(v-\sigma)$$
$$+[\sin i\sin\Phi\sin\Phi+\sin i'\cos J\cos\Psi\cos\Phi]\sin(v-\sigma)\,,$$

der vi, såsom förut, hafva

$$\Phi=-\Pi-\sigma\,;\quad \Psi=-\Pi'-\sigma'$$

Med stöd af den i art. 80 anförda likheten

$$\sin i' \cos \Psi = - \cos i \sin J + \sin i \cos J \cos \Phi$$

finna vi nu

$$- \sin i \sin (\Pi + \sigma) \cos (v + \Pi) + \sin i' \cos J \cos (\Pi' + \sigma') \sin (v + \Pi)$$

$$= [\sin i \sin J^2 \sin \Phi \cos \Phi + \cos i \sin J \cos J \sin \Phi] \cos (v - \sigma)$$

$$+ [\sin i - \sin i \sin J^2 \cos \Phi \cos \Phi - \cos i \sin J \cos J \cos \Phi] \times$$

$$\sin (v - \sigma)$$

Koefficienterna till $\cos (v - \sigma)$ och $\sin (v - \sigma)$ kunna emellertid förenklas med stöd af de i art. 79 angifna relationerna; man finner efter några enkla reduktioner:

$$- \sin i \sin (\Pi + \sigma) \cos (v + \Pi) + \sin i' \cos J \cos (\Pi' + \sigma') \sin (v + \Pi)$$

$$= \sin i' \cos i' \sin (\theta - \theta') \cos (v - \sigma)$$

$$- \sin i' [\sin i \sin i' + \cos i \cos i' \cos (\theta - \theta')] \sin (v - \sigma)$$

$$= \sin i' \cos i' \sin (v + \theta - \sigma - \theta')$$

$$+ \sin i' [\sin i \sin i' - (1 - \cos i) \cos i' \cos (\theta - \theta')] \sin (v - \sigma);$$

och inför man här $\mathfrak{z}$ i stället för $\sin i \sin (v - \sigma)$, så erhålles:

$$- \sin i \sin (\Pi + \sigma) \cos (v + \Pi) + \sin i' \cos J \cos (\Pi' + \sigma') \sin (v + \Pi)$$

$$= \sin i' \cos i' \sin (v + \theta - \sigma - \theta')$$

$$+ \sin i' [\sin i' - \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} i \cos i' \cos (\theta - \theta')] \mathfrak{z}$$

Såsom resultat af den föregående analysen erhålles nu:

$$(98)\qquad \frac{d^2\mathfrak{z}}{dv_0^2} + \tfrac{1}{2}\frac{d\log c_1}{dv_0}\frac{d\mathfrak{z}}{dv_0} + \Bigg[1 + 2\frac{d\chi}{dv_0} + \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2 + \mathrm{D}\cos H$$

$$+ \tfrac{1}{2}g(1 + \cos 2H - \sin i''^2 + \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}i \sin i'' \cos i'' \cos(\theta - \theta'))\Bigg]\mathfrak{z}$$

$$= \mathrm{D}z' + \tfrac{1}{2}\sin i'' \cos i'' \sin(v - \theta' + \theta - \sigma)$$

$$- \tfrac{1}{2}g\,[\sin i \sin(\Pi + \sigma)\cos(v + \Pi) + \sin i' \cos J$$

$$\times \cos(\Pi' + \sigma')\sin(v + \Pi)]\cos 2(v' + \Pi')$$

$$- \tfrac{1}{2}g\,[\sin i \sin(\Pi + \sigma)\sin(v + \Pi) - \sin i' \cos J$$

$$\times \cos(\Pi' + \sigma')\cos(v + \Pi)]\sin 2(v' + \Pi')$$

Denna likhet integreras medelst fortsatta approximationer, dervid de methoder, som vi dels redan framstält, dels komma att framställa, finna sin användning.

84.

Det föreligger oss nu att uppsöka utvecklingen af funktionen

$$\mu'\frac{r^2}{c_1}rr'\left\{\frac{1}{(\Delta)^3} - \frac{1}{r'^3}\right\}$$

hvilken vi i det följande skola beteckna med R. Man finner denna utveckling först och främst omedelbart, genom att differentiera störingsfunktionen i afseende på $\cos H$; det är nämligen:

$$\frac{\partial(\Omega)}{\partial\cos H} = \mu' rr'\left\{\frac{1}{(\Delta)^3} - \frac{1}{r'^3}\right\}$$

Nu har man:

$$\frac{d\cos H}{d\cos H} = 1$$

$$\frac{d\cos 2H}{d\cos H} = 4\cos H$$

$$\frac{d\cos 3H}{d\cos H} = 3 + 6\cos 2H$$

o. s. v.

Med stöd af de utvecklingar, som blifvit meddelade i art. 43 och 44 finner man derföre:

$$
\begin{aligned}
R = & \sum\sum \mathfrak{A}^{(1)}_{s,s'} \varrho^s \varrho^{s'} \\
+ & \sum\sum \mathfrak{A}^{(2)}_{s,s'} \varrho^s \varrho^{s'} 4 \cos H \\
+ & \sum\sum \mathfrak{A}^{(3)}_{s,s'} \varrho^s \varrho^{s'} (3 + 6 \cos 2H) \\
+ & \ldots
\end{aligned}
$$

Denna utvecklingsmethod är emellertid endast då fördelaktig, när förhållandet $\alpha = \frac{a}{a'}$ är väsentligen mindre än $\frac{1}{2}$: för den motsatta händelsen, hvilken oftare förekommer, gå vi att uppsöka ett annat, mer ändamålsenligt förfarande.

I analogi med det i art. 39 använda beteckningarna, sätta vi:

$$
\text{(a)} \qquad \left[\frac{a}{(\Delta)}\right]^m = \left(\frac{a'}{r'}\right)^m C_0^{(m)} + 2\frac{r}{a}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{m+1} C_1^{(m)} \cos H + 2\left(\frac{r}{a}\right)^2 \left(\frac{a'}{r'}\right)^{m+2} C_2^{(m)} \cos 2H + \ldots;
$$

samt beteckna derjemte:

$$
\text{(b)} \qquad r\frac{\partial\left[\frac{a}{(\Delta)}\right]^m}{\partial r} = \left(\frac{a'}{r'}\right)^m E_0^{(m)} + 2\frac{r}{a}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{m+1} E_1^{(m)} \cos H + 2\left(\frac{r}{a}\right)^2 \left(\frac{a'}{r'}\right)^{m+2} E_2^{(m)} \cos 2H + \ldots
$$

Efter differentation af det förra uttrycket i afseende på r finna vi, genom att jemföra det sålunda uppkomna resultatet med det andra, denna relation:

$$
\text{(c)} \qquad E_n^{(m)} = r\frac{\partial C_n^{(m)}}{\partial r} + nC_n^{(m)}
$$

Vid de närmaste utvecklingarna använda vi beteckningen:

$$\lambda = 1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2 \left(\frac{a'}{r'}\right)^2$$

och finna:

$$r\frac{\partial \lambda}{\partial r} = -2\left(\frac{r}{a}\right)^2 \left(\frac{a'}{r'}\right)^2 = -2(1-\lambda)$$

samt

$$r\frac{\partial C_n^{(m)}}{\partial r} = -2(1-\lambda)\frac{dC_n^{(m)}}{d\lambda}$$

Funktionerna $C_n = C_n^{(1)}$ hade vi i art. 39 utvecklat efter potenserna af den qvantitet, vi nu benämnt λ; desslikes skola vi göra med funktionerna $C_n^{(m)}$ och $E_n^{(m)}$, och vi beteckna dervid:

$$\text{(d)} \quad \begin{cases} C_n^{(m)} = \gamma_0^{m.n} - \gamma_1^{m.n}\lambda + \gamma_2^{m.n}\lambda^2 - \ldots \\ E_n^{(m)} = \eta_0^{m.n} - \eta_1^{m.n}\lambda + \gamma_2^{m.n}\eta^2 - \ldots \end{cases}$$

För den händelse att $m = 1$ hafva vi på grund af likheten (b) i art. 39:

$$\gamma_0^{1.n} = \alpha^{n+1}\beta_n^{(1)}$$

$$\gamma_1^{1.n} = \tfrac{1}{2}\alpha^{n+3}\beta_{n+1}^{(3)}$$

$$\gamma_2^{1.n} = \frac{1.3}{2.4}\alpha^{n+5}\beta_{n+2}^{(5)}$$

o. s. v.;

och med stöd af likheterna (c) och (d) erhållas för de motsvarande η-koefficienterna följande uttryck:

$$\eta_0^{1.n} = 2.1\,\gamma_1^{1.n} + n\gamma_0^{1.n}$$

$$\eta_1^{1.n} = 2.2\,\gamma_2^{1.n} + (2.1 + n)\,\gamma_1^{1.n}$$

$$\eta_2^{1.n} = 2.3\,\gamma_3^{1.n} + (2.2 + n)\,\gamma_2^{1.n}$$

o. s. v.

Medelst differentiation af uttrycket

$$\left[\frac{a}{(\varDelta)}\right]^m = \frac{a^m}{\left\{r^2 + r'^2 - 2rr'\cos H\right\}^{\frac{m}{2}}}$$

erhålles:

$$\text{(e)}\qquad r\frac{\partial\left[\frac{a}{(\varDelta)}\right]^m}{\partial r} = -\,ma^m\frac{r^2 - rr'\cos H}{(\varDelta)^{m+2}};$$

och transformeras detta uttryck med stöd af relationen

$$r^2 - rr'\cos H = \tfrac{1}{2}((\varDelta)^2 + r^2 - r'^2)$$

så befinnes:

$$r\frac{\partial\left[\frac{a}{(\varDelta)}\right]^m}{\partial r} = -\,\tfrac{1}{2}m\left[\frac{a}{(\varDelta)}\right]^m + \frac{m}{2\alpha^2}\left(\frac{r'}{a}\right)^2\left(1 - \frac{r^2}{r'^2}\right)\left[\frac{a}{(\varDelta)}\right]^{m+2}$$

eller:

$$\text{(f)}\qquad \left[\frac{a}{(\varDelta)}\right]^{m+2} = \alpha^2\left(\frac{a'}{r'}\right)^2\Big(1 - \alpha^2(1-\lambda)\Big)^{-1}\left\{\left[\frac{a}{(\varDelta)}\right]^m + \frac{2}{m}\,r\frac{\partial\left[\frac{a}{(\varDelta)}\right]^m}{\partial r}\right\}$$

Med stöd af denna likhet erhållas följande relationer:

$$\gamma_0^{3.n} = \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\left[\gamma_0^{1.n} + 2\eta_0^{1.n}\right]$$

$$\gamma_1^{3.n} = \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\left\{\left[\gamma_1^{1.n} + 2\eta_1^{1.n}\right] + \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\left[\gamma_0^{1.n} + 2\eta_0^{1.n}\right]\right\}$$

$$\gamma_2^{3.n} = \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\left\{\left[\gamma_2^{1.n} + 2\eta_2^{1.n}\right] + \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\left[\gamma_1^{1.n} + 2\eta_1^{1.n}\right] + \left(\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\right)^2\left[\gamma_0^{1.n} + 2\eta_0^{1.n}\right]\right\}$$

o. s. v.,

hvilka tydligen kunna ersättas af följande rekursionsformel, der i betecknar ett helt tal:

$$\gamma_i^{3.n} = \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\left[\gamma_i^{1.n} + 2\eta_i^{1.n}\right] + \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\gamma_{i-1}^{3.n}$$

Till att kontrollera de numeriska räkningarnes riktighet kan man dessutom använda formeln:

$$\gamma_0^{3.n} - \gamma_1^{3.n} + \gamma_2^{3.n} - \ldots = \alpha^2\left[\gamma_0^{1.n} - \gamma_1^{1.n} + \gamma_2^{1.n} - \ldots\right] + 2\alpha^2\left[\eta_0^{1.n} - \eta_1^{1.n} + \eta_2^{1.n} - \ldots\right]$$

eller, om ett ändligt antal koefficienter tagas i betraktande,

$$\gamma_0^{3.n} - \gamma_1^{3.n} + \ldots \mp \gamma_{i-1}^{3.n} \pm (1-\alpha^2)\gamma_i^{3.n} = \alpha^2\left[\gamma_0^{1.n} - \gamma_1^{1.n} - \ldots \pm \gamma_i^{1.n}\right] + 2\alpha^2\left[\eta_0^{1.n} - \eta_1^{1.n} + \ldots \pm \eta_i^{1.n}\right]$$

85.

Den funktion, vi i föregående artikel betecknade med λ, kan omedelbart uttryckas medelst ϱ och ϱ'. Härvid begagna vi oss af nedanstående beteckningar. Vi sätta i allmänhet

$$p = 1 - \vartheta; \quad p' = 1 - \vartheta'$$

och i analogi härmed sätta vi:

$$p_0 = 1 - \vartheta_0 ; \quad p'_0 = 1 - \vartheta'_0$$

$$p_1 = 1 - \vartheta_1 ; \quad p'_1 = 1 - \vartheta'_1$$

$$(p) = 1 - (\vartheta) ; \quad (p') = 1 - (\vartheta')$$

Härmed erhålla vi först och främst:

$$\frac{p_1}{p_0} = 1 - \frac{\vartheta_1 - \vartheta_0}{1 - \vartheta_0}$$

$$\frac{p_0}{p_1} = 1 + \frac{\vartheta_1 - \vartheta_0}{1 - \vartheta_1}$$

samt liknande uttryck för öfriga, här ifrågakommande förhållanden.

Såsom i föregående afhandling sätta vi äfven nu:

$$\frac{a}{r} = \frac{1 + \varrho}{p_0} = \frac{1 + [\varrho]}{(p)}$$

och hafva således, på grund af det införda beteckningssättet:

$$\frac{a}{r} = \frac{1 + \varrho}{1 - \vartheta_0} = \frac{1 + [\varrho]}{1 - (\vartheta)}$$

Här hafva vi att insätta:

$$\varrho = \bar{\varrho} + \bar{R}$$

eller

$$[\varrho] = (\varrho) + (R) ,$$

i hvilka likheter funktionerna R och (R) beteckna summor af koordinerade termer, sålunda att r erhåller det värde, som motsvarar den sanna radius-vektor.

Det medför vissa fördelar att i stället för (ϱ) uppsöka en annan funktion $\mathfrak{r}$, hvilken definerades i art. 50. Relationen emellan (ϱ) och $\mathfrak{r}$ befanns vara följande:

$$1 + \mathfrak{r} = \frac{p_1}{(p)}(1 + (\varrho)) ,$$

så att vi nu kunna sätta:

$$1 + \mathfrak{r} = \left[1 + \frac{(\vartheta) - \vartheta_1}{1 - (\vartheta)}\right](1 + (\varrho))$$

Denna relation komma vi längre fram att beteckna äfven på ett annat sätt, i det vi nämligen sätta:

$$\sqrt{\frac{p_1}{(p)}} = 1 + Y\,;$$

den ifrågavarande relationen antager härigenom formen:

$$1 + \mathfrak{r} = (1 + Y)^2 (1 + (\varrho))$$

och man finner:

$$1 + Y = \sqrt{1 + \frac{(\vartheta) - \vartheta_1}{1 - (\vartheta)}}$$

På grund af dessa relationer är det ytterst lätt att förvandla utvecklingar, som fortgå efter potenserna af (ϱ), till sådana, som fortgå efter potenserna af $\mathfrak{r}$ eller omvändt.

Sambandet emellan $\bar{\varrho}$ och $\mathfrak{r}$ inses på grund af likheten

$$\bar{\varrho} = -\left(1 - \frac{p_0}{p_1}\right) + \frac{p_0}{p_1}\mathfrak{r}$$

eller

$$\bar{\varrho} = \Theta + (1 + \Theta)\,\mathfrak{r}$$

der vi med ett särskildt tecken, nämligen med Θ betecknat qvantiteten:

$$\frac{\vartheta_1 - \vartheta_0}{1 - \vartheta_1} = \frac{p_0}{p_1} - 1$$

Med stöd af det faststälda beteckningssättet erhålles nu följande uttryck för λ:

$$\lambda = 1 - \left(\frac{1 - \vartheta_0}{1 + \varrho}\right)^2 \left(\frac{1 + \varrho'}{1 - \vartheta'_0}\right)^2$$

eller

$$\lambda = 1 - \left(\frac{1 - (\vartheta)}{1 + [\varrho]}\right)^2 \left(\frac{1 + [\varrho']}{1 - (\vartheta')}\right)^2$$

Utvecklingarne, som meddelas i nästföljande artiklar antaga samma form, hvilketdera af ofvanstående värden af λ än må användas. Vi skrifva derföre helt enkelt:

$$\text{(g)} \qquad \lambda = 1 - \left(\frac{1 - \vartheta}{1 + \varrho}\right)^2 \left(\frac{1 + \varrho'}{1 - \vartheta'}\right)^2,$$

hvilket värde kan anses omfatta de båda föregående.

86.

Såsom vi på grund af undersökningarna i den föregående afhandlingen veta, äro ϱ och ϱ' qvantiteter af första ordningen i afseende på excentriciteterna, men ϑ och ϑ' af den andra. Vi skola nu, medelst utveckling af potenserna af ϱ och ϱ' framställa λ under formen:

$$(\alpha) \qquad \lambda = \sum \sum L^{(1)}_{s,\, s'} \varrho^s \varrho'^{s'}$$

Man finner, att index s' endast antager värdena 0, 1 och 2, samt att tvenne koefficienter inom hvarje system af 3 s'-värden låta hänföra sig till den tredje. Det är nämligen:

$$L^{(1)}_{s,\, 1} = 2 L^{(1)}_{s,\, 0}$$

$$L^{(1)}_{s,\, 2} = L^{(1)}_{s,\, 0}$$

och slutligen har man:

$$L^{(1)}_{s,\, 0} = -(-1)^s (s + 1) \left(\frac{1 - \vartheta}{1 - \vartheta'}\right)^2$$

För $s = 0$ inträder ett undantag; man har i detta fall:

$$L^{(1)}_{0.0} = (\vartheta - \vartheta') \frac{2 - \vartheta - \vartheta'}{(1 - \vartheta')^2}$$

$$L^{(1)}_{1.0} = 2 \left(\frac{1 - \vartheta}{1 - \vartheta'}\right)^2$$

$$L^{(1)}_{0.1} = - 2 \left(\frac{1 - \vartheta}{1 - \vartheta'}\right)^2$$

$$L^{(1)}_{2.0} = - 3 \left(\frac{1 - \vartheta}{1 - \vartheta'}\right)^2$$

$$L^{(1)}_{1.1} = 4 \left(\frac{1 - \vartheta}{1 - \vartheta'}\right)^2$$

$$L^{(1)}_{0.2} = - \left(\frac{1 - \vartheta}{1 - \vartheta'}\right)^2$$

I öfverensstämmelse med det anförda beteckningssättet uppställa vi vidare denna formel:

$$(\beta) \qquad \lambda^2 = \sum \sum L^{(2)}_{s,s'} \varrho^s \varrho'^{s'}$$

och finna för koefficienterna i densamma följande uttryck

$$L^{(2)}_{0.0} = 1 - 2 \left(\frac{1 - \vartheta}{1 - \vartheta'}\right)^2 + \left(\frac{1 - \vartheta}{1 - \vartheta'}\right)^4 = \left[\frac{(\vartheta - \vartheta')(2 - \vartheta - \vartheta')}{(1 - \vartheta')^2}\right]^2$$

$$L^{(2)}_{s.0} = - (-1)^s\, 2\, (s + 1) \left(\frac{1 - \vartheta}{1 - \vartheta'}\right)^2$$

$$+ (-1)^s \frac{(s + 1)(s + 2)(s + 3)}{1 . 2 . 3} \left(\frac{1 - \vartheta}{1 - \vartheta'}\right)^4$$

$$L^{(2)}_{s.1} = - (-1)^s\, 4\, (s + 1) \left(\frac{1 - \vartheta}{1 - \vartheta'}\right)^2$$

$$+ (-1)^s\, 4\, \frac{(s + 1)(s + 2)(s + 3)}{1 . 2 . 3} \left(\frac{1 - \vartheta}{1 - \vartheta'}\right)^4$$

$$L^{(2)}_{s.2} = - (-1)^s\, 2\, (s + 1) \left(\frac{1 - \vartheta}{1 - \vartheta'}\right)^2$$

$$+ (-1)^s\, 6\, \frac{(s + 1)(s + 2)(s + 3)}{1 . 2 . 3} \left(\frac{1 - \vartheta}{1 - \vartheta'}\right)^4$$

$$L^{(2)}_{s.3} = +(-1)^s \, 4 \, \frac{(s+1)(s+2)(s+3)}{1.2.3} \left(\frac{1-\vartheta}{1-\vartheta'}\right)^4$$

$$L^{(2)}_{s.4} = +(-1)^s \frac{(s+1)(s+2)(s+3)}{1.2.3} \left(\frac{1-\vartheta}{1-\vartheta'}\right)^4$$

Koefficienterna i det allmänna uttrycket

$$(\gamma) \qquad \lambda^i = \sum\sum L^{(i)}_{s,s'} \varrho^s \varrho'^{s'}$$

kunna bildas på samma väg, som de föregående; man erhåller desamma dock enklare genom multiplikation af utvecklingar, som höra till tvenne lägre potenser af λ. På denna väg finner man t. ex.

$$L^{(i)}_{s,s'} = \sum\sum L^{(i-1)}_{g,g'} \; L^{(1)}_{h,h'},$$

der g, g', h och h' beteckna hela tal, samt der summationen bör utsträckas till alla hela tal, som uppfylla vilkoren

$$g + h = s; \; g' + h' = s'$$

Sedan de olika potenserna af λ blifvit uttryckta i den form, vi i föregående artikel angifvit, erhåller man omedelbart uttryck af liknande form för funktionerna $C_n^{(m)}$ och $E_n^{(m)}$. Vi beteckna härvid

$$(\mathbf{h}) \qquad C_n^{(m)} = \sum\sum D^{m,n}_{s,s'} \varrho^s \varrho'^{s'}$$

och finna för koefficienterna nedanstående uttryck

$$(\mathbf{i}) \qquad D^{m.n}_{s.s'} = -\gamma_1^{m.n} L^{(1)}_{s,s'} + \gamma_2^{m.n} L^{(2)}_{s,s'} - \ldots,$$

hvilken formel likväl icke gäller då s och s' samtidigt hafva värdet noll; i denna händelse är

$$D^{m.n}_{0.0} = \gamma_0^{m.n} - \gamma_1^{m.n} L^{(1)}_{0.0} + \gamma_2^{m.n} L^{(2)}_{0.0} - \ldots$$

Fullkomligt analoga formler finner man för funktionerna $E_n^{(m)}$, hvilka ej behöfva utskrifvas.

87.

På grund af det uttryck, vi i artikeln 84 angifvit för R, befinnes äfven:

$$\mathrm{R} = \frac{a^2 a'}{p_0} \frac{\mu'}{\mu_1} \left(\frac{r}{a}\right)^3 \left(\frac{r'}{a'}\right) \left\{\frac{1}{(\varDelta)^3} - \frac{1}{r'^3}\right\}$$

$$= \frac{1}{\alpha p_0} \frac{\mu'}{\mu_1} \left(\frac{r}{a}\right)^3 \left(\frac{r'}{a'}\right) \left\{\left(\frac{a}{(\varDelta)}\right)^3 - \alpha^3 \left(\frac{a'}{r'}\right)^3\right\};$$

och insättes här värdet af $\left(\frac{a}{(\varDelta)}\right)^3$ enligt formeln (a), så erhålles

$$\mathrm{R} = \frac{1}{\alpha p_0} \frac{\mu'}{\mu_1} \left(\frac{r}{a}\right)^3 \left(\frac{a'}{r'}\right)^2 (C_0^{(3)} - \alpha^3) + \frac{2}{\alpha p_0} \frac{\mu'}{\mu} \left(\frac{r}{a}\right)^4 \left(\frac{a'}{r'}\right)^3 C_1^{(3)} \cos H + \ldots$$

$$= \frac{1}{\alpha p_0} \frac{\mu'}{\mu_1} \frac{(1-\vartheta)^3}{(1-\vartheta')^2} \frac{(1+\varrho')^2}{(1+\varrho)^3} \left[C_0^{(3)} - \alpha^3\right]$$

$$+ \frac{2}{\alpha p_0} \frac{\mu'}{\mu_1} \frac{(1-\vartheta)^4}{(1-\vartheta')^3} \frac{(1+\varrho')^3}{(1+\varrho)^4} C_1^{(3)} \cos H$$

$$+ \ldots$$

Om nu koefficienterna utvecklas efter potenserna af ϱ och ϱ', samt värdena af funktionerna $C_0^{(3)}$ insättas, så erhålles ett resultat af formen

$$\text{(100)} \qquad \mathrm{R} = \sum\sum \mathfrak{G}_{s,s'}^{(0)} \varrho^s \varrho'^{s'}$$

$$+ \sum\sum 2\mathfrak{G}_{s,s'}^{(1)} \varrho^s \varrho'^{s'} \cos H$$

$$+ \ldots$$

och för de här förekommande koefficienterna hafva vi följande allmänna uttryck

$$\mathfrak{G}_{s.s'}^{(n)} = \frac{1}{\alpha p_0} \frac{\mu'}{\mu_1} \frac{(1-\vartheta)^{n+3}}{(1-\vartheta')^{n+2}} \sum\sum \mathrm{B}_g^{(-n-3)} \mathrm{B}_{g'}^{(n+2)} \mathrm{D}_{h,h'}^{3.n}$$

I detta beteckna $\mathrm{B}_g^{(-n-3)}$ och $\mathrm{B}_{g'}^{(n+2)}$ binomialkoefficienter i enlighet med uttrycken å pag. 29 af föregående af-

handling, De betecknade summationerna böra utsträckas till alla värden af g, g', h, h', som uppfylla vilkoren

$$g + h = s;\ g' + h' = s'$$

Slutligen bör observeras, att qvantiteten

$$D^{3 \cdot 0}_{0 \cdot 0} - \alpha^2$$

kommer till användning i stället för $D^{3, 0}_{0 \cdot 0}$

Den qvantitet, som i art. 83 blifvit betecknad med g, erhålles genom att uppsöka den konstanta termen i utvecklingen af produkten

$$\frac{c_0}{c_1} \sum \sum \mathfrak{C}^{(1)}_{s, s'} \varrho^s \varrho'^{s'} = (1 + \Theta) \sum \sum \mathfrak{C}^{(1)}_{s, s'} \varrho^s \varrho'^{s'} ;$$

då vi antaga funktionen Θ äfvensom koefficienterna $\mathfrak{C}^{(1)}_{s, s'}$ vara bekanta, så erbjuder ifrågavarande utveckling ej någon svårighet.

Tydligen kunna äfven de koefficienter, hvilka i art. 44 blifvit betecknade med $\mathfrak{A}^{(n)}_{s, s'}$, och $\mathfrak{B}^{(n)}_{s, s'}$ framställas såsom funktioner af koefficienterna $D^{1 \cdot n}_{s, s'}$; de hithörande formlerna erhållas omedelbart och behöfva derföre icke här anföras.

Alla dessa koefficienter, hvilka icke innehålla andra föränderliga än ϑ och ϑ', kunna tydligen utvecklas efter de stigande potenserna af dessa qvantiteter. Vi förbigå här dessa utvecklingar, alldenstund desamma vid förefallande behof ytterst lätt kunna erhållas.

88.

För att vinna en fullständig bestämning af den absoluta banan är det nödvändigt att komplettera de uttryck för koefficienterna $\mathfrak{B}^{(n)}_{s, s'}$, hvilka vi angifvit i artikeln 44. Produkten af vissa koordinerade termer återverkar nämligen såväl på bestämningen af apsidernas och nodernas medelrörelser som ock på värdena af de elementära termernas koefficienter. Vi gå nu att uppsöka de termer, som äro att anse såsom korrektioner till de i nämnde artikel meddelade uttryck.

Härtill insätta vi i likheten (47):

$$\varrho = \overline{\varrho} + \overline{R};\ \varrho' + \overline{\varrho}' + \overline{R}',$$

och erhålla då:

$$\frac{r^2}{c_0}\frac{a\partial(\Omega)}{\partial r} = P = \sum\sum \mathfrak{B}^{(0)}_{s.s'} (\overline{\varrho} + R)^s (\overline{\varrho}' + \overline{R}')^{s'}$$

$$+ \sum\sum \mathfrak{B}^{(1)}_{s.s'} (\overline{\varrho} + \overline{R})^s (\overline{\varrho}' + \overline{R}')^{s'} \cos H$$

$$+ \ldots$$

Produkterna under summationstecknen upplösa vi enligt formeln

$$(\overline{\varrho} + \overline{R})^s (\overline{\varrho}' + \overline{R}')^{s'} = \overline{\varrho}^s \overline{\varrho}'^{s'} + s\overline{\varrho}^{s-1} \overline{\varrho}'^{s'} \overline{R} + s' \overline{\varrho}^s \overline{\varrho}'^{s'-1} \overline{R}'$$

$$+ \frac{s(s-1)}{1.2} \overline{\varrho}^{s-2} \overline{\varrho}'^{s'} \overline{R}^2 + \frac{ss'}{1.1} \overline{\varrho}^{s-1} \overline{\varrho}'^{s'-1} \overline{R}\,\overline{R}'$$

$$+ \frac{s'(s'-1)}{1.2} \overline{\varrho}^s \varrho'^{s'-2} \overline{R}'^2$$

$$+ \ldots$$

och härpå införa vi beteckningen

$$\overline{\mathfrak{B}}^{(i)}_{s,s'} = \mathfrak{B}^{(i)}_{s,s'} + (s+1)\, \mathfrak{B}^{(i)}_{s+1,s'} \overline{R} + (s'+1)\, \mathfrak{B}^{(i)}_{s,s'+1} \overline{R}'$$

$$+ \frac{(s+1)(s+2)}{1.2} \mathfrak{B}^{(i)}_{s+2,s'} R^2 + \frac{(s+1)(s'+1)}{1.1} \mathfrak{B}^{(i)}_{s+1,s'+1} \overline{R}\,\overline{R}$$

$$+ \frac{(s'+1)(s'+2)}{1.2} \mathfrak{B}^{(i)}_{s,s'+2} \overline{R}'^2$$

$$+ \ldots$$

Härmed erhålles:

$$(101)\qquad \frac{r^2}{c_0}\frac{a\partial(\Omega)}{\partial r} = \sum\sum \overline{\mathfrak{B}}^{(0)}_{s,s'} \overline{\varrho}^s \overline{\varrho}'^{s'}$$

$$+ \sum\sum \overline{\mathfrak{B}}^{(1)}_{s,s'} \overline{\varrho}^s \overline{\varrho}'^{s'} \cos H$$

$$+ \ldots$$

Af de i dessa uttryck förekommande termer behöfva dock ej alla medtagas vid bestämningen af radius vektor i den ab-

soluta banan, utan endast sådana, hvilka på grund af sina argument föranleda termer af elementär form, eller framför allt sådana, som föranleda increment till apsidernas eller nodernas medelrörelser. I koefficienten $\overline{\mathfrak{B}}^{(0)}_{s,s'}$ hafva vi derföre att i främsta rummet tillvaratage termer, hvilkas argument hafva formen

$$(s-2m\pm 1)\,[(1-\varsigma)\,v_0-\Gamma]\pm(s'-2m'\pm 1)\,[(1-\varsigma')\,v'_0-\Gamma']$$

der m och m' beteckna hela tal; dernäst termer med argument af formen

$$(s-2m\pm 1)\,[(1-\sigma_i)\,v_0-B_i]\pm(s'-2m'\pm 1)\,[(1-\sigma'_i)\,v_0-B_{i'}]$$

i det vi med σ_i och $\sigma_{i'}$ beteckna koefficienter af samma storleksordning som ς och ς'. Termer med mycket långa perioder, d. v. s. sådana, der den föränderliga v_0 är multiplicerad med någon koefficient σ_i, förekomma icke i $\overline{R}$, men kunna uppstå i $\overline{R}^2$ eller andra potenser af $\overline{R}$ eller i produkter af sådana potenser med potenser af $\overline{R}'$; sådana termer måste naturligtvis äfven här tillvaratagas, emedan desamma ej föranleda sådana ändringar af argumenten i utvecklingen af $\varrho^s \varrho'^{s'}$, att en depression af de motsvarande koefficienternas storleksordning genom integrationsprocessen undvikes.

Argumenten i utvecklingen af koefficienten $\overline{\mathfrak{B}}^{(1)}_{s,s'}$, hvilka här böra tillvaratagas, hafva åter den allmänna formen

$$(s-2m\pm 1)\;[(1-\sigma_i)\;v_0-B_i]\pm(s'-2m'\pm 1)$$
$$\times[(1-\sigma'_i)\,v'_0-B'_i]\pm H$$

eller

$$\sigma_i\,v_0-A_i\pm H$$

o. s. v.

Vi komma emellertid äfven att använda en annan form för den partiella derivatan af störingsfunktionen i afseende å r än den ofvan angifna, nämligen den, som erhålles, då $\mathfrak{r}$ införes i stället för $\overline{\varrho}$. I utvecklingen

$$(101^*)\qquad \frac{r^2}{c_0}\frac{a\partial(\Omega)}{\partial r}=\sum\sum \mathfrak{B}^{(0)}_{s,s'}\;\mathfrak{r}^s\;\mathfrak{r}'^{s'}$$
$$+\sum\sum \mathfrak{B}^{(1)}_{s,s'}\;\mathfrak{r}^s\;\mathfrak{r}'^{s'}\cos H$$
$$+\ldots$$

finner man lätt koefficienterna med stöd af likheterna

$$\bar{\varrho}^{s} = r^{s}(1+\Theta)^{s} + \frac{s}{1}\, r^{s-1}(1+\Theta)^{s-1}\,\Theta + \dots$$

$$\bar{\varrho}'^{s'} = r'^{s'}(1+\Theta')^{s'} + \frac{s'}{1}\, r'^{s'-1}(1+\Theta')^{s'-1}\,\Theta' + \dots;$$

betecknar man nämligen

$$\underset{\sim}{\mathfrak{B}}^{(i)}_{s'} = \bar{\mathfrak{B}}^{(i)}_{s,s'} + \frac{s+1}{1}\,\bar{\mathfrak{B}}^{(i)}_{s+1,s'}\,\Theta + \frac{(s+2)(s+1)}{1.2}\,\bar{\mathfrak{B}}^{(i)}_{s+2,s'}\,\Theta^{2} + \dots,$$

så befinnes

$$\underset{\sim}{\mathfrak{B}}^{(i)}_{s,s'} = \underset{\sim}{\mathfrak{B}}^{(i)}_{s'} + \frac{s'+1}{1}\,\underset{\sim}{\mathfrak{B}}^{(i)}_{s'+1}\,\Theta' + \frac{(s'+2)(s'+1)}{1.2}\,\underset{\sim}{\mathfrak{B}}^{(i)}_{s'+2}\,\Theta'^{2} + \dots\dots$$

Att fullkomligt analoga uttryck för den partiella derivatan i afseende å v_0 kunna uppställas, inses utan att desamma här vidare behöfva anföras.

§ XI. Reduktion af argumentet v'_0 till argumentet v_0.

89.

De uttryck för störingsfunktionen och dess partiella derivator, vi i det föregående anfört, innehålla tvenne, af hvarandra oberoende argument: v_0 och v'_0, hvilka visserligen i sin ordning båda två äro funktioner af tiden såsom oberoende variabel. Men då det i allmänhet icke är lämpligt att använda tiden eller någon lineär funktion af densamma såsom argument, samt integrationsprocesserna blifva mycket komplicerade om tvenne argument bibehållas, så uppstår den uppgiften att reducera det ena argumentet till det andra, en operation, som i ingen händelse kan undvikas. Ty om man äfven bibehölle de båda argumenten, så skulle sjelfva integrationsprocessen involvera denna operation. För att vinna de härtill erforderliga transformationsformlerna, är det framför allt att erinra om de relationer, som förbinda de båda argumenten med tiden.

Vi hade i artikeln 48 [likh. (59)]

$$dt = \frac{r^{2}}{(r)^{2}}\,(1+Z)\,d\zeta$$

samt i art. 60 [likh. (73)]

$$nd\zeta = \frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}\, dv_0}{[1+\eta\cos(v_0 + \Gamma - \pi)]} \ {}^{*)}$$

Sätta vi:

(102) $$\frac{(r)}{r} = \frac{1}{1 + \frac{(R)}{(p)}\frac{(r)}{a}}$$

och beteckna:

(103) $$T = \int \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{(R)}{(p)}\frac{(r)}{a}\right)^2} \right] (1 + Z)\, d\zeta$$

(104) $$T_1 = \int Z d\zeta ,$$

så befinnes, i det med nt_0 betecknas en konstant qvantitet,

$$n(t - t_0) = n\zeta + nT + nT_1$$

Beteckna vi vidare:

(105) $$F(v_0) = \int \left\{ \frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{[1+\eta\cos(v_0 + \Gamma - \pi)]^2} - 1 \right\} dv_0 ,$$

samt med $\varDelta$ en integrationskonstant, så erhålles:

$$n\zeta + \varDelta = v_0 + F(v_0) ,$$

hvarmed slutligen ås:

(106) $$n(t - t_0) = v_0 - \varDelta + F(v_0) + nT + nT_1$$

Det är tydligt, att konstanterna nt_0 och $\varDelta$ icke äro oberoende af hvarandra; ty $\varDelta$ betecknar den absoluta medellängden, hvars belopp är beroende af tiden t_0, för hvilken densamma skall gälla.

I analogi med den sistfunna relationen har man, då qvantiteter, som hänföra sig till den störande kroppen, förses med accenter,

$$n'(t - t_0) = v'_0 - \varDelta' + F(v'_0) + n'T' + n'T'_1$$

---

*) Bokstafven e har blifvit utbytt mot η.

Genom att multiplicera den föregående likheten med $\mu = \frac{n'}{n}$, samt subtrahera resultatet från den sist anförda, befinnes:

$$v'_0 = \mu v_0 + \mathcal{A}' - \mu \mathcal{A} + \mu F(v_0) - F(v'_0)$$
$$+ n'(T - T') + n'(T_1 - T'_1)$$

För att förenkla de i det följande förekommande formlerna, beteckna vi:

$$G'_0 = \mu v_0 + \mathcal{A}' - \mu \mathcal{A} + \mu F(v_0)$$

$$G' = G'_0 + n'[T - T' + T_1 - T'_1]$$

och hafva då:

(107) $$v'_0 + F(v'_0) = G'$$

90.

Den senast anförda likheten vore mycket lätt att upplösa i afseende på v'_0, om först och främst η' vore konstant, och om, för det andra, man hade

$$\mathrm{v}'_0 + \Gamma - \pi' = v'_0 + \text{konst.}$$

I denna händelse hade man:

$$v'_0 + \text{konst.} = G' + \left(2\eta' - \frac{1}{4}\eta'^3 + \frac{5}{96}\eta'^5 - ..\right)\sin G'$$
$$+ \left(\frac{5}{4}\eta'^2 - \frac{11}{24}\eta'^4 + \frac{17}{192}\eta'^6 - ..\right)\sin 2G'$$
$$+ \left(\frac{13}{12}\eta'^3 - \frac{43}{64}\eta'^5 + ..\right)\sin 3G'$$
$$+ \ldots$$

Då dessa förutsättningar emellertid icke, annat än undantagsvis, kunna anses inträffa, så måste vi söka en annan lösning. Vi skola vid hithörande undersökningar bortlemna accenterna, och detta så mycket hellre, som desamma äfven finna sin till-

lämpning på utvecklingen af funktionen $F(v_0)$ och af denna beroende mer sammansatta funktioner.

Enligt bekanta formler har man:

$$(A)\quad \frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{[1+\eta\cos(\mathrm{v}_0+\Gamma-\pi)]^2}-1$$

$$= -2\eta\left[1+\frac{4}{2}\frac{3}{1.2^2}\eta^2+\frac{6}{2}\frac{4.5}{1.2.2^4}\eta^4+..\right]$$
$$\times(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}\cos(\mathrm{v}_0+\Gamma-\pi)$$

$$+3\frac{\eta^2}{2}\left[1+\frac{5}{3}\frac{4}{2^2}\eta^2+\frac{7}{3}\frac{5.6}{1.2.2^4}\eta^4+..\right]$$
$$\times(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}\cos 2(\mathrm{v}_0+\Gamma-\pi)$$

$$-4\frac{\eta^2}{2^2}\left[1+\frac{6}{4}\frac{5}{2^2}\eta^2+\frac{8}{4}\frac{6.7}{1.2.2^4}\eta^4+..\right]$$
$$\times(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}\cos 3(\mathrm{v}_0+\Gamma-\pi)$$

$$+\ldots$$

Då nu $\eta\cos(\pi-\Gamma)$ samt $\eta\sin(\pi-\Gamma)$ kunna anses gifna medelst de elementära termerna i uttrycket för radius-vektor, så kan man äfven medelst vanlig multiplikation finna motsvarande uttryck för öfriga, här ifrågakommande funktioner. Man erhåller då ett resultat af formen:

$$(B)\quad \frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{[1+\eta\cos(\mathrm{v}_0+\Gamma-\pi)]^2}-1=-F_1\cos(\pi-\Gamma)\cos\mathrm{v}_0$$
$$-F_1\sin(\pi-\Gamma)\sin\mathrm{v}_0$$
$$+F_2\cos 2(\pi-\Gamma)\cos 2\mathrm{v}_0$$
$$+F_2\sin 2(\pi-\Gamma)\sin 2\mathrm{v}_0$$
$$-\ldots$$

Erinras nu, att

$$\mathrm{v}_0=(1-\varsigma)v_0-\Gamma,$$

så erhålles medelst partiel integration:

$$F(v_0) = -\frac{F_1 \cos(\pi - \Gamma)}{1 - \varsigma} \sin v_0 + \frac{F_1 \sin(\pi - \Gamma)}{1 - \varsigma} \cos v_0$$

$$+ \frac{F_2 \cos 2(\pi - \Gamma)}{2(1 - \varsigma)} \sin 2v_0 + \frac{F_2 \sin 2(\pi - \Gamma)}{2(1 - \varsigma)} \cos 2v_0$$

$$- \ldots$$

$$+ \int \frac{d[F_1 \cos(\pi - \Gamma)]}{(1 - \varsigma)\, dv_0} \sin v_0\, dv_0$$

$$- \int \frac{d[F_1 \sin(\pi - \Gamma)]}{(1 - \varsigma)\, dv_0} \cos v_0\, dv_0$$

$$- \int \frac{d[F_2 \cos 2(\pi - \Gamma)]}{2(1 - \varsigma)\, dv_0} \sin 2v_0\, dv_0$$

$$+ \int \frac{d[F_2 \sin 2(\pi - \Gamma)]}{2(1 - \varsigma)\, dv_0} \cos 2v_0\, dv_0$$

$$+ \ldots$$

De med integraltecken behäftade termerna kunna på samma sätt reduceras medelst delvis integration, och genom att fortfarande tillämpa ett sådant förfarande erhåller man en serie, till hvilken man först och främst med stor lätthet kan ange resttermen, och hvilken för öfrigt kan anses såsom mycket konvergent.

Vi beteckna nu:

$$(108) \quad F(v_0) = H_1 \sin(v_0 + \Gamma - \pi) + H_2 \sin 2(v_0 + \Gamma - \pi) + \ldots$$

och hafva då, med stöd af anförda utvecklingar:

$$H_1 \cos(\pi - \Gamma) = -\frac{F_1 \cos(\pi - \Gamma)}{1 - \varsigma} - \frac{d[F_1 \sin(\pi - \Gamma)]}{(1 - \varsigma)^2\, dv_0} + \ldots$$

$$H_1 \sin(\pi - \Gamma) = -\frac{F_1 \sin(\pi - \Gamma)}{1 - \varsigma} + \frac{d[F_1 \cos(\pi - \Gamma)]}{(1 - \varsigma)^2\, dv_0} + \ldots$$

$$H_2 \cos 2(\pi - \Gamma) = \frac{F_2 \cos 2(\pi - \Gamma)}{2(1 - \varsigma)} + \frac{d[F_2 \sin 2(\pi - \Gamma)]}{4(1 - \varsigma)^2\, dv_0} + \ldots$$

o. s. v.

eller

$$(109)\begin{cases} H_1\, e^{i(\pi-\Gamma)} = -\dfrac{F_1\, e^{i(\pi-\Gamma)}}{1-\varsigma} + i\,\dfrac{d\left[F_1\, e^{i(\pi-\Gamma)}\right]}{(1-\varsigma)^2\, dv_0} + \ldots \\ H_2\, e^{2i(\pi-\Gamma)} = \dfrac{F_2\, e^{2i(\pi-\Gamma)}}{2(1-\varsigma)} - i\,\dfrac{d\left[F_2\, e^{2i(\pi-\Gamma)}\right]}{4(1-\varsigma)^2\, dv_0} + \ldots \end{cases}$$

o. s. v.

91.

Funktionerna $\eta \cos(\pi - \Gamma)$ och $\eta \sin(\pi - \Gamma)$ bestå i allmänhet af ett stort antal termer, hvilka äro beroende af olika argument. De termer, vi först möta, bero af argumentet v_1, och dessa hafva vi till en del gifna i artikeln 64. Vi inskränka oss för det närvarande till att taga endast dessa termer i betraktande.

Vi hafva då, med stöd af likheterna (76*):

$$\eta\, e^{i(\pi-\Gamma)} = \left\{\varkappa_1 + \varkappa_2\, e^{-iv_1} + \delta_2\, e^{iv_1} + \delta_4\, e^{-2iv_1}\right\}$$
$$\times\left\{1 + \tfrac{1}{2}\varkappa_3\left(e^{iv_1} + e^{-iv_1}\right) + \tfrac{1}{2}\delta_3\left(e^{2iv_1} + e^{-iv_1}\right)\right\}^{-1}$$

eller

$$\eta\, e^{i(\pi-\Gamma)} = D_0^{(1)} + D_1^{(1)}\, e^{iv_1} + D_2^{(1)}\, e^{2iv_1} + \ldots$$
$$+ D_{-1}^{(1)}\, e^{-iv_1} + D_{-2}^{(1)}\, e^{-2iv_1} + \ldots,$$

der koefficienterna äro på följande sätt sammansatta:

$$D_0^{(1)} = \varkappa_1 - \tfrac{1}{2}\varkappa_2\varkappa_3 - \tfrac{1}{2}\delta_2\varkappa_3 - \ldots$$

$$D_1^{(1)} = \delta_2 - \tfrac{1}{2}\varkappa_1\varkappa_3 - \tfrac{1}{2}\varkappa_2\delta_3 + \ldots$$

$$D_{-1}^{(1)} = \varkappa_2 - \tfrac{1}{2}\varkappa_1\varkappa_3 - \tfrac{1}{2}\delta_2\delta_3 - \tfrac{1}{2}\varkappa_3\delta_4 + \ldots$$

$$D_2^{(1)} = -\tfrac{1}{2}\varkappa_1\delta_3 - \tfrac{1}{2}\varkappa_3\delta_2 + \tfrac{1}{4}\varkappa_1\varkappa_3^2 + \ldots$$

$$D_{-2}^{(1)} = \delta_4 - \tfrac{1}{2}\varkappa_2\varkappa_3 - \tfrac{1}{2}\varkappa_1\delta_3 + \tfrac{1}{4}\varkappa_1\varkappa_3^2 + \ldots$$

o. s. v.

Man inser lätt, att äfven följande likhet måste ega rum:

$$\eta\, e^{-i(\pi-\Gamma)} = D_0^{(1)} + D_{-1}^{(1)} e^{i\text{v}_1} + D_{-2}^{(1)} e^{2i\text{v}_1} + \ldots$$

$$+ D_1^{(1)} e^{-i\text{v}_1} + D_2^{(1)} e^{-2i\text{v}_1} + \ldots$$

Betecknar man nu:

$$\eta^2 = E_0^{(1)} + E_1^{(1)} \left(e^{i\text{v}_1} + e^{-i\text{v}_1}\right) + E_2^{(1)} \left(e^{2i\text{v}_1} + e^{-2i\text{v}_1}\right) + \ldots,$$

så är tydligen:

$$E_0^{(1)} = D_0^{(1)} D_0^{(1)} + D_1^{(1)} D_1^{(1)} + D_{-1}^{(1)} D_{-1}^{(1)} + \ldots$$

$$E_1^{(1)} = D_0^{(1)} \left(D_1^{(1)} + D_{-1}^{(1)}\right) + D_1^{(1)} D_2^{(1)} + D_{-1}^{(1)} D_{-2}^{(1)} + \ldots$$

$$E_2^{(1)} = D_0^{(1)} \left(D_2^{(1)} + D_{-2}^{(1)}\right) + D_1^{(1)} D_3^{(1)} + D_{-1}^{(1)} D_{-3}^{(1)} + \ldots$$

o. s. v.

Vi sätta vidare:

$$\eta^2\, e^{2i(\pi-\Gamma)} = D_0^{(2)} + D_1^{(2)} e^{i\text{v}_1} + \ldots$$

$$+ D_{-1}^{(2)} e^{-i\text{v}_1} + \ldots,$$

och hafva då äfven:

$$\eta^2\, e^{-2i(\pi-\Gamma)} = D_0^{(2)} + D_{-1}^{(2)} e^{i\text{v}_1} + \ldots$$

$$+ D_1^{(2)} e^{-i\text{v}_1} + \ldots$$

Lagen, enligt hvilken koefficienterna här äro bildade, är lätt att igenkänna; man har

$$D_0^{(2)} = D_0^{(1)} D_0^{(1)} + 2 D_1^{(1)} D_{-1}^{(1)} + 2 D_2^{(1)} D_{-2}^{(1)} + \ldots$$

$$D_1^{(2)} = 2 D_1^{(1)} D_0^{(1)} + 2 D_2^{(1)} D_{-1}^{(1)} + 2 D_3^{(1)} D_{-2}^{(1)} + \ldots$$

$$D_{-1}^{(2)} = 2D_{-1}^{(1)} D_0^{(1)} + 2D_{-2}^{(1)} D_1^{(1)} + 2D_{-3}^{(1)} D_2^{(1)} + \ldots$$

$$D_2^{(2)} = 2D_2^{(1)} D_0^{(1)} + 2D_3^{(1)} D_{-1}^{(1)} + 2D_4^{(1)} D_{-2}^{(1)} + \ldots$$

o. s. v.

Koefficienterna i utvecklingen

$$\eta^4 = E_0^{(2)} + E_1^{(2)} \left(e^{i\mathrm{v}_1} + e^{-i\mathrm{v}_1}\right) + E_2^{(2)} \left(e^{2i\mathrm{v}_1} + e^{-2i\mathrm{v}_1}\right) + \ldots$$

kunna bildas enligt tvenne olika schemata. Man har antingen

$$E_0^{(2)} = E_0^{(1)} E_0^{(1)} + 2E_1^{(1)} E_1^{(1)} + 2E_2^{(1)} E_2^{(1)} + \ldots$$

$$E_1^{(2)} = 2E_1^{(1)} E_0^{(1)} + 2E_2^{(1)} E_1^{(1)} + \ldots$$

o. s. v.,

eller ock:

$$E_0^{(2)} = D_0^{(2)} D_0^{(2)} + D_1^{(2)} D_1^{(2)} + D_{-1}^{(2)} D_{-1}^{(2)} + \ldots$$

$$E_1^{(2)} = D_0^{(2)} \left(D_1^{(2)} + D_{-1}^{(2)}\right) + D_1^{(1)} D_2^{(1)} + D_{-1}^{(1)} D_{-2}^{(1)} + \ldots$$

o. s. v.

Medelst liknande operationer bestämmer man koefficienterna i utvecklingarne

$$\eta^3 e^{3i(\pi - \Gamma)} = D_0^{(3)} + D_1^{(3)} e^{i\mathrm{v}_1} + \ldots$$

$$+ D_{-1}^{(3)} e^{-i\mathrm{v}_1} + \ldots$$

$$\eta^6 = E_0^{(3)} + E_1^{(3)} \left(e^{i\mathrm{v}_1} + e^{-i\mathrm{v}_1}\right) + \ldots$$

o. s. v.,

och sedan man utfört desamma så långt, man finner det erforderligt, erhållas de med $F_1 \cos(\pi - \Gamma)$, $F_1 \sin(\pi - \Gamma)$,

o. s. v. betecknade funktionerna på grund af likheterna (**A**) och (**B**), hvarefter funktionerna $H_1 e^{i(\pi-\Gamma)}$, $H_2 e^{2i(\pi-\Gamma)}$, o. s. v. bildas i enlighet med formlerna (109). Vi hafva således ett resultat af formen:

$$\begin{aligned} iF(v_0) = \quad & \tfrac{1}{2}H_1 e^{-i(\pi-\Gamma)+iv_0} - \tfrac{1}{2}H_1 e^{i(\pi-\Gamma)-iv_0} \\ & + \tfrac{1}{2}H_2 e^{-2i(\pi-\Gamma)+2iv_0} - \tfrac{1}{2}H_2 e^{2i(\pi-\Gamma)-2iv_0} \\ & + \ldots \qquad\qquad - \ldots \end{aligned}$$

Genom att upphöja detta uttryck till qvadrat erhålles vidare:

$$\begin{aligned} [F(v_0)]^2 = \quad & H_0^{(2)} \\ & + \tfrac{1}{2}H_1^{(2)} e^{-i(\pi-\Gamma)+iv_0} + \tfrac{1}{2}H_1^{(2)} e^{i(\pi-\Gamma)-iv_0} \\ & + \tfrac{1}{2}H_2^{(2)} e^{-2i(\pi-\Gamma)+2iv_0} + \tfrac{1}{2}H_2^{(2)} e^{2i(\pi-\Gamma)-2iv_0} \\ & + \ldots \qquad\qquad + \ldots, \end{aligned}$$

då man nämligen betecknat:

$$H_0^{(2)} = -\tfrac{1}{2}(H_1)^2 - \tfrac{1}{2}(H_2)^2 - \ldots$$

$$H_1^{(2)} e^{i(\pi-\Gamma)} = - H_1 H_2 e^{i(\pi-\Gamma)} - H_2 H_3 e^{i(\pi-\Gamma)} - \ldots$$

$$\begin{aligned} H_2^{(2)} e^{2i(\pi-\Gamma)} = & - H_1 H_3 e^{2i(\pi-\Gamma)} - H_2 H_4 e^{2i(\pi-\Gamma)} - \ldots \\ & + \tfrac{1}{2}H_1 H_1 e^{2i(\pi-\Gamma)} \end{aligned}$$

o. s. v.

Vidare finner man, under användandet af beteckningarne

$$H_1^{(3)} e^{i(\pi-\Gamma)} = H_1 H_0^{(2)} e^{i(\pi-\Gamma)} + H_2 H_1^{(2)} e^{i(\pi-\Gamma)} + \ldots$$

$$H_2^{(3)} e^{2i(\pi-\Gamma)} = H_2 H_0^{(2)} e^{2i(\pi-\Gamma)} + H_3 H_1^{(2)} e^{2i(\pi-\Gamma)} + \ldots$$

o. s v.,

följande uttryck:

$$-i(F(v_0))^3 = \tfrac{1}{2}H_1^{(3)} e^{-i(\pi-\Gamma)+iv_0} - \tfrac{1}{2}H_1^{(3)} e^{i(\pi-\Gamma)-iv_0}$$

$$+ \tfrac{1}{2}H_1^{(3)} e^{-2i(\pi-\Gamma)+2iv_0} - \tfrac{1}{2}H_2^{(3)} e^{2i(\pi-\Gamma)-2iv_0}$$

$$+ \ldots \qquad - \ldots;$$

och på samma sätt bildar man uttryck för de högre potenserna af $F(v_0)$ än de, hvilka här blifvit utsatta.

I afseende på alla dessa utvecklingar är slutligen att märka, att om man har ett uttryck af formen:

$$H_n^{(s)} e^{ni(\pi-\Gamma)} = A_0 + A_1 e^{iv_1} + A_2 e^{2iv_1} + \ldots$$

$$+ A_{-1} e^{-iv_1} + A_{-2} e^{-2iv_1} + \ldots,$$

så är äfven:

$$H_n^{(s)} e^{-ni(\pi-\Gamma)} = A_0 + A_{-1} e^{iv_1} + A_{-2} e^{2iv_1} + \ldots$$

$$+ A_1 e^{-iv_1} + A_2 e^{-2iv_1} + \ldots$$

92.

Med stöd af likheten (107) bör nu funktionen $e^{miv'_0}$, der m betecknar något helt tal, utvecklas efter argumentet G'. Man kan härtill använda den bekanta reversionsformeln:

$$e^{miv'_0} = e^{miG'} + \frac{im}{1} e^{miG'} F(G')$$

$$- \frac{m^2}{1\,.\,2} \frac{d[e^{miG'}(F(G'))^2]}{dG'}$$

$$- \ldots$$

och erhåller på detta sätt ett resultat af formen:

(110) $$e^{miv'_0} = N^{(m)}_{m} e^{miG'} + N^{(m)}_{m+1} e^{(m+1)iG'} + \ldots$$
$$+ N^{(m)}_{m-1} e^{(m-1)iG'} + \ldots$$

Då banan är en ellips, finner man konstanta, af excentriciteten beroende värden för koefficienterna i denna utveckling, men i den absoluta banan komma dessa koefficienter att innehålla termer med mycket långa perioder, d. v. s. termer, hvilkas argument hafva formen $\delta' G' +$ const., der δ' betecknar qvantiteter af samma storleksordning, som ς'. Någon annan svårighet än den rent mekaniska, som vidlåder alla vidlyftigare algebraiska utvecklingar, förefinnes icke vid härledningen af dessa koefficienter såsom funktioner af den antydda beskaffenheten; jag skall emellertid här förbigå densamma, dels emedan de elementära termerna, som ingå i de större planeternas theorier, ännu icke äro bestämda, dels emedan dessa koefficienter i alla händelser lätt kunna erhållas medelst rent mekaniska operationer.

Sedan man vunnit den angifna formen för funktionen $e^{miv'_0}$, återstår det att transformera termer af formen

$$e^{i(\varsigma+\delta)G'}$$

till argumentet v_0. Härtill hafva vi först:

(111) $$e^{i(\varsigma+\delta)G'} = e^{i(\varsigma+\delta)G'_0} e^{i(\varsigma+\delta)n'(T-T'+T_1-T'_1)}$$

der den sista faktorn kan utvecklas i en hastigt konvergerande potensserie. Dertill hafva vi:

$$e^{i(\varsigma+\delta)G'_0} = e^{i(\varsigma+\delta)(\mu v_0 + A' - \mu A)} e^{i(\varsigma+\delta)\mu F(v_0)}$$

Och här kan åter den sista faktorn med beqvämlighet utvecklas, hvarigenom vi erhålla:

$$e^{i(\varsigma+\delta)G'_0} = e^{i(\varsigma+\delta)(\mu v_0 + A' - \mu A)}$$
$$\times \left\{1 + \frac{i(\varsigma+\delta)\mu}{1} F(v_0) - \frac{(\varsigma+\delta)^2\mu^2}{1 \,.\, 2} (F(v_0))^2 - \ldots\right\}$$

eller, om vi insätta de i föregående artikel angifna uttrycken för $iF(v_0)$, $-(F(v_0))^2$, o. s. v.:

$$(112)\ e^{i(\varsigma+\delta)G'_0} = e^{i(\varsigma+\delta)(\mu v_0 + \Lambda' - \mu\Lambda)}$$

$$\times\Big\{1 + \frac{(\varsigma+\delta)^2\mu^2}{1\,.\,2} H_0^{(2)} + \frac{(\varsigma+\delta)^4\mu^4}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4} H_0^{(4)} + \ldots$$

$$+\tfrac{1}{2}\left[\frac{(\varsigma+\delta)\mu}{1} H_1^{(1)} + \frac{(\varsigma+\delta)^2\mu^2}{1\,.\,2} H_1^{(2)} + \ldots\right] e^{-i(\pi-\Gamma)+iv_0}$$

$$-\tfrac{1}{2}\left[\frac{(\varsigma+\delta)\mu}{1} H_1^{(1)} - \frac{(\varsigma+\delta)^2\mu^2}{1\,.\,2} H_1^{(2)} + \ldots\right] e^{+i(\pi-\Gamma)-iv_0}$$

$$+ \ldots\Big\}$$

Medelst uppställandet af formlerna (110), (111) och (112) är den i denna paragraf afsedda reduktionen genomförd.

§ XII. Reduktion af fundamentaleqvationerna till den kanoniska formen.

93.

I den föregående afhandlingen funno vi differentialeqvationer för bestämmandet af variationen och af evektionen, hvilkas allmänna former äro de nedanstående:

$$\text{(I)}\qquad \frac{d^2\chi}{dv_0^2} + \frac{1}{2}\frac{d\log c_1}{dv_0}\frac{d\chi}{dv_0} = W$$

$$\text{(II)}\qquad \frac{d^2\varrho}{dv_0^2} + \frac{1}{2}\frac{d\log c_1}{dv_0}\frac{d\varrho}{dv_0} + (1 - \beta_1 + \Psi_1)\varrho = \Psi_0;$$

och i denna afhandling hafva vi funnit en differentialeqvation af den senare formen för bestämmandet af den funktion, vi betecknat med $\mathfrak{z}$. För härledningen af de elementära termerna komma vi dessutom att använda en tredje form, nämligen:

$$\text{(III)}\quad \frac{d^2\varrho}{dv_0^2} - \left\{2\frac{d\log(p)}{dv_0} - \tfrac{1}{2}\frac{d\log p_1}{dv_0}\right\}\frac{d\varrho}{dv_0} + (1-\beta_1+\Psi_1)\varrho = \Psi_0$$

Den i den första af dessa likheter förekommande funktionen W måste vi, såsom i § IV, anse såsom bestående af ett antal termer, hvilkas argument innehålla olika multipler af funktionen χ. Koefficienterna till dessa termer äro i allmänhet funktioner af koordinerade termer i ϱ, men kunna i den första approximationen anses såsom konstanter. Vill man emellertid redan i den första approximationen medtaga termerna af andra ordningen fullständigt, så måste W anses innehålla en term af formen ϱY, der Y betecknar en funktion, som innehåller den störande kroppens faktor. I det integrationsresultat, som angifver χ kommer man då att påträffa en term af formen:

$$\int F\,dv_0 \int \Phi\varrho\,dv_0\,,$$

i hvilket uttryck såväl F som Φ beteckna kända funktioner af v_0. Då termer af tredje ordningen i allmänhet bortlemnas, erhålla vi i stället för likheten (II) en annan af följande form:

$$\text{(IV)}\quad \frac{d^2\varrho}{dv_0^2} + \tfrac{1}{2}\frac{d\log c_1}{dv_0}\frac{d\varrho}{dv_0} + (1-\beta_1+\Psi_1)\varrho = \Psi_0 - 2F\int \Phi\varrho\,dv_0$$

eller i stället för likheten (III):

$$\text{(V)}\quad \frac{d^2\varrho}{dv_0^2} - \left[2\frac{d\log(p)}{dv_0} - \tfrac{1}{2}\frac{d\log p_1}{dv_0}\right]\frac{d\varrho}{dv_0} + (1-\beta_1+\Psi_1)\varrho = \Psi_0 - 2F\int \Phi\varrho\,dv_0$$

Till dessa former kan man alltid reducera de differentialeqvationer, hvarigenom de särskilda termerna af evektionen bestämmas; dock under den förutsättning, att termer af högre ordning än den andra i den första approximationen kunna bortlemnas. Dessa likheter äro visserligen af tredje ordningen, men de kunna ganska lätt, såsom vi längre fram skola visa, med bortlemnande af termer af tredje ordningen, reduceras till den andra.

94.

Likheterna (I)—(V) kunna på åtskilliga sätt reduceras till de former, som vi hafva integrerade i §§ III och IV, hvilka former vi benämna kanoniska. Dessa former äro:

(A) $$\frac{d^2\chi}{dv_0^2} = W$$

och

(B) $$\frac{d^2\varrho}{dv_0^2} + (1 - \beta_1 + \Psi_1)\varrho = \Psi_0 ;$$

eller, då ϱ betecknar termer af elementär beskaffenhet:

(C) $$\frac{d^2\varrho}{dv_0^2} + (1 - \beta_1 + \Psi_1)\varrho = \Psi_0 + \Psi_2\varrho^2 + \Psi_3\varrho^3 + \ldots$$

Under förutsättning att qvantiteterna Ψ_0, Ψ_1, ... äro konstanter, är likheten (C) integrerad i § V; den der använda integrationsmethoden kan emellertid, med några mindre väsentliga modifikationer äfven användas i de fall, då ifrågavarande koefficienter äro bekanta funktioner af v_0, hvilka vi dock anse alla vara af samma storleksordning som β_1, d. v. s. som de störande krafterna.

Den ifrågavarande reduktionen kan först och främst verkställas genom uppställandet af ett system eqvationer af den kanoniska formen, i det man begagnar sig af den omständighet, att den andra termen alltid är af samma storleksordning som den störande planetens banexcentricitet och derjemte, såvida icke den sökta integralen innehåller elementära termer, multiplicerad med den störande massans qvadrat.

De tre likheterna (I), (II) och (III) äro alla representerade genom följande form:

(VI) $$\frac{d^2\varrho}{dv_0^2} + Y\frac{d\varrho}{dv_0} + Y_1\varrho = Y_0 ,$$

om vi nämligen låta Y betyda antingen $\frac{1}{2}\frac{d\log c_1}{dv_0}$ eller

$-\left\{2\frac{d\log(p)}{dv_0}-\frac{1}{2}\frac{d\log p_1}{dv_0}\right\}$, Y_1 antingen 0 eller $1-\beta_1+\Psi_1$ och slutligen Y_0 antingen W eller Ψ_0.

Vi sönderdela nu ϱ på följande sätt:

$$\varrho = \mathfrak{R}_0 + \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 + \ldots$$

och bestämma funktionerna $\mathfrak{R}_0$, $\mathfrak{R}_1$, o. s. v. på grund af likheterna

$$\frac{d^2\mathfrak{R}_0}{dv_0^2} + Y_1\mathfrak{R}_0 = Y_0$$

$$\frac{d^2\mathfrak{R}_1}{dv_0^2} + Y_1\mathfrak{R}_1 = -Y\frac{d\mathfrak{R}_0}{dv_0}$$

$$\frac{d^2\mathfrak{R}_2}{dv_0^2} + Y_1\mathfrak{R}_2 = -Y\frac{d\mathfrak{R}_1}{dv_0}$$

o. s. v.,

hvilka äro reducerade till normalformen och kunna integreras i enlighet med föreskrifterna i § III.

Om emellertid ϱ innehåller elementära termer, är den anförda sönderdelningen ej fördelaktig; vi uppsöka derföre en annan method att medelst successiva approximationer finna det sökta resultatet. Vi utgå härvid från den förutsättning, att ett approximativt uttryck för ϱ redan är bekant, hvilket vi beteckna med R och hvilket vi anse oss känna på grund af undersökningarne i § VII.

Härpå betrakta vi likheten:

$$\text{(D)}\qquad \frac{d^2\varrho}{dv_0^2} + (1-\beta_1)\varrho - \beta_2\varrho^2 - \beta_3\varrho^3 - \ldots$$
$$= -Y\frac{dR}{dv_0} + \Psi_0 - \Psi_1 R + (\Psi_2-\beta_2)R^2$$
$$+ (\Psi_3-\beta_3)R^3 + \ldots$$

Identifieras i denna likhet R med ϱ, så erhålles tydligen samma resultat, som då man i likheten (II) eller (III), i stället för Ψ_0 inför det fullständiga uttrycket:

$$\Psi_0 + \Psi_2\varrho^2 + \Psi_3\varrho^3 + \ldots$$

Ur (D) bestämmes nu ett nytt uttryck för ϱ och insättes detta i stället för R, så blifver man i tillfälle att repetera denna bestämning. Härmed fortsättes så länge tills det resulterande uttrycket för ϱ blifver identiskt med det använda uttrycket för R. I likheten (D) äro koefficienterna β_2, β_3, ... konstanter, hvilkas värden falla inom de gränser, funktionerna Ψ_2, Ψ_3.. kunna uppnå. Man kan välja dessa koefficienter på så sätt, att differenserna $\Psi_2 - \beta_2$, $\Psi_3 - \beta_3$, o. s. v. komma att innehålla endast periodiska termer, men en derifrån något afvikande bestämning kan ock blifva fördelaktig. Isynnerhet gäller detta om koefficienten β_1: genom att åt densamma tilldela ett värde, som något afviker från den konstanta termen i den funktion, hvarmed ϱ är multiplicerad, kan man i väsentlig mån påskynda konvergensen af de, för integrationen af (D) nödiga operationerna.

Anse vi nu högra sidan af likheten (D) vara bekant, och beteckna vi densamma med β_0, så kunna vi omedelbart tillämpa alla, i paragraf V anförda formler, enär dessa icke undergå någon förändring beroende derpå att β_0 betyder en bekant funktion af v_0 i stället för att hafva betydelsen af en konstant.

95.

En annan method att reducera likheten

$$\frac{d^2\varrho}{dv_0^2} + Y\frac{d\varrho}{dv_0} + Y_1\varrho = Y_0$$

till den kanoniska formen är följande:

Man inför i stället för ϱ (eller för χ) en ny föränderlig E, hvilken må vara bestämd ur likheten

$$\varrho = \varphi E,$$

der φ betecknar en funktion, som vi bestämma ur vilkorseqvationen

$$2\frac{d\varphi}{dv_0} + Y\varphi = 0$$

På grund af detta vilkor försvinner andra termen i den resulterande differentialeqvationen; man erhåller nämligen:

$$\frac{d^2E}{dv_0^2} + \left(\frac{1}{\varphi}\frac{d^2\varphi}{dv_0^2} + \frac{1}{\varphi}\,Y\frac{d\varphi}{dv_0} + Y_1\right)E = \frac{1}{\varphi}\,Y_0\,;$$

och om man insätter värdena:

$$\frac{1}{\varphi}\frac{d\varphi}{dv_0} = -\tfrac{1}{2}\,Y$$

$$\frac{1}{\varphi}\frac{d^2\varphi}{dv_0} = \tfrac{1}{4}\,Y^2 - \tfrac{1}{2}\frac{dY}{dv_0}$$

i den funna likheten, så öfvergår densamma i följande:

$$\frac{d^2E}{dv_0^2} + \left[Y_1 - \tfrac{1}{4}\,Y^2 - \tfrac{1}{2}\frac{dY}{dv_0}\right]E = \frac{1}{\varphi}\,Y_0$$

Man finner på grund af den definition, hvarmed φ blifvit bestämd, att densamma äfven är gifven medelst uttrycket:

$$\varphi = e^{-\frac{1}{2}\int Ydv_0},$$

så att man slutligen har:

$$\text{(VII)} \qquad \frac{d^2E}{dv_0^2} + \left[Y_1 - \tfrac{1}{4}\,Y^2 - \tfrac{1}{2}\frac{dY}{dv_0}\right]E = .\,Y_0\,e^{\frac{1}{2}\int Ydv_0}$$

Det förtjenar att anmärkas, att Y^2 innehåller den störande massans qvadrat såsom faktor, och äfven så de termer i $\frac{dY}{dv_0}$, hvilkas argument äro multiplicerade med denna massa. Deremot innehåller funktionen

$$\int Ydv_0$$

termer af elementär beskaffenhet, men dessa äro dock multiplicerade med den störande kroppens banexcentricitet och i allmänhet mycket små.

Låt nu Y_0 betyda utvecklingen

$$\Psi_0 + \Psi_2\varrho^2 + \ldots,$$

så erhålla vi:

$$\frac{d^2E}{dv_0^2} + \left[Y_1 - \tfrac{1}{4}Y^2 - \tfrac{1}{2}\frac{dY}{dv_0}\right]E = \Psi_0\, e^{\frac{1}{2}\int Y dv_0}$$

$$+ \Psi_2 E^2 e^{-\frac{1}{2}\int Y dv_0} + \Psi_3 E^3 e^{-\int Y dv_0} + \ldots,$$

och denna likhet kan behandlas enligt samma principer, som tillämpades på likheten (D).

En tredje reduktionsmethod, som visserligen kunde hafva något intresse i analytiskt hänseende, skall jag nu icke anföra, emedan densamma i allmänhet icke synas leda till några, i praktiskt hänseende brukbara räkneföreskrifter.

96.

Vi gå nu att uppsöka en method att reducera likheter af formen

$$\text{(VIII)} \qquad \frac{d^2\varrho}{dv_0^2} + Y\frac{d\varrho}{dv_0} + Y_1\varrho = Y_0 - 2F\int \Phi\varrho\, dv_0$$

till den kanoniska formen, och begynna med att transformera uttrycket

$$\int U\varrho\, dv_0$$

genom att i detsamma insätta:

$$\varrho = \frac{1}{Y_1}\left[Y_0 - \frac{d^2\varrho}{dv_0^2} - Y\frac{d\varrho}{dv_0} - 2F\int \Phi\varrho\, dv_0\right]$$

Härigenom befinnes:

$$\int U\varrho\, dv_0 = \int \frac{Y_0 U}{Y_1} dv_0 - \int \frac{U}{Y_1}\frac{d^2\varrho}{dv_0^2} dv_0$$

$$- \int \frac{YU}{Y_1}\frac{d\varrho}{dv_0} dv_0 - 2\int \frac{FU}{Y_1} dv_0 \int \Phi\varrho\, dv_0$$

Nu är:

$$\int \frac{YU}{Y_1}\frac{d\varrho}{dv_0}dv_0 = \varrho\frac{YU}{Y_1} - \int \varrho \frac{d\frac{YU}{Y_1}}{dv_0}dv_0$$

$$\int \frac{U}{Y_1}\frac{d^2\varrho}{dv_0^2}dv_0 = \frac{U}{Y_1}\frac{d\varrho}{dv_0} - \varrho\frac{d\frac{U}{Y_1}}{dv_0} + \int \varrho\frac{d^2\frac{U}{Y_1}}{dv_0^2}dv_0$$

Med stöd af dessa värden finner man:

$$\int\left[U - \frac{d\frac{YU}{Y_1}}{dv_0} + \frac{d^2\frac{U}{Y_1}}{dv_0^2}\right]\varrho\, dv_0 = \int\frac{Y_0 U}{Y_1}dv_0$$

$$-\left[\frac{YU}{Y_1} - \frac{d\frac{U}{Y_1}}{dv_0}\right]\varrho - \frac{U}{Y_1}\frac{d\varrho}{dv_0}$$

$$-2\int\frac{FU}{Y_1}dv_0\int\Phi\varrho\, dv_0$$

Bestämmes nu funktionen $\frac{U}{Y_1}$ ur likheten:

$$(\alpha) \qquad \frac{d^2\frac{U}{Y_1}}{dv_0^2} - Y\frac{d\frac{U}{Y_1}}{dv_0} + \left[Y_1 - \frac{dY}{dv_0}\right]\frac{U}{Y_1} = \Phi\,,$$

så har man följande reduktionsformel, der vi för korthetens skull sätta:

$$\frac{U}{Y_1} = U_1\,,$$

$$(\beta) \qquad \int\Phi\varrho\, dv_0 = \int Y_0\, U_1\, dv_0 + \left[\frac{dU_1}{dv_0} - YU_1\right]\varrho - U_1\frac{d\varrho}{dv_0}$$

$$-2\int FU_1 dv_0\int\Phi\varrho\, dv_0$$

Om nu Φ likasom ϱ anses såsom qvantiteter af första ordningen, så är äfven U af denna storleksordning; i formeln (γ) är derföre den sista termen af tredje ordningen och kan således, då vi i den första approximationen blott afse termer af andra ordningen, i denna approximation bortlemnas. Vi hafva då, om uttrycket (β) införes i likheten (VIII):

$$\text{(IX)} \quad \frac{d^2\varrho}{dv_0^2} + (Y - 2FU_1)\frac{d\varrho}{dv_0} + \left(Y_1 + 2F\left(\frac{dU_1}{dv_0} - YU_1\right)\right)\varrho$$

$$= Y_0 - 2F\int Y_0 U_1 \, dv_0$$

$$+ 4F\int FU_1 dv_0 \int \Phi\varrho \, dv_0 ,$$

der den sista termen till en början kan bortlemnas. Vidtages denna åtgärd, så antager likheten (VIII) alldeles samma form som likheten (VI) och kan således behandlas vidare i enlighet med föreskrifterna i art. 94 och 95. På samma sätt förfar man vid den, för bestämningen af funktionen U_1 erforderliga integrationen af likheten (α).

§ XIII. Bestämning af variationen.

97.

Sjelfva integrationen af de likheter, som bestämma variationstermerna, blef redan i § IV genomförd; det återstår oss emellertid nu, att närmare angifva de funktioner, hvilka i dessa likheter antogos vara bekanta. — Jag skall dock här anföra en modifikation af den i nämnde paragraf angifna integrationsmethoden, hvilken i många fall synes medföra väsentliga fördelar. Slutligen skola vi i den följande utredningen lägga märke till den omständighet, att variationstermerna uppträda gruppvis, samt att enskilda termer ur en grupp icke utan olägenhet få afsöndras.

Från artikeln 49 erinra vi oss beteckningen

$$X = \frac{r^2}{c_0}\frac{\partial(\Omega)}{\partial v} - [Q_{0 \cdot 0}]$$

samt likheten (63), hvilken vi nu skrifva:

$$\frac{d^2\chi}{dv_0^2} + \tfrac{1}{2}\frac{d\log c_1}{dv_0}\frac{d\chi}{dv_0} = \frac{c_0}{c_1}X = W$$

Huruledes en likhet af denna form reduceras till den kanoniska formen, har i föregående paragraf blifvit framstäldt. Vi kunna nämligen sönderdela funktionen χ, i det vi sätta:

$$\chi = \chi_0 + \chi_1 + \chi_2 + \cdots,$$

samt bestämma funktionerna χ_0, $\chi_0 + \chi_1$, $\chi_0 + \chi_1 + \chi_2$, ... ur likheterna:

$$(113)\quad \begin{cases} \dfrac{d^2\chi_0}{dv_0^2} = W_0 \\[2ex] \dfrac{d^2(\chi_0 + \chi_1)}{dv_0^2} = W_1 - \tfrac{1}{2}\dfrac{d\log c_1}{dv_0}\dfrac{d\chi_0}{dv_0} \\[2ex] \dfrac{d^2(\chi_0 + \chi_1 + \chi_2)}{dv_0^2} = W_2 - \tfrac{1}{2}\dfrac{d\log c_1}{dv_0}\dfrac{d(\chi_0 + \chi_1)}{dv_0} \\[2ex] \text{o. s. v.} \end{cases}$$

och här betecknar W_0 det värde, funktionen W antager, då χ_0 införes i stället för χ; på samma sätt antydes med W_1 resultatet af införandet af $\chi_0 + \chi_1$ i stället för χ; o. s. v.

Man inser lätt, att konvergensen af dessa approximationer är mycket stark, samt derjemte att desamma icke gifva anledning till någon term af elementär form, för så vidt nämligen någon sådan icke finnes i W, hvilket vi dock nu förutsätta icke vara händelsen. Alla termer af sådan beskaffenhet kunna vi nämligen dels anse vara upptagna i funktionen c_1, dels underkasta en särskild behandling, hvilken i nästföljande paragraf kommer att förklaras.

Integrationen af likheterna (113) sker fullkomligt i öfverensstämmelse med föreskrifterna i § IV, och vi kunna här göra den anmärkning, att vid de olika approximationerna samma värde för de elliptiska funktionernas modyl kommer till användning.

98.

De successiva approximationerna kunna äfven ordnas på ett annat sätt än i föregående artikel blifvit beskrifvet. I stället för att söka allt noggrannare värden af sjelfva funktionen χ, synes det nämligen fördelaktigt att medelst de successiva approximationerna bestämma delarne χ_0, χ_1, o. s. v. De härtill erforderliga eqvationerna erhållas genom att subtrahera hvarje föregående likhet i systemet (113) ifrån de följande. Man finner sålunda:

$$(114)\quad \begin{cases} \dfrac{d^2\chi_0}{dv_0^2} = W_0 \\[2ex] \dfrac{d^2\chi_1}{dv_0^2} = W_1 - W_0 - \frac{1}{2}\dfrac{d\log c_1}{dv_0}\dfrac{d\chi_0}{dv_0} \\[2ex] \dfrac{d^2\chi_2}{dv_0^2} = W_2 - W_1 - \frac{1}{2}\dfrac{d\log c_1}{dv_0}\dfrac{d\chi_1}{dv_0} \\[2ex] \qquad\qquad \text{o. s. v.} \end{cases}$$

Likheterna i detta system kunna integreras i enlighet med föreskrifterna i § IV; det är dock vanligen ej nödvändigt att tillämpa de derstädes meddelade reglerna på andra af dessa likheter än den första, emedan χ_1 och i ännu högre grad $\chi_2, \chi_3, \ldots$ äro små qvantiteter, efter hvilkas potenser funktionerna W_1, $W_2, \ldots$ kunna utvecklas. Sålunda erhålles lätt ett resultat af formen

$$W_1 - W_0 = N_1\chi_1 + N_2\chi_1^2 + \cdots$$

der N_1, $N_2, \ldots$ betekna bekanta funktioner af första ordningen. Man inser lätt att χ_1 är en qvantitet af andra ordningen, hvaraf följer, att den andra termen till höger i ofvanstående likhet är en qvantitet af femte ordningen. Bortlemna vi denna, så hafva vi i stället för den andra af likheterna (114) den följande:

$$(\text{A})\qquad \frac{d^2\chi_1}{dv_0^2} = N_1\chi_1 - \frac{1}{2}\frac{d\log c_1}{dv_0}\frac{d\chi_0}{dv_0}$$

Emedan den första termen till höger i denna likhet är en qvantitet af tredje ordningen, under det att den andra termen är af lägre ordning, kunde man förvänta att erhålla konvergenta approximationer genom att i den första helt enkelt bortlemna denna första term. Man erhölle då ett resultat af andra ordningen, deri en del termer hade perioder, hvilka med qvantiteter af första ordningen skulle skilja sig från perioderna hos termerna i funktionen N_1. Produkten $N_1\chi_1$ komme derföre att innehålla termer af elementär form, d. v. s. sådana, der argumentet innehåller den variabla v_0, multiplicerad med en faktor af första ordningen; och dessa termer, ehuru ursprungligen af tredje ordningen, blifva genom den dubbla integrationen nedtryckta till den första. En sålunda inledd integrationsmethod skulle derföre icke leda till målet med mindre än att de elementära termerna, i mån af deras uppkomst, öfverfördes till funktionen c_1. En sådan öfverföring kan visserligen icke alltid undvikas, såsom vi blifva i tillfälla att se; men den nu föreliggande eqvationen kunna vi intregrera utan att någon dylik åtgärd före integrationen blefve behöflig. Vi förutsätta likvisst då, att funktionen N_1 icke innehåller någon term af formen

$$a \cos(\sigma v_0 - A),$$

der σ betecknar en liten qvantitet af de störande krafternas storleksordning.

99.

I den händelse att funktionen W blifvit sönderdelad i enlighet med de i art. 27 gifna föreskrifterna, kommer likheten (A) omedelbart att antaga formen

$$(\mathrm{B}) \qquad \frac{d^2\chi_1}{dv_0^2} + \alpha^2 \cos 2(\lambda v_0 + A)\chi_1 = -\tfrac{1}{2}\frac{d\log c_1}{dv_0}\frac{d\chi_0}{dv_0}$$

I denna likhet — der λ visserligen kan beteckna en ganska liten faktor, men hvilken dock i allmänhet ej tänkes försvinna med den störande massan — kunna vi anse funktionen $\frac{d\chi_0}{dv_0}$ hafva samma form som koefficienten till χ_1, så att vi hafva:

$$\frac{d^2\chi_1}{dv_0^2} + \alpha^2 \cos 2(\lambda v_0 + A)\chi_1 = -\tfrac{1}{2}\frac{d \log c_1}{dv_0} \nu \cos 2(\lambda v_0 + A),$$

i det nämligen ν betecknar en konstant, numeriskt gifven koefficient. Men i stället för att integrera denna likhet, skola vi utsträcka vår undersökning till en något allmännare, ur hvilken den föregående omedelbart erhålles genom att bortlemna vissa termer. Denna allmännare likhet, i hvilken vi för korthetens skull skrifva χ i stället för χ_1, är den följande:

$$\text{(C)} \quad \frac{d^2\chi}{dv_0^2} + \tfrac{1}{2}\alpha^2 [\sin 2(\lambda v_0 + \chi + A) - \sin 2(\lambda v_0 + A)] = \mathfrak{X};$$

och här betecknar $\mathfrak{X}$ en summa termer, bland hvilka äfven sådana förekomma, som befinnas till höger i den föregående likheten.

Då likheten (C) utvecklas efter potenserna af χ, uppstår den följande:

$$\frac{d^2\chi}{dv_0^2} + \alpha^2 \cos 2(\lambda v_0 + A)\chi - \alpha^2 \sin 2(\lambda v_0 + A)\chi^2$$

$$- \tfrac{2}{3}\alpha^2 \cos 2(\lambda v_0 + A)\chi^3 + \ldots = \mathfrak{X};$$

och om vi nu sätta:

$$\lambda v_0 + A = \frac{\pi}{2\mathrm{K}} x,$$

i det vi tänka oss K beteckna en fullständig elliptisk integral af första slaget, hvars modyl vi genast skola bestämma, så antager den föregående likheten formen:

$$\frac{d^2\chi}{dx^2} + \frac{\alpha^2}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2 \cos 2\frac{\pi}{2\mathrm{K}} x \cdot \chi - \ldots = \frac{1}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2 \mathfrak{X}$$

Här införa vi elliptiska funktioner medelst relationerna:

$$\cos 2\frac{\pi}{2\mathrm{K}} x = \gamma_0^{(2)} + 2\gamma_2^{(2)} \cos 2 \,\mathrm{am}\, x + 2\gamma_4^{(2)} \cos 4 \,\mathrm{am}\, x + \ldots$$

$$\sin 2\frac{\pi}{2\mathrm{K}}x = 2\sigma_2^{(2)}\sin 2\,\mathrm{am}\,x + 2\sigma_4^{(2)}\sin 4\,\mathrm{am}\,x + \ldots \quad {}^{*})$$

samt bestämma modylen ur formeln:

$$k^2 = 2\frac{\alpha^2}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2\gamma_2^{(2)};$$

vi erhålla då:

$$\text{(D)}\quad \frac{d^2\chi}{dx^2} - k^2(2\,\mathrm{sn}\,x^2 - 1)\chi = \frac{1}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2\mathfrak{X}$$

$$-\frac{\alpha^2}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2\left\{\gamma_0^{(2)} + 2\gamma_4^{(2)}\cos 4\,\mathrm{am}\,x + ..\right\}\chi$$

$$+\frac{\alpha^2}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2\left\{2\,\sigma_2^{(2)}\sin 2\,\mathrm{am}\,x + ..\right\}\chi^2$$

$$+\tfrac{2}{3}\frac{\alpha^2}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2\left\{\gamma_0^{(2)} + 2\gamma_2^{(2)}\cos 2\,\mathrm{am}\,x + ..\right\}\chi^3$$

$$-\ldots$$

100.

Våra undersökningar afse nu framför allt att utröna, huruvida det resultat, som erhålles genom att integrera likheten:

$$\text{(E)}\qquad \frac{d^2\chi}{dx^2} - k^2(2\,\mathrm{sn}\,x^2 - 1)\chi = \frac{1}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2\mathfrak{X}$$

kan anses utgöra en verklig approximation till den fullständiga likhetens integral.

Integralen till en likhet af formen (E) hafva vi utvecklad i § IV, likheten (37, a). Enligt denna formel är:

$$\text{(F)}\qquad \chi = C_1\,\mathrm{dn}\,x + C_2\,\mathrm{dn}\,x\left[\frac{\Theta'_1(x)}{\Theta_1(x)} + \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}}x\right]$$

$$+\frac{1}{\lambda^2 k'^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2\mathrm{dn}\,x\int\frac{k'^2\,dx}{(\mathrm{dn}\,x)^2}\int\mathfrak{X}\,\mathrm{dn}\,x\,dx$$

*) Studien auf dem Gebiete der Störungstheorie p. 7.

Ur denna likhet inhemta vi, att om $\mathfrak{X}$ innehåller en konstant term eller öfverhufvud någon term af formen:

$$\text{(I)} \qquad l_i \cos 2i \frac{\pi}{2\,\mathrm{K}} x\,,$$

der i betecknar ett helt tal, inclusive noll, så uppstå termer i resultatet, hvilka innehålla x^2 såsom faktor. — Vidare inses att en term i $\mathfrak{X}$ af formen:

$$\text{(II)} \qquad l_i \sin 2i \frac{\pi}{2\,\mathrm{K}} x$$

förorsakar en term i χ, som innehåller faktorn $x \operatorname{dn} x$. Denna term kan dock omedelbart bortskaffas, nämligen om man bestämmer den öfvertaliga integrationskonstanten C_2 på ett för sådant ändamål lämpligt sätt.

Om termer af formen (I) förekomma i $\mathfrak{X}$, så äro dessa alltid af högre ordning i afseende på den störande massan, än den första; och desamma kunna utan olägenhet bortlemnas vid den första bestämningen af χ. — Vi beteckna nu med $[\mathfrak{X}]$ summan af de termer, som återstå, sedan alla termer af formerna (I) och (II) blifvit undantagna från den fullständiga funktionen $\mathfrak{X}$. I stället för resultatet (F) finna vi då det följande:

$$\text{(G)} \qquad \chi = C_1 \operatorname{dn} x + C_2 \operatorname{dn} x \frac{\Theta'_1(x)}{\Theta_1(x)}$$
$$+ \frac{1}{\lambda^2 k'^2}\left(\frac{\pi}{2\,\mathrm{K}}\right)^2 \operatorname{dn} x \int \frac{k'^2\, dx}{(\operatorname{dn} x)^2} \int [\mathfrak{X}] \operatorname{dn} x\, dx$$

I denna likhet tänka vi oss konstanten C_2 sålunda bestämd, att de termer, hvilka innehållit $x \operatorname{dn} x$ såsom faktor, ömsesidigt upphäft hvarandra; öfver konstanten C_1 kunna vi ännu disponera, och vi skola se, att denna konstant kan bestämmas på sådant sätt, att resultatet (G) utgör en verklig approximation af integralen till (D). Resultatet (G), hvilket vi beteckna med $\chi^{(0)}$, insätta vi i stället för χ i likheten (D) till höger, hvarefter summan af der förekommande termer kan bringas under formen:

$$\frac{1}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\,\mathrm{K}}\right)^2\left\{[\mathfrak{X}] + \sum l'_i \sin 2i\frac{\pi}{2\,\mathrm{K}}x + \sum h'_i \cos 2i\frac{\pi}{2\,\mathrm{K}}x\right\};$$

och det är tydligt, att koefficienterna h'_i äro funktioner af af den ännu obestämda integrationskonstanten C_1.

Det anförda uttrycket insätta vi i stället för $\frac{1}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\,\mathrm{K}}\right)^2\mathfrak{X}$ till höger i likheten (F), samt beteckna dervid:

$$\mathrm{dn}\,x\sum l'_i \sin 2i\frac{\pi}{2\,\mathrm{K}}x = \sum l''_i \sin 2i\frac{\pi}{2\,\mathrm{K}}x$$

$$\mathrm{dn}\,x\sum h'_i \cos 2i\frac{\pi}{2\,\mathrm{K}}x = \sum h''_i \cos 2i\frac{\pi}{2\,\mathrm{K}}x$$

Resultatet af dessa substitutioner erhålles nu under följande form:

$$\text{(H)}\qquad \chi = C_1\,\mathrm{dn}\,x + C_2\,\mathrm{dn}\,x\left[\frac{\Theta'_1(x)}{\Theta_1(x)} + \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}}x\right]$$

$$+\frac{1}{\lambda^2 k'^2}\left(\frac{\pi}{2K}\right)^2\mathrm{dn}\,x\int\frac{k'^2\,dx}{(\mathrm{dn}\,x)^2}\int\sum l''_i \sin 2i\frac{\pi}{2K}x\,dx$$

$$+\frac{1}{\lambda^2 k'^2}\left(\frac{\pi}{2\,\mathrm{K}}\right)^2\mathrm{dn}\,x\int\frac{k'^2\,dx}{(\mathrm{dn}\,x)^2}\int\sum h''_i \cos 2i\frac{\pi}{2K}x\,dx$$

$$+\frac{1}{\lambda^2 k'^2}\left(\frac{\pi}{2K}\right)^2\mathrm{dn}\,x\int\frac{k'^2\,dx}{(\mathrm{dn}\,x)^2}\int[\mathfrak{X}]\,\mathrm{dn}\,x\,dx$$

Konstanten C_2 måste tydligen bestämmas såsom förut, d. v. s. på så sätt, att alla med $x\,\mathrm{dn}\,x$ multiplicerade termer ömsesidigt upphäfva hvarandra. I afseende på konstanten C_1 erinras åter, att densamma ingår i koefficienterna h''_i, samt kan väljas sålunda, att en af dessa koefficienter försvinner. Bringa vi, medelst en lämplig bestämning af denna konstant, koefficienten h''_0 att försvinna, så kommer funktionen χ ej att innehålla någon med x^2 multiplicerad term. Genom att fortsätta dessa operationer kan man finna integralen till lik-

heten (D) med all önsvärd noggranhet utan att dervid någon term, som innehölle v_0 eller v_0^2 utanför de trigonometriska funktionstecknen uppstår.

Man inser lätt, att då termer af elementär form uppstå i uttrycket (H), så hafva dessa endast förlorat en potens af den störande massan och derföre i $\frac{d\chi}{dv_0}$ af samma ordning som i funktionen [𝔛]. Öfverflyttningen till c_1 kan då företagas efter integrationsprocessen, hvilket medför en väsentlig fördel.

101.

När variationen öfverhufvud är liten, kan man vidtaga en modifikation af den i det föregående förklarade integrationsprocessen, hvilken förtjenar att tillvaratagas. Denna modifikation låter oss äfven finna de största variationstermerna genom rena qvadraturer.

Det värde vi finna, då χ sättes lika med noll i funktionen W, beteckna vi med $\overline{W}_0$ och bestämma χ_0 ur likheten:

(115)
$$\frac{d^2\chi_0}{dv_0^2} = \overline{W}_0 ,$$

hvars integration omedelbart reduceras till en dubbelqvadratur; och integrationskonstanterna måste härvid sättas lika med noll, emedan man i annan händelse vid fortsatta approximationer erhölle termer, som vore multiplicerade med potenser af v_0.

Den följande funktionen χ_1 kunna vi bestämma antingen ur likheten:

(115 a)
$$\frac{d^2\chi_1}{dv_0^2} = W_0 - \overline{W}_0 - \frac{1}{2}\frac{d \log c_1}{dv_0}\frac{d\chi_0}{dv_0}$$

eller ur

(115 b)
$$\frac{d^2\chi_1}{dv_0^2} = W_1 - \overline{W}_0 - \frac{1}{2}\frac{d \log c_1}{dv_0}\frac{d\chi_0}{dv_0}$$

Genom att använda den förra af dessa likheter skulle man föras till en integrationsmethod, som lider af de olägenheter, hvilka antyddes i slutet af art. 98; likheten (115 b) kan

deremot lätt öfverföras till formen (C), hvilken vi behandlade i föregående artikel, och hvilken leder till ett både noggrannare och lättare användbart resultat än likheten (115 a).

102.

Vid tillämpningarna på numeriska exempel komma de strängare integrationsmethoder, som vi hafva anförda dels i denna paragraf, dels i § IV, till användning endast på ett mindre antal termer, hvilka genom integrationen erhålla betydliga värden. Huruledes dessa termer frånskiljas de öfriga, inses redan på grund af framställningen i art. 27. Då emellertid denna operation spelar en synnerligen vigtig roll i praktiskt hänseende, skola vi belysa densamma från ännu en annan sida.

Härtill återtaga vi likheten (31), nämligen:

$$\frac{d^2\chi}{dv_0^2} = -\sum \alpha_{s,s'} \sin(\lambda_{s,s'} v_0 + s\chi + a_{s,s'}) + \Pi,$$

der χ betecknar det fullständiga variationsuttrycket.

Om vi nu frånskilja en variationsterm genom att från den föregående likheten subtrahera den följande:

$$\frac{d^2\chi_{s,s'}}{dv_0^2} = -\alpha_{s,s'} \sin(\lambda_{s,s'} v_0 + s\chi_{s,s'} + a_{s,s'}) - \Pi_{s,s'},$$

så återstår, då man sätter:

$$(\chi)_{s,s'} = \chi - \chi_{s,s'};$$

$$(a)\ \frac{d^2(\chi)_{s,s'}}{dv_0^2} = -\alpha_{s,s'} \big[\sin(\lambda_{s,s'} v_0 + s\chi + a_{s,s'}) - \sin(\lambda_{s,s'} v_0 + s\chi_{s,s'} + a_{s,s'})\big] - (\Pi - \Pi_{s,s'}) + \Sigma;$$

och här betecknar Σ en summa termer med andra argument än $\lambda_{s,s'} + a_{s,s'}$.

Då vi nu utveckla efter potenserna af $(\chi)_{s,s'}$, erhålles:

$$(\beta)\qquad \frac{d^2(\chi)_{s,s'}}{dv_0^2} = \Sigma - (\Pi - \Pi_{s,s'})$$

$$- s\alpha_{s,s'} \cos\left(\lambda_{s,s'} v_0 + s\chi_{s,s'} + a_{s,s'}\right)(\chi)_{s,s'}$$

$$+ \frac{s^2}{1.2}\alpha_{s,s'} \sin\left(\lambda_{s,s} v_0 + s\chi_{s,s'} + a_{s,s'}\right)\left[(\chi)_{s,s'}\right]^2$$

$$+ \ldots;$$

och härifrån kan återigen en likhet af formen (α) afskiljas. Det är dock nu att märka, att till höger om likhetstecknen den sökta funktionen $(\chi)_{s,s'}$ förekommer utanför cos-tecknet, och att man derföre synes erhålla en likhet af väsentligen mer komplicerad form, än deras, som vi redan hafva integrerade. De sålunda uppkomna svårigheterna kunna dock temligen lätt öfvervinnas, alldenstund den term, der $(\chi)_{s,s'}$ förekommer utanför cos-tecknet, är af andra ordningen. Vi kunna derföre antingen substituera ett preliminärt värde i stället för denna funktion i besagde term, hvarefter samma förfarande, som redan blifvit beskrifvet, kan användas; eller kan man utveckla funktionen Σ efter potenserna af $(\chi)_{s,s'}$, hvarefter den i art. 99 förklarade methoden kan användas. Om vi dervid för korthetens skull skrifva χ i stället för $(\chi)_{s,s'}$, så uppstår ett resultat af denna form:

$$\frac{d^2\chi}{dv_0^2} = N_1\chi + N_2\chi^2 + \ldots + \Pi,$$

der N_1, N_2 ... Π anses såsom bekanta funktioner, och Σ ej har samma betydelse som förut. I det vi med Ω_1 beteckna argumentet $\lambda_i v_0 + v_i$, kan följande uttryck uppställas:

$$N_1 = n_1 \cos \Omega_1 + n_2 \cos \Omega_2 + \ldots$$

samt liknande utvecklingar för N_2, ...

Funktionen χ sönderdela vi nu, i det vi sätta:

$$\chi = \chi_0 + \chi_1 + \cdots,$$

samt bestämma de olika afdelningarna ur likheterna:

$$(116)\quad \begin{cases} \dfrac{d^2\chi_0}{dv_0^2} = \Pi \\[2ex] \dfrac{d^2\chi_1}{dv_0^2} - n_1 \cos \Omega_1 \chi_1 = N_1 \chi_0 + N_2 \chi_0^2 + \ldots \\[2ex] \dfrac{d^2\chi_2}{dv_0^2} - n_2 \cos \Omega_2 \chi_2 = n_2 \cos \Omega_2 \chi_1 + [N_1 - n_1 \cos \Omega_1] \chi_1 \\ \qquad\qquad + N_2 (2\chi_0\chi_1 + \chi_1^2) + \ldots \\ \text{o. s. v.} \end{cases}$$

Vid integrationen af dessa likheter komma föreskrifterna i art. 99 omedelbart till användning. Man har dervid att ordna argumenten Ω_i på så sätt, att de likheter, ur hvilka de största termerna framgå, komma till först.

103.

En nödvändig följd deraf, att radius-vektor i den absoluta banan är uttryckt medelst flere termer, hvilkas koefficienter äro af ungefär samma storleksordning, samt der argumenten skilja sig från hvarandra med qvantiteter, som växa mycket långsamt och i förhållande till de störande krafternas storlek, är: variationstermernas gruppvisa uppträdande, d. v. s. att de erhålla argument, hvilkas tillväxter skilja sig från hvarandra med qvantiteter af de störande krafternas storleksordning. Det är äfven erforderligt, att från den ursprungliga differentialeqvationen, hvarigenom variationen blifvit definierad, afsöndra en hel grupp termer, samt att behandla dessa termer samfäldt. Ty produkterna af dessa termer gifva upphof åt argument af elementär natur, och de motsvarande koefficienterna antaga ursprungligen värden, som äro af andra ordningen. Men kombineras dessa termer två och två, så upphäfva de hvarandra till största delen, så att ett resultat af tredje ordningen erhålles, hvilket föranleder termer af andra ordningen i c_1. Vi gå att visa detta förhållande, i det vi betrakta likheten:

$$\frac{d^2\chi}{dv_0^2} = -a \sin(\Omega + \chi) - a_1 \sin(\Omega + \sigma_1 v_0 + \chi) - \ldots$$
$$- a_{r-1} \sin(\Omega + \sigma_{r-1} v_0 + \chi) + \Pi \,.$$

der Ω har den i föregående artikel faststälda betydelsen, samt de indices till χ och Π, som utmärka den ifrågavarande termgruppen, blifvit utelemnade. Vi sönderdela nu χ i enlighet med likheten:

$$\chi = \chi_0 + \chi_1 + \cdots + \chi_{r-1} + \chi_r \,.$$

samt bestämma de r första af dessa funktioner ur likheterna:

$$(117) \quad \begin{cases} \dfrac{d^2\chi_0}{dv_0^2} = -a \sin(\Omega + \chi_0) \\ \dfrac{d^2\chi_1}{dv_0^2} = -a_1 \sin(\Omega + \sigma_1 v_0 + \chi_1) \\ \dfrac{d^2\chi_2}{dv_0^2} = -a_2 \sin(\Omega + \sigma_2 v_0 + \chi_2) \\ \cdots\cdots \\ \dfrac{d^2\chi_{r-1}}{dv_0^2} = -a_{r-1} \sin(\Omega + \sigma_{r-1} v_0 + \chi_{r-1}) \end{cases}$$

För att framställa den återstående likheten under en enkel form, införa vi beteckningarne:

$$(\chi)_0 = \chi - \chi_0$$
$$(\chi)_1 = \chi - \chi_1$$
$$\cdots\cdots$$
$$(\chi)_{r-1} = \chi - \chi_{r-1}$$

samt utveckla värdet af $\dfrac{d^2\chi_r}{dv_0^2}$ efter potenserna af dessa differenser. Vi erhålla då:

$$(118) \qquad \frac{d^2\chi_r}{dv_0^2} = -a(\chi)_0 \cos(\Omega + \chi_0) + \ldots$$
$$- a_1(\chi)_1 \cos(\Omega + \sigma_1 v_0 + \chi_1) + \ldots$$
$$- a_2(\chi)_2 \cos(\Omega + \sigma_2 v_0 + \chi_2) + \ldots$$
$$- \ldots$$

Genom att integrera likheterna (117) erhålla vi, med bortlemnande af termer af högre ordning, följande resultat:

$$\chi_0 = af \sin \Omega$$
$$\chi_1 = a_1 f_1 \sin(\Omega + \sigma_1 v_0)$$
$$\cdots\cdots$$
$$\chi_{r-1} = a_{r-1} f_{r-1} \sin(\Omega + \sigma_{r-1} v_0),$$

der f, f_1, ... f_{r-1} beteckna konstanta faktorer, hvilka skilja sig från hvarandra med qvantiteter, som äro multiplicerade med den störande massan.

Det är nu lätt att framvisa, att de termer med argumenten $\sigma_1 v_0$; $\sigma_2 v_0$, o. s. v., som uppstå till höger om likhetstecknet i (118), blifva af tredje ordningen. Härtill böra dessa termer kombineras med hvarandra, två och två. Vi betrakta då termerna:

$$a_m(\chi)_m \cos(\Omega + \sigma_m v_0) + a_n(\chi)_n \cos(\Omega + \sigma_n v_0),$$

samt insätta i stället för $(\chi)_m$ och $(\chi)_n$ de i dessa funktioner förekommande termerna:

$$a_n f_n \sin(\Omega + \sigma_n v_0)$$

och

$$a_m f_m \sin(\Omega + \sigma_m v_0);$$

vårt resultat blifver då:

$$a_m a_n \left[f_n \sin(\Omega + \sigma_n v_0) \cos(\Omega + \sigma_m v_0) \right.$$

$$\left. + f_m \cos(\Omega + \sigma_n v_0) \sin(\Omega + \sigma_m v_0)\right]$$

$$= \tfrac{1}{2} a_m a_n (f_m + f_n) \sin(2\Omega + (\sigma_m + \sigma_n) v_0)$$

$$+ \tfrac{1}{2} a_m a_n (f_m - f_n) \sin(\sigma_m - \sigma_n) v_0 ,$$

hvaraf riktigheten af vårt påstående omedelbart inses.

104.

Ifrån den fullständiga likheten (60) skola vi särskilja en följd af termer af en egendomlig beskaffenhet, och hvilka icke kunna behandlas enligt de i det föregående gifna methoderna. Sjelfva behandlingen af dessa termer uppskjutes till nästföljande paragraf; här kommer det endast an på deras frånskiljande. Dessa termer hafva formen:

(III) $$\alpha_j \sin j\chi ,$$

eller formen:

(IV) $$\alpha_j^{(i)} \left[\sin(\sigma_i v_0 + j\chi) - \sin \sigma_i v_0\right] ;$$

och från likheten (60) frånskilja vi nu den följande:

(119) $$\frac{d^2\chi}{dv_0^2} = -\sum \alpha_j \sin j\chi$$

$$- \sum\sum \alpha_j^{(i)} \left[\sin(\sigma_i v_0 + j\chi) - \sin \sigma_i v_0\right]$$

$$+ (W) - \tfrac{1}{2} \frac{d \log c_1}{dv_0} \frac{d\chi}{dv_0} ,$$

der vi med (W) förstå summan af alla termer i W, som ej hafva formen (III) eller (IV), och der vi, likasom i förhållandet $\frac{d\chi}{dv_0}$ substituerat det värde af χ, oss på grund af föregående undersökningar är bekant.

Det är tydligt, att man, genom att integrera likheten (119), erhåller ett noggrannare värde af χ. Det definitiva värdet erhålles slutligen, antingen genom en ny differentialeqvation, som bestämmer differensen $\chi - \bar{\chi}$, eller ock genom fortsatta approximationer, dervid de efterhand funna värdena χ substitueras i de tvenne sista termerna af likheten (119), hvarjemte $\bar{\chi}$ identifieras med χ.

105.

Det återstår oss nu att angifva utvecklingen af funktionen:

$$X = \frac{r^2}{c_0}\frac{\partial(\Omega)}{\partial v} - [Q_{0\cdot 0}]\,.$$

För vinnandet af detta ändamål insätta vi i likheten (48): $\bar{\varrho} + \bar{R}$ i stället för ϱ samt $\bar{\varrho}' + \bar{R}'$ i stället för ϱ'; vi erhålla då ett resultat af formen:

$$\frac{r^2}{c_0}\frac{\partial(\Omega)}{\partial v} = Q = \left\{\begin{array}{l} \mathfrak{C}^{(1)}_{0\,.\,0} \\ + \mathfrak{C}^{(1)}_{1\,.\,0}\bar{R} + \mathfrak{C}^{(1)}_{0\,.\,1}\bar{R} \\ + \mathfrak{C}^{(1)}_{1\,.\,1}\bar{R}\bar{R}' + \mathfrak{C}^{(1)}_{2\,.\,0}\bar{R}^2 + \mathfrak{C}^{(1)}_{0\,.\,2}\bar{R}'^2 \\ + \ldots \end{array}\right\}\frac{\partial\cos H}{\partial v}$$

$$+ \left\{\begin{array}{l} \mathfrak{C}^{(2)}_{0\,.\,0} \\ + \mathfrak{C}^{(2)}_{1\,.\,0}\bar{R} + \mathfrak{C}^{(2)}_{0\,.\,1}\bar{R}' \\ + \mathfrak{C}^{(2)}_{1\,.\,1}\bar{R}\bar{R}' + \mathfrak{C}^{(2)}_{2\,.\,0}\bar{R}^2 + \mathfrak{C}^{(2)}_{0\,.\,2}\bar{R}^2 \\ + \ldots \end{array}\right\}\frac{\partial\cos 2H}{\partial v}$$

$$+ \ldots$$

Koefficienterna $\mathfrak{C}^{(n)}_{s,\,s'}$ finner man lätt genom att utföra ofvan antydda operationer; de äro här nedan sammanstälda:

$$\mathfrak{C}^{(n)}_{0.0} = \sum\sum \mathfrak{A}^{(n)}_{s,s'} \overline{\varrho}^{s} \overline{\varrho'}^{s'}$$

$$\mathfrak{C}^{(n)}_{1.0} = \sum\sum \frac{s}{1} \mathfrak{A}^{(n)}_{s,s'} \overline{\varrho}^{s-1} \overline{\varrho'}^{s'}$$

$$\mathfrak{C}^{(n)}_{0.1} = \sum\sum \frac{s'}{1} \mathfrak{A}^{(n)}_{s,s'} \overline{\varrho}^{s} \overline{\varrho'}^{s'-1}$$

$$\mathfrak{C}^{(n)}_{2.0} = \sum\sum \frac{s(s-1)}{1 \,.\, 2} \mathfrak{A}^{(n)}_{s,s'} \overline{\varrho}^{s-2} \overline{\varrho'}^{s'}$$

$$\mathfrak{C}^{(n)}_{1.1} = \sum\sum \frac{s}{1}\frac{s'}{1} \mathfrak{A}^{(n)}_{s,s'} \overline{\varrho}^{s-1} \overline{\varrho'}^{s'-1}$$

$$\mathfrak{C}^{(n)}_{0.2} = \sum\sum \frac{s'(s'-1)}{1 \,.\, 2} \mathfrak{A}^{(n)}_{s,s'} \overline{\varrho}^{s} \overline{\varrho'}^{s'-2}$$

o. s. v.

Uti dessa utvecklingar måste $\overline{\varrho}$ tänkas såsom funktion af v_0, $\overline{\varrho'}$ af v'_0 samt H såsom funktion af båda dessa argument. För att erhålla den för de postulerade integrationerna erforderliga formen, måste det senare argumentet ersättas genom det förra, hvilket sker genom de operationer, som blifvit förklarade i paragrafen XI. Såsom vi sett i art. 92, medför denna transformation serieutvecklingar efter de stigande potenserna af qvantiteten $T - T' + T_1 - T'_1$, och af dessa funktioner anse vi, då variationstermerna sökas, de tre senaste såsom bekanta. Likaledes anse vi $\overline{R}'$ vara känd äfvensom ock den störande kroppens egen variation, samt angifva då funktionen Q under formen:

(120) $$Q = Y_0 + Y_1 \overline{R} + Y_2 T$$

Af de här förekommande funktionerna anse vi Y_0 vara oberoende af $\overline{R}$ och af T, men tänka oss Y_1 och Y_2 innehålla dessa qvantiteter. De termer i Y_1 och Y_2, som befinnas multiplicerade med $\overline{R}$ eller T, eller med potenser och produkter af desamma, äro dock minst af andra ordningen, så att, om

man blott afser termer af andra ordningen, ifrågavarande funktioner äro att anse såsom bekanta.

Genom att subtrahera termerna i funktionen $[Q_{0\,.\,0}]$, hvilka vi anse redan vara kända, från termerna i uttrycket (120), erhålles den funktion vi betecknat med X, hvarefter funktionen W härledes genom multiplikation med $\frac{c_0}{c_1}$. Formen för denna funktion blifver, såsom lätt inses, densamma som för Q, nämligen:

$$W = Y'_0 + Y'_1 \overline{R} + Y'_2 T; \tag{121}$$

och här beteckna Y'_0, Y'_1 och Y'_2 funktioner, som lätt kunna härledas ur Y_0, Y_1 och Y_2.

Funktionen χ förekommer väl icke omedelbart i $\bar{\varrho}$, men densamma ingår i H och öfvergår härifrån i funktionerna Y_0, Y_1 och Y_2.

106.

Då vi använda det funna uttrycket för W, i det vi insätta detsamma i den första af likheterna (113), erhålla vi ett värde af χ, hvilket, i betraktande deraf att de vid integrationsprocessen uppkommande elliptiska modylerna äro qvantiteter af första ordningen, kan sättas under följande form:

$$\chi = \chi_0 = \Phi_0 + \nu_1 \iint Y'_1 \overline{R}\, dv_0^2 + \nu_1 \iint Y'_2\, T\, dv_0^2, \tag{122}$$

då vi nämligen endast afse ett resultat, som innehåller termerna af andra ordningen. Här betecknar Φ_0 en funktion, som redan är bekant, samt ν_1 en konstant faktor. — Medelst differentiation af föregående uttryck erhålles:

$$\frac{d\chi}{dv_0} = \frac{d\Phi_0}{dv_0} + \nu_1 \int Y'_1 \overline{R}\, dv_0 + \nu_1 \int Y'_2\, T\, dv_0,$$

en likhet, hvilken vi skola transformera på så sätt, att T blifver ersatt genom $\overline{R}$. Härtill erinra vi oss likheten (103); om densamma utvecklas efter potenserna af (R) och om endast en term af denna utveckling medtages, så befinnes:

$$T = -2\int \frac{(R)}{(p)} \frac{(r)}{a} (1 + Z)\, d\zeta$$

Men då man har:

$$\frac{(R)}{(p)} = \frac{\overline{R}}{p_0},$$

samt

$$(1 + Z)\, d\zeta = \frac{(r)^2\, dv_0}{\sqrt{c_1}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{p_1}} \frac{(r)^2}{a^2} \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu_1}}\, dv_0,$$

så finner man;

(123) $$T = -2\int \frac{\overline{R}}{p_0\sqrt{p_1}} \left[\frac{(r)}{a}\right]^3 \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu_1}}\, dv_0$$

I det man nu betecknar:

$$N_0 = \frac{d\Phi_0}{dv_0}$$

$$N_1 = \nu_1 Y_1'$$

$$N_2 = \nu_1 Y_2'$$

$$N_3 = -\frac{2}{p_0\sqrt{p_1}} \left[\frac{(r)}{a}\right]^3 \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu_1}},$$

härleder man ur det föregående uttrycket för $\frac{d\chi}{dv_0}$ det följande:

$$\frac{d\chi}{dv_0} = N_0 + \int N_1 \overline{R}\, dv_0 + \int N_2\, dv_0 \int N_3 \overline{R}\, dv_0$$

Man förenklar detta uttryck genom att sätta:

$$M = \int N_2\, dv_0;$$

härmed erhålles:

$$\int \mathrm{N}_2\, dv_0 \int \mathrm{N}_3 \overline{R}\, dv_0 = \mathrm{M} \int \mathrm{N}_3 \overline{R}\, dv_0 - \int \mathrm{M}\, \mathrm{N}_3 \overline{R}\, dv_0 ,$$

hvarefter man finner följande resultat:

$$(124) \qquad \frac{d\chi}{dv_0} = \mathrm{N}_0 + \int [\mathrm{N}_1 - \mathrm{M}\, \mathrm{N}_3] \overline{R}\, dv_0 + \mathrm{M} \int \mathrm{N}_3 \overline{R}\, dv_0$$

Af denna likhet skola vi i det följande begagna oss för att transformera den differentialeqvation, hvarigenom evektionen bestämmes. — Det kan för öfrigt anmärkas, att om N_0 blifver vederbörligt bestämd, så innehåller likheten (124) fullständigt alla termer af andra ordningen, så när som på dem, hvilka bero af ändringarna af den ömsesidiga lutningen. Dessa kan man dock tänka sig redan bestämda och införlifvade i N_0.

§ XIV. Ytterligare om variationen. — Apparent libration.

107.

Denna paragraf egnas åt behandlingen af de termer, som blifvit utsatta i art. 104; huruledes dylika termer uppstå, gå vi nu först och främst att visa. För detta ändamål erinra vi oss fram för allt, att funktionen χ ingår i uttrycket för $\cos H$ på följande sätt:

$$\begin{aligned} \cos H = \;& \cos(v_0 + \chi + \Pi) \cos(v'_0 + \chi' + \Pi') \\ & + \sin(v_0 + \chi + \Pi) \sin(v'_0 + \chi' + \Pi') \cos J , \end{aligned}$$

då vi nämligen med χ' beteckna den störande kroppens egen variation. Bortlemna vi denna, så erhålles på samma sätt, som i art. 53, termen:

$$Q = -\tfrac{1}{2} \varkappa' \cos \tfrac{1}{2} J^2 \sin(\mathrm{v}_0 + \chi + \mathrm{v}_1)\, \mathfrak{A}^{(1)}_{1\,.\,1}\, \overline{\varrho}$$

Här införa vi följande termer af $\overline{\varrho}$:

$$\overline{\varrho} = \varkappa_1 \cos \mathrm{v}_0 + \varkappa_2 \cos(\mathrm{v}_0 + \mathrm{v}_1)$$

och erhålla då, när termerna med argumentet $2v_0$ bortlemnas:

$$Q = -\tfrac{1}{4}\varkappa_1 \varkappa' \cos\tfrac{1}{2}J^2 \mathfrak{A}^{(1)}_{1.1} \sin(v_1 + \chi)$$
$$-\tfrac{1}{4}\varkappa_2 \varkappa' \cos\tfrac{1}{2}J^2 \mathfrak{A}^{(1)}_{1.1} \sin\chi$$

Då nu $[Q_{0.0}]$ erhålles genom att i detta uttryck sätta $\chi = 0$, så finna vi:

$$Q - [Q_{0.0}] = X = -\tfrac{1}{4}\varkappa_1 \varkappa' \cos\tfrac{1}{2}J^2 \mathfrak{A}^{(1)}_{1.1}[\sin(v_1 + \chi) - \sin v_1]$$
$$-\tfrac{1}{4}\varkappa_2 \varkappa' \cos\tfrac{1}{2}J^2 \mathfrak{A}^{(1)}_{1.1} \sin\chi$$

Härmed är tillvaron af termer af den ifrågavarande beskaffenheten konstaterad, och tillika antydt, huruledes desamma i allmänhet uppstå. Några särskilda föreskrifter för deras härledning behöfvas för öfrigt icke, utan erhållas desamma fullständigt vid störingsfunktionens allmänna utveckling.

Vi gå nu till en början att sysselsätta oss med en differentialeqvation af formen:

$$(125) \qquad \frac{d^2\chi}{dv_0^2} + \alpha_1 \sin\chi + \alpha'_1[\sin(v_1 + \chi) - \sin v_1] = X\,,$$

der X betecknar en summa bekanta termer, af hvilka ingen antagas hafva ett argument, der den föränderliga v_0 befinnes multiplicerad endast med en qvantitet af de störande krafternas storleksordning.

108.

Det kan till en början anmärkas, att den i art. 99 förklarade methoden icke här är användbar, emedan den med λ betecknade faktorn nu blefve en qvantitet af första ordningen, hvilket återigen skulle föranleda, att modylen k erhölle ett värde, i det närmaste lika med 1. Vi måste derföre uppsöka andra integrationsmethoder, men dessförinnan må ett specielt fall behandlas, det nämligen, då v_1 har ett konstant värde. Undersökningen af detta fall är långt ifrån utan

intresse, emedan densamma är nödvändig för att rätt kunna uppskatta följderna af att hafva utvecklat de elementära termerna efter potenserna af v_0, samt äfven emedan den föränderliga delen af argumentet V_1 kan försvinna. Denna undersökning inleda vi genom att införa beteckningarna:

$$2V = \chi$$

$$\alpha^2 = \alpha_1 + \alpha'_1 \cos v_1$$

$$(X) = \tfrac{1}{2} X + \frac{\alpha'_1}{2} \sin v_1 (1 - \cos 2V);$$

vi erhålla då ur likheten (125);

$$(\alpha) \qquad \frac{d^2 V}{dv_0^2} + \alpha^2 \sin V \cos V = (X)$$

För att integrera denna eqvation sätta vi:

$$V = V_0 + V_1$$

samt bestämma V_0 ur likheten:

$$(\beta) \qquad \frac{d^2 V_0}{dv_0^2} + \alpha^2 \sin V_0 \cos V_0 = 0,$$

då vi för bestämningen af V_1 finna den följande:

$$(\gamma) \qquad \frac{d^2 V_1}{dv_0^2} - \alpha^2 (2 \sin V_0^2 - 1) V_1 - 2\alpha^2 \sin V_0 \cos V_0 V_1^2$$
$$+ \tfrac{2}{3} \alpha^2 (2 \sin V_0^2 - 1) V_1^3 + \ldots = (X)$$

Genom att integrera likheten (β) erhåller man, då integrationskonstanten betecknas med γ^2:

$$(\delta) \qquad \left(\frac{dV_0}{dv_0}\right)^2 = \gamma^2 - \alpha^2 \sin V_0^2.$$

Konstanten γ är öfvertalig, och sättes densamma lika med noll, så är äfven:

$$V_0 = 0$$

och för bestämningen af V_1 erhålles då ur (γ) följande likhet

$$(\varepsilon) \qquad \frac{d^2 V_1}{dv_0^2} + \alpha^2 V_1 - \tfrac{2}{3}\alpha^2 V_1^3 + \ldots = (X)$$

Är man dock af en eller annan orsak föranledd att åt konstanten γ gifva något annat värde, så har man att särskilja tvenne fall, det ena, då $\alpha < \gamma$; och det andra, då $\alpha > \gamma$. Gränsfallet, då $\alpha = \gamma$, lemna vi här å sido.

I det förra fallet erhålles:

$$V_0 = \text{am}\,(\gamma v_0 + f_0), \text{ mod. } k = \frac{\alpha}{\gamma},$$

eller om man sätter

$$\xi = \gamma v_0 + f_0,$$

$$V_0 = \text{am}\,\xi$$

Genom att insätta detta värde i likh. (γ) erhålles för bestämningen af V_1 denna eqvation:

$$\frac{d^2 V_1}{d\xi^2} - k^2\,(2\,\text{sn}\,\xi^2 - 1)\; V_1 - 2k^2 \text{sn}\,\xi\,\text{cn}\,\xi\; V_1^2$$

$$+ \tfrac{2}{3}\,k^2\,(2\,\text{sn}\,\xi^2 - 1)\; V_1^3 + \ldots = \frac{1}{\gamma^2}\,(X)$$

Denna likhet integreras medelst fortsatta approximationer, dervid man i den första bortlemnar de termer, som innehålla V_1 upphöjd till högre potens än den första. Man erhåller då, såsom i art. 28,

$$(\zeta) \qquad V_1 = C_1\,\text{dn}\,\xi + C_2\,\text{dn}\,\xi \left[\frac{\Theta'_1\,(\xi)}{\Theta_1\,(\xi)} + \frac{\text{E}}{\text{K}}\,\xi\right]$$

$$+ \frac{\text{dn}\,\xi}{\gamma^2 k'^2}\int\frac{k'^2 d\xi}{\text{dn}\,\xi^2}\int (X)\,\text{dn}\,\xi\, d\xi$$

I detta uttryck böra konstanterna C_1 och C_2 sättas lika med noll, för så vidt ej några särskilda omständigheter föranleda andra värden af desamma, och man erhåller då ett uttryck för V_1, bestående af rent periodiska termer. I utvecklingen af V_1^2 förekommer emellertid en konstant term, hvilken vi beteckna med g_0^2 och framförallt böra taga i betraktande vid den andra approximationen. Vi fästa endast afseende vid denna term och den bekanta funktionen (X), och erhålla då:

$$V_1 = C_1 \operatorname{dn}\xi + C_2 \operatorname{dn}\xi \left[\frac{\Theta'_1(\xi)}{\Theta_1(\xi)} + \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}}\xi\right]$$

$$+ \frac{\operatorname{dn}\xi}{\gamma^2 k'^2}\int\frac{k'^2\,d\xi}{\operatorname{dn}\xi^2}\int (X)\operatorname{dn}\xi\,d\xi$$

$$+ g_0^2\frac{2k^2}{k'^2}\operatorname{dn}\xi\int\frac{k'^2\,d\xi}{\operatorname{dn}\xi^2}\int \operatorname{sn}\xi\operatorname{cn}\xi\operatorname{dn}\xi\,d\xi$$

Nu är emellertid

$$2k^2\int \operatorname{sn}\xi\operatorname{cn}\xi\operatorname{dn}\xi\,d\xi = -\operatorname{dn}\xi^2;$$

vi erhålla derföre:

$$V_1 = C_1 \operatorname{dn}\xi + C_2 \operatorname{dn}\xi \left[\frac{\Theta'_1(\xi)}{\Theta_1(\xi)} + \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}}\xi\right] - g_0^2\,\xi\operatorname{dn}\xi$$

$$+ \frac{\operatorname{dn}\xi}{\gamma^2 k'^2}\int\frac{k'^2\,d\xi}{\operatorname{dn}\xi^2}\int (X)\operatorname{dn}\xi\,d\xi$$

Genom att bestämma C_2 ur likheten

$$C_2\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}} = g_0^2 ;$$

samt efter att hafva satt C_1 lika med noll, erhåller man således

$$V_1 = g_0^2\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{E}}\operatorname{dn}\xi\frac{\Theta'_1(\xi)}{\Theta_1(\xi)} + \frac{\operatorname{dn}\xi}{\gamma^2 k'^2}\int\frac{k'^2\,d\xi}{\operatorname{dn}\xi^2}\int (X)\operatorname{dn}\xi\,d\xi\,,$$

ett resultat, hvilket endast innehåller periodiska termer, för så vidt endast sådana förekomma i (X), och af dessa ingen hör till ett argument, som sammanfaller med ξ.

Härmed är äfven visadt, att methoden i § IV kan användas på sådant sätt, att termer med argumentet såsom faktor försvinna ur resultatet, ett förhållande, som äfven framgår på grund af analysen i art. 100.

Men de succesiva approximationerna äro här icke alltid konvergenta; om nämligen (X) innehåller en term af formen

$$a\sin(\lambda v_0 + A)\,,$$

der λ har ett värde, som i storlek är jemförbart med γ, och förhållandet

$$\frac{a}{\gamma^2}$$

derjemte har ett betydligare värde, då är här tydligen ingen konvergens att påräkna. Dessa fall inträffa öfverhufvud då λ har något värde, som är jemförbart med α; och det kan då sättas i fråga, huruvida man, genom att gifva åt medelrörelsen ett bestämdt värde, samt deremot behandla integrationskonstanten γ såsom icke-öfvertalig, ledes till en följd af konvergenta approximationer, samt till ett resultat, der argumentet till någon term ej förekommer utanför sin.- eller cos.-tecknet. Undersökningarna häröfver sammanfalla med behandlingen af det andra fallet, då $\alpha > \gamma$, hvilken vi nu gå att framställa.

109.

Integralen till likheten (α) i föregående artikel har jag redan på ett annat ställe härledt under förutsättning att $\alpha > \gamma$;* jag kunde åtnöja mig med att hänvisa till ifrågavarande uppsats, men för fullständighetens skull må undersökningen af denna likhet här återupptagas.

I stället för V_0 införa vi i (β) en ny funktion ϑ, i det vi sätta

$$\sin V_0 = \frac{\gamma}{\alpha} \sin \vartheta;$$

och om vi beteckna

$$\frac{\gamma}{\alpha} = k,$$

så befinnes

$$\cos V_0 = \sqrt{1 - k^2 \sin \vartheta^2}$$

samt

$$dV_0 = \frac{k \cos \vartheta \, d\vartheta}{\sqrt{1 - k^2 \sin \vartheta^2}}$$

Likheten (δ) gifver oss dessutom

$$dV_0 = \gamma \cos \vartheta \, dv_0;$$

och då de båda värdena af dV_0 jemföras, visar det sig, att:

* Astronomische Nachrichten N:o 2401.

$$\frac{d\vartheta}{\sqrt{1 - k^2 \sin \vartheta^2}} = \alpha dv_0$$

I det vi nu med v^0 beteckna en integrationskonstant, samt sätta

$$\alpha \, (v_0 - v^0) = \eta ,$$

erhålla vi

$$\vartheta = \text{am.} \; \eta \, , \; \text{mod.} \; k$$

och

$$\sin \, V_0 = k \, \text{sn} \, \eta$$

Detta värde insätta vi i likheten (γ), hvarigenom vi erhålla följande resultat

$$\frac{d^2 V_1}{d\eta^2} - (2k^2 \, \text{sn} \, \eta^2 - 1) \; V_1 - 2k \, \text{sn} \, \eta \, \text{dn} \, \eta \; V_1^2$$

$$+ \tfrac{2}{3} \, (2k^2 \, \text{sn} \, \eta^2 - 1) \; V_1^3 + \ldots = \frac{1}{\alpha^2} \, (X)$$

För att kunna gå vidare måste åter utvägen af successiva approximationer tillgripas; i den första söka vi integralen till likheten

$$\frac{d^2 V_1}{d\eta^2} - (2k^2 \, \text{sn} \, \eta^2 - 1) \; V_1 = \frac{1}{\alpha^2} \, (X)$$

Denna är äfven, likasom den i § IV integrerade likheten, ett specielt fall af den LAMÉska eqvationen, och integralen till densamma härledes alldeles på samma väg, som följdes i § IV. Jag har för öfrigt anfört denna härledning i ofvan citerade uppsats, och utelemnar densamma här. Resultatet är det följande:

$$(\eta) \quad V_1 = C_1 \, \text{cn} \, \eta + C_2 \left[\sqrt{\frac{k'}{k}} \, \frac{H'_1(\eta)}{\Theta(\eta)} - \frac{K - E - k^2 K}{K} \, \eta \, \text{cn} \, \eta \right]$$

$$+ \frac{1}{\alpha^2 k'^2} \sqrt{\frac{k'}{k}} \left[\text{cn} \, \eta \int \frac{H'_1(\eta)}{\Theta(\eta)} (X) \, d\eta - \frac{H'_1(\eta)}{\Theta(\eta)} \int \text{cn} \, \eta \, (X) \, d\eta \right]$$

$$+ \frac{K - E - k^2 K}{\alpha^2 k'^2 K} \, \text{cn} \, \eta \int d\eta \int \text{cn} \, \eta \; (X) \; d\eta$$

Om nu konstanten C_2 sättes lika med noll, så erhålles ett uttryck, bestående af rent periodiska termer, men uttrycket,

som anger V_1^2, innehåller en konstant term, hvilken vi, såsom förut, beteckna med g_0^2. Vi medtaga endast denna term jemte funktionen (X) i den andra approximationen, och finna då visserligen en term, utgörande en produkt af en konstant med η en η. Men denna term kan omedelbart, genom en passande bestämning af konstanten C_2 bortskaffas, hvarefter ett resultat, bestående af rent periodiska termer, återstår.

Det resultat, vi sålunda funnit, är visserligen i allmänhet att anses såsom en verklig approximation, men om (X) innehåller en term hvars argument har formen

$$\lambda v_0 + A,$$

der λ betecknar en liten faktor under en viss numerisk gräns, så blifver dock konvergensen illusorisk. Men om faktorn λ kan bringas att försvinna genom en sådan ändring af medelrörelsens antagna värde, att förhållandet $\frac{\gamma}{\alpha}$ förblifver ett egentligt bråk, så bibehåller vårt resultat karaktären af en verklig approximation och i denna händelse är rörelsen behäftad med en *verklig libration.*

Förefinnes deremot icke något argument af den antydda beskaffenheten, men har man dock användt ett värde för medelrörelsen, som ej är fullt exakt, så att konstanten γ måste erhålla ett ändligt värde, så uppstå termer, hvilkas summa jag benämner *apparent libration.* — Dessa termer kunna vanligen bortskaffas, och måste då bortskaffas i den absoluta lösningen, men härtill är det erforderligt att känna medelrörelsens absoluta värde, hvilket åter icke är åtkomligt med mindre än att man känner medellängdens sekularändring, eller den qvantitet, vi betecknat med T_1, under dess periodiska form. Utvecklas denna funktion efter de stigande potenserna af v_0, så måste man tydligen erhålla ett värde för medelrörelsen, som mer eller mindre afviker från dess absoluta belopp. Om man nu ej fäster afseende vid den apparenta librationen, hvilken icke under alltför långa tider kan sammanfalla med, eller kompensera medellängdens sekularändring, så måste skilnader emellan theori och observationer uppstå, hvilka kunna hafva karaktären af ojemnheter med mycket långa perioder, eller ock af en med tiden fortgående ändring af medelrörelsen.

De i föregående artiklar ernådda resultaten äro emellertid för problemets absoluta lösning ej omedelbart användbara, emedan förutsättningen:

$$v_1 = \text{konst.}$$

ej är exakt; desamma komma oss likväl indirekt till nytta, emedan vi i dem lära känna den form, under hvilken vi kunna hoppas att finna de fullständigare resultaten. Då vi nu gå att söka dessa, göra vi till en början det antagande, att ingen apparent libration förekommer, ett antagande, som alltid är berättigadt, då man utvecklat en fullständig theori för rörelsen samt ur iakttagelserna bestämma medelrörelsens absoluta belopp. Vi förutsätta således, att funktionen χ ej innehåller någon term, som vore multiplicerad med en öfvertalig och derjemte obestämd integrationskonstant.

110.

Likheten (125) utveckla vi efter potenserna af χ, hvarigenom erhålles

$$\frac{d^2\chi}{dv_0^2} + [\alpha_1 + \alpha'_1 \cos v_1]\,\chi = X + \frac{\alpha'_1}{1.2} \sin v_1\, \chi^2 \tag{126}$$

$$+ \frac{1}{1.2.3} [\alpha_1 + \alpha'_1 \cos v_1]\,\chi^3$$

$$+ \ldots$$

Här begynna vi approximationerna med att integrera likheten

$$\frac{d^2\chi}{dv_0^2} + \alpha^2\chi = X,$$

der vi skrifvit α^2 i stället för α_1. Resultatet häraf, hvilket vi beteckna med $\chi^{(0)}$, är det följande:

$$\chi^{(0)} = \cos\, \alpha v_0 \left[C_1 - \frac{1}{\alpha}\int X \sin\, \alpha v_0\, dv_0\right]$$

$$+ \sin\, \alpha v_0 \left[C_2 + \frac{1}{\alpha}\int X \cos\, \alpha v_0\, dv_0\right];$$

och enligt vår förutsättning bortlemna vi här integrationskonstanterna C_1 och C_2. Detta resultat kunna vi äfven angifva under formen

$$\chi^{(0)} = \cos \alpha v_0 \int \cos \alpha v_0 \, dv_0 \int X \, dv_0$$
$$+ \sin \alpha v_0 \int \sin \alpha v_0 \, dv_0 \int X \, dv_0,$$

hvilken omedelbart reduceras till en dubbelqvadratur, om man låter α öfvergå till noll.

För så vidt nu funktionen X icke innehåller någon term af sådan beskaffenhet, att densamma föranleder verklig libration, så erhålles för $\chi^{(0)}$ ett uttryck, bestående af rent periodiska termer, der alla koefficienter äro qvantiteter af första ordningen. Qvadraten af detta uttryck innehåller emellertid en konstant term af andra ordningen, hvilken vi beteckna g_0^2; i den andra approximationen, der vi söka ett resultat $\chi^{(1)}$, finna vi derföre en term af elementär form. Densamma erhålles genom att integrera eqvationen

$$\frac{d^2\chi^{(1)}}{dv_0^2} + \alpha^2\chi^{(1)} = \frac{\alpha'_1 \, g_0^2}{1.2} \sin v_1 \, .$$

i hvilken v_1 betecknar ett argument af formen

$$\sigma v_0 + A$$

Genom integration finner man:

$$\chi^{(1)} = \frac{1}{2} \frac{\alpha'_1 \, g_0^2}{\alpha^2 - \sigma^2} \sin v_1 \, ;$$

och då α'_1, g_0, α^2 och σ i allmänhet äro att anse såsom qvantiteter af första ordningen, så befinnes det funna resultatet vara af andra ordningen. Men koefficienten α^2 är dessutom af andra ordningen i afseende på excentriciteterna, hvarföre differensen $\alpha^2 - \sigma^2$ rätteligen bör anses såsom en qvantitet af andra ordningen, så att den nu ifrågavarande termen i sjelfva verket bör anses vara af första ordningen, och i undantagsfall kan erhålla högst betydliga värden. Under sådana förhållanden blefve den följd af approximationer, vi nu påbegynnt, ej mer konvergent, hvarföre vi måste uppsöka ett medel att upphäfva den antydda olägenheten. Det närmast till hands liggande, och måhända enda medlet, som här leder till målet, består i en direkt öfverflyttning till funktionen c_1 af den term, som här upphäfver konvergensen af de successiva approximationerna. — I stället att bestämma c_1 ur likheten

$$c_1 = c_0 \left(1 + 2\int [Q_{0.0}]\, dv_0\right)$$

definiera vi denna funktion medelst den nedanstående:

$$c_1 = c_0 \left(1 + 2\int ([Q_{0.0}] + h_1 \sin \mathrm{v}_1)\, dv_0\right);$$

då måste äfven, om definitionen

$$X = Q - [Q_{0.0}]$$

bibehålles, till högra sidan af likheten (126) fogas termen

$$- h_1 \sin \mathrm{v}_1$$

Man märker lätt, att h_1 bör identifieras med $\frac{1}{2}\, \alpha'_1\, g_0^2$ för att den term må upphäfvas, som föranledde den väsentliga minskning i konvergens, hvarigenom brukbarheten af ofvan antydda approximationsmethod kunde sättas under tvifvel.

Dylika öfverflyttningar äro när som helst tillåtna; dock måste argumentet hos den öfverflyttade termen hafva den verkligt elementära formen, och ej blott erhållit en liknande form på grund af medelrörelsernas tillfälliga beskaffenhet, hvilken kan vara sådan, att något värde af λ befinnes af samma storleksordning, som koefficienterna σ_i. Såsom vi komma att se, ingå nämligen endast sådana termer i funktionen c_1, som äro af den beskaffenhet, att en differentiation i afseende på v' föranleder en faktor af de störande krafternas storleksordning. Att öfverföra en term, som betingar en verklig libration, är derföre icke tillåtet.

111.

Det i föregående artikel meddelade förfarandet är äfven användbart på den allmännare likheten

$$(127) \quad \begin{aligned} \frac{d^2 \chi}{dv_0^2} &+ \alpha_1 \sin \chi + \alpha_2 \sin 2\chi + \ldots \\ &+ \alpha'_1 [\sin (\mathrm{v}_1 + \chi) - \sin \mathrm{v}_1] \\ &+ \alpha'_2 [\sin (\mathrm{v}_1 + 2\chi) - \sin \mathrm{v}_1] \\ &+ \ldots \\ &+ \alpha''_1 [\sin (\mathrm{v}_2 + \chi) - \sin \mathrm{v}_2] \\ &+ \ldots \\ = X &- (h_1^{(1)} + h_2^{(1)} + \ldots) \sin \mathrm{v}_1 - (h_1^{(2)} + h_2^{(2)} + \ldots) \sin \mathrm{v}_2 \ldots, \end{aligned}$$

förutsatt att densamma medelst utveckling efter potenserna af χ kan bringas under följande form

$$(128)\quad \frac{d^2\chi}{dv_0^2} + A_0^{(1)}\chi - A_0^{(3)}\chi^3 + A_0^{(5)}\chi^5 - \ldots$$
$$= -[A_1^{(1)}\cos \mathrm{v}_1 + A_2^{(1)}\cos \mathrm{v}_2 + ..]\chi$$
$$+ [A_1^{(2)}\sin \mathrm{v}_1 + A_2^{(2)}\sin \mathrm{v}_2 + ..]\chi^2$$
$$+ [A_1^{(3)}\cos \mathrm{v}_1 + A_2^{(3)}\cos \mathrm{v}_2 + ..]\chi^3$$
$$- \ldots$$
$$+ X - (h_1^{(1)} + h_2^{(1)} + ..)\sin \mathrm{v}_1 - (h_1^{(2)} + h_2^{(2)} + ..)\sin \mathrm{v}_2$$

Huruledes denna likhet integreras medelst successiva approximationer, antyda vi i följande schema:

$$(129)\quad \frac{d^2\chi_0}{dv_0^2} + A_0^{(1)}\chi_0 = X$$

$$(129,\ a)\quad \frac{d^2\chi_1}{dv_0^2} + A_0^{(1)}\chi_1 = A_0^{(3)}\chi_0^3 - A_0^{(5)}\chi_0^5 + \ldots$$
$$-\left\{A_1^{(1)}\chi_0 - A_1^{(3)}\chi_0^3 + \ldots\right\}\cos \mathrm{v}_1$$
$$-\left\{A_2^{(1)}\chi_0 - A_2^{(3)}\chi_0^3 + \ldots\right\}\cos \mathrm{v}_2$$
$$- \ldots$$
$$+\left\{A_1^{(2)}\chi_0^2 - A_1^{(4)}\chi_0^4 + \ldots - h_1^{(1)}\right\}\sin \mathrm{v}_1$$
$$+\left\{A_2^{(2)}\chi_0^2 - A_2^{(4)}\chi_0^4 + \ldots - h_1^{(2)}\right\}\sin \mathrm{v}_2$$
$$+ \ldots$$

$$(129,\ b)\quad \frac{d^2\chi^{(2)}}{dv_0^2} + A_0^{(1)}\chi^{(2)}$$
$$= A_0^{(3)}\left\{3\chi^{(1)}[\chi^{(0)}]^2 + 3\chi^{(0)}[\chi^{(1)}]^2 + [\chi^{(1)}]^3\right\} - ..$$
$$-\left\{A_1^{(1)}\cos \mathrm{v}_1 + A_2^{(1)}\cos \mathrm{v}_2 + ..\right\}\chi^{(1)}$$
$$+\left\{A_1^{(2)}[2\chi^{(0)}\chi^{(1)} + [\chi^{(1)}]^2] - h_2^{(1)}\right\}\sin \mathrm{v}_1$$
$$+\left\{A_2^{(2)}[2\chi^{(0)}\chi^{(1)} + [\chi^{(1)}]^2] - h_2^{(2)}\right\}\sin \mathrm{v}_2$$
$$+ \ldots$$

Man inser lätt, på grund af dessa likheter, hvilka värden koefficienterna $h_1^{(1)}$, $h_2^{(1)}$, ... böra erhålla, för att motsvara ändamålet med deras införande; vidare befinnes, att $\chi^{(0)}$ är en storhet af första ordningen, $\chi^{(1)}$ en storhet af andra, o. s. v. Men konvergensen af dessa approximationer är i sjelfva verket ännu betydligare, ty koefficienterna $A_1^{(1)}$, $A_2^{(1)}$, o. s. v. innehålla icke allenast den störande massan såsom faktor, utan äro äfven af andra ordningen i afseende på excentriciteterna. — Integralen till ofvanstående likheter finner man omedelbart med stöd af formlerna i art. 110.

112.

Slutligen komma vi till det allmännaste fallet, det nämligen då libration eger rum, densamma må nu vara verklig eller apparent. Sönderdelningen af likheten (128) verkställa vi nu enligt följande schema:

$$(130) \qquad \frac{d^2\chi_0}{dv_0^2} + A_0^{(1)}\chi_0 - A_0^{(3)}\chi_0^3 = 0$$

$$(130, a) \qquad \frac{d^2\chi_1}{dv_0^2} + A_0^{(1)}\chi_1 - 3A_0^{(3)}\chi_0^2\chi_1 = - A_0^{(5)}\chi_0^5 + A_0^{(7)}\chi_0^7 - \ldots$$
$$- \left\{A_1^{(1)}\chi_0 - A_1^{(3)}\chi_0^3 + \ldots\right\}\cos v_1$$
$$- \left\{A_2^{(1)}\chi_0 - A_2^{(3)}\chi_0^3 + \ldots\right\}\cos v_2$$
$$- \ldots$$
$$- \left\{A_1^{(2)}\chi_0^2 - A_1^{(4)}\chi_0^4 + \ldots - h_1^{(1)}\right\}\sin v_1$$
$$+ \left\{A_2^{(2)}\chi_0^2 - A_2^{(4)}\chi_0^4 + \ldots - h_1^{(2)}\right\}\sin v_2$$
$$+ \ldots$$
$$+ X$$

o. s. v.

Dessa likheter integrera vi enligt den method, som blifvit framställd i art. 33—35. — Vi beteckna med γ en integrationskonstant, samt med $\varkappa$ och k tvenne andra konstanter, som bero af γ och dessutom af $A_0^{(1)}$ och $A_0^{(3)}$. Man inser deras betydelse med stöd af likheterna:

$$\frac{\gamma^2}{\varkappa^2} = \frac{A_0^{(1)}}{1 + k^2}$$

$$k^2 = \tfrac{1}{2} A_0^{(3)} \frac{\varkappa^4}{\gamma^2},$$

hvaraf följer:

$$\frac{k^2}{1 + k^2} = \tfrac{1}{2} \varkappa^2 \frac{A_0^{(3)}}{A_0^{(1)}}$$

och

$$\frac{k^2}{(1 + k^2)^2} = \tfrac{1}{2} \gamma^2 \frac{A_0^{(3)}}{[A_0^{(1)}]^2}$$

Efter att med v^0 hafva betecknat en ny integrationskonstant, införa vi, i stället för v_0, en oberoende föränderlig x, i det vi sätta:

$$x = \frac{\gamma}{\varkappa} (v_0 - v^0) = \sqrt{\frac{A_0^{(1)}}{1 + k^2}}\, (v_0 - v^0)$$

Härefter erhålles ur likh. (130):

$$\chi_0 = \varkappa \operatorname{sn} x;$$

och ur likheten (130, *a*) finna vi:

$$\frac{d^2 \chi_1}{dx^2} + [1 + k^2 - 2.3\, k^2 \operatorname{sn} x^2]\, \chi_1 = \frac{1 + k^2}{A_0^{(1)}} [- \varkappa^5 A_0^{(5)} \operatorname{sn} x^5 + \ldots]$$

$$- \frac{1 + k^2}{A_0^{(1)}} [\varkappa A_1^{(1)} \operatorname{sn} x - \ldots] \cos \mathrm{v}_1$$

$$- \ldots.$$

$$+ \frac{1 + k^2}{A_0^{(1)}} [\varkappa^2 A_1^{(2)} \operatorname{sn} x^2 - \ldots - h_1^{(1)}] \sin \mathrm{v}_1$$

$$+ \ldots$$

$$+ \frac{1 + k^2}{A_0^{(1)}} X$$

För bestämmandet af funktionerna $\chi_2, \ldots$ finna vi likheter af samma natur, som den sist anförda, ehuru de bekanta qvantiteterna dervid naturligtvis icke äro desamma. Beteckna vi

dessa, d. v. s. termerna till höger om likhetstecknen med $\frac{1+k^2}{A_0^{(1)}} V_i$, så att man finner χ_i ur likheten:

$$\frac{d^2\chi_i}{dx^2} + [1 + k^2 - 2 \,.\, 3\, k^2 \operatorname{sn} x^2]\, \chi_i = \frac{1+k^2}{A_0^{(1)}} V_i \,,$$

så befinnes i enlighet med formeln (42):

$$(131) \quad \chi_i = C_1 \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x$$

$$+ C_2 \left\{ \frac{\operatorname{sn} x}{k'^2} - \frac{1+k^2}{k'^4} \frac{\Theta'_1(x)}{\Theta_1(x)} \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x - \frac{l}{k'_4} x \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x \right\}$$

$$- \frac{1+k^2}{A_0^{(1)}} \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x \int V_i \left[\frac{\operatorname{sn} x}{k'^2} - \frac{1+k^2}{k'^4} \frac{\Theta'_1(x)}{\Theta_1(x)} \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x \right] dx$$

$$+ \frac{1+k^2}{A_0^{(1)}} \left[\frac{\operatorname{sn} x}{k'^2} - \frac{1+k^2}{k'^4} \frac{\Theta'_1(x)}{\Theta_1(x)} \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x \right] \int V_i \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x\, dx$$

$$- \frac{1+k^2}{A_0^{(1)}} \frac{l}{k'^4} \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x \int dx \int V_i \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x\, dx \,,$$

och här har l samma betydelse som i art. 34, nämligen:

$$l = \frac{3}{2} k^2 \frac{\pi}{2\,\mathrm{K}} \left\{ 1 - \frac{1}{8} k^2 - \frac{1}{64} k^4 - \ldots \right\}^{*}$$

Om man emellertid med stöd af denna formel integrerar likheterna (130), (130, a), o. s. v., så erhåller man visserligen resultat, som befinnas befriade från alla icke periodiska termer, men deremot är serien:

$$\chi = \chi_0 + \chi_1 + \ldots$$

icke i allmänhet mer konvergent.

För att finna en konvergent approximationsserie, måste åter medlet, att öfverflytta de termer med mycket långa

*) Härmed rättas en felskrifning vid den föregående uppgiften.

perioder, hvilkas uppträdande här äro hinderliga för konvergensen, till funktionen $[Q_{0.0}]$ tillgripas. Genom denna åtgärd införes emellertid termer i störingsfunktionen och i uttrycken för (ϱ) och Z, hvilkas argument innehålla vinkeln:

$$\sqrt{\frac{A_0^{(1)}}{1+k^2}}(v_0 - v^0) ;$$

och på grund häraf inser man möjligheten, att termer med ytterst långa perioder under de successiva approximationerna kunna uppstå, hvilka genom integrationsprocessen erhålla betydliga värden och sålunda göra konvergensen af desamma illusorisk. — Att afgöra, under hvilka omständigheter, då någon librationskoefficient har ett ändligt värde, den i dessa afhandlingar meddelade lösningen af tre-kroppars-problemet förlorar sin absoluta karaktär, erfordrar derföre ytterligare undersökningar, dem jag likväl måste uppskjuta till ett annat tillfälle. Och dylika fall kunna så mycket hellre tills vidare lemnas åsido, som de, efter hvad vi kunna antaga, dock höra till undantagen.

Vi inse emellertid, att den med γ betecknade konstanten måste hafva ett ringa numeriskt värde. För att nämligen den elliptiska modylen, hvilken vi betecknat med k, ej skall blifva lika med eller större än 1, måste

$$\gamma < \frac{A_0^{(1)}}{\sqrt{2 A_0^{(3)}}} ;$$

och då $A_0^{(1)}$ och $A_0^{(3)}$ äro af samma storleksordning samt innehålla, icke allenast den störande massan, utan äfven vissa produkter af excentriciteterna såsom faktorer, så är tydligen det ifrågavarande förhållandet i de fall, planetsystemet erbjuder oss, en mycket liten qvantitet. Det är således endast ett fel af ringa belopp hos det antagna värdet af medelrörelsen, som kan kompenseras genom sådana termer, som vi sammanfattat under benämningen apparent libration; och man inser äfven lätt, att denna kompensation i allmänhet endast under en begränsad tidrymd kan ega bestånd. Om likväl det fall in-

träffar, att någon af de faktorer, vi betecknat med σ_i, försvinner, och således det motsvarande argumentet v_i antager ett konstant värde, så antager librationen reel karaktär, och vi hafva då att använda de formler, som blifvit framstälda i artiklarna 108 och 109. Dessa formler komma för öfrigt äfven då till användning, när man utvecklat de trigonometriska funktionerna af argumenten V_i efter de stigande potenserna af $\sigma_i v_0$, genom hvilka utvecklingar man likväl omöjliggjort bestämningen af apsidernas och nodernas absoluta medelrörelser, likasom ock af den störda kroppens egen medelrörelse i absolut mening.

§ XV. Bestämning af evektionen.

113.

Efter att hafva bestämt funktionen $\mathfrak{r}$ eller (ϱ) på sätt, som i nästföljande paragraf närmare kommer att beskrifvas, erhåller man $\bar{\varrho}$ medelst rent algebraiska operationer; vi erhålla med andra ord ett värde af $\bar{\varrho}$, hvilket, då detsamma insättes i likheten (67), borde göra densamma identisk. Men, alldenstund detta värde af ϱ sökes medelst successiva approximationer, så erhålles till en början ett resultat, hvilket ej fullständigt satisfierar besagde likhet, utan kan anses motsvara ett värde af den med Σ_0 betecknade funktionen, hvilket i någon mån skiljer sig från det verkliga. Skilnaden utgöres dock af termer, hvilkas koefficienter äro multiplicerade med högre potenser af den störande kraften än den första; och dessa måste vi antingen tills vidare bortlemna — för så vidt de bero af qvantiteter, som ännu ej blifvit bestämda — eller ock medtaga under den form, desamma omedelbart framträda, nämligen multiplicerade med $\bar{R}$ eller med potenser af denna funktion, eller ock innehållande $\bar{R}$ under integraltecken. Med sådana värden af Σ_0 och $\bar{\varrho}$, hvilka förutsättas identifiera likheten (67), söka vi $\bar{R}$ ur likheten (68).

Den första operation, vi härefter hafva att utföra, består i att reducera den sistnämnda likheten till den kanoniska formen. Vi införa för detta ändamål, i stället för $\bar{R}$, en ny funktion E, hvilken vi bestämma i enlighet med de prin-

ciper, som framlades i art. 95. Det befinnes då, att man måste uppställa relationen:

$$R = \sqrt[4]{\frac{p_0}{p_1}}\, E$$

Härmed erhålles:

$$\frac{dR}{dv_0} = -\tfrac{1}{4}\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{-\frac{5}{4}} \frac{d\frac{p_1}{p_0}}{dv_0} E + \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{-\frac{1}{4}} \frac{dE}{dv_0}$$

$$\frac{d^2R}{dv_0^2} = \left\{\tfrac{5}{16}\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{-\frac{9}{4}} \left(\frac{d\frac{p_1}{p_0}}{dv_0}\right)^2 - \tfrac{1}{4}\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{-\frac{5}{4}} \frac{d^2\frac{p_1}{p_0}}{dv_0^2}\right\} E$$

$$-\tfrac{1}{2}\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{-\frac{5}{4}} \frac{d\frac{p_1}{p_0}}{dv_0} \frac{dE}{dv_0} + \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{-\frac{1}{4}} \frac{d^2E}{dv_0^2},$$

och då man dessutom har:

$$\tfrac{1}{2}\frac{d \log e_1}{dv_0} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{-1} \frac{d\frac{p_1}{p_0}}{dv_0},$$

så befinnes på grund af likheten (68):

$$(132) \quad \frac{d^2E}{dv_0^2} + \left\{1 + \frac{p_0^2}{p_1}\overline{T} + 2\frac{d\chi}{dv_0} + \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2\right.$$

$$\left. + \tfrac{3}{16}\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^2 \left(\frac{d\frac{p_1}{p_0}}{dv_0}\right)^2 - \tfrac{1}{4}\frac{p_0}{p_1}\frac{d^2\frac{p_1}{p_0}}{dv_0^2}\right\} E$$

$$= -\sqrt[4]{\frac{p_1}{p_0}}\left\{2\frac{d\chi}{dv_0} + \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2 + \gamma_0 + \frac{p_0^2}{p_1}[\overline{S} - \Sigma_0]\right\}$$

$$+ \sqrt[4]{\frac{p_1}{p_0}}\left\{\frac{p_0^2}{p_1}\overline{T} + 2\frac{d\chi}{dv_0} + \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2 - \Psi_{1.a}\right\}\overline{\varrho} \; {}^{*)}$$

*) Med $\Psi_{1.a}$ betecknas här den qvantitet, som i art. 50 blifvit betecknad med $-\beta_1 + \Psi_1$.

Sådan är den differentialeqvation, af hvilken vi skola begagna oss för att bestämma evektionstermerna. För detta ändamål bör densamma likväl ytterligare utvecklas, i det värden för $\overline{T}$ och $\overline{S}$, uttryckta såsom funktioner af E, insättas.

114.

I enlighet med bestämningarna i art. 45 hafva vi:

$$\overline{S} + \overline{T}(\overline{\varrho} + \overline{R}) = \frac{r^2}{c_0}\frac{a\,\partial(\Omega)}{\partial r},$$

dervid $\overline{S}$ och $\overline{T}$ tänkas bestämda på så sätt, att $\overline{S}$ ej innehåller någon med $\overline{\varrho}$ eller med $\overline{R}$ multiplicerad term, men väl kan innehålla termer, der R förekommer under integraltecken. Dylika termer äro minst af andra ordningen.

Med

$$H_{00} = H - \varDelta H$$

beteckna vi ett värde af H, der alla af $\overline{R}$ beroende termer blifvit bortlemnade, hvilka termer för öfrigt uppstå derigenom, att argumentet v'_0 utbytes mot argumentet v_0. — Vidare beteckna vi med

$$\varrho'_{00} = \varrho' - \varDelta\varrho'$$

den första termen i utvecklingen af ϱ' efter potenserna af en funktion, som innehåller $\overline{R}$ under ett integraltecken. För $\overline{S}$ erhåller vi då följande utveckling:

$$\overline{S} = \sum \mathfrak{B}^{(0)}_{0,s'}\,\varrho'^{\,s'}_{00}$$

$$+ \sum \mathfrak{B}^{(1)}_{0,s'}\,\varrho'^{\,s'}_{00}\cos H_{00}$$

$$+ \ldots$$

$$+ \Delta\varrho' \left\{ \begin{array}{l} \sum s' \mathfrak{B}^{(0)}_{0,s'} \varrho'^{s'-1}_{00} \\ + \sum s' \mathfrak{B}^{(1)}_{0,s'} \varrho'^{s'-1}_{00} \cos H_{00} \\ + \ldots \end{array} \right\}$$

$$- \Delta H \left\{ \begin{array}{l} \sum \mathfrak{B}^{(1)}_{0,s'} \varrho'^{s'}_{00} \sin H_{00} \\ + \sum 2 \mathfrak{B}^{(2)}_{0,s'} \varrho'^{s'}_{00} \sin 2 H_{00} \\ + \ldots \end{array} \right\}$$

Funktionerna $\Delta\varrho'$ och ΔH erhåller man nu antingen direkt genom utveckling af ϱ' och H efter potenserna af T, då T har den genom likheten (103) gifna betydelsen: eller genom att använda differentialformlerna:

$$\varrho' = \varrho'_{00} + \frac{d\varrho'_{00}}{dv_0} \frac{dv'_0}{dT} T + \ldots$$

$$\cos n H = \cos n H_{00} + \frac{d \cos n H_{00}}{dv'_0} \frac{dv'_0}{dT} T + \ldots .$$

då man har:

$$\Delta\varrho' = \frac{d\varrho'_{00}}{dv_0} \frac{dv'_0}{dT} T + \ldots$$

$$- n \sin n H_{00} \Delta H = \frac{d \cos n H_{00}}{dv'_0} \frac{dv'_0}{dT} T + \ldots$$

Det i dessa uttryck förekommande differentialförhållandet $\frac{dv'_0}{dT}$ finner man lätt på grund af följande betraktelser. Likheten (107) gifver oss omedelbart:

$$\frac{(1 - \eta'^2)^{\frac{3}{2}}}{[1 + \eta' \cos (v'_0 + \Gamma' - \pi')]^2} \frac{dv'_0}{dT} = n' ,$$

hvaraf omedelbart följer:

$$(\alpha) \qquad \frac{dv'_0}{dT} = n'\sqrt{1-\eta'^2}\left[\frac{(a)'}{(r)'}\right]^2,$$

dervid likväl förutsättes, att v'_0 uttryckes genom v_0.

Genom att tillämpa det i inledningen till denna afhandling förklarade systemet af beteckningar, d. v. s. genom att sätta:

$$(a)' = a'_0\,[1 + (\mathrm{A})']$$

$$a'_0 = \frac{a'}{1+\alpha'_0};$$

således äfven:

$$\frac{(a)'}{(r)'} = \frac{a'}{(r)'}\,\frac{1+(\mathrm{A})'}{1+\alpha'_0}$$

samt vidare:

$$\frac{a'}{(r)'} = \frac{1+\overline{\varrho}'}{p'_0},$$

finner man i stället för uttrycket (α) det följande:

$$(\beta) \qquad \frac{dv'_0}{dT} = n'\sqrt{1-\eta'^2}\left[\frac{1+(\mathrm{A})'}{1+\alpha'_0}\right]^2\frac{(1+\overline{\varrho}')^2}{p'^2_0}$$

I nedanstående formler använda vi emellertid det först anförda uttrycket för ifrågavarande differentialkoefficient, emedan detsamma är något kortare än uttrycket (β).

Med stöd af det i art. (106) angifna uttrycket:

$$T = \int \mathrm{N}_3\,\overline{R}\,dv_0$$

erhåller man nu lätt ett resultat af formen:

$$(133) \qquad \overline{S} = \overline{S}_0 + \overline{S}_2\int \mathrm{N}_3\,\overline{R}\,dv_0 + \ldots;$$

och vi inse omedelbart, att härvid följande värden för $\overline{S}_0$ och $\overline{S}_2$ äro bestående:

$$\text{(A)}\qquad \bar{S}_0 = \sum \mathfrak{B}^{(0)}_{0,s'} \varrho'^{s'}_{00} - \sum \mathfrak{B}^{(1)}_{0,s'} \varrho'^{s'}_{00} \cos H_{00} + \ldots$$

$$\text{(B)}\qquad \bar{S}_2 = n'\sqrt{1-\eta'^2}\left[\frac{(a)'}{r'}\right]^2 \frac{d\varrho'_{00}}{dv'_0}\left\{\sum s'\mathfrak{B}^{(0)}_{0,s'} \varrho'^{s'-1}_{00} + \sum s'\mathfrak{B}^{(1)}_{0,s'} \varrho'^{s'-1}_{00} \cos H_{00} + \ldots\right\}$$
$$+\, n'\sqrt{1-\eta'^2}\left[\frac{(a)'}{r'}\right]^2 \left\{\sum \mathfrak{B}^{(1)}_{0,s'} \varrho'^{s'}_{00} \frac{d\cos H_{00}}{dv'_0} + \sum \mathfrak{B}^{(2)}_{0,s'} \varrho'^{s'}_{00} \frac{d\cos 2H_{00}}{dv'_0} + \ldots\right\}$$

Med anledning af dessa uttryck bör ännu anmärkas, att de i desamma förekommande differentialförhållandena äro att bilda på så sätt, att argumentet v_0 införes i stället för v'_0 först sedan differentiationen i afseende på det senare blifvit utförd.

Funktionen $\bar{T}$ representera vi genom följande uttryck:

$$(134)\qquad T = \bar{T}_0 + \bar{T}_1 \bar{R} + \bar{T}_2 \int X_3 \bar{R}\, dv_0 + \ldots,$$

der de utelemnade termerna äro af minst tredje ordningen. För $\bar{T}_0$ kunna vi, i analogi med likheten (55), uppställa följande uttryck:

$$\text{(C)} \qquad \overline{T}_0 = \sum\sum \mathfrak{B}^{(0)}_{s,s'}\, \bar{\varrho}^{\,s-1}\, \varrho'^{\,s'}_{00}$$

$$+ \sum\sum \mathfrak{B}^{(1)}_{s,s'}\, \bar{\varrho}^{\,s-1}\, \varrho'^{\,s'}_{00} \cos H_{00}$$

$$+ \ldots ;$$

och för $\overline{T}_1$ finna vi:

$$\text{(D)} \qquad \overline{T}_1 = \sum\sum (s-1)\, \mathfrak{B}^{(0)}_{s,s'}\, \bar{\varrho}^{\,s-2}\, \varrho'^{\,s'}_{00}$$

$$+ \sum\sum (s-1)\, \mathfrak{B}^{(1)}_{s,s'}\, \bar{\varrho}^{\,s-2}\, \varrho'^{\,s'}_{00} \cos H_{00}$$

$$+ \ldots$$

Slutligen erhålla vi för $\overline{T}_2$ ett uttryck, som är analogt med det vi funno för $\overline{S}_2$, nämligen:

$$\text{(E)} \quad \overline{T}_2 = n'\sqrt{1-\eta'^2}\left[\frac{(a)'}{(r)'}\right]^2 \frac{d\varrho'_{00}}{dv'_0}\left\{\sum\sum s'\, \mathfrak{B}^{(0)}_{s,s'}\, \bar{\varrho}^{\,s-1}\, \varrho'^{\,s'-1}_{00}\right.$$

$$+ \sum\sum s'\, \mathfrak{B}^{(1)}_{s,s'}\, \bar{\varrho}^{\,s-1}\, \varrho'^{\,s'-1}_{00} \cos H_{00}$$

$$\left. + \ldots \right\}$$

$$+ n'\sqrt{1-\eta'^2}\left[\frac{(a)'}{(r)'}\right]^2 \left\{\sum\sum \mathfrak{B}^{(1)}_{s,s'}\, \bar{\varrho}^{\,s-1}\, \varrho'^{\,s'}_{00}\, \frac{d\cos H_{00}}{dv_0}\right.$$

$$+ \sum\sum \mathfrak{B}^{(2)}_{s,s'}\, \bar{\varrho}^{\,s-1}\, \varrho'^{\,s'}_{00}\, \frac{d\cos 2H_{00}}{dv_0}$$

$$\left. + \ldots \right\}$$

115.

De i föregående artikel anförda värden för $\overline{S}$ och $\overline{T}$, äfvensom det, hvilket vi i art. 106 funno för $\frac{d\chi}{dv_0}$, insätta vi nu i likheten (132). Vi åsyfta derjemte att erhålla resultatet under följande form:

$$(135) \quad \frac{d^2 E}{dv_0^2} + (1 - \beta_1 + \Psi_1) E = \Psi_0 + \mathrm{P}_1 \int \mathrm{Q}_1 E \, dv_0 + \mathrm{P}_2 \int \mathrm{Q}_2 E \, dv_0$$

Man inser lätt att funktionerna $-\beta_1 + \Psi_1$, Ψ_0, P_1, P_2, Q_1 och Q_2 kunna angifvas medelst följande uttryck:

$$(136) \quad -\beta_1 + \Psi_1 = \frac{p_0^2}{p_1} \overline{T}_0 + \frac{p_0^2}{p_1} \sqrt[4]{\frac{p_0}{p_1}}\, \overline{T}_1 E + 2\mathrm{N}_0 + \left[\frac{p_0^2}{p_1} \overline{T}_2 + 2\,\mathrm{M}\right] \int \sqrt[4]{\frac{p_0}{p_1}}\, \mathrm{N}_3 E \, dv_0 + 2 \int \sqrt[4]{\frac{p_0}{p_1}} (\mathrm{N}_1 - \mathrm{M}\,\mathrm{N}_3) E \, dv_0 + \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2 + \tfrac{3}{16} \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^2 \left(\frac{d\left(\frac{p_1}{p_0}\right)}{dv_0}\right)^2 - \tfrac{1}{4} \frac{p_0}{p_1} \frac{d^2 \frac{p_1}{p_0}}{dv_0^2} - \frac{p_0^2}{p_1} \overline{\varrho}\, \overline{T}_1 + \ldots$$

$$(136,\text{a}) \quad \Psi_0 = - \sqrt[4]{\frac{p_1}{p_0}} \left\{\frac{p_0^2}{p_1} [\overline{S}_0 - \Sigma_0] + \gamma_0\right\} + \sqrt[4]{\frac{p_1}{p_0}} \left[\frac{p_0^2}{p_1} \overline{T}_0 - \Psi_{1,a}\right] \overline{\varrho} - 2 \sqrt[4]{\frac{p_1}{p_0}} (1 - \overline{\varrho}) \left[\mathrm{N}_0 + \tfrac{1}{2} \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2\right]$$

$$(136, b) \qquad P_1 = -2\sqrt[4]{\frac{p_1}{p_0}}(1-\bar{\varrho})M$$

$$-\sqrt[4]{\frac{p_1}{p_0}}\frac{p_0^2}{p_1}\bar{S}_2$$

$$+\sqrt[4]{\frac{p_1}{p_0}}\frac{p_0^2}{p_1}\bar{\varrho}\,\bar{T}_2$$

$$(136, c) \qquad P_2 = -2\sqrt[4]{\frac{p_1}{p_0}}(1-\bar{\varrho})$$

$$(136, d) \qquad Q_1 = \sqrt[4]{\frac{p_0}{p_1}}N_3$$

$$(136, e) \qquad Q_2 = \sqrt[4]{\frac{p_0}{p_1}}[N_1 - MN_3];$$

och i dessa formler hafva beteckningarna N_0, N_1, N_3 och M samma betydelse, som i art. 107.

116.

Sedan likheten (135) blifvit uppstäld, återstår att transformera densamma till den kanoniska formen, dervid de i art. 96 utvecklade formlerna komma till användning. Efter denna transformation återstår visserligen termer, behäftade med integraltecken, men dessa äro af minst tredje ordningen och kunna derföre tills vidare bortlemnas. — Tillämpningen af den i art. 96 meddelade analysen på föreliggande fall gestaltar sig på följande sätt.

Vi betrakta en integral af formen:

$$\int (1 - \beta_1 + \Psi_1)\, U_i E\, dv_0\,,$$

der U_i betecknar en ännu till vårt förfogande stående funktion af v_0. I denna integralformel insätta vi:

$$E = \frac{\Psi_0}{1-\beta_1+\Psi_1} - \frac{1}{1-\beta_1+\Psi_1}\frac{d^2E}{dv_0^2} + \mathrm{H}\,;$$

i det vi med H beteckna en summa termer af minst andra ordningen, men hvilka äro behäftade med integraltecken öfver den ännu ej bestämda funktionen E. — Efter denna substitution befinnes:

$$\int (1-\beta_1+\Psi_1)\, U_i E\, dv_0 = \int U_i \Psi_0\, dv_0 - \int U_i \frac{d^2 E}{dv_0^2}\, dv_0 + \int (1-\beta_1+\Psi_1)\, \mathrm{H}\, U_i\, dv_0$$

eller:

$$\int (1-\beta_1+\Psi_1)\, U_i E\, dv_0 = \int U_i \Psi_0\, dv_0 - \int E \frac{d^2 U_i}{dv_0^2}\, dv_0 + \int (1-\beta_1+\Psi_1)\, \mathrm{H}\, U_i\, dv_0 - U_i \frac{dE}{dv_0} + E \frac{dU_i}{dv_0};$$

och häraf finner man omedelbart:

$$\int \left\{ \frac{d^2 U_i}{dv_0^2} + (1-\beta_1+\Psi_1)\, U_i \right\} E\, dv_0 = \int U_i \Psi_0\, dv_0 + \int (1-\beta_1+\Psi_1)\, \mathrm{H}\, U_i\, dv_0 - U_i \frac{dE}{dv_0} + E \frac{dU_i}{dv_0}$$

Vi bestämma nu tvenne funktioner U_1 och U_2 ur likheterna:

$$(137)\qquad \begin{cases} \dfrac{d^2 U_1}{dv_0^2} + (1 - \beta_1 + \Psi_1)\, U_1 = Q_1 \\[2ex] \dfrac{d^2 U_2}{dv_0^2} + (1 - \beta_1 + \Psi_1)\, U_2 = Q_2 \end{cases}$$

och erhålla då, på grund af föregående formel:

$$\begin{aligned} P_1 \int Q_1\, E\, dv_0 = P_1 \int U_1\, \Psi_0\, dv_0 & \\ + P_1 \int (1 - \beta_1 + \Psi_1)\, H\, U_1\, dv_0 & \\ - P_1\, U_1 \frac{dE}{dv_0} + P_1 \frac{dU_1}{dv_0} E\,, & \end{aligned}$$

samt ett analogt uttryck för $P_2 \int Q_2\, E\, dv_0$. Med stöd af dessa formler erhålles nu ur likheten (135) ett resultat af formen:

$$(138)\qquad \frac{d^2 E}{dv_0^2} + Y \frac{dE}{dv_0} + (1 + Y_1)\, E = Y_0\,,$$

der vi betecknat:

$$Y = P_1\, U_1 + P_2\, U_2$$

$$Y_1 = - \beta_1 + \Psi_1 - P_1 \frac{dU_1}{dv_0} - P_2 \frac{dU_2}{dv_0}$$

$$\begin{aligned} (139,\text{ b})\qquad Y_0 = \Psi_0 + P_1 \int U_1\, \Psi_0\, dv_0 & \\ + P_2 \int U_2\, \Psi_0\, dv_0 & \\ + P_1 \int U_1\, H\, (1 - \beta_1 + \Psi_1)\, dv_0 & \\ + P_2 \int U_2\, H\, (1 - \beta_1 + \Psi_1)\, dv_0 & \end{aligned}$$

För att slutligen reducera likheten (138) till den kanoniska formen, införa vi en ny funktion i stället för E, i det vi sätta:

$$E = \mathrm{r}\, e^{-\frac{1}{2}\int Y dv_0}; \tag{140}$$

Genom denna substitution erhålles:

$$\frac{d^2\mathrm{r}}{dv_0^2} + \left[1 + Y_1 - \tfrac{1}{4} Y^2 - \tfrac{1}{2}\frac{dY}{dv_0}\right]\mathrm{r} = Y_0\, e^{\frac{1}{2}\int Y dv_0} \tag{141}$$

117.

Efter att hafva reducerat bestämningen af evektionen till att integrera likheten (139), hvilken tydligen har samma form som likheten (25, a), finna de methoder användning, hvilka vi hafva framstälda i artiklarna 21—26. Afse vi emellertid problemets absoluta lösning, så är den i art. 21 utförda sönderdelningen ej den fördelaktigaste, utan är då en annan, den vi nu gå att framställa, för ändamålet tjenligare. Vi kunna nämligen från likheten (138) afskilja en del, hvilken kan integreras enligt den i § V förklarade methoden, och derjemte kan denna del bestämmas på så sätt, att den återstående delen endast innehåller qvantiteter af tredje ordningen, oafsedt sådana termer, som äro af elementär beskaffenhet.

För att åvägabringa denna sönderdelning, införa vi i likheten (138), i stället för E, den nya funktionen r, hvilken vi ej definiera såsom i föregående artikel, utan på följande sätt. Vi låta φ beteckna en funktion af v_0, hvilken ännu står till vårt förfogande, och sätta:

$$E = (1 + \varphi)\,\mathrm{r};$$

härigenom erhålles:

$$\frac{d^2\mathrm{r}}{dv_0^2} + \left[Y + \frac{2\dfrac{d\varphi}{dv_0}}{1+\varphi}\right]\frac{d\mathrm{r}}{dv_0} + \left[1 + Y_1 + Y\frac{\dfrac{d\varphi}{dv_0}}{1+\varphi} + \frac{\dfrac{d^2\varphi}{dv_0^2}}{1+\varphi}\right]\mathrm{r} = \frac{Y_0}{1+\varphi} \tag{A}$$

Man inser ögonblickligen, att φ först och främst kan bestämmas på så sätt, att koefficienten till $\frac{dr}{dv_0}$ försvinner, hvarigenom vi skulle återföras till likheten (141); men vi kunna äfven bestämma φ i enlighet med det vilkor, att likheten

$$\frac{d^2 r}{dv_0^2} + (1 + W_1) r = 0$$

omedelbart skall kunna integreras, då vi nämligen med W_1 beteckna det resultat, som erhålles efter bortlemnandet af alla termer af högre ordning än den första, ur summan:

$$Y_1 + Y \frac{\frac{d\varphi}{dv_0}}{1 + \varphi} + \frac{\frac{d^2\varphi}{dv_0^2}}{1 + \varphi},$$

hvilken summa vi beteckna med:

$$W_1 + W_2$$

Innefattar W_1 alla termer af första ordningen, så är W_2 af den andra, men det skall visa sig nödvändigt, att med W_2 förena vissa termer af första ordningen, nämligen sådana, som äro af elementär natur, eller som under fortgången af här ifrågakommande operationer gifva anledning till dylika termer.

Efter att hafva infört beteckningen $W_1 + W_2$, erhålles ur (A):

$$(142) \qquad \frac{d^2 r}{dv_0^2} + (1 + W_1) r = \frac{Y_0}{1 + \varphi} - W_2 r$$

$$- \left[Y + 2 \frac{\frac{d\varphi}{dv_0}}{1 + \varphi} \right] \frac{dr}{dv_0}$$

Den sista termen till höger om likhetstecknet är emellertid en qvantitet af endast andra ordningen och innehåller den ännu obekanta funktionen $\frac{dr}{dv_0}$: vill man likväl redan i den

första approximationen erhålla ett resultat, i hvilket, oafsedt vissa elementära termer, endast qvantiteter af minst tredje ordningen äro utelemnade, så måste ifrågavarande term bortskaffas. Detta kan emellertid ej ske genom att ersätta funktionen r medelst en annan, men man kan åvägabringa det åsyftade resultatet genom att införa ett annat argument i i stället för v_0.

118.

Vi beteckna det nya argumentet med w, och definiera detsamma medelst differentialeqvationen:

$$dv_0 = (1 + \Phi)\, d\mathrm{w}\,,$$

der vi med Φ betecknat en funktion, som skall bestämmas i enlighet med de gifna vilkoren.

Medelst differentiation erhålles:

$$\frac{d\mathrm{r}}{dv_0} = \frac{1}{1+\Phi}\frac{d\mathrm{r}}{d\mathrm{w}}$$

$$\frac{d^2\mathrm{r}}{dv_0^2} = \frac{1}{(1+\Phi)^2}\frac{d^2\mathrm{r}}{d\mathrm{w}^2} - \frac{1}{(1+\Phi)^3}\frac{d\Phi}{d\mathrm{w}}\frac{d\mathrm{r}}{d\mathrm{w}}$$

$$\frac{d\varphi}{dv_0} = \frac{1}{1+\Phi}\frac{d\varphi}{d\mathrm{w}}$$

$$\frac{d^2\varphi}{dv_0^2} = \frac{1}{(1+\Phi)^2}\frac{d^2\varphi}{d\mathrm{w}^2} - \frac{1}{(1+\Phi)^3}\frac{d\Phi}{d\mathrm{w}}\frac{d\varphi}{d\mathrm{w}}\,;$$

och då dessa värden införas i likheten (A) uppstår följande:

$$\text{(B)} \quad \frac{d^2\mathrm{r}}{d\mathrm{w}^2} + \left[(1+\Phi)\,Y + \frac{2\dfrac{d\varphi}{d\mathrm{w}}}{1+\varphi} - \frac{\dfrac{d\Phi}{d\mathrm{w}}}{1+\Phi}\right]\frac{d\mathrm{r}}{d\mathrm{w}}$$

$$+ \left[(1+\Phi)^2(1+Y_1) + (1+\Phi)\frac{\dfrac{d\varphi}{d\mathrm{w}}}{1+\varphi}\,Y\right.$$

$$\left. + \frac{\dfrac{d^2\varphi}{d\mathrm{w}^2}}{1+\varphi} - \frac{\dfrac{d\varphi}{d\mathrm{w}}\dfrac{d\Phi}{d\mathrm{w}}}{(1+\varphi)(1+\Phi)}\right]\mathrm{r} = \frac{(1+\Phi)^2}{1+\varphi}\,Y_0$$

Emellan de båda funktionerna φ och Φ, öfver hvilka vi ännu kunna disponera, fastställa vi först och främst den relation, som uttrycker, att koefficienten till $\frac{dr}{dw}$ bör försvinna; vi hafva således:

$$(1 + \Phi) Y + \frac{2\frac{d\varphi}{dw}}{1+\varphi} - \frac{\frac{d\Phi}{dw}}{1+\Phi} = 0$$

Häraf följer:

$$(1 + \varphi) = C\sqrt{1 + \Phi}\; e^{-\frac{1}{2}\int Y(1+\Phi)\,dw},$$

då vi med C beteckna en integrationskonstant, hvilken kan sättas lika med enheten. Vidare befinnes:

$$\frac{\frac{d^2\varphi}{dw^2}}{1+\varphi} = \frac{\left(\frac{d\varphi}{dw}\right)^2}{(1+\varphi)^2} + \frac{1}{2}\frac{\frac{d^2\Phi}{dw^2}}{(1+\Phi)} - \frac{1}{2}\frac{\left(\frac{d\Phi}{dw}\right)^2}{(1+\Phi)^2}$$

$$-\frac{1}{2}(1+\Phi)\frac{dY}{dw} - \frac{1}{2} Y \frac{d\Phi}{dw};$$

eller:

$$\frac{\frac{d^2\varphi}{dw^2}}{1+\varphi} = \frac{1}{2}\frac{\frac{d^2\Phi}{dw^2}}{1+\Phi} - \frac{1}{4}\frac{\left(\frac{d\Phi}{dw}\right)^2}{(1+\Phi)^2}$$

$$-\frac{1}{2}(1+\Phi)\frac{dY}{dw} - Y\frac{d\Phi}{dw} + \frac{1}{4}(1+\Phi)^2\, Y^2$$

Vi beteckna fortfarande koefficienten till r i likheten (B) med $1 + W_1 + W_2$, och erhålla då, sedan funktionen φ och dess derivator blifvit eliminerade,

$$\begin{aligned} 1 + W_1 + W_2 = &(1 + Y_1)\,(1+\Phi)^2 \\ &-\frac{1}{4} Y^2 (1+\Phi)^2 \\ &-\frac{1}{2}(1+\Phi)\frac{dY}{dw} \\ &-\frac{3}{4}\frac{\left(\frac{d\Phi}{dw}\right)^2}{(1+\Phi)^2} \\ &+\frac{1}{2}\frac{\frac{d^2\Phi}{dw^2}}{1+\Phi} \end{aligned}$$

Funktionen Φ skall nu bestämmas på sådant sätt, att summan af alla termer af första ordningen till höger om likhetstecknet, med undantag af en viss klass, antager värdet W_1. På grund af detta vilkor erhålla vi likheten

$$\text{(C)} \qquad \frac{d^2\Phi}{dw^2} + 4\Phi = 2\left(W_1 - Y_1 + \tfrac{1}{2}\frac{dY}{dw}\right)$$

Det är likväl tydligt, att man från funktionen

$$W_1 - Y_1 - \tfrac{1}{2}\frac{dY}{dw}$$

bör afskilja sådana termer, hvilkas argument endast med en qvantitet af första ordningen skilja sig från $2w$; ty dessa termer skulle, om de sjelfva äro af första ordningen, ingå i Φ såsom elementära. Vi måste derföre tänka oss dem förenade med W_2.

119.

Det uttryck, som bör väljas för W_1 för att integralen till likheten

$$\frac{d^2 r}{dw^2} + (1 + W_1)\, r = \frac{(1+\Phi)^2}{(1+\varphi)}\, Y_0 - W_2\, r$$

$$= (1+\Phi)^{\frac{3}{2}}\, Y_0\, e^{\frac{1}{2}\int Y(1+\Phi)\,dw}$$

$$- W_2\, r$$

omedelbart skall kunna angifvas under en för vårt ändamål lämplig form, gå vi nu att uppsöka. Vid denna form måste vi nämligen fästa det vilkor, att densamma icke får innehålla någon term, der w förekommer utanför det trigonometriska funktionstecknet, och vi erinra oss, att detta vilkor uppfylles, om W_1 har nedanstående betydelse

$$W_1 = -\beta_1 + 3\beta_3\, R_0^2,$$

der vi anse β_1, β_3 och R_0 hafva samma betydelser, som i § V; d. v. s. der vi anse R_0 bestämd på grund af likheten

$$\frac{d^2 R_0}{dw^2} + (1 - \beta_1)\, R_0 = \beta_3\, R_0^3$$

Bibehåller man i öfrigt de i nämnda § använda beteckningar, och sätter man

$$\mathrm{w} = \frac{\varkappa}{g} x,$$

så antager den föregående likheten följande gestalt:

$$(143) \qquad \frac{d^2 \mathrm{r}}{dx^2} + [1 + k^2 - 2.3\, k^2 \operatorname{sn} x^2]\, \mathrm{r}$$

$$= \frac{\varkappa^2}{g^2} (1 + \Phi)^{\frac{3}{2}}\, Y_0\, e^{\frac{1}{2}\int Y(1+\Phi)\, d\mathrm{w}}$$

$$- \frac{\varkappa^2}{g^2} \mathrm{W}_2\, \mathrm{r}$$

Den sista termen i denna likhet, hvilken är multiplicerad med den obekanta r och derföre icke kan medtagas i den första approximationen, innehåller visserligen en klass termer af andra ordningen, men dessa äro dock af en annan orsak förminskade, så att de på sätt och vis kunna räknas till tredje ordningen. De termer i W_2, hvilkas argument hafva formen

$$2\,(1 - \sigma)\, \mathrm{w},$$

der σ betecknar en koefficient af första ordningen, äro nämligen multiplicerade med koefficienter, i hvilka excentriciteternas qvadrater eller deras produkt ingå såsom faktorer.

Hvad slutligen relationen emellan de båda argumenten

$$v_0 = \mathrm{w} + \int \Phi\, d\mathrm{w},$$

beträffar, så eger det nog sin riktighet, att densamma involverar elementära termer; men dels inverkar denna omständighet öfverhufvud icke väsentligt på användbarheten af den nu gifna lösningen, dels äro dessa termer i alla händelser mindre än motsvarande termer i funktionen $\frac{c_1}{c_0}$.

§ XVI. Undersökningar rörande den absoluta banan.

120.

De elementära termerna äro af tvenne väsentligen olika slag: deras perioder äro nämligen dels mycket långa, dels i det närmaste lika med den störda kroppens egen omloppstid. Beteckna vi med σ_i konstanta qvantiteter, i storlek jemförbara med ς, så angifva uttrycken

$$(\mathfrak{A}) \qquad a_i \begin{matrix}\cos\\ \cdot \\ \sin\end{matrix} \left\{\sigma_i v_0 - A_i\right\}$$

$$(\mathfrak{B}) \qquad b_i \begin{matrix}\cos\\ \cdot \\ \sin\end{matrix} \left\{(1 - \sigma_i) v_0 - B_i\right\},$$

der icke någon af konstanterna a_i, b_i, A_i och B_i anses innehalla den störande massan sasom faktor, dessa båda slag af termer. — Desamma uppstå under integrationsprocessen först och främst direkt, nämligen i följd deraf, att termer med samma perioder förekomma i störingsfunktionen. Summan af dessa termer beteckna vi med $[\Omega]_0$, och vidare beteckna vi symboliskt:

$$\left[\frac{r^2}{c_0} \frac{a\partial [\Omega]_0}{\partial r}\right] = [P]_0$$

$$\left[\frac{r^2}{c_0} \frac{\partial [\Omega]_0}{\partial v}\right] = [Q]_0 ;$$

d. v. s. vi anse summorna af alla elementära termer, som förekomma i funktionerna $\frac{r^2}{c_0} \frac{a\partial(\Omega)}{\partial r}$ och $\frac{r^2}{c_0} \frac{\partial(\Omega)}{\partial v}$ vara betecknade med $[P]_0$ och $[Q]_0$.

Funktionerna $[P]_0$ och $[Q]_0$ äro först och främst beroende af elementära termer, men derjemte af $\overline{R}$, $\overline{R}'$, Z, Z', o. s. v. De resultat, hvilka i en första approximation erhållas, då man bortlemnar alla af sist anförda funktioner beroende termer, hafva vi förut betecknat med $[P_{0.0}]$ och $[Q_{0.0}]$ och dessa beteckningar komma vi äfven framdeles att använda.

Förutom dessa beteckningar fastställa vi äfven de följande:

$$(144) \qquad \begin{cases} [P]_0 = [A]_{p.0} + [B]_{p.0} \\ [Q]_0 = [A]_{q.0} + [B]_{q.0} \end{cases}$$

der vi anse funktionerna till höger vara sammansatta, såsom synes af nedanstående likheter

$$(145) \qquad \begin{cases} [A]_{p,0} = \sum \sigma_i\, \alpha_{p,0,i} \cos\,(\sigma_i\, v_0 - A_{p,0}) \\ [B]_{p,0} = \sum \sigma_i\, \beta_{p,0,i} \cos\,((1 - \sigma_i)\, v_0 - B_{p,0}) \end{cases}$$

$$(145)\quad \begin{cases} [A]_{q,\,0} = -\sum \sigma_i\, \alpha_{q,\,0,\,i} \sin\,(\sigma_i\, v_0 - A_{q,\,0}) \\ [B]_{q,\,0} = -\sum \sigma_i\, \beta_{q,\,0,\,i} \sin\,((1-\sigma_i)\, v_0 - B_{q,\,0}) \end{cases}$$

Men termer af elementär form uppstå äfven, såsom vi i det föregående haft tillfälle att varseblifva, under fortgången af de operationer, som leda till bestämningen af variations- och evektionstermerna; och af dessa sålunda uppkommande termer måste åtminstone en del öfverföras till funktionen $[Q]_0$. Det är emellertid hvarken nödvändigt, eller ens fördelaktigt att öfverföra några termer, som uppstå under bestämningen af evektionen, och då detta icke sker, kan man anse de öfverförda termerna, såsom uppkomna af en del af störingsfunktionen, hvilken endast beror af den föränderliga v_0. Beteckna vi denna del af störingsfunktionen med $[\Omega]_1$, så hafva vi derföre:

$$\frac{r^2}{c_0}\frac{\partial[\Omega]_1}{\partial r} = [P]_1 = 0$$

I analogi med förut använda beteckningar sätta vi

$$\frac{r^2}{c_0}\frac{\partial[\Omega]_1}{\partial v} = [Q]_1,$$

ur hvilken likhet $[\Omega]_1$ kan bestämmas efter det $[Q]_1$ blifvit bekant genom de operationer, hvarigenom man sökt variationstermerna. Det är härvid tydligt, att r måste tänkas såsom funktion af endast v_0, samt att äfven $[\Omega]_1$ måste vara oberoende af andra föränderliga än denna. Vi kunna derföre sätta:

$$\frac{r^2}{c_0}\frac{\partial[\Omega]_1}{\partial v_0} = [Q]_1$$

Förekomsten af termerna i $[Q]_1$, hvilka alla äro af formen ($\mathfrak{A}$) föranleder oss till nedanstående beteckning:

$$[Q]_1 = [A]_{q,\,1} = -\sum \sigma_i\, \alpha_{q,\,1,\,i} \sin\,(\sigma_i\, v_0 - A_{q,\,1});$$

och slutligen kunna vi undvara indices 0 och 1, om vi sammanslå analoga termer. Man har då:

$$[\Omega] = [\Omega]_0 + [\Omega]_1$$

$$[P] = [P]_0$$

$$[Q] = [Q]_0 + [Q]_1$$

$$[A]_p = [A]_{p.0}$$

$$[B]_p = [B]_{p.0}$$

$$[A]_q = [A]_{q.0} + [A]_{q.1}$$

$$[B]_q = [B]_{q.0}$$

På ett liknande sätt kan äfven beteckningen af de konstanta koefficienterna i likheterna (145) förenklas.

121.

Den första användning, vi göra af det i föregående artikel fastställda beteckningssystemet, är att vi uppställa följande uttryck:

$$(146) \qquad \frac{c_1}{c_0} = 1 + 2\sum \alpha_{q,i} \cos(\sigma_i v_0 - A_{q.i}) + 2\sum \frac{\sigma_i \beta_{q,i}}{1-\sigma_i} \cos((1-\sigma_i) v_0 - B_{q,i})$$

I afseende på nödvändigheten att så fullständigt som möjligt beräkna koefficienterna $\alpha_{q,i}$ och $\beta_{q,i}$ må följande anmärkas. Man inser lätt, att det framförallt vore i högsta grad olämpligt, om någon term af formen ($\mathfrak{A}$) utelemnades i funktionen $\frac{c_1}{c_0}$; följden häraf blefve nämligen den, att denna term återfunnes i χ behäftad med divisorn σ_i^2. Men vi skola äfven visa, att utelemnandet af en term af formen ($\mathfrak{B}$) leder till en term af formen ($\mathfrak{A}$) i uttrycket för χ, hvilken term innehåller σ_i^2 såsom divisor. Härtill använda vi likheten

$$\frac{d\chi}{dv_0} = \sqrt{\frac{c_0}{c_1}}\left\{L + \int\sqrt{\frac{c_0}{c_1}}\, X\, dv_0\right\},$$

hvilken vi funno i art. 49. Om nu X innehåller en term af formen ($\mathfrak{B}$), så uppstå i produkten af denna term med utvecklingen af $\sqrt{\frac{c_0}{c_1}}$ termer af formen ($\mathfrak{A}$). I produkten blifva visserligen koefficienterna af minst andra ordningen, men i följd af den dubbla integrationen nedtryckes ordningstalet med 2 enheter. Om derföre X innehölle en term af formen ($\mathfrak{B}$), hvars koefficient vore multiplicerad med första potensen af den störande massan, så finna vi rent elementära termer i funktionen χ. Om åter dessa termer icke uppmärksammas, så måste vi göra oss beredde på den företeelse, som i det föregående blifvit benämd apparent libration.

122.

Från artikeln 49 återtaga vi relationerna:

(147) $$dt = \frac{r^2 dv_0}{\sqrt{c_1}}$$

(148) $$d\zeta = \frac{(r)^2 dv_0}{\sqrt{c_1}\,(1 + Z)},$$

och dessutom erinra vi oss likheten

(149) $$\frac{a_0}{(r)} = \frac{a_0 \mu_1}{(c)} (1 + (\varrho))$$

$$= \frac{1 + (\varrho)}{(p)},$$

då vi nämligen beteckna:

$$(c) = a_0 \mu_1 (p)$$

Emellan p_1 och (p) fastställa vi relationen

(150) $$\sqrt{\frac{p_1}{(p)}} = 1 + Y,$$

i det vi med Y beteckna en med den störande massan multiplicerad funktion, hvilken vi ännu hafva att bestämma. Slutligen sätta vi:

$$(p) = (1 + (\mathrm{A}))\,(1 - \eta^2),$$

hvaraf följer:

$$p_1 = (1 + Y)^2\,(1 + (\mathrm{A}))\,(1 - \eta^2)$$

I artikeln 85 betecknade vi:

$$\frac{p_0}{p_1} = 1 + \Theta,$$

hvarmed vi ur föregående likhet erhålla:

$$(151) \qquad p_0 = (1 + Y)^2\,(1 + (\mathrm{A}))\,(1 + \Theta)\,(1 - \eta^2)$$

Det föreligger oss nu att bestämma funktionerna (A) och Y, hvartill vi framför allt fastställa det vilkor, att (ϱ) endast skall innehålla termer af formen (𝔅), d. v. s. kunna representeras genom uttrycket

$$(\varrho) = \eta\,\cos\,(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi);$$

derjemte skola vi visa, att funktionen Y, under fasthållande af detta vilkor förblifver multiplicerad med den störande massan, samt att (A) är af samma storleksordning som Y.

123.

Ifrågavarande utredning företaga vi på grund af satsen om lefvande kraftens bibehållande, hvilken sats omedelbart erhålles ur likheterna (2). I det vi med h beteckna en integrationskonstant, erhålla vi nämligen ur dessa likheter:

$$(152) \qquad \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 = \frac{2\mu_1}{r} - h + 2\int\left[\frac{\partial(\Omega)}{\partial v}\,\frac{dv}{dt} + \frac{\partial(\Omega)}{\partial r}\,\frac{dr}{dt}\right]dt;$$

och det kommer nu an på att ur denna likhet frånskilja de koordinerade termerna från dem, som höra till koordinaterna i den absoluta banan.

Härtill tänka vi oss först och främst den störande kroppens koordinater uttryckta medelst den enda variabla v_0', så att man har:

$$\int\left[\frac{\partial(\Omega)}{\partial v}\,\frac{dv}{dt} + \frac{\partial(\Omega)}{\partial r}\,\frac{dr}{dt}\right]dt = (\Omega) - \int\frac{\partial(\Omega)}{\partial v_0'}\,dv_0'$$

I denna likhet insätta vi de tvenne olika delar, i hvilka den fullständiga störingsfunktionen blifvit sönderdelad. Den ena

delen betecknades med $[\Omega]$; den andra delen skola vi angifva medelst symboliska Ω_c, så att vi hafva

$$(\Omega) = [\Omega] + \Omega_c$$

I afseende på den första delen anteckna vi, att den föränderliga v'_0 här endast förekommer multiplicerad med ς' eller med andra koefficienter af samma storleksordning, så att derivatan

$$\frac{\partial[\Omega]}{\partial v'_0}$$

är en qvantitet af andra ordningen i afseende på de störande krafterna.

Härpå införa vi i likheten (152) följande värden:

$$\frac{dr}{dt} = -r^2 \frac{d\frac{1}{r}}{dt} = -\sqrt{c}\, \frac{d\frac{1}{r}}{dv}$$

$$= -\sqrt{c_1}\, \frac{d\frac{1}{r}}{dv_0}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\sqrt{c_1}}{r^2} + \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{\mu_1}{(c)} [1 + (\varrho) + (R)],$$

hvarmed närmast erhålles:

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \frac{\mu_1^2 c_1}{(c)^2} \left\{\left(\frac{d(\varrho)}{dv_0}\right)^2 + 2\, \frac{d(\varrho)}{dv_0} \frac{d(R)}{dv_0} + \left(\frac{d(R)}{dv_0}\right)^2\right\}$$

$$-2\, \frac{\mu_1^2 c_1}{(c)^3} \frac{d(c)}{dv_0} \frac{d(\varrho)}{dv_0} [1 + (\varrho) + (R)]$$

$$-2\, \frac{\mu_1^2 c_1}{(c)^3} \frac{d(c)}{dv_0} \frac{d(R)}{dv_0} [1 + (\varrho) + (R)]$$

$$+ \frac{\mu_1^2 c_1}{(c)^4} \left(\frac{d(c)}{dv_0}\right)^2 [1 + (\varrho) + (R)]^2$$

$$r^2 \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 = \frac{c_1}{r^2} + 2\,\frac{c_1}{r^2}\,\frac{d\chi}{dv_0} + \frac{c_1}{r^2}\left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2$$

$$= \frac{\mu_1^2 c_1}{(c)^2}\,[1 + (\varrho) + (R)]^2$$

$$+ \frac{\mu_1^2 c_1}{(c)^2}\,[1 + (\varrho) + (R)]^2 \left[2\,\frac{d\chi}{dv_0} + \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2\right]$$

$$\frac{2\mu_1}{r} = \frac{2\mu_1^2}{(c)}\,[1 + (\varrho) + (R)]$$

Före substitutionen i likheten (152) bortlemna vi alla, i dessa uttryck förekommande koordinerade termer, således alla dem som äro multiplicerade med (R), $\frac{d(R)}{dv_0}$ eller $\frac{d\chi}{dv_0}$; men det bör erinras, att termer med elementära argument uppkomma i produkterna $(R)\,(R)$, $\frac{d(R)}{dv_0}\,\frac{d(R)}{dv_0}$, o. s. v., och dessa böra naturligtvis medtagas. Vi använda dervid beteckningarna:

$V_1 =$ summan af elem. term. i $(R)^2$

$V_2 =$ » » » » » $\left(\frac{d(R)}{dv_0}\right)^2$

$V_3 =$ » » » » » $\left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2$

$V_4 =$ » » » » » $(R)\,\frac{d(R)}{dv_0}$

$V_5 =$ » » » » » $(R)\,\frac{d\chi}{dv_0}$

$V_6 =$ » » » » » $(R)^2\,\frac{d\chi}{dv_0}$

$V_7 =$ » » » » » $(R)^2\left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2$

Ur likheten (152) erhålles nu följande, der naturligtvis äfven de termer, som innehållas i Ω_c, äro bortlemnade,

$$
\begin{aligned}
\frac{\mu_1^2 c_1}{(c)^2}\left\{(\varrho)^2 + \left(\frac{d(\varrho)}{dv_0}\right)^2\right\} = &- h \\
&+ \frac{\mu_1^2}{(c)}\left[2 - \frac{c_1}{(c)}\right] + \frac{2\mu_1^2}{(c)}(\varrho)\left[1 - \frac{c_1}{(c)}\right] \\
&+ 2[\Omega] - 2\int \frac{\partial[\Omega]}{\partial v_0'}\, dv_0' \\
&+ 2\frac{\mu_1^2 c_1}{(c)^3}\frac{d(c)}{dv_0}\frac{d(\varrho)}{dv_0}(1 + (\varrho)) \\
&- \frac{\mu_1^2 c_1}{(c)^4}\left(\frac{d(c)}{dv_0}\right)^2 (1 + (\varrho))^2 \\
&- \frac{\mu_1^2 c_1}{(c)^2}(V_1 + V_2) \\
&- \frac{\mu_1^2 c_1}{(c)^4}\left(\frac{d(c)}{dv_0}\right)^2 V_1 \\
&- \frac{\mu_1^2 c_1}{(c)^2}(1 + (\varrho))^2 V_3 \\
&+ 2\frac{\mu_1^2 c_1}{(c)^3}\frac{d(c)}{dv_0} V_4 \\
&- 4\frac{\mu_1^2 c_1}{(c)^2}(1 + (\varrho)) V_5 \\
&- 2\frac{\mu_1^2 c_1}{(c)^2} V_6 \\
&- \frac{\mu_1^2 c_1}{(c)^2} V_7
\end{aligned}
$$

Här insätta vi slutligen $a_0 \mu_1 (p)$ i stället för (c), samt värdet:

$$\frac{c_1}{(c)} = 1 + 2Y + Y^2;$$

det befinnes då:

$$(153)\qquad \frac{ha_0(p)}{\mu_1} = 1 - \left[(\varrho^2) + \left(\frac{d(\varrho)}{dv_0}\right)^2\right]$$
$$- \left[1 + (\varrho)^2 + \left(\frac{d(\varrho)}{dv_0}\right)^2\right](2Y + Y^2)$$
$$- 2(\varrho)(2Y + Y^2)$$
$$+ \frac{2(c)}{\mu_1^2}[\Omega] - \frac{2(c)}{\mu_1^2}\int \frac{\partial[\Omega]}{\partial v'_0} dv'_0$$
$$+ \frac{2}{(c)}\frac{d(c)}{dv_0}\frac{d(\varrho)}{dv_0}(1 + (\varrho))(1 + Y)^2$$
$$- \frac{1}{(c)^2}\left(\frac{d(c)}{dv_0}\right)^2 (1 + (\varrho))^2 (1 + Y)^2$$
$$- (V_1 + V_2)(1 + Y)^2$$
$$- \ldots$$

124.

Då vi nu gå att i den sistfunna likheten insätta värdet:

$$(p) = (1 - \eta^2)(1 + (A)),$$

böra vi äfven uttrycka (ϱ) och $\frac{d(\varrho)}{dv_0}$ medelst funktionen η. Härtill differentiera vi likheten:

$$(\varrho) = \eta \cos(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi),$$

hvarigenom erhålles:

$$\frac{d(\varrho)}{dv_0} = - \eta \sin(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)$$
$$+ \varsigma\eta \sin(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)$$
$$+ \cos \mathrm{v}_0 \frac{d(\eta\cos(\pi - \Gamma))}{dv_0}$$
$$+ \sin \mathrm{v}_0 \frac{d(\eta\sin(\pi - \Gamma))}{dv_0}$$

Summan af de tre sista termerna beteckna vi med $-(\lambda)$, så att vi hafva:

$$\frac{d(\varrho)}{dv_0} = -\eta \sin(v_0 + \Gamma - \pi) - (\lambda),$$

hvarefter man finner:

$$(\varrho)^2 + \left(\frac{d(\varrho)}{dv_0}\right)^2 = \eta^2 + 2\eta(\lambda)\sin(v_0 + \Gamma - \pi) + (\lambda)^2$$

Med detta värde erhålles ur likheten (153):

$$(154)\quad \frac{ha_0}{\mu_1}(1 + (A)) = 1 - \frac{2\eta(\lambda)\sin(v_0 + \Gamma - \pi) + (\lambda)^2}{1-\eta^2}$$

$$-\frac{1+\eta^2+2\eta(\lambda)\sin(v_0+\Gamma-\pi)+(\lambda)^2}{1-\eta^2}(2Y+Y^2)$$

$$-\frac{2\eta}{1-\eta^2}\cos(v_0 + \Gamma - \pi)[2Y + Y^2]$$

$$+ \ldots$$

Qvantiteten a_0 har hittills haft karaktären af en konstant faktor, som fullkomligt godtyckligt blifvit införd i formlerna, och hvilken utan vidare skulle kunna frånskiljas desamma. Vi göra nu denna faktor beroende af integrationskonstanten h, i det vi fastställa såsom vilkor, att funktionen (A) skall innehålla den störande massan såsom faktor. — Då nu alla termer till höger i föregående likhet, hvilka följa efter 1, äro multiplicerade med denna faktor, så inses att ifrågavarande vilkor uppfylles, om man bestämmer a_0 ur likheten:

$$ha_0 = \mu_1$$

Härefter antager (A) följande värde:

$$(155)\quad (A) = -\frac{1 + 2\eta\cos(v_0 + \Gamma - \pi) + \eta^2}{1 - \eta^2}(2Y + Y^2)$$

$$-\frac{2\eta(\lambda)\sin(v_0 + \Gamma - \pi) + (\lambda)^2}{1 - \eta^2}(1 + Y)^2$$

$$+\frac{2a_\sigma(1 + (A))}{\mu_1}\left\{[\Omega] - \int\frac{\partial[\Omega]}{\partial v'_0}dv'_0\right\}$$

$$-\frac{2}{(1 - \eta^2)^2(1 + (A))}\frac{d(p)}{dv_0}\frac{d(\varrho)}{dv_0}(1 + (\varrho))(1 + Y)^2$$

$$-\frac{1}{(1 - \eta^2)^3(1 + (A))^2}\left(\frac{d(p)}{dv_0}\right)^2(1 + (\varrho))^2(1 + Y)^2$$

$$-\frac{1}{1 - \eta^2}(V_1 + V_2)(1 + Y)^2$$

$$- \ldots$$

Denna relation utvisar, att om Y innehåller den störande massan såsom faktor, så är äfven (A) en storhet af första ordningen, emedan alla af Y oberoende termer till höger innehålla denna faktor upphöjd till minst första potensen.

125.

Det återstår oss således att bestämma funktionen Y, och för denna bestämning lägga vi den i artikeln (51) uppstälda relationen

$$\mathrm{r} = -1 + \frac{p_1}{(p)} + \frac{p_1}{(p)}(\varrho)$$

till grund. Efter att i densamma hafva insatt:

$$\frac{p_1}{(p)} = (1 + Y)^2,$$

leder hon oss till följande uttryck:

$$(\varrho) = \frac{1 + \mathfrak{r}}{(1 + Y)^2} - 1$$

Vi tänka oss nu likheten (69) integrerad samt resultatet angifvet på följande sätt:

(156) $$\mathfrak{r} = (L) + (K),$$

der (L) betecknar en summa termer af formen $(\mathfrak{A})$, samt (K) en summa termer af formen $(\mathfrak{B})$. Detta värde insätta vi i det föregående uttrycket för (ϱ), hvarigenom erhålles:

$$(\varrho) = \frac{1 + (L) + (K)}{(1 + Y)^2} - 1;$$

och då det förutsättes, att (ϱ) ej skall innehålla någon term af formen $(\mathfrak{A})$, så måste Y bestämmas ur likheten:

$$1 + (L) = (1 + Y)^2,$$

hvaraf erhålles:

(157) $$Y = \tfrac{1}{2}(L) - \tfrac{1}{8}(L)^2 + \ldots$$

Häraf sluta vi, att Y likaledes innehåller endast termer af formen $(\mathfrak{A})$; och alldenstund, såsom man på grund af likheten (69) lätt finner, de elementära termerna af formen $(\mathfrak{A})$, som förekomma i $\frac{p_1}{p_0}$, ingå i $\mathfrak{r}$ multiplicerade med den störande massan, så är äfven (L) af första storleksordningen i afseende på denna massa. Häraf följer vidare att Y, och således äfven (Λ) äro funktioner af denna storleksordning.

Sedan Y blifvit bestämd, beräknas (ϱ) ur formeln:

(158) $$(\varrho) = \frac{(K)}{(1 + Y)^2};$$

och man finner ett resultat af formen:

$$(\varrho) = \varkappa \cos [(1 - \varsigma) v_0 - \Gamma]$$
$$+ \sum \varkappa_{i+1} \cos [(1 - \sigma_i) v_0 - B_i],$$

der $\varkappa$ och Γ beteckna de arbiträra integrationskonstanterna.*)

Detta resultat sönderdela vi åter på följande sätt:

$$(\varrho) = \varkappa \cos \text{v}_0$$
$$+ \cos \text{v}_0 \sum \varkappa_{i+1} \cos [(\varsigma - \sigma_i) v_0 - (B_i - \Gamma)]$$
$$- \sin \text{v}_0 \sum \varkappa_{i+1} \sin [(\varsigma - \sigma_i) v_0 - (B_i - \Gamma)];$$

och för att finna formen:

$$(\varrho) = \eta \cos (\text{v}_0 + \Gamma - \pi)$$

behöfva vi nu endast sätta:

$$\eta \cos (\pi - \Gamma) = \varkappa$$
$$+ \sum \varkappa_{i+1} \cos [(\varsigma - \sigma_i) v_0 - (B_i - \Gamma)]$$
$$\eta \sin (\pi - \Gamma) = - \sum \varkappa_{i+1} \sin [(\varsigma - \sigma_i) v_0 - (B_i - \Gamma)]$$

eller, i det vi beteckna:

(159) $$(\varsigma - \sigma_i) v_0 - (B_i - \Gamma) = \text{v}_i ,$$

(160) $$\begin{cases} \eta \cos (\pi - \Gamma) = \varkappa + \sum \varkappa_{i+1} \cos \text{v}_i \\ \eta \sin (\pi - \Gamma) = - \sum \varkappa_{i+1} \sin \text{v}_i \end{cases}$$

*) Vi bortlemna index 1, hvilken förut varit fogad till $\varkappa$.

Detta resultat lär oss bland annat, att de i art. 91 med $D_m^{(n)}$ betecknade koefficienterna för alla positiva m-värden, noll undantaget, försvinna; deremot uppkomma i uttrycken för $\eta^n e^{n\sqrt{-1}(\pi - \Gamma)}$ och η^n andra argument än de, hvilka förekomma i utvecklingarna (160).

126.

Vidkommande integrationen af likheten (69) kan man följa olika methoder, alltefter som man sönderdelar funktionen P i termerna:

$$S + T\varrho ,$$

eller om man bibehåller densamma i sin ursprungliga form. I den senare händelsen antager ifrågavarande likhet nedanstående form:

$$\frac{d^2\mathfrak{r}}{dv_0^2} - \frac{3}{2}\frac{1}{p_1}\cdot\frac{dp_1}{dv_0}\frac{d\mathfrak{r}}{dv_0} + \left[1 - \frac{1}{p_1}\frac{d^2p_1}{dv_0^2} + \frac{3}{2}\frac{1}{p_1^2}\left(\frac{dp_1}{dv_0}\right)^2 + \gamma_0\right]\mathfrak{r}$$
$$= \frac{1}{p_1}\frac{d^2p_1}{dv_0^2} - \frac{3}{2}\frac{1}{p_0^2}\left(\frac{dp_1}{dv_0}\right)^2 - \gamma_0 - p_0[P]$$

I denna likhet, der γ_0 betecknar den konstanta termen i utvecklingen af $\left(\frac{d\chi_0}{dv_0}\right)^2$, bör $[P]$ ersättas med det värde, som är angifvet medelst formeln (101*), sedan i densamma alla termer, hvilka ej hafva argument med elementär form, blifvit utelemnade.

Vi tillämpa nu det förfarande, som anknyter sig till likheten (D) i art. 94. Det förutsättes härvid, att ett approximativt uttryck för $\mathfrak{r}$ är bekant; af detsamma beräknas termerna till höger i nedanstående likhet:

$$(161)\qquad \frac{d^2\mathfrak{r}}{dv_0^2} + (1 - \beta_1)\mathfrak{r} - \beta_0 - \beta_2\mathfrak{r}^2 - \beta_3\mathfrak{r}^3 - \dots$$
$$= [A] + [B] ,$$

der $[A]$ betecknar en summa termer af formen $(\mathfrak{A})$, samt $[B]$ en summa termer af formen $(\mathfrak{B})$. På denna likhet kan

den i § V framstälda integrationsmethoden nästan omedelbart tillämpas; och vi finna enligt densamma ett resultat, der den variabla v_0 icke i någon term träder utanför sin- och cos-tecknen. De rent periodiska termer åter, hvilka här uppstå och hafva andra argument än de, som karakterisera de elementära termerna, äro alltid multiplicerade med den störande massan och öfverhufvud vanligen mycket små. Desamma måste bortlemnas från resultatet, men i stället öfverföras till evektionstermerna.

På en, i praktiskt hänseende vigtig omständighet fästa vi ännu uppmärksamheten. — Om nämligen $[B]$ innehåller någon betydligare term, hvars period sammanfaller med den anomalistiska omloppstiden, d. v. s., hvars argument är $(1 - \varsigma) v_0 - \Gamma$, så kan den i art. 36 förutsedda ändringen af modylen k blifva större än som är förenligt med de anspråk, man kan ställa på operationernas beqvämlighet, och möjligen till och med ställa approximationernas konvergens i fråga. Det finnes dock ett ytterst enkelt medel att oskadliggöra den olägenhet, en dylik term skulle medföra. Detta medel består deri att vi till likheten (161) addera identiteten:

$$-\varDelta\beta_1 \mathfrak{r} = -\varDelta\beta_1 \mathfrak{r}$$

Men då $\varDelta\beta_1$ är en qvantitet, hvars numeriska belopp i alla händelser är väsentligen mindre än β_1, samt emedan vi kunna förutsätta, att ett approximativt värde af $\mathfrak{r}$ är bekant, hvilket vi beteckna med $\mathfrak{R}$, så är produkten:

$$\varDelta\beta_1 (\mathfrak{R} - \mathfrak{r})$$

en qvantitet af sådan storleksordning, att vi till en början kunna utelemna densamma vid integrationen af likheten (161). I stället för denna likhet hafva vi nu:

$$(162) \quad \frac{d^2\mathfrak{r}}{dv_0^2} + (1 - \beta_1 - \varDelta\beta_1)\mathfrak{r} - \beta_0 - \ldots = -\varDelta\beta_1\mathfrak{R} + [B] + [A] + \varDelta\beta_1(\mathfrak{R} - \mathfrak{r})$$

och denna likhet kunna vi åter omedelbart sätta under en sådan form, att den i § V framstälda methoden genast kommer till användning.

Efter att hafva bestämt qvantiteten $\varDelta\beta_1$ på sätt, att summan:

$$-\varDelta\beta_1\mathfrak{R} + [B]$$

icke kommer att innehålla någon term med argumentet $(1-\varsigma)v_0 - \Gamma$, skrifva vi åter β_1 i stället för $\beta_1 + \varDelta\beta_1$, samt beräkna konstanterna $\varkappa$ och k enligt de i art. 33 meddelade formlerna. I det g nu åter betecknar den i nämnde artikel införda integrationskonstanten erhålla vi ur likheten:

$$\frac{d^2R_0}{dv_0^2} + (1-\beta_1)R_0 = \beta_3 R_0^3$$

värdet:

$$R_0 = \varkappa \operatorname{sn} x\,, \text{ mod. } k$$

$$\frac{dv_0}{dx} = \frac{\varkappa}{g} = \sqrt{\frac{1+k^2}{1-\beta_1}}$$

Sätta vi härpå:

$$\mathfrak{r} = R_0 + \mathfrak{s}_0$$

så erhålla vi för bestämmandet af $\mathfrak{s}_0$ följande differentialeqvation:

$$(163)\quad \frac{d^2\mathfrak{s}_0}{dv_0^2} + [1-\beta_1 - 3\beta_3 R_0^2]\,\mathfrak{s}_0 = \beta_0 + \beta_2(R_0^2 + 2R_0\mathfrak{s}_0 + \mathfrak{s}_0^2)$$
$$+ \ldots$$
$$-\varDelta\beta_1\mathfrak{R} + [B]$$
$$+ [A] + \varDelta\beta_1(\mathfrak{R} - R_0 - \mathfrak{s}_0)$$

Såsom i art. 31 sätta vi äfven nu:

$$\mathfrak{s}_0 = \mathfrak{r}_1 + \mathfrak{s}_1$$

samt bestämma $\mathfrak{r}_1$ ur likheten:

$$\frac{d^2 \mathfrak{r}_1}{dv_0^2} + [1 - \beta_1 - 3\beta_3 R_0^2]\, \mathfrak{r}_1 = \mathfrak{B}_0 .$$

der $\mathfrak{B}_0$ betecknar alla af $\mathfrak{S}_0$ oberoende termer till höger i likheten (163). Huruledes approximationerna skola fortsättas inses omedelbart på grund af de i § V meddelade formlerna, men desamma kunna väsentligen afkortas, då man, såsom vi förutsatt, har sig ett approximativt värde af $\mathfrak{r}$ bekant. Vi insätta nämligen detsamma i stället för $R_0 + \mathfrak{S}_0$ till höger i likheten (162), hvarefter ett noggrannare värde för $\mathfrak{S}_0$ erhålles medelst integration.

127.

Genom att sönderdela funktionen P i termerna:

$$\ddot{S} + \overline{T}\varrho$$

synes det åsyftade resultatet omedelbart kunna erhållas, emedan man då genast kan medtaga åtminstone de väsentligaste, af de störande krafternas andra potens beroende termer, som utöfva inflytande på den qvantitet, vi betecknat med ϱ. Vi blifva äfven härigenom i tillfälle att medelst en enda differentialeqvation härleda hela den fullständiga funktionen ϱ, sedan från densamma ej mindre funktionen R_0 blifvit afskiljd, än äfven $\frac{p_0}{p_1} - 1$. Denna differentialeqvation följer omedelbart ur likheten (66). Vi sätta i densamma:

$$\varrho = \overline{\varrho} + \overline{R}$$

$$= \frac{p_0}{p_1} - 1 + \frac{p_0}{p_1}\left(\mathfrak{r} + \frac{p_1}{p_0}\overline{R}\right);$$

beteckna:

$$\mathfrak{r} + \frac{p_1}{p_0}\overline{R} = [\mathfrak{r}] \tag{164}$$

samt erhålla då:

$$(165)\quad \frac{d^2[\mathfrak{r}]}{dv_0^2}-\tfrac{3}{2}\frac{d\log p_1}{dv_0}\frac{d[\mathfrak{r}]}{dv_0}$$

$$+\left\{1+\frac{p_0^2}{p_1}\overline{T}+2\frac{d\chi}{dv_0}+\left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2-\frac{1}{p_1}\frac{d^2p_1}{dv_0^2}+\tfrac{3}{2}\frac{1}{p_1^2}\left(\frac{dp_1}{dv_0}\right)^2\right\}[\mathfrak{r}]$$

$$=\frac{1}{p_1}\frac{d^2p_1}{dv_0^2}-\tfrac{3}{2}\frac{1}{p_1^2}\left(\frac{dp_1}{dv_0}\right)^2$$

$$+\left(1-\frac{p_0}{p_1}\right)p_0\overline{T}-2\frac{d\chi}{dv_0}-\left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2-p_0S$$

Sådan är den likhet, genom hvars integration det fullständiga uttrycket för radius-vektor erhålles. Omedelbart kan densamma dock ej integreras, men den leder lätt till integrabla former, då termer af tredje ordningen, samt äfven vissa termer af andra ordningen bortlemnas. I detta afseende må hänvisas till undersökningarna i art. 117—119. Vid hithörande operationer måste emellertid funktionen $\overline{T}$, hvilken innehåller $[\mathfrak{r}]$, anses vara känd, och för att bilda densamma använder man ett preliminärt värde för denna sistnämnda funktion.

Utvecklar man åter $\overline{T}$ efter potenserna af $[\mathfrak{r}]$; sätter:

$$[\mathfrak{r}]=R_0+\mathfrak{s}_0\,,$$

samt söker den differentialeqvation, hvarigenom $\mathfrak{s}_0$ bestämmes, så återkommer man till formler, hvilka närma sig dem, vi i föregående artikel hafva utvecklade. Jag anför af denna orsak icke hithörande detaljer, och detta så mycket mindre, som desamma lätt igenfinnas med stöd af den i nämnde artikel anförda analysen. Deremot skall jag meddela ett annat förfaringssätt att reducera likheten (165) till en integrabel form.

128.

Funktionen $\dfrac{p_0^2}{p_1}\overline{T}$ tänka vi oss utvecklad efter potenserna af $[\mathfrak{r}]$, så att vi hafva:

$$\frac{P_0^2}{P_1}\overline{T} = -\beta_1 - \beta_3 [\mathfrak{r}]^2 - \dots$$

$$- \text{ bekanta per. termer};$$

och här tänka vi oss alla konstanta inkrement, äfven från följande termer inom parenthesen, förenade med β_1, samt β_3 sålunda bestämd, att ingen term med argumentet $2[(1-\varsigma)v_0 - \Gamma]$ vidare förekommer såsom koefficient till $[\mathfrak{r}]$.

Sedan detta blifvit faststäldt, sätta vi inom den parenthes, som omsluter koefficienten till $[\mathfrak{r}]$:

$$[\mathfrak{r}] = R_0 + \mathfrak{s}_0$$

Härmed erhålles nu först och främst ett resultat af formen:

$$\frac{d^2[\mathfrak{r}]}{dv_0^2} + [1 - \beta_1 - \beta_3 (R_0^2 + 2R_0\mathfrak{s}_0 + \mathfrak{s}_0^2)][\mathfrak{r}] = W,$$

der vi anse W innehålla endast bekanta termer.

Nu är att märka, att $\mathfrak{s}_0^2$ innehåller en konstant term; densamma beteckna vi med q_0. Vidare har man:

$$R_0\mathfrak{s}_0[\mathfrak{r}] = \mathfrak{s}_0 R_0^2 + R_0\mathfrak{s}_0^2$$

$$= \mathfrak{s}_0^2[\mathfrak{r}] + \mathfrak{s}_0 R_0^2 - \mathfrak{s}_0^3$$

Härmed erhålles:

$$\frac{d^2[\mathfrak{r}]}{dv_0^2} + [1 - \beta_1 - 3\beta_3 q_0 - \beta_3 R_0^2][\mathfrak{r}] = W$$

$$+ 2\beta_3\mathfrak{s}_0(R_0^2 - \mathfrak{s}_0^2)$$

$$+ 3\beta_3(\mathfrak{s}_0^2 - q_0)[\mathfrak{r}];$$

och man inser lätt att någon term med argumentet $(1-\varsigma)v_0 - \Gamma$ ej tillkommit genom den sist utförda öfverflyttningen.

Vi skrifva nu β_1 i stället för $\beta_1 + 3\beta_3 q_0$ samt anse funktionen R_0 bestämd såsom förut. Införa vi således argumentet x i stället för v_0, så befinnes:

(166) $$\frac{d^2[\mathrm{r}]}{dx^2} - [2k^2 \operatorname{sn} x^2 - 1 - k^2][\mathrm{r}] = \frac{\varkappa^2}{g^2}\{W + \ldots\};$$

och genom att integrera denna likhet finner man omedelbart värdet af:

$$[\mathrm{r}] = \mathrm{r} + \frac{p_1}{p_0} R$$

129.

Likheten (166) hör äfven till de Lamé'ska eqvationernas klass, hvilken, såsom är bekant, har blifvit fullständigt integrerad. I föreliggande fall är den allmänna integralen, förutsatt att högra sidan är lika med noll:

$$[\mathrm{r}] = C_1 \operatorname{sn} x + C_2 \operatorname{sn} x\left[\frac{d \log \mathrm{H}(x)}{dx} - \frac{\mathrm{K} - \mathrm{E}}{\mathrm{K}} x\right]$$

Men alldenstund man har:

$$\operatorname{sn} x = \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{\mathrm{H}(x)}{\Theta(x)},$$

så befinnes:

$$[\mathrm{r}] = C_1 \operatorname{sn} x + C_2\left\{\frac{1}{\sqrt{k}} \frac{\mathrm{H}'(x)}{\Theta(x)} - \frac{\mathrm{K} - \mathrm{E}}{\mathrm{K}} x \operatorname{sn} x\right\};$$

och såsom uttryck för integralen till den fullständiga likheten (166) erhålles:

$$[\mathrm{r}] = \operatorname{sn} x\left\{C_1 + \frac{\varkappa^2}{g^2}\int\left[\frac{1}{\sqrt{k}} \frac{\mathrm{H}'(x)}{\Theta(x)} - \frac{\mathrm{K} - \mathrm{E}}{\mathrm{K}} x \operatorname{sn} x\right]\{W + \ldots\} dx\right\}$$

$$+ \left\{\frac{1}{\sqrt{k}} \frac{\mathrm{H}'(x)}{\Theta(x)} - \frac{\mathrm{K} - \mathrm{E}}{\mathrm{K}} x \operatorname{sn} x\right\}\left\{C_2 - \frac{\varkappa^2}{g^2}\int \operatorname{sn} x \{W + \ldots\} dx\right\}$$

Detta uttryck kan emellertid förenklas på grund af formeln:

$$\int x \operatorname{sn} x \, [W + \ldots] \, dx = x \int \operatorname{sn} x \, \{W + \ldots\} \, dx$$

$$- \int dx \int \operatorname{sn} x \, \{W + \ldots\} \, dx \, ;$$

man finner nämligen härmed;

$$(167) \qquad [\mathrm{r}] = C_1 \operatorname{sn} x + C_2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{\mathrm{H}'(x)}{\Theta(x)} - \frac{\mathrm{K} - \mathrm{E}}{\mathrm{K}} \, x \operatorname{sn} x \right\}$$

$$+ \frac{\varkappa^2}{g^2} \frac{1}{\sqrt{k}} \operatorname{sn} x \int \frac{\mathrm{H}'(x)}{\Theta(x)} \{W + \ldots\} \, dx$$

$$- \frac{\varkappa^2}{g^2} \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{\mathrm{H}'(x)}{\Theta(x)} \int \operatorname{sn} x \, \{W + \ldots\} \, dx$$

$$+ \frac{\varkappa^2}{g^2} \frac{\mathrm{K} - \mathrm{E}}{\mathrm{K}} \operatorname{sn} x \int dx \int \operatorname{sn} x \, \{W + \ldots\} \, dx$$

Detta uttryck, som vore att använda i stället för formeln (42), erbjuder emellertid ej de fördelar som denna senare, emedan utvägen, att medelst en lämplig bestämning af konstanten C_2 korrigera inflytandet af ett fel hos β_1 här ej mer ligger öppen.

Genom en ytterst enkel ändring i bestämningen af koefficienten β_1 erhåller man dock en annan eqvation i stället för (166), hvars integral har sådan form, att alla med x multiplicerade termer kunna bortskaffas. Bestämma vi nämligen ifrågavarande koefficient på sådant sätt, att likheten (166) kommer att innehålla termen:

$$[\mathrm{r}] \, k^2 \operatorname{sn} x$$

till höger om likhetstecknet; d. v. s., att man i stället för ifrågavarande likhet har den följande:

(168) $$\frac{d^2 [\mathrm{r}]}{dx^2} - [2k^2 \operatorname{sn} x^2 - 1] [\mathrm{r}] = \frac{\varkappa^2}{g^2} \{ W + \ldots \}$$

så finner man:

(169) $$[\mathrm{r}] = C_1 \operatorname{cn} x + C_2 \left\{ \sqrt{\frac{k'}{k}} \frac{\mathrm{H}'_1 (x)}{\Theta (x)} - \frac{k'^2 \mathrm{K} - \mathrm{E}}{\mathrm{K}} x \operatorname{cn} x \right\}$$

$$+ \frac{\varkappa^2}{g^2} \sqrt{\frac{k'}{k}} \operatorname{cn} x \int \frac{\mathrm{H}'_1 (x)}{\Theta (x)} \{ W + \ldots \} dx$$

$$- \frac{\varkappa^2}{g^2} \sqrt{\frac{k'}{k}} \frac{\mathrm{H}'_1 (x)}{\Theta (x)} \int \operatorname{cn} x \{ W + \ldots \} dx$$

$$+ \frac{\varkappa^2}{g^2} \frac{k'^2 \mathrm{K} - \mathrm{E}}{\mathrm{K}} \operatorname{cn} x \int dx \int \operatorname{cn} x \{ W + \ldots \} dx$$

Vi hafva här åter ett uttryck af den beskaffenhet, att termer med x såsom faktor, hvilka uppkomma på grund af att någon term af formen $a \sin \frac{\pi}{2\mathrm{K}} x$ ingår i W, kunna kompenseras genom en passande bestämning af C_2.

130.

Genom att integrera likheten (98) finna vi funktionen $\mathfrak{z}$, d. v. s. sinus för bredden af fundamentalplanet; och bortlemna vi ur resultatet alla icke elementära termer, så qvarstår ett uttryck, hvilket vi beteckna såsom följer:

$$\begin{aligned}(\mathfrak{z}) = \; & \iota \sin ((1 + \mathfrak{i}) v_0 - \Sigma) \\ & + \iota_1 \sin ((1 + \vartheta_1) v_0 - \mathrm{S}_1) \\ & + \iota_2 \sin ((1 + \vartheta_2) v_0 - \mathrm{S}_2) \\ & + \ldots,\end{aligned}$$

och der ι och Σ beteckna de tvenne integrationskonstanterna, samt $\iota_1, \iota_2, \ldots \tau, \vartheta_1, \vartheta_2, \ldots$ konstanta koefficienter, de senare af de störande krafternas storleksordning, samt slutligen: $S_1, S_2, \ldots$ konstanta, af de absoluta elementen beroende vinklar.

Ofvanstående utveckling sammandraga vi härpå, i det vi sätta:

$$(\mathfrak{z}) = I \sin((1 + \tau) v_0 - \Sigma + N) \tag{170}$$

och det är tydligt att vi nu hafva:

$$(171) \begin{cases} I \cos N = \iota \\ \qquad\qquad + \sum \iota_i \cos\left[(\vartheta_i - \tau) v_0 + \Sigma - S_i\right] \\ I \sin N = \sum \iota_i \sin\left[(\vartheta_i - \tau) v_0 + \Sigma - S_i\right] \end{cases}$$

Vi beteckna härpå med (i) och (σ) de värden af i och σ, hvilka motsvara $(\mathfrak{z})$, samt bestämma ifragavarande funktioner ur likheterna:

$$(\mathfrak{z}) = \sin(i) \sin(v_0 - (\sigma))$$

$$\frac{d(\mathfrak{z})}{dv_0} = \sin(i) \cos(v_0 - (\sigma)),$$

och erhålla då, på grund af likheten (170):

$$\sin(i) \sin(v_0 - (\sigma)) = I \sin((1 + \tau) v_0 - \Sigma + N)$$

$$\sin(i) \cos(v_0 - (\sigma)) = I\left[1 + \tau + \frac{dN}{dv_0}\right] \cos((1 + \tau) v_0 - \Sigma + N)$$

$$+ \frac{dI}{dv_0} \sin((1 + \tau) v_0 - \Sigma + N)$$

Genom att addera dessa likheters qvadrater befinnes vidare:

$$(172)\quad \sin(i)^2 = I^2$$
$$+ I^2\left[2\left(\iota + \frac{dN}{dv_0}\right) + \left(\tau + \frac{dN}{dv_0}\right)^2\right]\cos((1+\iota)v_0 - \Sigma + N)^2$$
$$+ \left(\frac{dI}{dv_0}\right)^2 \sin((1+\tau)v_0 - \Sigma + N)^2$$
$$+ I\frac{dI}{dv_0}\left[1 + \tau + \frac{dN}{dv_0}\right]\sin 2((1+\iota)v_0 - \Sigma + N),$$

hvaraf framgår, att sin (i) icke innehåller något verkligt elementär term, med undantag af dem, som förekomma i funktionen I, och dessa hafva alla mycket långa perioder.

Vi betrakta nu endast de termer, som förekomma i I, och erhålla då ur likheten (79):

$$l = v + \int \left\{ \frac{\sqrt{1 - I^2}}{1 - I^2 \sin(v_0 - (\sigma))^2} - 1 \right\} dv_0 \,;$$

och då vi utveckla denna integral efter multiplerna af $2(v_0 - (\sigma))$, så finna vi, att den term, som är oberoende af detta argument, helt och hållet försvinner. De öfriga termerna hafva argument, som motsvara korta perioder, och dessa kunna derföre icke genom integrationen erhålla mycket små divisorer.

Af den föregående utredningen framgår, att reduktionen till det fasta fundamentalplanet visserligen kan medföra elementära termer, men att, oaktadt den dubbla integrationsprocessen någon term dock icke kommer att erhålla den störande massan i nämnaren. Detta resultat finner man äfven på grund af likheten (81), hvilken vi kunna skrifva:

$$(173)\qquad \theta + \Theta = \Sigma + \int \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \sin i^2}} - 1 \right\} d\sigma$$

der vi med Θ beteckna en absolut integrationskonstant, nämligen den absoluta nodlängden vid epoken, räknad på fun-

damentalplanet. — De olika potenserna af sin i^2 innehålla visserligen elementära termer, men desamma blifva multiplicerade med $d\sigma$, hvilket differential innehåller den störande massan såsom faktor. Då nu resultatet erhålles genom en enkel integration, så kan endast denna faktor gå förlorad.

§ XVII. De absoluta elementen.

131.

Innan jag afslutar dessa meddelanden torde en kort återblick öfver de vunna resultaten ej vara olämplig; derunder blifva vi i tillfälle att tillvaratağa några föreskrifter rörande beräkningen af himlakropparnas orter under användande af absoluta element. Våra betraktelser komma äfven att hufvudsakligen afse denna utgångspunkt. Derjemte skall i största korthet antydas, huruledes ifrågavarande element bestämmas på grund af iakttagelser, d. v. s. på grund af en himlakropps bekanta läge och hastighet i ett gifvet ögonblick.

I den första afdelningen af dessa undersökningar framlades ett system af differentialeqvationer, hvilkas former betingades deraf, att en term afsöndrades från den s. k. störingsfunktionen och tillvaratogs redan vid bestämningen af den primitiva banan. En sådan bana benämndes »intermediär»; och ehuru densamma endast har en öfvergående betydelse, då frågan gäller planeterna, så gifves det dock många andra fall, då omständigheter föranleda oss att inskränka våra undersökningar till de intermediära rörelserna, hvilka under en relativt kort tid kunna identifieras med de absoluta. Vi lära då visserligen icke känna beskaffenheten af den fullständiga banan, men vi vinna åtminstone kunskap om en del af densamma, ungefär en sådan som vi hittills haft om banorna inom vårt solsystem. Theorien för de intermediära banorna torde framdeles komma att tillämpas på åtskilliga kometer, samt på rörelserna inom multipla stjernsystem.*)

---

*) I en afhandling om d'Angos' komet (Astr. Nachr. N:o 2445—46) har jag beräknat en intermediär bana samt visat användningen af dylika banor.

Den från störingsfunktionen afskilda termen var ursprungligen ytterst enkel och derjemte en funktion af endast v; detta oaktadt var följden af ifrågavarande afsöndring genomgripande. Ty det visade sig, att icke allenast denna term, utan äfven ett antal andra, af hvilka en del åter voro funktioner af endast v_0, måste utsöndras från störingsfunktionen och underkastas en särskild behandling. Det vilkorliga, som ursprungligen häftade vid öfverflyttandet af en enda term från denna funktion till de termer, hvilka skulle läggas till grund för bildandet af den intermediära banans begrepp, var härigenom helt och hållet försvunnet. De elementära termerna, som karakterisa uttrycken för den absoluta rörelsen, och hvilka i afseende på koefficienternas numeriska belopp äro jemförbara med termerna i den elliptiska medelpunktseqvationen och i utvecklingen af den elliptiska radius-vektor, äro nämligen af en väsentligen olika natur mot de egentliga störingstermerna. Under det att de senare innehålla den störande massan såsom faktor och således i vanligen förekommande fall äro att anse såsom små qvantiteter af första ordningen, har denna faktor hos de elementära termerna gått förlorad. Det är således hvarken något godtyckligt eller föranledt i afsigt att uppställa lämpliga och öfverskådliga räkneföreskrifter, att vi afsöndrat de elementära termerna, och på grund af desamma uppbyggt begreppet af en absolut bana. Genom uppställandet af detta begrepp ernå vi äfven en vida mer fullständig och djupare insigt i naturen af planeternas rörelser, än den Keplerska ellipsen gifver oss; ty denna är, så att säga, endast en fas af den absoluta banan, och detta endast tillnärmelsevis. Ett system af planeternas absoluta banor vore det derför ej olämpligt att benämna det absoluta planetsystemet.

En väsentlig del af de båda senare afhandlingarnas innehåll var egnadt åt undersökningar af den absoluta banan samt afsåg att uppsöka de medel, hvilka kunde leda till bestämning af densamma. Vid de dervid förekommande integrationsprocesserna blefvo, såsom sig bör, sex arbiträra konstanter införda, nämligen Γ, Θ, $\varDelta$, $\varkappa$, ι och h. Af dessa äro de tre första till sin geometriska betydelse omedelbart gifna; de tre senare ingå deremot endast såsom konstanta parametrar i vissa funktionsuttryck. Vi benämna elementen $\varkappa$ och ι: excentricitetsmodyl och inklinationsmodyl; för elementet h behöfva

vi tills vidare ingen särskild benämning, emedan detsamma ersättes medelst elementet a, som betecknar medelafståndet i den absoluta banan, då vi nämligen definiera detta afstånd på så sätt, att funktionen (A) i uttrycket:

$$(r) = \frac{a(1 + (A))(1 - \eta^2)}{1 + \eta \cos(v_0 + \Gamma - \pi)}$$

ej kommer att innehålla någon konstant term.

132.

Konstanten h, hvilken förekommer i likheten (152), förenades med konstanten a_0 medelst relationen:

$$a_0 h = \mu_1$$

Här insätta vi för a_0 värdet:

$$a_0 = \frac{a}{1 + \alpha_0},$$

i det vi, såsom i inledningen, beteckna den konstanta termen i utvecklingen af (A) med α_0; vi erhålla då:

$$ah = \mu_1 (1 + \alpha_0)$$

Huruledes a sammanhänger med medelrörelsen hafva vi redan framvisat i inledningen; den emellan dessa qvantiteter bestående relationen befanns nämligen vare den följande:

$$\frac{na^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu_1}} = \frac{(1 + \alpha_0)^{\frac{3}{2}}}{1 + \delta_0}$$

der $1 + \delta_0$ betecknar den konstanta termen i utvecklingen af förhållandet:

$$\frac{(1 + (A))^{\frac{3}{2}}}{(1 + Y)}$$

Produkten af öfriga, rent periodiska termer i denna utveckling med den konstanta faktorn:

$$\frac{na_0^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu_1}} = \frac{1}{1+\delta}$$

betecknades med Z, och i artikeln 89 infördes vidare beteckningen:

$$T_1 = \int Z d\zeta$$

Det framgår häraf, att äfven T_1 innehåller endast rent periodiska termer.

Förhållandet emellan tiden t samt variabeln ζ inses på grund af likheten:

$$dt = \frac{r^2}{(r)^2}(1 + Z)\, d\zeta\,;$$

för att n skall erhålla betydelsen af den verkliga medelrörelsen, bör derföre den konstanta termen i utvecklingen af $\frac{r^2}{(r)^2}$ äfven vara lika med 1. Detta vilkor uppfylles om vi till funktionen (R) foga en konstant, hvilken vi bestämma på så sätt, att den konstanta termen i utvecklingen:

$$\left\{-2\frac{(R)}{(p)}\frac{(r)}{a} + 3\left[\frac{(R)}{(p)}\frac{(r)}{a}\right]^2 - \ldots\right\}(1 + Z_1)$$

försvinner. Härigenom föranledes en motsvarande modifikation af den konstanta termen i funktionen Y, och det är tydligt, att ifrågavarande konstant i (R), äfvensom den motsvarande ändringen af konstanten i Y äro qvantiteter af andra ordningen i afseende på den störande massan.

Utvecklingen af likheten (103) gifver oss:

$$(174)\quad T = -2\int \frac{(R)}{(p)}\frac{(r)}{a}\, d\tau + 3\int\left[\frac{(R)}{(p)}\frac{(r)}{a}\right]^2 d\tau - \ldots.$$

hvilken på grund af bestämningen af konstanten i (R), ej innehåller någon mot τ eller t proportionel term.

Vi räkna tiden från en gifven fundamentalepok: t_0, och hafva då, såsom i art. 89:

$$n(t - t_0) = n\tau + nT$$
$$= n\zeta + nT' + nT_1 ;$$

med det ur denna likhet funna värdet af ζ beräknas v_0 ur formeln:

$$(175) \qquad n\zeta + \varLambda = v_0 + F(v_0) ,$$

der $\varLambda$ betecknar den absoluta medellängden vid fundamentalepoken, samt $F(v_0)$ har den genom likheten (105) fastställda betydelsen.

För bestämmandet af radius-vektor i den absoluta banan anför jag dessutom formeln:

$$(176) \qquad (r) = a\left(1 + \frac{\mathrm{A} - \alpha_0}{1 + \alpha_0}\right)\frac{1 - \eta^2}{1 + \eta\cos(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)}$$

133.

Lösningen af den transcendenta likheten (175) äfvensom beräkningen af (r) kan väsentligen underlättas genom en transformation af samma beskaffenhet som den, hvarigenom den sanna anomalien i den Keplerska ellipsen ersättes medelst den excentriska. Denna transformation har sin upprinnelse i införandet af en ny variabel, hvilken vi beteckna med ε och hvilken må bibehålla benämningen excentrisk anomali.

Denna variabel definiera vi medelst likheterna:

$$(177) \qquad \begin{cases} \sin\varepsilon = \dfrac{\sqrt{1 - \eta^2}\,\sin(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)}{1 + \eta\cos(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)} \\[2ex] \cos\varepsilon = \dfrac{\cos(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi) + \eta}{1 + \eta\cos(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)} \end{cases}$$

eller:

$$(178)\qquad \begin{cases} \sin(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi) = \dfrac{\sqrt{1-\eta^2}\sin\varepsilon}{1-\eta\cos\varepsilon} \\ \\ \cos(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi) = \dfrac{\cos\varepsilon - \eta}{1-\eta\cos\varepsilon} \end{cases}$$

Häraf följer bland annat omedelbart:

$$\frac{1}{1+\eta\cos(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)} = \frac{1-\eta\cos\varepsilon}{1-\eta^2},$$

så att vi erhålla ur likheten (176) den följande:

$$(179)\qquad (r) = a\left(1 + \frac{(\mathrm{A}) - \alpha_0}{1+\alpha_0}\right)(1-\eta\cos\varepsilon)$$

Jag anför ännu den lätt funna relationen:

$$(180)\qquad \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi) = \sqrt{\frac{1+\eta^2}{1-\eta^2}}\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\varepsilon\,,$$

och går härefter att uppsöka en relation emellan den excentriska anomalien och medellängden $n\zeta + \varDelta$.

På grund deraf, att

$$d\mathrm{v}_0 = (1-\varsigma)\,dv_0\,,$$

erhålla vi ur likheten (73): *)

$$n(1-\varsigma)\,d\zeta = \frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}\,d\mathrm{v}_0}{[1+\eta\cos(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)]^2}$$

$$= \frac{d\mathrm{v}_0}{\sqrt{1-\eta^2}}(1-\eta\cos\varepsilon)^2$$

Genom att differentiera den andra af likheterna (178) erhålles emellertid:

---

*) Jfr. noten sid. 63.

$$\sin(v_0 + \Gamma - \pi)(dv_0 + d(\Gamma - \pi)) = \frac{(1-\eta^2)\sin\varepsilon}{(1-\eta\cos\varepsilon)^2}\,d\varepsilon$$

$$+ \frac{\sin\varepsilon^2}{(1-\eta\cos\varepsilon)^2}\,d\eta\,;$$

således äfven:

$$dv_0 = \frac{\sqrt{1-\eta^2}}{1-\eta\cos\varepsilon}\,d\varepsilon + \frac{\sin\varepsilon}{\sqrt{1-\eta^2}\,(1-\eta\cos\varepsilon)}\,d\eta - d(\Gamma-\pi)$$

Då nu detta uttryck införes i den föregående likheten, erhålles:

$$(1-\varsigma)\,nd\zeta = (1-\eta\cos\varepsilon)\,d\varepsilon$$

$$+ \frac{\sin\varepsilon\,(1-\eta\cos\varepsilon)}{1-\eta^2}\,d\eta$$

$$- \frac{(1-\eta\cos\varepsilon)^2}{\sqrt{1-\eta^2}}\,d(\Gamma-\pi)$$

Vi integrera denna likhet samt skrifva resultatet såsom följer:

$$(1-\varsigma)\,n\zeta + \Delta + \Gamma - \pi = \varepsilon - \eta\sin\varepsilon$$

$$+ \int \frac{\sin\varepsilon\,(2-\eta\cos\varepsilon-\eta^2)}{1-\eta^2}\,d\eta$$

$$- \int \frac{1}{\eta}\left\{\frac{(1-\eta\cos\varepsilon)^2}{\sqrt{1-\eta^2}} - 1\right\}\eta d(\Gamma-\pi)$$

Denna form kunde visserligen bibehållas såsom den definitiva; men så länge funktionerna η och π äro uttryckta i v_0 är det nödvändigt att äfven hafva koefficienterna till deras differential uttryckta medelst samma variabel.

Vi införa derföre argumentet v_0 i stället för ε i de båda sista termerna, samt erinra oss, att:

$$
\begin{aligned}
d\eta &= \cos(\pi-\Gamma)\, d(\eta\cos(\pi-\Gamma)) \\
&\quad + \sin(\pi-\Gamma)\, d(\eta\sin(\pi-\Gamma)) \\
\eta d(\pi-\Gamma) &= \cos(\pi-\Gamma)\, d(\eta\sin(\pi-\Gamma)) \\
&\quad - \sin(\pi-\Gamma)\, d(\eta\cos(\pi-\Gamma))
\end{aligned}
$$

Summan af ifrågavarande termer beteckna vi dessutom med $-X$, så att vi hafva:

$$
(181) \qquad (1-\varsigma)n\zeta + \varDelta + X + \Gamma - \pi = \varepsilon - \eta\sin\varepsilon
$$

och vi erhålla då för X följande uttryck:

$$
\begin{aligned}
(182) \quad X = &-\int \frac{\sqrt{1-\eta^2}\,[2+\eta\cos(v_0+\Gamma-\pi)]\sin(v_0+\Gamma-\pi)\cos(\pi-\Gamma)\,d(\eta\cos(\pi-\Gamma))}{[1+\eta\cos(v_0+\Gamma-\pi)]^2} \\
&-\int \frac{\sqrt{1-\eta^2}\,[2+\eta\cos(v_0+\Gamma-\pi)]\sin(v_0+\Gamma-\pi)\sin(\pi-\Gamma)\,d(\eta\sin(\pi-\Gamma))}{[1+\eta\cos(v_0+\Gamma-\pi)]^2} \\
&+\int \frac{1}{\eta}\left\{\frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{[1+\cos(v_0+\Gamma-\pi)]^2} - 1\right\}\cos(\pi-\Gamma)\,d(\eta\sin(\pi-\Gamma)) \\
&-\int \frac{1}{\eta}\left\{\frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{[1+\eta\cos(v_0+\Gamma-\pi)]^2} - 1\right\}\sin(\pi-\Gamma)\,d(\eta\cos(\pi-\Gamma))
\end{aligned}
$$

Ur likheten (181) finner man ε enligt kända methoder, sedan beloppet af termerna till venster om likhetstecknet, äfvensom det samtidigt gällande värdet af funktionen η blifvit bestämdt.

134.

Det återstår oss nu slutligen att i några allmänna drag angifva den väg, på hvilken man finner de absoluta elementens numeriska värden. Vi antaga dervid, att approximativa värden för dessa qvantiteter blifvit funna antingen medelst den method, som finnes anförd i § VII, eller medelst någon

annan, som kan uppställas på grund af utvecklingarna i denna afhandling, samt att det nu är fråga om den definitiva bestämningen af dessa element. — Vi tänka oss vidare att med dessa element blifvit härledda de numeriska uttrycken för funktionerna (R), χ, T, T_1, (A) samt $\mathfrak{z} - (\mathfrak{z})$. Och slutligen förutsätta vi, att de numeriska värdena af följande qvantiteter äro bekanta på grund af iakttagelser, nämligen: v, r, $\mathfrak{z}$, $\frac{dv}{dt}$, $\frac{dr}{dt}$ och $\frac{d\mathfrak{z}}{dt}$, samt att dessa värden gälla för en och samma epok t_0. För denna epok beräkna vi nu först och främst specialvärden af ofvan nämnda funktioner, och härleda med stöd af desamma följande qvantiteter:

$$v_0 = v - \chi$$

$$(r) = r\left(1 + \frac{(R)}{(p)}\frac{(r)}{a}\right)$$

$$= \frac{r}{1 - \frac{(R)}{(p)}\frac{r}{a}}$$

$$(\mathfrak{z}) = \mathfrak{z} - (\mathfrak{z} - (\mathfrak{z}))$$

$$\frac{dv_0}{dt} = \frac{dv}{dt} - \frac{d\chi}{dt}$$

$$= \frac{dv}{dt} - \frac{d\chi}{dv_0}\frac{dv_0}{dt}$$

$$= \frac{\frac{dv}{dt}}{1 + \frac{d\chi}{dv_0}}$$

Vidare behöfva vi differentialkoefficienterna af (r) och af $(\mathfrak{z})$ i afseende på v_0; dessa härleda vi på följande sätt.

Man har först och främst:

$$\frac{dr}{dv_0} = \frac{dr}{dt} \cdot \frac{dt}{dv_0}$$

$$= \frac{dr}{dt} \frac{1 + \frac{d\chi}{dv_0}}{\frac{dv}{dt}},$$

hvilket värde vi insätta i den lätt funna likheten:

$$\frac{1}{(r)} \frac{d(r)}{dv_0} = \frac{1}{r} \frac{dr}{dv_0} + \frac{1}{1 + \frac{(R)}{(p)} \frac{r}{a}} \frac{d\left[\frac{(R)}{(p)} \frac{r}{a}\right]}{dv_0};$$

och vi erhålla då ett resultat, som angifver ett numeriskt bestämdt värde af $\frac{1}{(r)} \frac{d(r)}{dv_0}$, hvilket vi beteckna med M. Genom att differentiera likheten (176) erhålla vi vidare:

$$\frac{1}{(r)} \frac{d(r)}{dv_0} = \frac{\eta \sin (\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)}{1 + \eta \cos (\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)} + \frac{(\lambda)}{1 + \eta \cos (\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)}$$

$$- \frac{2\eta}{1 - \eta^2} \frac{d\eta}{dv_0} + \frac{1}{1 + (\mathrm{A})} \frac{d(\mathrm{A})}{dv_0},$$

der (λ) har samma betydelse som i art. (124), nämligen:

$$(\lambda) = - \varsigma\eta \sin (\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)$$

$$- \cos \mathrm{v}_0 \frac{d(\eta \cos (\pi - \Gamma))}{dv_0}$$

$$- \sin \mathrm{v}_0 \frac{d(\eta \sin (\pi - \Gamma))}{dv_0}.$$

De tre sista termerna i den föregående likheten äro för öfrigt af den störande massans storleksordning, och kunna an-

ses vara bekanta. Vi hafva således vunnit ett resultat af formen:

$$\frac{\eta \sin(\text{v}_0 + \Gamma - \pi)}{1 + \eta \cos(\text{v}_0 + \Gamma - \pi)} = B ,$$

då vi med B beteckna en bekant, numeriskt gifven qvantitet.

Likaledes erhålla vi med stöd af likheten (176) ett resultat af formen:

$$1 + \eta \cos(\text{v}_0 + \Gamma - \pi) = A(1 - \eta^2) ,$$

der A betecknar en bekant storhet; och ur dessa båda likheter kunna vi utan någon väsentlig svårighet härleda värdena af $\eta \cos(\text{v}_0 + \Gamma - \pi)$ och $\eta \sin(\text{v}_0 + \Gamma - \pi)$.

Nu är emellertid:

$$\text{v}_0 + \Gamma = (1 - \varsigma) v_0 ;$$

vi finna derföre äfven värdena af $\eta \cos \pi$ och $\eta \sin \pi$. Sedan dessa qvantiteter blifvit funna, härleda vi elementen $\varkappa$ och Γ med stöd af likheterna (160), dervid transformationer kunna användas, hvilka redan blifvit förklarade i art. 64. Det är härvid att märka, att ett fel i bestämningen af elementet $\varkappa$ ingår väsentligen förminskadt i koefficienterna $\varkappa_{i+1}$, så att den nya bestämningen innebär en verklig förbättring.

Genom operationer, som i allt väsentligt likna dem, vi ofvan beskrifvit, bestämmes $\frac{d(\mathfrak{z})}{dv_0}$; och då äfven $(\mathfrak{z})$ är bekant, finner man härefter funktionerna $I \cos(\Sigma - N)$ och $I \sin(\Sigma - N)$, hvilka åter, på grund af likheterna (171), leda till bestämningen af elementen ι och Σ eller Θ.

Elementen $\mathcal{A}$ och n finner man slutligen med stöd af likheten (106). Densamma gifver omedelbart:

$$\mathcal{A} = v_0 + F(v_0) + nT + nT_1 ,$$

der alla qvantiteter till höger äro kända; samt genom differentiation befinnes:

$$n = \frac{dv_0}{dt} + F'(v_0)\frac{dv_0}{dt} + n\frac{dT}{dv_0}\frac{dv_0}{dt} + n\frac{dT_1}{dv_0}\frac{dv_0}{dt}$$

$$= \frac{dv_0}{dt}\left\{1 + F'(v_0) + n\frac{dT}{dv_0} + n\frac{dT_1}{dv_0}\right\}$$

Genom denna formel erhålles medelrörelsens absoluta värde; likväl förutsättes härvid: 1:o att χ ej innehåller någon librationsterm; 2:o att funktionen T_1 är gifven under dess elementära form, således icke utvecklad efter potenserna af v_0; en sådan utveckling skulle tvärtom omöjliggöra bestämningen af medelrörelsens absoluta belopp, samt öfverhufvud strida emot de principer, som blifvit följda vid föreliggande arbete.

BIHANG TILL K. SVENSKA VET.-AKAD. HANDLINGAR. Band 7. N:o 3.

DE SVENSKA ARTERNA

AF

TRILOBITSLÄGTET ILLÆNUS (DALMAN).

AF

GERHARD HOLM.

MED SEX TAFLOR.

MEDDELADT DEN 7 JUNI 1882.



STOCKHOLM 1882.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Bland de Trilobitslägten, som hos oss äro jemförelsevis minst utredda, är *Illænus* ett. Detta beror utan tvifvel derpå, att arterna vanligen ej visa några synnerligen i ögonen fallande kännetecken, genom hvilka de vid första påseendet, äfven i ofullständigare skick, lätt kunna skiljas från hvarandra. Deras form är nemligen starkt sphærisk, slät, utan utskott, knölar eller lister, konturen jemnt rundad, och antydning till segmentering på hufvudet och pygidiet genom tvärfåror, lober och ribbor saknas fullständigt på några få undantag när, der svaga spår af sådana förekomma. Den formkrets, inom hvilken arterna variera, är derföre ej synnerligen stor, och lätt beskrifbara karaktärer ofta ganska svåra att erhålla, samt måste hemtas från alla kroppsdelar. Med ett ord *Illænus* är, såsom man säger, ett mycket naturligt slägte, der ett enkelt thema af naturen varieras på mångfaldigt sätt.

Äldre afbildningar och beskrifningar af företrädesvis detta slägtes arter äro på ofvan angifna grunder oftast föga noggranna och upplysande. Så ofta originalexemplar ej äro tillgängliga, möter det derföre stora svårigheter att afgöra, hvilken art de åsyfta och i många fall är detta omöjligt. Detta gäller framför allt de flesta af de arter, som af EICHWALD beskrifvas i »De Trilobitis observationes» och »Lethæa Rossica». Jag har derföre nödgats lemna EICHWALDS benämningar och arter nästan utan allt afseende, så mycket mera som af FR. SCHMIDT en utredning häraf är att snart motse i fortsättningen på hans arbete »Revision der ostbaltischen silurischen Trilobiten».

För att lätta främmande arters identifiering, äfvensom i flera fall för att bestämma variationernas gränser, har jag ansett mig böra ej alltför sparsamt meddela måttuppgifter på olika kroppsdelar.

Det material, som ligger till grund för denna afhandling är ej så obetydligt. Det utgöres af allt, hvad som för närvarande torde kunna hopsamlas inom Sverige, ty dels hafva

alla svenska palæontologiska samlingar af någon betydenhet, offentliga och enskilda, genom välvilja och hjelpsamhet från alla håll, stått mig öppna, dels har jag till en ej ringa del, under resor i Vester- och Östergötland, på Öland och framför allt i Dalarne, der jag sommaren 1880 egnade detta slägte en synnerlig uppmärksamhet, sjelf sammanfört sådant. Tyvärr finnas ännu åtskilliga luckor att fylla. Ett par arter hafva ej kunnat beskrifvas i anseende till exemplarens ofullständighet och äfven andra lemna åtskilligt att önska.

För det att denna afhandling kunnat komma till stånd har jag i främsta rummet att tacka Intendenten vid Naturhistoriska Riksmuseum Professor G. Lindström, som med aldrig tröttnande välvilja på allt sätt bisprungit mig och till mitt fria förfogande ställt Riksmusei rika samlingar, äfvensom Professor Edw. Walmstedt i Upsala, hvilken nu såsom alltid främjat mitt arbete. Vidare står jag i största tacksamhetsskuld till Chefen för Sveriges Geologiska Undersökning Professor O. Torell, Professorerna B. Lundgren i Lund och W. Lilljeborg i Upsala, hvilka alla låtit mig begagna de under deras öfverinseende stående samlingar. Med vanlig liberalitet har äfven Lektor S. L. Törnquist i Lund till mitt förfogande ställt alla de Illænider han under mångåriga resor inom Dalarnes silurområde sammanbragt.

Till alla dessa herrar får jag härmed uttala mina varmaste och vördsammaste tacksägelser.

Historik öfver literaturen om de svenska Illænus-arterna.[1])

1821. WAHLENBERG beskrifver och afbildar under namnet *Entomostracites crassicauda* för första gången en art af slägtet *Illænus*, denna från Dalarne. [= *Illænus crassicauda* (WAHLENB.)].[2]) Petr. tell. Svec., p. 27, Tab. II, f. 5, 6.

1821. WAHLENBERG. I ett tillägg till föregaende afhandling afbildar han under samma namn tvenne exemplar af en annan till detta slägte hörande art [= *Illænus Esmarkii* (SCHLOT.)] för att visa loppet af facialsuturen (»linea ocularis»), hvars vigt såsom en betydelsefull karaktär hos Trilobiterna han påpekar. Add. ad petrif. tell. Svec., p. 294. Tab. VII. f. 5. 6.

1826. DALMAN gifver namnet *Illænus* åt Sectio III af slägtet *Asaphus*, till hvilken han hänför följande trenne arter fördelade på följande sätt:

Divisio I. *Cornigeri* (Capitis anguli postici extensi).

Asaphus (*Illænus*) *centrotus* nov. sp. beskrifves och afbildas.

Divisio II. *Mutici*.

Asaphus (*Illænus*) *crassicauda* WAHLENB. [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)] beskrifves och afbildas.

Asaphus (*Illænus*) *laticauda* WAHLENB. beskrifves [pygidiet = *Bronteus laticauda* (WAHLENB.), hufvudet = en ännu obeskrifven Trilobit].

Såsom möjligen hörande till afdelningen *Illænus* omnämnes under namn af *Asaphus Centaurus* några stora fria kinder, som tillhöra en för öfrigt obekant art från Öland. [= *Megalaspis Centaurus* (DALM.), troligen identisk med *Megalaspis latilimbata* ANG.]. Palæaderna, p. 248—251, 261, Tab. V, f. 1 a—c, 2 a—f.

---

[1]) Alla af utländska författare, efter här nedan upptagna originalarbeten, reproducerade figurer, beskrifningar och uppgifter äro härstädes utelemnade.

[2]) Då med visshet kunnat afgöras, hvilken art en författare åsyftat, är det namn, som af mig här nedan användts, eller, ifall den tillhör något annat slägte, det namn, den bör hafva, utsatt inom [ ], ifall det afviker ifrån det af den ifrågavarande författaren använda.

1828. DALMAN lemnar en kort karakteristik af en ny art, som han kallar *Nileus Glomerinus* [? = *Illænus Barriensis* (MURCH.)]. Årsber. 1828, p. 136.

1828. HISINGER uppräknar följande arter såsom funna i Östergötland: *Illænus crassicauda* [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)] och *Illænus centrotus*, samt från Öland *I. Centaurus* [= *Megalaspis Centaurus* (DALM.)]. Anteckningar, häft. 4. p. 71—72, 194.

1829. HISINGER uppräknar såsom förekommande i Sverige: *Nileus Glomerinus* DALM. [= ? *I. Barriensis* (MURCH.)], *Illænus Centaurus* DALM. [= *Megalaspis Centaurus* (DALM.)], *I. centrotus* DALM., *I. crassicauda* WAHLENB. [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.) m. fl.], *I. laticauda* WAHLENB. [= se ofvan], *I.? laciniatus* WAHLENB. [= *Lichas laciniatus* (WAHLENB.)]. Tab. des Pétrif., p. 7.

1831. HISINGER omnämner såsom förekommande i Dalarne, »i den hvitare och hårdare kalkstenen vid Furudal» pygidier af *Illænus crassicauda* [= ?], vid Osmundsberget *I. crassicauda* [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.) och *I. Linnarssonii* HOLM] [1]), samt vid Osmundsberget och Dalbyn *Illænus laticauda* [= se ofvan]. Anteckningar, häft. 5, p. 10—12.

1837. HISINGER anför såsom förekommande vid Sjurberg i Dalarne *Illænus crassicauda* [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)]. Anteckningar, häft. 6, p. 6.

1837. HISINGER upptager följande arter: *Nileus glomerinus* DALM. [= ? *Illænus Barriensis* (MURCH.)], *I. centrotus* DALM., *I. Centaurus* DALM. [= *Megalaspis Centaurus* (DALM.)], *I. crassicauda* WAHLENB. [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.) m. fl. enligt lokaluppgifterna jemförda med HISINGERS samling], *I. laticauda* WAHLENB. [= se ofvan]. Af *I. centrotus* och *I. crassicauda* lemnas afbildningar. Lethæa Svecica, p. 16—17, Tab. III, f. 4—5.

---

1) Enligt HISINGERS originalexemplar i Riksmuseum.

1840. HISINGER uppräknar ofvanstående i Lethæa Svecica upptagna arter i »Förteckning öfver svenska Petrifikaterna». Anteckningar, häft. 7, p. 67, 69, 73.

1843. BURMEISTER gifver namnet *Dysplanus* åt den afdelning af slägtet *Archegonus*, som i förening med 9 thoraxleder har hufvudets bakhörn utdragna till horn. Den är grundad på den svenska arten *I. centrotus* DALM. *Nileus glomerinus* DALM. identifieras af honom med tvekan med *Bumastus Barriensis* MURCH. Organ. der Trilob., p. 121.

1846. BURMEISTER upphöjer *Dysplanus* till eget slägte. The organ. of Trilob., p. 105.

1851. SJÖGREN anför såsom förekommande på Öland: *Illænus crassicauda* DALM. [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)] och *I. Centaurus* DALM. [= *Megalaspis Centaurus* (DALM.), samt ? *I. Chiron* HOLM, att döma af lokaluppgiften]. Ant. om Öland, p. 41.

1854. ANGELIN uppställer slägtet *Rhodope* för de med 8 thoraxleder försedda arterna af slägtet *Illænus*, samt upptager i likhet med BURMEISTER *Dysplanus* såsom eget slägte för arterna med 9 thoraxleder och hufvudets bakhörn spetsigt utdragna. Följande arter beskrifvas och afbildas:

Rhodope lineata n. sp. [= *Illænus lineatus* (ANG.)].
Rhodope? oblongata n. sp. [= *I. oblongatus* (ANG.)].
Rhodope? lata n. sp. [= ? *I. Angelini* HOLM].
Dysplanus centaurus DALM. [= *I. Chiron* HOLM, kinderna tillhöra *Megalaspis Centaurus* (DALM.)].
Dysplanus centrotus DALM. [= *I. centrotus* (DALM.)].
Illænus crassicauda WAHLENB. [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)].
Bumastus Lindströmi n. sp. [= *I. Barriensis* (MURCH.)].
Bumastus? glomerinus DALM. [= ? *I. Barriensis* (MURCH.)].

Öfver slägtenas vertikala utbredning och antalet arter, som från Skandinavien äro honom bekanta lemnar han följande uppgifter i »De distributione verticali» etc.:

Reg. V. **Asaphorum.**
Illænus 3 arter.
Dysplanus 3 arter.
Rhodope 2 arter.

Reg. VI. **Trinucleorum.**
Rhodope 1 art.
Reg. VII. **Harparum.**
Bumastus 7 arter.
Reg. VIII. **Cryptonymorum** (Encrinurorum).
Bumastus 2 arter.

Pal. Scand., p. V—VIII, 38—41, 63, Tab. XXII, f. 17, 17 b, Tab. XXIII—XXIV, Tab. XXXIII, f. 17, 17 a.

1861. LINDSTRÖM omnämner förekomsten af slägtet *Bumastus* på Gotland. Gotlands Brachiop., p. 352.

1863. VOLBORTH utbyter det af ANGELIN gifna slägtnamnet *Rhodope* mot *Panderia* på den grund, att det förra redan förut är gifvet åt ett Gastropodslägte. Russ. Trilob., p. 1.

1866. LINNARSSON angifver såsom förekommande i Vestergötland: *Illænus crassicauda* WAHLENB. [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)] samt *I. limbatus* n. sp. [= *I. fallax* HOLM], hvilken senare afbildas och beskrifves. Sil. Bildn. i Mell. Vesterg., p. 21. Pl. II, f. 6 a—c.

1867. TÖRNQVIST uppräknar från Dalarne *Illænus crassicaudæ* WAHLENB. aff. [= ?] och *I. glaber* KJERULF [= *I. Linnarssonii* HOLM.] såsom förekommande i »Dalarnes öfre kalk» (Leptænakalk). Lagerf. i Dal. U. Sil. bildn., p. 8, 16, 18.

1867. LINDSTRÖM upptager *Bumastus Barriensis* MURCH. [= *I. Barriensis* (MURCH.)] såsom förekommande på Gotland. Nom. foss. Sil. Gotl., p. 352.

1869. LINNARSSON beskrifver och afbildar *Panderia megalophthalma* n. sp. [= *I. megalophthalmus* (LINRS.)], äfvensom *Illænus limbatus* LINRS. [= *I. fallax* HOLM.]. Utom dessa uppräknas följande arter från Vestergötland:
Illænus crassicauda WAHLENB. [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)].
Panderia? (Rhodope?) lata ANG. [= ? *I. Angelini* HOLM], samt trenne arter *Illænus*, hvilka af brist på fullständigare material hvarken beskrifvas eller namngifvas. Vesterg. Cambr. o. Sil. aflagr., p. 77—78, Taf. II, fig. 43—45.

1871. TÖRNQVIST anför *Illænus glaber* KJERULF [= *I. Linnarssonii* HOLM] såsom allmänt förekommande i Dalarnes Leptænakalk. Kambr. Sil. lagfölj. i Siljanstr., p. 89.

1871. LINNARSSON uppräknar följande arter från Dalarne: *Illænus crassicauda* [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)], *I. limbatus* LINRS. [= *I. fallax* HOLM], som han anser »sannolikt» vara identisk med *I. glaber* KJERULF, *I. sp.* från Cystidékalk vid Fjecka, samt *I. sp.* från röd Trinucleusskiffer vid Gulleråsen. Jemf. mell. Sil. afl. i Dal. o. Vesterg., p. 342, 345, 348.

1872. LINNARSSON omtalar fyndet af *Illænus crassicauda* WAHLENB. [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)] i Jemtland, i Orthocerkalk. Kambr.-sil. lagerser. i Jemtl., p. 40.

1874. TÖRNQUIST uppräknar från Dalarne såsom der förekommande: i lägre grå Orthocerkalk *Ill. crassicauda* WAHLENB. [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)]; i Cystidékalk *I. crassicauda* WAHLENB. [= ?], och *I. sp.* [= ?]; i Trinucleusskiffer *I. sp.* [= ?], samt enl. LINRS. *I. limbatus* LINRS. [*I. fallax* HOLM]; i Leptænakalk *I. sp.* med 9 thoraxleder [= *I. Linnarssonii* HOLM]. Siljanstr. paleoz. form. led., p. 10—11, 14, 16, 27.

1875. LINNARSSON. I förteckningen öfver Nerikes silurförsteningar upptagas från Orthocerkalken: *I. crassicauda* WAHLENB. [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)] och *Dysplanus centrotus* DALM. [= *I. centrotus* (DALM.)]. Nerikes öfvergångsbildn., p. 44.

1876. LINNARSSON omnämner förekomsten af *Illænus* i Chasmopskalk vid Böda på Öland. Geol. iakttag. på Öland, p. 79.

1876. TÖRNQUIST anför från Östergötland och Orthocerkalkens lägre del: *Illænus crassicauda* WAHLENB. [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)], samt från Trinucleusmergeln vid Rödbergsudden *Illænus sp.* [= ?]. Geol. resa gen. Sk. o. Österg., p. 63—65, 67.

1878. LINNARSSON uppräknar från Humlenäs i Småland: *Illænus crassicauda* WAHLENB. [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)], och

? *Dysplanus Centaurus* DALM. (»rörliga kinder») [= *Megalaspis Centaurus* (DALM.)]. Pal. bildn. vid Humlenäs, p. 182.

1880. HOLM visar, att WAHLENBERG under namnet *Entomostracites crassicauda* sammanblandat tvenne skilda arter, hvaraf den, som rätteligen borde bära detta namn, vore för vetenskapen okänd, under det att den andra, ehuru oberättigad dertill, hos alla författare efter WAHLENBERG burit namnet *Illænus crassicauda* WAHLENB. Namnet återställes åt den det vederbör och denna beskrifves och afbildas. För författarnes *Ill. crassicauda* [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)] upptages det redan 1863 af VOLBORTH såsom varietetsnamn gifna namnet *Dalmani*. Ant. om WAHLENB. Ill. crass., samt Bemerk. über Ill. crass.

1880. TULLBERG anför *Panderia megalophthalma* LINRS. [= *Illænus megalophthalmus* (LINRS.)] samt *Illænus 2 sp.* [= ?] från Trinucleusskiffern vid Röstånga i Skåne. Kambr. o. Sil. aflagr. vid Röstånga, p. 90—91.

1881. LINNARSSON omnämner förekomsten af *Dysplanus Centaurus* [= *Illænus Chiron* HOLM] i öfre grå Orthocerkalken på Öland. Promemoria, p. 593.

1881. DAMES uppräknar från Öland såsom förekommande: i öfre grå Orthocerkalk *Dysplanus Centaurus* DALM. [= *I. Chiron* HOLM]; i Cystidékalk flera arter *Illænus*, deraf en identisk med en i brandskiffern vid Kuckers i Ehstland förekommande art, »welche *Illænus Schmidtii* NIESZK. sehr nahe steht, aber wohl mit *Illænus limbatus* LINNARSSON ident ist», [= ?]. Reisenot. aus Schwed., p. 424—425.

1882. TULLBERG anför följande arter från Östergötland: *Illænus Dalmani* v. VOLB. [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)] och *Dysplanus centrotus* DALM. [= *I. centrotus* (DALM.)] från Orthocerkalk (Expansuskalk) samt *I. sp.* [= ?] och *Illænus glaber?* KJERULF [= ?] från Chasmopskalk. Kartbl. Vreta kloster, p. 24—25.

Synonymik, begränsning och indelning af slägtet Illænus (DALMAN) 1827.

I sin afhandling »Om Palæaderna» fördelade DALMAN slägtet *Asaphus*, ursprungligen uppställdt af BRONGNIART [1]), i fem sektioner. Åt den tredje af dessa, med arterna *centrotus* nov. sp. och *crassicauda* WAHLENB. [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)] såsom typer, gaf han namnet *Illænus*. I »Handbuch der Petrefactenkunde» upphöjdes denna sektion af HOLL 1829 till ett särskildt slägte [2]). Sin nuvarande begränsning, såsom det uppfattas af BARRANDE och SALTER, hvilkas uppfattning här nedan blifvit följd, erhöll det, då EMMRICH 1839 under detsamma inflyttade *Bumastus Barriensis* MURCHS. [3]).

Arter af slägtet *Illænus* hafva beskrifvits under följande slägtnamn:

Entomostracites WAHLENBERG 1821.
Asaphus? BRONGNIART 1822.
Trilobites SCHLOTHEIM 1823.
Cryptonymus EICHWALD 1825.
Asaphus (*Illænus*) DALMAN 1827.
Nileus (pars) DALMAN 1828.
Illænus HOLL 1829.
Bumastus (pars) MURCHISON 1839.
Isotelus (pars) MILNE-EDWARDS 1840.
Thaleops CONRAD 1843.
Archegonus (*Dysplanus*) (pars) BURMEISTER 1843.
Dysplanus (pars) BURMEISTER 1846.
Rhodope (pars) ANGELIN 1854.
Actinobolus (pars) EICHWALD 1860.
Panderia (pars) VOLBORTH 1863.
Octillænus (subgenus) SALTER 1867.
Ectillænus (subgenus) SALTER 1867.
Hydrolænus (subgenus) SALTER 1867.

---

[1]) Crust. foss. p. 17.
[2]) Redan året förut (1828) har HISINGER i »Anteckningar», häfte 4, användt *Illænus* såsom genusnamn, och 1829 förekommer *Illænus* uppfattadt såsom särskildt slägte i »Tableau des pétrifications de la Suède», till hvilken HISINGER är författare. (Se ofvan).
[3]) De Trilobitis, p. 33.

Dessutom har *Illænopsis* af SALTER 1867 blifvit uppstäldt såsom ett subgenus, men de dithörande formerna skilja sig i så väsendtlig mån från *Illænus* genom fårade pleuræ, att detta subgenus, såsom SALTER äfven framkastar, måste bilda ett sjelfständigt slägte.

Caput latissimum, convexum, antice rotundatum, lateribus deflexis. Oculi laterales, temporales, valde remoti. Truncus segmentis 8—10 lævibus, i. e. sulcis 2 longitudinalibus, sæpissime distinctissimis, interdum autem vix apparentibus, transversis vero nullis. Pygidium maximum, integerrimum, lævigatum.

Ofvanstående slägtkarakteristik är DALMANS korta och träffande diagnos, endast med tvenne obetydliga modifikationer beträffande thoraxledernas antal och dorsalfårorna. Dessa äro betingade deraf, att sedan DALMANS arbete utkom, former blifvit upptäckta, dels med endast åtta thoraxleder, dels med dorsalfårorna svagare utvecklade, för hvilka senare former MURCHISON bildat slägtet *Bumastus*. *Bumastus*-formerna skilja sig visserligen ej obetydligt från typen för slägtet *I. Esmarkii* (SCHLOT.), men förbindas med denna, såsom BARRANDE också anmärker, genom former med mycket bred rhachis och sidolobernas plana del mycket smal, såsom *I. Murchisoni* SALT. och *I. latidorsata* HALL.

I likhet med BARRANDE, men i motsats till SALTER, anser jag detta slägtes former lämpligast och naturligast fördelas i endast tvenne sektioner eller subgenera.

Subgen. 1. **Illænus** sensu str. DALMAN.

Rhachis thoracis angustior, ad medium thoracem non latior quam lobi laterales ambo, et parte pleurarum interiore plana et semper distinctissima a parte exteriore deflexa separata. Sulci dorsuales igitur distinctissimi.

Subgen. 2. **Bumastus** (MURCHISON).

Rhachis thoracis latissima et multo latior quam lobi laterales ambo. Sulci dorsuales paullum distincti et a deflexu segmentorum thoracis vix disjuncti. Rhachis igitur a parte pleurarum exteriore nulla, distinctiore quidem, parte plana interiore separata.

Såsom af den ofvan lemnade synonymlistan framgår, hafva åsigterna, huruvida detta slägte borde bibehållas helt och hållet oklufvet i DALMANS och EMMRICHS mening, eller sönderdelas i flera, vare sig sjelfständiga slägten eller underslägten, betydligt vexlat. Så hafva *Panderia* VOLB. (= *Rhodope* ANG.), och *Dysplanus* BURM. uppställts såsom skilda slägten. Ingen har dock gått längre än SALTER. I sitt arbete »Mon. Brit. Trilob. har han delat *Illænus* i 8 underslägten, bland hvilka äfven *Dysplanus* och *Panderia* blifvit upptagna.

Att alla dessa underslägten med undantag af *Bumastus* MURCH., om hvilket ofvan är taladt, och *Illænopsis* SALT., som ej tillhör *Illænus*, ej äro berättigade, framgår, om man ej tager hänsyn endast till arterna inom något visst inskränkt gebit, utan till alla de kända arterna af *Illænus*. De af SALTER m. fl. uppställda grupperna befinnas nemligen då öfvergå i hvarandra och kunna ej begränsas genom de gifna karaktärerna. Den vigtigaste af dessa karaktärer, och den på hvilken *Panderia* och *Dysplanus* i motsats till de öfriga äro grundade, är thoraxledernas antal. Att denna karaktär emellertid ej är af en så genomgripande betydelse, som åtskilliga författare såsom BURMEISTER, ANGELIN, VOLBORTH och SALTER velat tillmäta densamma, har BARRANDE ådagalagt. Uti en tabell »Variations du nombre des segments thoraciques, dans 20 genres de Trilobites»[1]) visar han nemligen, huru thoraxledernas antal variera inom arterna hos ett antal slägten, utan att åtföljas af några synnerligen betydliga och genomgående förändringar i öfriga kroppsdelars byggnad. Man är således ej berättigad att lägga thoraxledernas olika antal till enda eller hufvudsakligaste grund för slägten eller underslägten, då det ej atföljes af förändringar och olikheter för öfrigt. Härtill kommer olämpligheten af denna hufvudkaraktär deraf, att man för ett stort antal arter ej känner thoraxlederna, då fullständiga exemplar ofta höra till sällsyntheterna att finna. Dessa arter måste då inpassas i sina slägten på grund af sekundära karaktärer, hvilkas ohållbarhet BARRANDE redan visat.

Hvad särskildt beträffar *Illænus* sensu strictiss., *Dysplanus* och *Panderia* såsom de uppfattades och framställdes af VOLBORTH[2]), hvilken ansåg sig i ögats afstånd från dorsalfåran

---

[1]) BARR. Syst. Sil. de Boh. Suppl. p. 169.

[2]) VOLB. Russ. Trilob.

jemfördt med pannans bredd hafva funnit en konstant sekundär karaktär, så har BARRANDE klart visat ohållbarheten af dessa underslägten, om man går utom Ryssland och söker i dem inpassa de Böhmiska arterna[1]). BARRANDES uttalanden har jag funnit i allo ytterligare bekräftade genom studiet af de svenska arterna, och kan jag till dem göra några tillägg på grund af dessa. Då SALTER, såsom ofvan är nämndt, gått längst i sönderklyfning och såsom underslägten ej allenast upptagit de äldre *Illænus* sensu strictiss., *Dysplanus* och *Panderia*, utan äfven bildat några nya, skall jag derför här underkasta dem en granskning.

SALTER fördelar *Illænus* i följande underslägten[2]):

1. *Octillænus* SALT. 1867.
2. *Panderia* VOLB. 1863.
3. *Dysplanus* BURM. 1843.
4. *Illænus* DALM. 1826.
5. *Ectillænus* SALT. 1867.
6. *Hydrolænus* (!) SALT. 1867.
7. *Illænopsis* SALT. 1866.
8. *Bumastus* MURCH. 1839.

1. **Octillænus.** Thoraxleder 8. Pannan väl begränsad. Första paret af pleuræ förlängda. Typ. *I. Hisingeri* BARR.

2. **Panderia.** Thoraxleder 8. Dorsalfårorna på hufvudet korta. Pleuræ såsom vanligt, utan fåra. Typ. *I. triquetra* VOLB.

Dessa båda slägten hafva således det gemensamt att thoraxledernas antal är 8. Enligt VOLBORTH är hos *Panderia* afståndet från ögat till dorsalfåran $^1/_3$ af pannans bredd. Hos *Octillænus* äro dessa afstånd deremot ungefär lika stora. En öfvergångsform mellan dessa slägten, hvad beträffar dorsalfårornas utveckling och ögonens läge i förhållande till dem, utgör *I. Conradi* BILL. Denna har nemligen djupa dorsalfåror, som endast nå till $^1/_3$ af hufvudets längd samt ögats afstånd från dorsalfåran lika stort med pannans bredd och första paret pleuræ ej utdragna. Hvad denna senare karaktär, utdragna pleuræ, beträffar, på hvilken SALTER lägger en särskild vigt, så torde den ej vara af någon så stor betydelse, utan endast stå i samband med de utdragna fria kinderna för att vid sam-

---

[1]) BARR. Syst. Sil. de Boh. Suppl., p. 173.
[2]) SALT. Mon. Brit. Trilob., p. 182.

manrullningen utfylla ett mellanrum mellan dessa och öfriga pleuræ. En förlängning eller förkortning af någon af thoraxlederna inträffar för öfrigt hos arter af vidt skilda slägten. [1])

3. **Dysplanus.** Thoraxleder 9. Pleuræ såsom vanligt. Typ. *I. centrotus* DALM.

VOLBORTH har till denna karaktär fogat, att ögats afstånd från dorsalfåran är lika stor som pannans bredd. [2])

Att denna af VOLBORTH tillagda karaktär ej håller streck för alla arter med 9 thoraxleder visar *I. Linnarssonii* HOLM, och att den ej uteslutande tillkommer dem, har BARRANDE redan påpekat. *I. Salteri* BARR. med 10 och *I. Hisingeri* BARR. med 8 leder hafva nemligen äfven dessa afstånd lika stora. Detsamma är fallet med *I. crassicauda* (WAHLENB.) och *I. Vindex* BILL., hvilka hafva tio thoraxleder. BURMEISTER och ANGELIN ansågo såsom en vigtig slägtkaraktär för *Dysplanus*, att hufvudets bakhörn voro utdragna till spetsiga horn. Knappt inom någon af de uppställda grupperna varierar emellertid de fria kindernas form mera, från de långa spetsiga hos *I. centrotus* (DALM.) till de smala, med hörnet mycket starkt afrundadt hos *I. Linnarssonii* HOLM.

4. **Illænus.** Thoraxleder 10. Pleuræ såsom vanligt. Ögon »subcentrala». Typ. *I. crassicauda* WAHLENB. [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)].

Enligt VOLBORTH skall ögonens afstånd från dorsalfårorna utgöra omkring hälften af pannans bredd. Att så ej alltid är förhållandet visa de nyss under *Dysplanus* anförda exemplen på arter med 10 leder och dessa afstånd lika stora, nemligen *I. crassicauda* (WAHLENB.) och *I. Vindex* BILL.

5. **Ectillænus.** Thoraxleder 10. Pleuræ såsom vanligt. Ögon långt aflägsnade från hvarandra och liggande mycket långt framåt. Dorsalfårorna på hufvudet korta. Typ. *I. perovalis* MURCH.

HICKS [3]) har visat att SALTER här i »Mon. Brit. Trilob.» under namnet »*I. perovalis* MURCH.» sammanblandat tvenne arter, nemligen den verkliga *I. perovalis* MURCH. och en ny art, seder-

---

[1]) BARRANDE har häröfver lemnat en öfversigt i Syst. Sil. de Boh., p. 178.

[2]) VOLB. Russ. Trilob., p. 26.

[3]) HICKS, Rocks of St. David's, p. 184.

mera af HICKS beskrifven under namnet *I. Hughesii*, och åsyftar beskrifningen hufvudsakligen den senare. Ehuru ögonens läge utgör hufvudkaraktären, synes deras plats, samt besynnerligt nog äfven deras existens hos »*I. perovalis*» varit SALTER temligen oviss. I artbeskrifningen[1]) säger han nemligen: »These are larger than MURCHISON's specimens in the Geological Society's collection, and show more clearly what must be the true position of the eye, *if there be one*». »The small free cheek has not yet been found». »Very probably it is soldered to the head, and in that case the eye — — — — may be absent, and the species a blind one».

Underslägtet *Ectillænus* är således uppställdt på en ofullständigt känd art, som dertill befinnes vara en sammanblandning af tvenne, och karaktärerna bero på något, som ej med säkerhet är iakttaget. Det kan således omöjligen bibehållas, så mycket mera som ögonens läge hos *I. Hughesii* enligt HICKS ej är sådant, som SALTER antagit.

6. **Hydrolænus.** Ögonen från hvarandra långt aflägsnade och belägna långt framåt. Dorsalfårorna nå hufvudets framkant. Hufvudet i högsta grad ojemnt hvälfdt. Typ. *I. conifrons* BILL.

Grundadt på den mycket ofullständigt kända arten *I. conifrons*. Endast hufvudets medelsköld är känd och äfven denna endast i ganska fragmentariskt tillstånd. Den påminner om *I. crassicauda* (WAHLENB.) och *I. Vindex* BILL., i hvars närhet arten troligen står.

Detta subgenus synes mig lika litet som de förra kunna bibehållas.

7. **Illænopsis** karakteriseras förnämligast af att pleuræ äro försedda med fåra. Det kan således ej falla under *Illænus*, utan måste anses såsom ett sjelfständigt slägte bland Asaphiderna. SALTER synes hafva varit tveksam, om han skulle upptaga arterna under *Illænus*. Han tillfogar nemligen »Probably a distinct genus», och har först uppställt det såsom sådant.

8. **Bumastus.** Såsom ofvan är anfördt uppfattar äfven jag *Bumastus* såsom en särskild grupp af *Illænus*.

De ögon saknande arterna, beskrifna dels af BARRANDE, dels af mig här nedan, skulle möjligen kunna anses böra bilda

[1]) Mon. Brit. Trilob., p. 211.

ett särskildt subgenus jemte *Bumastus* och *Illænus* sensu str., men dylikt försvinnande af ögonen jemte omdaning af de fria kinderna i sammanhang härmed är af BARRANDE iakttaget äfven hos andra slägten och anses af honom ej uteslutande böra läggas till grund för söndring. De fem hittills kända arterna öfverensstämma för öfrigt med slägtets arter och thoraxledernas antal är hos dem såväl 9 som 10.

En ytterligare bekräftelse på den ringa betydelsen af vexlingarne i thoraxledernas antal vinnes således af dessa.

Slägtets beskrifning.

Åtskilliga författare, såsom VOLBORTH och framförallt BARRANDE, hafva lemnat utförlig beskrifning öfver slägtet[1]. I det följande skall jag derföre hufvudsakligen inskränka mig till att redogöra för några egendomligheter, som dels tillförene mindre beaktats, dels tillkommit, sedan BARRANDE's arbete publicerades, genom vidgad artkännedom. Äfven skall jag särskildt fästa mig vid och genomgå egendomligheterna hos de svenska här beskrifna arterna och variationerna inom deras formserie.

Kroppsformen oval eller elliptisk, mer eller mindre långsträckt, starkt kullrig. Hos hvarje art varierar den något inom en viss gräns, men någon sådan bestämdt utpräglad längre eller bredare form, som BARRANDE iakttagit hos Böhmiska arter, har jag ej med säkerhet lyckats finna hos våra, troligen i anseende till det otillräckliga materialet, enär de fullständiga exemplar, som stått mig till buds, utom hos en enda art varit ytterst få. De största variationerna inom vissa kroppsdelars form har jag funnit hos *I. Linnarssonii* HOLM, men med en mängd öfvergångar mellan ytterligheterna. Hufvudet och pygidiet äro ungefär af samma storlek och hvar för sig vanligen längre eller lika långa som thorax.

Hufvudet vanligen starkt sphæriskt, sällan nedplattadt. Till formen är det halfcirkelformigt, eller bildar det en del af en ellips. Bakhörnen äro än starkt afrundade, än skarpa, rätvinkliga, än åter spetsigt utdragna till längre eller kortare horn. Hufvudets framkant är än afrundad, än skarp. I detta senare fall löper i densamma en upphöjd linie, som med

[1]) BARR. Syst. Sil. de Boh., VOLB. Russ. Trilob.

hufvudets framsida bildar en fals [1]). Dorsalfårorna i allmänhet svagt utvecklade, vanligen framåt något konvergerande. De nå i de flesta fall endast omkring en tredjedel, någon gång hälften af hufvudets längd, och ytterst sällan längre fram. Pannan blir härigenom vanligen mycket kort och öfvergår framtill utan gräns i hufvudets framsida. Allt efter dorsalfårornas läge är den bredare eller smalare. Någon gång finnes antydning till segmentering på pannan, isynnerhet på stenkärnan, bestående då af fyra par svaga intryck. De fasta kinderna med ögonloberna äro oftast lägre än pannan, konvexa och utåt mer eller mindre starkt sluttande, stundom ock horisontela. Någon gång uppstiga de starkare från dorsalfårorna och kunna då höja sig öfver pannan ej obetydligt, såsom förhållandet är hos *I. tauricornis* KUT. och *I. crassicauda* (WAHLENB.). De blifva då inåt stupande. Nackring och nackfåra saknas. Svaga spår till den förra kunna dock iakttagas på pannan hos *I. crassicauda* (WAHLENB.) samt till den senare på sidoloberna hos *I. centrotus* (DALM.). Ögon finnas hos nästan alla arter, men kunna saknas, såsom BARRANDE först visat. Till de trenne af BARRANDE upptäckta blinda Böhmiska arterna har jag här lagt tvenne svenska *I. Angelini* HOLM och *I. leptopleura* LINRS. Ögonen äro underkastade åtskilliga variationer såväl hvad form som storlek angår. Vanligen äro de långsträckta, jemnbreda, halfmånformiga, eller mer eller mindre utdraget njurformiga. Stundom äro de små, korta, halfsphæriska såsom hos *I. Linnarssonii* HOLM, hos hvilken de äro proportionsvis minst af alla våra arter. Störst äro de hos *I. megalophthalmus* (LINRS.). Facettering har jag endast kunnat iakttaga hos *I. centrotus* (DALM.) och *I. Linnarssonii* HOLM, således endast hos de med 9 thoraxleder, hvilket är ganska anmärkningsvärdt, då jag af flera bland de öfriga haft tillfälle att undersöka exemplar med ganska väl bevarad ögonyta. Denna skiljer sig alltid genom ljusare färg från skalet för öfrigt. Ögat är fast förenadt med den fria kinden. Vanligen höjer sig en kant af denna, som uppbär ögonytan, med hvilken den ej är förenad genom någon sutur. Starkast utvecklad är denna ögat uppbärande del af kinden hos *I. crassicauda* (WAHLENB.) och *I. Chiron* HOLM. Utåt begränsas ögat ofta af en grund fåra, ur hvilken denna uppstigande kant då höjer sig. Hos ingen synes denna fåra vara djupare än hos *I. tauricornis* KUT. Ögat är vanligen beläget ganska nära

[1]) Se längre ned, p. 29.

hufvudets bakkant, men aflägsnar sig stundom mer eller mindre derifrån. Ögonlobernas storlek och form sammanhänga med ögonens. De utspringa mer eller mindre starkt åt sidorna. Hos *I. Linnarssonii* HOLM äro de mycket små och utskjuta knappt från medelskölden, samt böja sig i spetsen något uppåt, medan de i allmänhet bilda en jemn fortsättning af de fasta kindernas yta. Hos *I. crassicauda* (WAHLENB.) och *I. tauricornis* KUT. äro de i spetsen rätvinkligt nedböjda, så att de ej blott betäcka ögat ofvantill, utan äfven med en del af sin yta begränsa det uppåt.

Facialsuturens riktning och lopp framom ögat är ganska enahanda. Hon är derstädes vanligen svagt S-formigt böjd, sällan rak och först närmare framkanten böjande sig inåt. Bakom ögat deremot är det mera vexlande hos olika arter och lemnar derigenom vigtiga artkaraktärer. Hon är der riktad rakt bakåt eller mer eller mindre utåt och utgår derföre under mer eller mindre spetsig vinkel i hufvudets bakkant. Hon är antingen rak eller böjd i S-form eller också endast bågböjd under någon del af sitt lopp. Hennes längd beror, förutom af ögonens afstånd från hufvudets bakkant, af den mer eller mindre sneda riktningen utåt. Hos de ögon saknande arterna har facialsuturen, såsom förhållandet alltid är hos sådana former, ett abnormt förlopp. Hon närmar sig hos dem starkt hufvudets utkant. De fria kinderna blifva till följd häraf mycket smala och komma att endast bilda en smal rand i hufvudets bak- och utkant under en kort sträcka närmast hufvudets bakhörn [1]). Hos *I. Zeidleri* BARR. äro de det oaktadt bakåt starkt förlängda, så att de i utsträckt tillstånd ej allenast betäcka thoraxledernas ändar, utan äfven sträcka sig något bakom pygidiets framkant.

De fria kindernas form hos de öfriga är mycket vexlande, beroende först och främst af formen hos hufvudets bakhörn, för hvilka nyss ofvan är redogjordt. Då dessa äro starkt förlängda blifva kinderna triangulära med utkanten såsom triangelns

---

[1]) Såsom BARRANDE har visat finnes det inom vissa Trilobitslägten former, som sakna ögon, utan att de modifikationer i kroppsbyggnaden, som de till följd häraf undergått, kunna gifva berättigande till att afskilja dem såsom särskilda slägten. Dessa modifikationer utgöras af facialsuturens abnorma lopp och de fria kindernas häraf betingade ovanliga form. BARRANDE beskrifver tvenne arter af slägtet *Conocephalites*, *C. Sulzeri* (SCHLOT.) och *C. coronatus* BARR., hos hvilka detta i likhet med de ofvan anförda Illænusarterna är förhållandet, under det att de öfriga Böhmiska Conocephalitesarterna hafva ögon, samt normalt utbildad facialsutur och fria kinder. BARR. Syst. Sil. de Boh., p. 417 och följande.

största sida. Äro hörnen deremot mycket starkt afrundade. inträffar samma förhållande, men då bilda fram- och inkanten tillsammans den största sidan. De äro i detta fall ganska smala. Då hufvudets hörn närma sig den räta vinkeln, äro de mer eller mindre oregelbundna, vanligen fyrsidiga. Fram- och utkanten utlöpa i en längre eller kortare utdragen spets, som på undersidan förlänger sig och passar in i utskärningen på rostri inre lamell. De fria kinderna äro i allmänhet föga konvexa. Stundom är deras bakre del starkt nedböjd, såsom hos *I. crassicauda* (WAHLENB.) och *I. Chiron* HOLM. Undertill har deras omböjda kant vanligen en fåra vid bakhörnet för upptagandet af pleurorna vid sammanrullningen. Se taf. VI, fig. 10.

Rostrum har jag haft tillfälle att iakttaga hos 5 arter, hos *I. Esmarkii*, *I. Chiron* och *I. fallax* infogadt på sin plats, hos *I. gigas* och *I. Linnarssonii* enstaka. Dess form är föga vexlande. Det är spolformigt med bakkanten svagt läppformigt utdragen. Denna är i anseende till de mycket sneda sidosuturerna ganska kort, böjer sig om och öfvergår på den inåt hufvudet vettande sidan i ett utskott, som på midten är smalare, men sedan åter vidgar sig och slutar med en rak kant, med hvilken hypostomats framkant är förenad. I detta utskotts konkava sidor passar de fria kindernas spets in. VOLBORTH har fullständigt beskrifvit byggnaden af rostrum hos »*I. crassicauda* WAHLENB.» [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)], och får jag vidare hänvisa till hans beskrifning och figurer [1]). Rostri inre omböjda utskott har jag endast lyckats mejsla fram hos ett exemplar af *I. gigas* HOLM och funnit det fullkomligt öfverensstämma med VOLBORTH's nyss anförda beskrifning och figur.

Hypostomat träffas mycket sällan. Också är det högst få arter, hos hvilka det är bekant. Detta beror sannolikt till största delen på dess läge, vanligen mycket djupt in, alldeles upp inemot hufvudets öfversida. På taf. VI, fig. 8 har jag afbildat ett längdsnitt af hufvudet af *I. Esmarkii*, som visar hypostomat på sin plats. PANDER har först lemnat några upplysningar om hypostomat hos »*I. crassicauda* WAHLENB.» [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)] [2]). Han lemnar en högst ofullständig figur af en del af dess centrala del, jemte en serie af tvärsnitt, enär det ej hade lyckats honom

[1]) VOLB. Russ. Trilob., p. 3—4, taf. I, f. 3—4. Hos *I. centrotus* (DALM.) skall detta utskott enligt honom saknas, äfvensom rostri bakkant ej vara läppformigt utdragen, utan i stället något konkav, p. 28, taf. III, f. 8.

[2]) PAND. Beitr. zur Geogn. d. Russ. Reichs., tab. IV, f. 7, tab. IV C, f. 23—29.

mejsla fram detsamma fullständigt. Att det ej var klufvet baktill såsom hos *Asaphus* blef härigenom klart. SARS har derefter temligen riktigt afbildat och beskrifvit det hos *I. Esmarkii*[1]). Genom felaktiga uppgifter och förvexlingar, till hvilka EICHWALD beträffande *Illænus* på flerfaldigt vis gjort sig skyldig, föranleddes såväl BURMEISTER[2]) som BARRANDE[3]) att betvifla riktigheten af SARS' figur och i stället antaga, att hypostomat hos *Illænus* vore klufvet baktill likasom hos *Asaphus*. VOLBORTH[4]) och BARRANDE[5]) sjelf hafva utförligare redogjort för detta misstag. I nyss anförda afhandling lemnar VOLBORTH slutligen en utförlig och noggrann beskrifning, beledsagad af figurer, af hypostomat hos [*I. crassicauda* WAHLENB. (= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)][6]), och *I. centrotus* (DALM.)[7]). Dermed är hypostomats form hos *Illænus* säkert känd.

För närvarande är hypostomat kändt endast hos 8 arter, hvartill komma trenne, hos hvilka det här nedan beskrifves, således inalles 11 arter. Dessa äro:

I. advena BARR. BARR. Syst. Sil. de Boh. Suppl., p. 66.
I. Katzeri BARR. » » » » » » » 72, pl. 6, f. 1—4.
I. Zeidleri BARR.
I. Wahlenbergianus BARR. } Enligt NOVÁK, Hypost. böhm. Trilob.
I. Bouchardi BARR.
I. Esmarkii (SCHLOT.). SARS Anf. st.; VOLB. Anf. st.
I. centrotus (DALM.). VOLB. Anf. st.
I. insignis HALL. SALT. Mon. Brit. Trilob., p. 208, pl. 27, f. 7.
I. gigas HOLM, taf. I, f. 6—7.
I. Linnarssonii HOLM, taf. V, f. 7—8; taf. VI, f. 15.
I. fallax HOLM, taf. VI, f. 16.

Dessutom afbildas på taf. III, f. 22 och taf. VI, f. 17, tvenne sins emellan, skiljaktiga hypostomer af *Illænus*, båda funna i Leptænakalk i Dalarne, hvilkas sammanhörighet med någon viss art jag för närvarande ej vågar afgöra. De äro mer eller mindre ofullständiga.

---

1) SARS. Einige neue od. unvollst. bek. Trilob., spalt 341, taf. 9, f. 10.
2) BURM. Organ. der Trilob., p. 27.
3) BARR. Syst. Sil. de Boh., p. 675. BARRANDE hade nemligen år 1852 i Böhmen ännu ej funnit hypostomat af någon *Illænus*.
4) VOLB. Russ. Trilob., p. 4.
5) BARR. Syst. Sil. de Boh. Suppl., p. 166.
6) VOLB. Russ. Trilob., p. 4—5, taf. I, f. 4—6.
7) Anf. st., p. 28, taf. III, f. 8—10.

Vid jemförelse mellan ofvan citerade figurer finner man, att hypostomats form vexlar ej obetydligt inom slägtet [1]).

Det är öfver hufvud taget mer eller mindre triangulärt, med största bredden i framkanten, eller något bakom densamma öfver främre vingarnes [2]) bakre spets. På dess främre del kunna sidorna derföre vara bakåt konvergerande, parallela eller bakåt divergerande. Bakom de främre vingarne konvergera sidorna deremot alltid mer eller mindre och bilda med bakkanten än en trubbig vinkel, än öfvergå de småningom i densamma. Denna är vanligen mycket kort, rak eller jemnt rundad, utan inskärning eller tecken till klyfning. Den centrala delens främre lob är mycket stor och starkt uppsvälld, vanligen något kölad, med starkt affall mot sidorna. Den bakre loben är mycket liten, smal, skärformig och någon gång försedd med en liten knöl på hvarje sida. Stundom saknas den. Såväl sidofårorna som bakre och mellanfåran äro vanligen ganska grunda och föga skarpa. De främre vingarne äro mer eller mindre starkt utvecklade. Ej så sällan äro de ganska stora. såsom hos *I. Esmarkii* (SCHLOT.) och *I. gigas* HOLM, än små och föga utskjutande mot sidorna, såsom hos *I. Linnarssonii* HOLM. De ligga än nästan i samma plan, än äro de mer eller mindre starkt nedböjda [3]). De öfvergå bakåt i sidokanterna. Hypostomats marginala delar äro mycket smala och bilda endast en mycket smal, vanligen upphöjd kant, som pa sidorna och baktill omgifver hypostomat. Sidokanterna äro rätvinkligt nedböjda och bilda baktill de bakre vingarne, i det de der äro utdragna till en hvass tandartad spets. Baktill bildar dessas kant en båge.

Thoraxledernas antal varierar mellan 8 och 10. Rhachis bredd, äfvensom dorsalfårornas tydlighet, är underkastad stora vexlingar, såsom framgår af underslägtenas diagnoser. Thoraxledernas yttre del (= pleuræ), delas af en mer eller mindre skarp knäböjning i en inre, plan, och en yttre, nedåt och bakåt böjd del. Den förra, pleurans inre plana del, bildar med den på motsatta sidan ett plan. Den senare, pleurans yttre böjda del, är riktad starkare eller svagare nedåt och

[1]) Ifall SALTER'S figur af hypostomat hos *I. insignis* HALL är fullständig och riktig, så torde äfven hypostomat hos Subgenus *Bumastus* skilja sig ej obetydligt från hypostomat hos Subgenus *Illænus*.

[2]) Vid beskrifningen af hypostomat har jag användt de af NOVÁK i »Hypost. böhm. Trilob.» föreslagna beteckningar.

[3]) Hypostomat tänkes alltid sedt från dess yttre sida, d. v. s. den undre, då kroppen är utsträckt, med ryggsidan uppåt.

bakåt, samt bildar på sin främre och yttre del artikulationsfacetten. Thorax delas således hos *Illænus* synnerligen skarpt längsefter af 4 linier, de tvenne dorsalfårorna, och de tvenne knälinierna. Genom de förra skiljes rhachis från sidoloberna, genom de senare sidolobernas plana del från den nedböjda. Rhachis afsmalnar bakåt mer eller mindre starkt. Sidolobernas plana del tilltager deremot vanligen i bredd bakåt. Hos arterna af Subgenus *Bumastus* är sidolobernas inre, plana del mycket smal och dorsalfåran sammanfaller nästan med knälinien. Att den likväl är tillstädes, har BARRANDE visat. Hos afskalade exemplar faller detta lättare i ögonen. Thoraxlederna äro plana eller svagt kullriga. Ytterst sällan äro de, såsom förhållandet synes någon gång vara hos *I. centrotus* (DALM.), svagt urgröpta. Se taf. IV, f. 4.

Hos en del af de Böhmiska arterna har BARRANDE visat förekomsten af en liten konisk fördjupning (»une cavité conique») belägen i dorsalfårorna närmare bakre kanten af hvarje led. Sådana fördjupningar har jag lyckats finna endast hos en enda svensk art, *I. leptopleura* LINRS. Förlängning af någon af thoraxlederna har endast iakttagits hos den Böhmiska *I. Hisingeri* BARR. Första paret pleuræ äro, enligt BARRANDE, hos denna skärformigt utdragna. Hos densamma inträffar äfven det sällsynta förhållandet, att de öfriga pleurornas yttre, böjda del bakåt tilltager i längd. Dessa egendomligheter torde stå i närmaste sammanhang sins emellan, för att åstadkomma så fullständigt skydd och betäckning som möjligt i hoprulladt tillstånd.

Pygidiets form och hvälfning vexlar betydligt. Det är än längre, än bredare, men bredden är dock alltid större än längden. Hvad dess hvälfning beträffar, så synes denna till och med hos en och samma art någon gång kunna vara underkastad mycket betydliga variationer. Detta har jag funnit vara förhållandet hos *I. Linnarssonii* HOLM. Mellan de på taf. IV, fig. 21—26 framställda formerna förekomma en mängd öfvergångar. Rhachis bildar en i framkanten starkare eller svagare framspringande båge, som stundom framtill är något tillplattad. På sidorna om rhachis följer i framkanten en längre eller kortare rak del, som, om den utdrages på båda sidor, kommer att bilda en rät linie. Till denna finnes hos Subgenus *Bumastus* intet spår, lika litet som af pygidiets rhachis. Hos de öfriga beror dess längd af storleken af thoraxledernas

plana del. Pygidiets hörn afhuggas starkare eller svagare, samt mer eller mindre tvärt af facetten. Dennas längd, d. v. s. utsträckning utifrån inåt, enär denna dimension oftast är störst, beror åter af längden af pleurornas yttre, böjda del. Stundom, då dessa delar äro svagt skilda, bildar framkanten en nästan jemn båge, såsom hos *I. leptopleura* LINRS. Bakom pygidiets framkant sträcker sig på sidoloberna ofta en snedgående fåra, isynnerhet utvecklad på gränsen mellan facetten och framkantens raka del. Rhachis är mer eller mindre rudimentär, smalare eller bredare, allt efter bredden hos rhachis på thorax. Stundom saknas hvarje spår af densamma till och med i inre aftrycket af pygidiet, såsom hos arterna af Subgenus *Bumastus*, stundom finnas spår af densamma derstädes, ehuru den är fullständigt utplånad på skalets yttersida, såsom hos *I. fallax* HOLM. Ibland finnes den endast antydd af svaga och korta dorsalfåror, som sträcka sig obetydligt bakom pygidiets framkant, såsom hos *I. sphæricus* HOLM och *I. Linnarssonii* HOLM. På sidorna kan den vidare vara begränsad, men baktill fullständigt utplånad, såsom hos *I. vivax* HOLM och *I. centrotus* (DALM.), eller ock är den ända till sin spets tydlig. Den är då konisk och bildar till formen ungefär en liksidig triangel, såsom t. ex. hos *I. gigas* HOLM, eller är den trubbigare och baktill afrundad, såsom hos *I. megalophthalmus* (LINRS.) och *I. parvulus* HOLM. Hos *I. Chiron* HOLM äro sidorna konkava. Någon gång fortsättes den bakåt af en svag kölformig linie, såsom hos den sistnämnde och *I. crassicauda* (WAHLENB.). Vid spetsen af rhachis och något på sidorna finnes någon gång ett par låga knölformiga upphöjningar, så hos *I. crassicauda* (WAHLENB.) och *I. tuberculatus* HOLM. Spår till segmentering har bland de svenska arterna endast kunnat iakttagas hos *I. centrotus* (DALM.,) der hos ett exemplar i inre aftrycket 5 par svaga intryck kunna ses, äfvensom hos *I. Esmarkii* (SCHLOT.) och *I. lineatus* (ANG.). Sidoloberna äro mer eller mindre starkt och jemnt böjda, utan spår till ribbor, med undantag af *I. gigas* HOLM, som bakom framkanten visar svaga spår af ett par dylika, och *I. tuberculatus* HOLM, hos hvilken på sidorna närmast rhachis några par korta ribblika åsar utgå. Facettens form är hos olika arter ofta ganska skiljaktig och erbjuder då goda karaktärer. I artbeskrifningarne har jag derföre egnat densamma mera uppmärksamhet, än som tillförene synes hafva varit händelsen, och i många fall, då sådant låtit sig göra, afbildat den-

samma särskildt. Facettens form kan nemligen sällan rätt iakttagas hos afbildningar af pygidiet, då den der kommer att synas i förkortning. Den är plan eller svagt konkav, till formen nästan alltid triangelformig, ofta med hörnets vinkel rät. Framkanten är längre än utkanten, fast någon gång nästan lika stor, då facetten vanligen är liten såsom hos *I. centrotus* (DALM.) och *I. crassicauda* (WAHLENB.). Hos *I. Linnarssonii* HOLM är dess form egendomlig. Den är der mycket smal med hörnet starkt afrundadt och blir derigenom nästan spolformig. I ett fall, hos *I. sphæricus* HOLM, visar den i framkanten ett grundt hak, men detta beror kanske på någon abnormitet, så mycket mera, som endast ett enda af mina exemplar af denna art visar pygidiets facett och detta blott på ena sidan. Facetten har alltid terrasslinier.

Pygidiets inre, omböjda lamell (»La doublure» BARRANDE, »Der innere Umschlag» VOLBORTH), eller också, hvilket oftare är fallet, inre aftrycket af densamma, hafva kunnat iakttagas hos öfver halfva antalet af de svenska arterna. Den har vanligen blifvit synlig derigenom, att pygidiets öfre skal till större eller mindre del blifvit bortsprängdt jemte derunder liggande, rummet mellan de båda skallamellerna intagande, stenmassa. Den ses då uppifrån, vare sig sjelfva lamellens skal finnes qvar eller aftrycket af detsammas undersida i underliggande stenmassa. För undvikande af all tvetydighet får här en gång för alla nämnas, att den öfverallt i det följande tänkes sedd i denna ställning. Till formen varierar den ej obetydligt och synes denna vara olika och karakteristisk för olika grupper inom slägtet, samt således kunna lemna goda hjelpkaraktärer. Den är antingen nästan jemnbred, och då vanligen ganska smal, såsom hos *I. fallax*, *vivax*, *oblongatus*, *megalophthalmus* och *insignis*, eller ock tilltager den bakåt starkare i bredd. I detta senare fall bildar den framtill i medellinien antingen en vid urbugtning, såsom hos *I. Esmarkii*, eller skjuter den framåt såsom en derstädes starkare eller svagare urnupen udde, hos *I. Chiron*, eller ock bildar den der en starkt framspringande hvass tandartad spets, såsom hos *I. Linnarssonii*, *scrobiculatus* och *sphæricus*.

Pygidiets inre, omböjda lamell är antingen nästan plan eller ock grundare eller djupare konkav eller konvex parallelt med utkanten. I medellinien går oftast en grund, smalare eller bredare fåra.

Lamellens undre sida är alltid försedd med längre eller kortare terrasslinier mer eller mindre parallela med kanterna. I medellinien bilda de, da skallamellen framtill derstädes är urbugtad, en framifrån ingående bugt. Terrasslinierna iakttagas vanligen bäst i aftrycket af undersidan. På öfversidan äro de äfven synliga, ehuru mycket svagare.

Skalets skulptur. Skalets yta är vanligen slät och mer eller mindre glänsande, samt försedd med intryckta punkter eller gropar, och linier.

Punkter saknas aldrig. De hafva alltid iakttagits, då skalets yta är oskadad, och utgöras af finare eller gröfre, grundare eller djupare, ofta nålstickslika intryck, iakttagbara med blotta ögat eller med lupp. Då de blifva grundare och större, öfvergå de till gropar. Dessa uppträda stundom ganska tätt gyttrade. Den släta, glänsande skalytan försvinner då mellan dem och skalet får ett ruggigt, ärrigt eller chagrineradt utseende, såsom t. ex. hos äldre exemplar af *I. scrobiculatus* och *I. gigas*. Punkteringen försvinner härigenom och ersättes af groparne, som endast äro en utveckling af den förra, enär dem emellan alla öfvergångar finnas.

Förutom punkter eller gropar förekomma linier, hvilka jag i det följande, i anseende till deras uppkomstsätt, kallat *terrasslinier*.

Dessa äro synnerligen karakteristiska för arterna af slägtet *Illænus*, men finnas äfven hos många andra Trilobiter. Såvidt jag kunnat finna, beskrifves sådana för första gången af MURCHISON i Silurian System [1]). MURCHISON säger nemligen i diagnosen till *Bumastus Barriensis* [2]): »Surface of the whole animal (testa) covered by extremely thin, apparently imbricated lamellæ, the edges waved or vermiform, the intermediate spaces studded with minute dots», samt hänvisar till Pl. 7 bis, fig. 3 c—d. MURCHISON beskrifver således här den för *Illænus* karakteristiska skulpturen [3]). BURMEISTER har sedermera noggrant och träffande beskrifvit sådana terrasslinier hos en *Illæ-*

[1]) I »Ant. om WAHLENB. Ill. crass.», p. 13, noten 1, har jag på grund af BARRANDES auktoritet anfört BURMEISTER såsom den förste, som beskrifvit och fästat uppmärksamheten på dem.
[2]) Sil. Syst., p. 657.
[3]) Han anmärker dock längre ned, att han endast anser den såsom en artkaraktär, då han hvarken sjelf funnit den hos »*Illænus crassicauda* WAHLENB.» [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)] från Husbyfjöl eller sett den omtalad af svenska eller ryska författare.

nus och en *Asaphus*, hvarvid han fullt exakt uppfattat deras form och uppkomstsätt[1]).

Barrande har derefter studerat dem hos några Böhmiska Trilobiter, samt lemnat en vidlyftig och grundlig framställning af desamma (Syst. Sil. de Boh., p. 235—237). Han gifver dem namnet »plis-sillons». I den tyska öfversättningen af min nyss anförda uppsats [2]) har jag närmare beskrifvit dem hos *Illænus crassicauda* (Wahlenb.) I den svenska afhandlingen omnämnas de deremot kortare och har jag der för dem användt namnet »veckfåror», varande endast en öfversättning af Barrande's »plis-sillons». Detta namn har jag här, såsom nyss är nämndt, utbytt mot det, såsom jag hoppas, mera betecknande *terrasslinier*, då de uppkomma derigenom, att skalets yta visar terrasslika afsatser. Beträffande deras närmare beskrifning får jag hänvisa till Barrande och Burmeister. Den senares skildring af dem hos *Asaphus sp.* framställer dem synnerligen träffande och torde det tillåtas mig att här återgifva en del af densamma, då någon bättre ej kan gifvas. Han säger derstädes: »Diese Skulptur besteht nun auf der oberen Schaale aus feinen Linien, die nicht eigentlich vertieft sind, sondern dadurch entstehen, dass die Schaalensubstanz terrassenartig abfällt, so dass immer eine Linie durch eine zwar äusserst niedrige, aber sehr scharf markirte kleine Stufe angedeutet wird. Nichtsdestoweniger ist die Schaale nicht allmälig dünner, sondern sie steigt hinter jeder Stufe langsam wieder etwas an, und erreicht dadurch an der nächstfolgenden Stufe dieselbe Dicke wieder, welche sie an der vorhergehenden hatte. Diese Angaben gelten für sämmtliche Linien, keine einzige ist vertieft eingerissen, sondern alle sind erhaben».

Terrasslinierna följa på hvarandra än tätare, än glesare. Då de förekomma mycket tätt tillsammans, såsom på pannan och pygidiets rhachis hos *I. crassicauda* (Wahlenb.), likna de mera upphöjda åsar och dälderna dem emellan få ett

[1]) Burm. Neue Beob. über Trilob., p. 80, taf. 1, fig. 18—19. Det Illænus-pygidium, härstammande från ett nordtyskt diluvialblock, hvars skulptur han der beskrifver och afbildar, tillhör ej såsom han antager, och jag i min ofvan anförda afhandling enligt Barrande uppgifvit, »*I. crassicauda* Wahlenb.» [= *I. Esmarkii* (Schlot.)], utan *I. Chiron* Holm. Burmeister anmärker visserligen hos detsamma några olikheter från hans förra beskrifning af denna art, såsom att sidorna af rhachis äro konkava, hvilket just, förutom skulpturen, är synnerligen karakteristiskt för *I. Chiron*. Pygidiets hörn äro felaktigt tecknade, men detta beror på, att de äro skadade hos originalet.

[2]) Holm. Bemerk. über Ill. crass., p. 568.

plogfårartadt utseende. Den ena sidan är likväl brant och den andra mera sluttande. När de blifva glesare, framträder terrassformen tydligare. Ytterligheterna äro naturligtvis förenade genom alla möjliga öfvergångar. Terrasslinier förekomma på alla kroppsdelar, dock äro de sällsynta på hypostomat. Aldrig saknas de i hufvudets framkant samt på medelsköldens och de fria kindernas omböjda del jemte rostrum, på hvilka delar de äro ställda mycket tätt, parallela med ut- och inkanten. De saknas vidare aldrig på thoraxledernas och pygidiets facett, samt på pygidiets inre, omböjda lamell. Hos somliga arter betäcka de skalets hela yta, t. ex. hos *I. Chiron*, under det de hos andra äro inskränkta nästan endast till ofvannämnda delar. Punkter och gropar hafva sin plats på deras långsluttande del. I några fall har jag iakttagit, att terrasslinier kunna uppkomma äfven af punkter, som ordna sig i rader och närma sig hvarandra. På skalets inre sida äro terrasslinierna ofta rätt tydliga, såsom BURMEISTER äfven anmärker, fast svagare, och ej så branta på den tvära sidan. Såsom redan BARRANDE påvisat, är deras tvärbranta sida på skalets ryggsida städse den bakre, äfven då de bilda större eller mindre vinkel med kroppens axel. Detta är äfven förhållandet på undersidan af pygidiets inre, omböjda lamell. På hufvudets omvikta fram- och utkant, samt rostrum är det deremot den främre sidan, som är brant. Följer man skalets yta, är det således tvenne riktningar, som göra sig gällande och dessa mötas i pygidiets bakkant, som derföre begränsas af tvenne terrassliniers tvärbranta sida. Vid öfvergången från öfre till undre sidan i hufvudets framkant följa de deremot på hvarandra i samma riktning. På thoraxlederna äro terrasslinierna vanligen mer eller mindre parallela med dessas längdutsträckning och bilda gerna en båge på rhachis. Hos några, såsom *I. crassicauda* och *I. Esmarkii*, förekomma dock ett antal korta, skarpa terrasslinier på pleurornas inre, plana del, nästan vinkelrätt ställda mot dessa, och parallela med kroppens axel. Dessas yttre sida är den tvärbranta. Att detta ej strider mot det ofvan sagda, framgår deraf, att de yttre af dessa korta terrasslinier framtill förlänga sig, i det de böja sig utåt och öfvergå på facetten. Beträffande terrassliniernas förekomst och närmare anordning för öfrigt hänvisas till artbeskrifningarne.

Hoprullning. Alla arter af detta slägte synas hafva egt förmåga att fullständigt rulla sig tillsammans, ehuru samman-

rullning ännu ej är konstaterad hos alla, af hvilka fullständiga exemplar äro kända. Fullständig sammanrullning har iakttagits hos följande svenska arter:

I. Esmarkii (SCHLOT.).
I. oblongatus (ANG.).
I. centrotus (DALM.).
I. Linnarssonii HOLM.
I. Angelini HOLM.
I. Barriensis (MURCH).

Ej fullt sammanslutna, ehuru starkt sammanrullade, exemplar hafva funnits af:

I. sphæricus HOLM.
I. scrobiculatus HOLM.
I. Chiron HOLM.
I. crassicauda (WAHLENB.).

För sammanrullningens mekanism har BARRANDE redogjort, och VOLBORTH har hos »*Illænus crassicauda* WAHLENB.» [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)] noga beskrifvit thoraxledernas byggnad och sammanfogning, hvarigenom en sådan böjning kan åstadkommas[1]). Deremot har jag ej sett omtalad en egendomlig inrättning vid sammanslutningen af hufvudet och pygidiet hos vissa arter af *Illænus*, hvarigenom de vid fullständig sammanrullning måste sluta sig mycket tätt och fast intill hvarandra. I sjelfva framkanten af hufvudet förekommer nemligen en upphöjd, framspringande, skarp kant, antingen endast på medelskölden eller ock fortsättande sig en längre eller kortare sträcka i kanten af de fria kinderna. Genom denna utspringande skarpa kant bildas då en fals, i hvilken pygidiets utkant vid sammanrullningen griper in. Denna har jag derföre kallat *falslinien*. Den kan, såsom nyss är nämndt, fortsättas på kinderna nära intill dessas spets, såsom hos *I. Chiron* HOLM, och då omfattas hufvudets fram- och sidokanter fullständigt af pygidiets kant, eller också sträcker den sig endast ett stycke bakåt på den fria kinden, då omfattningen ej blir så fullständig. Hos *I. Esmarkii* (SCHLOT.), der detta senare är förhållandet, blir dock föreningen derigenom synnerligen stark, att kindernas kant öfverväras af en snedgående fåra, i hvilken pygidiets kant vid sammanslutningen passar in. Se taf. II, f. 2.

Metamorfoser har jag ej haft tillfälle att iakttaga hos någon af de svenska arterna. Mycket små exemplar äro ytterst säll-

[1]) VOLB. Russ. Trilob., p. 7.

synta [1]), och några fullständiga äro mig ej bekanta. Ej heller hafva af VOLBORTH och SALTER några metamorfoser iakttagits. BARRANDE deremot har beskrifvit sådana hos några Böhmiska arter och får jag derföre angående dessa hänvisa till honom [2]).

Storlek. Arternas storlek varierar naturligtvis hos detta på arter så rika slägte inom ganska vida gränser. I allmänhet äro de medelstora Trilobiter. Medelstorleken inom slägtet representeras ungefär af *I. Esmarkii* (SCHLOT.). Arterna med endast 8 thoraxleder synas utan undantag tillhöra de mindre och minsta. De minsta beskrifna arterna torde derföre också utgöras af de åttaledade *I. parvulus* HOLM och *I. minimus* (VOLB.). Bredden mellan ögonen är hos den förra endast 4—5 mm. Störst synes *I. Barriensis* (MURCH.) hafva blifvit. Den af SALTER (»Mon. Brit. Trilob.», pl. 27, fig. 2) afbildade hufvudets medelsköld visar en bredd mellan ögonen af 78 mm. Bland de svenska arterna har *I. vivax* HOLM uppnått den ansenligaste storleken. Ett exemplar från Trinucleusskiffern torde hafva haft en bredd mellan ögonen af minst 75 mm., således knappt mindre än *I. Barriensis*. Af *I. gigas* HOLM har jag funnit pygidier med en bredd af 64 mm.

Slägtskap. Slägtet *Illænus* står synnerligen isoleradt och bildar en mycket naturlig grupp, inom hvilken arterna sins emellan äro på det närmaste förbundna. Öfvergångsformer till andra grupper och slägten saknas. Såsom BARRANDE visat, är det knappt mer än fyra slägten, till hvilka *Illænus* har någon affinitet, nemligen till *Asaphus* genom detta slägtes subgenus *Isotelus*, till *Aeglina*, till *Nileus* och till *Bronteus*. BARRANDE har redogjort för skilnaderna dem emellan [3]) och jag har dertill nästan intet att tillägga. BARRANDE'S förmodan, att hypostomat hos *Illænus* och *Nileus* skulle vara skiljaktigt, har till fullo bekräftat sig, men någon väsentligare skillnad mellan hypostomat hos *Illænus* och *Bronteus* finnes ej. Hans uppfattning af thoraxlederna hos *Nileus* synes ej vara fullt riktig.

Till dessa trenne kommer numera möjligen det ofullständigt kända *Illænopsis* SALTER. Detta uppfördes af denne, såsom i det föregående är nämndt, med tvekan såsom ett Sub-

[1]) Med undantag af *I. Linnarssonii* HOLM, af hvilken art i Leptænakalken i Dalarne ganska små exemplar af pygidiet och hufvudets medelsköld ej äro sällsynta.

[2]) BARR. Syst. Sil. de Boh., p. 676.

[3]) BARR. Syst. Sil. de Boh., p. 678, 837.

genus under *Illænus*, men måste enligt min öfvertygelse bestämdt skiljas från detta.

HALL har uppställt och beskrifvit ett slägte *Illænurus* med arten *I. quadratus* HALL 1863[1]). Min kännedom om detta och dess enda art är för ofullständig, för att jag skulle våga yttra mig om dess förhållande till *Illænus*, till hvilket det genom pygidiets form synes närma sig. Det uppträder i N. Amerika på en lägre nivå än *Illænus*.

Horisontal och vertikal utbredning.

Slägtet *Illænus* har uppträdt endast och allenast under Silurtiden[2]). Det visar sig med typiska arter omedelbart efter primordialfaunans försvinnande, och når sitt kulmen inom mellersta och öfversta delen af Undersiluriska formationen. I den Öfversiluriska uppträda de från de typiska mest afvikande formerna med subgenus *Bumastus*, och med detta utdör slägtet, dock ej fullt nående denna periods slut. Då det dertill förekommer ganska artrikt, utgör det ett för Silurformationen synnerligen karakteristiskt slägte, i Undersilur representeradt af *Illænus* i inskränktare bemärkelse, i Öfversilur af *Bumastus*, hvilka således komma att utgöra ledfossilier för dessa formationer. Gränsen mellan dessa begge underslägtens tillvaro i tiden är dock ej fullt så skarp, som man förr föreställt sig. I England och Amerika uppträder nemligen *Bumastus* redan i Undersilur och arter af subgenus *Illænus* sträcka sig der upp i Öfversilur. Härvid må man dock ihågkomma, att man ännu ej fullständigt kunnat enas om gränsen mellan dessa båda formationsgrupper, samt att denna till följd häraf drages något olika af olika författare och inom skilda silurområden. Äfven torde månget misstag hafva insmugit sig vid ett lagers hänförande till den ena eller andra af dem.

Slägtet är utbredt öfver hela verlden och har träffats nästan öfverallt, der fossilförande siluriska bildningar blifvit under-

---

[1]) HALL, 16th. Reg. Rep. univers. New York, Albany 1863, p. 176, pl. VII, f. 52—57.

[2]) Såsom denna nemligen uppfattas och begränsas af BARRANDE, MURCHISON och LINNARSSON.

sökta. Någon dess föregångare inom Primordialzonen kan ej med säkerhet uppvisas.

För större öfverskådlighet lemnas här nedan en efter länderna ordnad öfversigt af arternas utbredning.

1. Sverige.

Af de 19 arter, som här äro beskrifna från Sverige, tillhöra, såsom den nedan följande tabellen visar, 17 Undersilur och endast 2 Öfversilur. Alla i Undersilur förekommande tillhöra subgenus *Illænus*, de tvenne Öfversiluriska deremot *Bumastus*. I Sverige är *Illænus* således inskränkt till Undersilur, *Bumastus* till Öfversilur.

I likhet med flertalet Trilobiter förekomma arter af *Illænus* hufvudsakligen i kalkstenar, samt äro sällsyntare eller saknas i verkliga lerskiffrar [1]). De torde derföre företrädesvis hafva haft sitt hemvist i renare, ej alltför djupt vatten [2]).

Orthocerkalken är det äldsta lager, i hvilket *Illænus* uppträder inom Sverige. I denna förekomma 4—5 arter. I dess lägsta del, Undre röd Orthocerkalk [3]), och hvad som ligger

---

[1]) Jemför Skåne, der skifferafsättning under silurtiden företrädesvis egt rum, med 2 säkra arter, och Dalarne, der kalkafsättning varit förherrskande, med 11.

[2]) När tillförseln af lerslam blef för stor eller af en viss beskaffenhet, synes den hafva inverkat skadligt på en del arters utveckling. De dogo ut eller förkrymptes. Hvad detta senare angår, vill jag erinra om den mergelartade röda Orthocerkalk, som förekommer öfverst vid Ljung i Östergötland. TÖRNQUIST har först påpekat den ringa storleken af de i densamma förekommande försteningarne jemförda med exemplar från andra håll (TÖRNQUIST, Geol. resa gen. Sk. och Österg., p. 63). Liknande är förhållandet med den röda Trinucleusmergeln vid Råsnäset och Rödbergsudden i trakten af Motala. Ett undantag härifrån synes den på Trilobiter så rika röda Trinucleusskiffern i Vestergötland göra, der några sådana förkrympta former ej äro iakttagna. Egendomligt är dock det talrika uppträdandet af slägten och arter, som sakna ögon, inom detta lager och hvilket förhållande måste hafva någon grund. Utom de tvenne *Illænus leptopleura* LINRS. och *I. Angelini* HOLM, hvilka äro de enda af slägtet i Sverige, som sakna ögon, förekomma der arter af Agnostus, Ampyx, Dindymene, Dionide, Telephus samt framförallt Trinucleus, hvilka synas hafva saknat ögon.

Kanske ock att, hvad Trinucleusskiffern beträffar, de förkrympta eller blinda formerna, och afsättningen af hufvudsakligen röd lera, kunna bero på ett stort djup. De talrika blinda formerna tyda, såsom mig synes, ditåt, och Challenger-expeditionens undersökning af de stora hafsdjupen och dess bottenslam synes äfven gifva stöd härför.

[3]) LINNARSSON har delat Orthocerkalken i: Undre röd, Undre grå, Öfre röd och Öfre grå, en indelning, som, ehuru den ej är strängt vetenskaplig, likväl är tillämplig på flera af våra Silurområden, och som jag här bibehåller.

der under, saknas det. Deremot uppträder det genast i den Undre grå med arterna *I. Esmarkii* (SCHLOT.) och *I. centrotus* (DALM.). Den förra är den inom Sverige allmännaste och vidast utbredda arten och är tillika en bland de för denna horisont mest karakteristiska försteningarne. Den saknas aldrig, der Undre grå Orthocerkalk uppträder. *I. centrotus* är vida sällsyntare såväl hvad utbredningen, som individantalet beträffar (Ög., Ner., Dal.). I öfre delen af den Öfre röda Orthocerkalken träffas *I. Chiron* HOLM sällsynt (Öl., Dal.), för att sedan i den Öfre grå derstädes blifva mycket talrik och för denna horisont synnerligen karakteristisk. På samma horisont är den äfven funnen i Vg. På hvilken horisont *I. tuberculatus* HOLM och *I. lineatus* (ANG.) uppträda, är obekant. Den förra tillhör otvifvelaktigt Orthocerkalken. De äro endast kända från Östergötland.

Inom *Chasmopskalken* når slägtet sin största utveckling, hvad arternas antal beträffar. Åtta arter äro härifrån beskrifna.

På gränsen mellan Orthocerkalken och Chasmopskalken uppträder i Dalarne *I. crassicauda* (WAHLENB.). Den stiger derifrån upp i det senare lagrets lägsta del. Någon bestämd ordningsföljd, i hvilken arterna inom Chasmopskalken för öfrigt uppträda, kan jag ej uppställa. Dock inträffar det märkliga, att trenne af dem äfven finnas i Leptænakalken, ehuru de, med undantag af *I. Linnarssonii* HOLM, som i en förkrympt form synes förekomma i Trinucleusskiffern, helt och hållet saknas i mellanliggande lager. Deras geografiska utbredning är följande: *I. sphæricus* HOLM: Dal., Vg.; *I. scrobiculatus* HOLM: Dal.; *I. oblongatus* (ANG.): Öl.; *I. parvulus* HOLM: Dal.; *I. fallax* HOLM: Dal., Öl., Vg.; *I. gigas* HOLM Vg., Ög.; *I. Linnarssonii* HOLM: Ög. Dessa trenne senare äro gemensamma med Leptænakalken.

Trinucleusskifferns artrikedom är ej så stor. Det skick, i hvilket Illænusarterna i detta lager finnas bevarade, är vida sämre än i något annat. De äro i Vg. och Ög. endast kända från den röda mergelskiffern och i denna äro de med sällsynta undantag mer eller mindre vanställda, då det starkt sphæriska hufvudet och pygidiet vanligen genom tryck äro krossade, och således form och proportioner svåra eller omöjliga att iakttaga. Skalet är äfvenledes sällan väl bevaradt, utan antingen helt och hållet genom lösning aflägsnadt eller ock så starkt vittradt och anfrätt, att dess skulptur alls icke eller endast i sällsynta fall kan iakttagas. Arterna hafva derföre också hitintills med undan-

tag af *I. megalopthalmus*, varit nästan okända. Om deras vertikala utbredning inom lagret saknas iakttagelser.

Med Chasmopskalken och Leptænakalken är, såsom ofvan är nämndt, *I. Linnarssonii* HOLM gemensam, hvilken i en förkrympt form torde finnas i Trinucleusmergeln vid Råsnäset och Rödbergsudden i Östergötland. Först i Leptænakalken synes denna art nå sin fulla utveckling, hvad storlek och individernas talrikhet beträffar. Gemensam endast med Leptænakalken är *I. vivax* HOLM (Vg.), men denna förekommer deremot derstädes mycket sällsynt. *I. megalophthalmus* (LINRS.) (Vg., Ög., Sk.) är karakteristisk för Trinucleusskiffern, men stiger derifrån, enligt LINNARSSON, upp i den allra lägsta delen af Brachiopodskiffern, Staurocephalusskiffern.

Helt och hållet inskränkta till Trinucleusskiffern äro *I. leptopleura* LINRS. (Vg.) och *I. Angelini* HOLM (Vg., Ög.), som båda sakna ögon.

Brachiopodskiffern torde innesluta några arter, men förutom *I. megalophthalmus* (LINRS.), äro de hittills endast funna i så fragmentariskt skick, att de ej kunnat bestämmas. Från lägsta delen, Staurocephalus-skiffern, anför TULLBERG från Skåne *I.* cfr. *Salteri* BARR. [1]).

Leptænakalken i Dalarne är synnerligen rik på individer af detta slägte, rikare än något annat svenskt lager. Arternas antal är det oaktadt endast 4. Alla dessa synas hafva fortlefvat från Chasmopskalkens och Trinucleusskifferns bildningstid [2]). *I. Linnarssonii* HOLM genomgår hela lagret och utgör för öfrigt en bland Leptænakalkens allmännaste försteningar. *I. fallax* HOLM är dernäst allmännast och kan ej sägas vara inskränkt till någon viss horisont. *I. gigas* HOLM och *I. vivax* HOLM äro deremot sällsyntare.

Öfversiluriska formationen. På Gotland representeras slägtet af minst 2 arter af Subgenus *Bumastus*, *I. barriensis* (MURCH.) och *I. insignis* HALL.

Från Skånes Öfversiluriska lager, som till större delen utgöras af lerskiffrar och sandstenar, äro inga arter af slägtet kända.

---

[1]) TULLB., Skånes grapt., p. 17. Jag har ej haft tillfälle att se exemplaren och har således ej kunnat upptaga arten.

[2]) Man skulle häraf känna sig manad att undersöka, huruvida icke Leptænakalkens Trilobitfauna äfven för öfrigt utgöres af arter, som lefvat qvar från dessa tider. Ännu har visserligen Leptænakalkens, i många afseenden så intressanta, Trilobitfauna ej varit underkastad någon genomgående granskning, men, hvad *arterna* beträffar, synes detta dock i allmänhet ej vara förhållandet.

Flera arter hafva, såsom vi således se, en ej obetydlig geografisk utbredning inom Sverige och, om vi taga tabellerna öfver Ryssland och Norge i betraktande, så finna vi utbredningsområdet för några af dem betydligt vidgadt. De tvenne Öfversiluriska hafva en ännu vidsträcktare utbredning. Båda förekomma nemligen i England, och åtminstone *I. insignis* HALL i N. Amerika.

Öfversigt af arternas vertikala utbredning.

Arter.	Under-Silur.										Öfver-Silur.
	Ceratopygekalk.	Phyllograptus skiff.	Orthoceerkalk.	Mell. Grapt.-skiffer.	Chasmopskalk.	Trinucleusskiffer.	Brachiopodskiffer.	Lobiferusskiffer.	Retiolitesskiffer.	Leptænakalk.	
I. Esmarkii (SCHLOT.)	—	—	×								
I. centrotus (DALM.)	—	—	×								
I. Chiron HOLM	—	—	×								
I. tuberculatus HOLM	—	—	×								
I. lineatus (ANG.)	—	—	?								
I. crassicauda (WAHLENB.)	—	—	—	—	×						
I. scrobiculatus HOLM	—	—	—	—	×						
I. sphæricus HOLM	—	—	—	—	×						
I. oblongatus (ANG.)	—	—	—	—	×						
I. parvulus HOLM	—	—	—	—	×						
I. fallax HOLM	—	—	—	—	×	—	—	—	—	×	
I. gigas HOLM	—	—	—	—	×	—	—	—	—	×	
I. Linnarssonii HOLM	—	—	—	—	×	×	—	—	—	×	
I. leptopleura LINRS.	—	—	—	—	—	×					
I. Angelini HOLM	—	—	—	—	—	×					
I. megalophthalmus (LINRS.)	—	—	—	—	—	×	×				
I. virax HOLM	—	—	—	—	—	×	—	—	—	×	
I. (Bum.) barriensis (MURCH.)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	×
I. (Bum.) insignis HALL	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	×
	—	—	5	—	8	5	1	—	—	4	2
	17										2
	19										

2. Danmark (Bornholm[1]).

I. megalophthalmus (LINRS.) Trinucleusskiffer.

3. Norge[2]).

Arter.	Under-Silur.			Öfver-Silur.
	Et. 3.	Et. 4.	Et. 5.	
I. Esmarkii (SCHLOT.)	×			
I. centrotus (DALM.)	×			
I. fallax HOLM	—	×		
I. (Bum.) barriensis (MURCH.)	—	—	—	×
	2	1	—	1
	4			

KJERULF har i »Veiviser» gifvit namnet *I. glaber* åt en i Kristiania museum befintlig *Illænus* från trakten af Kristiania och Et. 4[3]). Namnet åtföljes ej af någon diagnos, utan endast af en ganska otydlig träsnittsfigur, hvarföre arten ej kan anses vara säkert bestämd. Den har också af LINNARSSON och TÖRNQUIST indentifierats med olika arter, af den förra med tvekan med hans art *I. limbatus* [= *I. fallax* HOLM], af den senare med *I. Linnarssonii* HOLM. Se vidare härom under artbeskrifningarne till dessa tvenne arter.

BRÖGGER uppräknar och afbildar från det Trondhjemske[4]) tvenne arter såsom *I. sp.*, den ena från Trinucleussandsten, Pl. II, f. 13, den andra från Pentameruskalk, Pl. II, f. 10. De funna fragmenten äro allt för ofullständiga att kunna bestämmas.

---

[1]) Enligt JOHNSTR., Pal. Dann. på Bornh.

[2]) Enligt: KJERULF, Veiviser; BRÖGGER, Die sil. Et. 2 und 3; samt egna iakttagelser.

[3]) KJERULF, Veiviser, p. 12, 14, f. 28.

[4]) BRÖGGER, Trond. felt. midl. Afd.

4. Ryssland [1]).

Arter.	Under-Silur.									Öfver-Silur.			
	B_1.	B_2.	B_3.	C_1.	C_2.	D.	E.	F_1.	F_2.	G.	H.	I.	K.
I. Wahlenbergii (EICHW.) (SCHM. Rev.)	–	×	×										
I. Esmarkii (SCHLOT.) [= *I. Dalmani* VOLB. (SCHM. Rev.)]	—	—	—	×									
I. tauricornis KUT. (SCHM. Rev.)	—	—	—	×									
I. Schmidti NIESZK. (SCHM. Rev.)	—	—	-	×									
I. oblongatus (ANG.) (SCHM. Rev.)	—	--	—	×									
I. fallax HOLM [= *I. limbatus* LINRS. (SCHM. Rev.)]	—	—	—	—	×								
I. Roemeri VOLB. (SCHM. Rev.)	—	—	—	—	—	—	—	×	×				
I. centrotus (DALM.) (VOLB. Tril.)													
I. muticus (VOLB.) (VOLB. Tril.)													
I. triodonturus VOLB. (VOLB. Tril.)													
I. capricornis HOLM [= *I. Schmidtii Var.* VOLB. Neue Ill.]													
I. minimus (VOLB.) (VOLB. Tril.)													
I. triquetrus (VOLB.) (VOLB. Tril.)													
I. Linnarssonii HOLM [= *I. Rudolphii* EICHW. Let. Ross. [2])]													
I. (Bum.) barriensis (MURCH.) (SCHM. Rev.; KEYS. Reise)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	×	×	×	—
	—	1	1	4	1	—	—	1	1	1	1	1	—
	14									1			
	15												

[1]) Enligt: SCHMIDT, Rev. der ostbalt. sil. Trilob. (= SCHM. Rev.); VOLBORTH, Russ. Trilob. (= VOLB. Tril.), och Neue ehstl. Illænen (= VOLB. Neue Ill.); EICHWALD, Lethæa Rossica (= EICHW. Let. Ross.); KEYSERLING. Reise in d. Petschoraland (= KEYS. Reise). FR. SCHMIDT'S indelning af Silurform. i Ryska Östersjöprovinserna i ofvan anförda arbete har följts. Det har varit mig omöjligt att med visshet bestämma, i hvilket skikt, enligt SCHMIDT's indelning, arter, som upptagits efter VOLBORTH och EICHWALD, men ej omnämnas af SCHMIDT, äro hemma. Tecken för dem saknas derföre i kolumnerne. De tillhöra dock samtlige Under-Silur. Enligt hvad ofvan i inledningen är yttradt, har ingen hänsyn kunnat tagas till EICHWALD'S arter i Lethæa Rossica och De Trilob. observ.. med undantag af *I. Rudolphii* EICHW. (Let. Ross.) och *I. Wahlenbergii*, hvilken senare upptagits på SCHMIDT'S auktoritet.

[2]) Se nedan under artbeskrifningen till *I. Linnarssonii* HOLM.

5. Britannien [1]).

Arter.	Under-Silur.				Öfver-Silur [2]).		
	Arenig.	Llandeilo.	Caradoc or Bala.	L. Llandovery.	U. Llandovery.	Wenlock.	Ludlow.
I. Hughesii HICKS [3])	×						
I. Murchisoni SALT.	—	×					
I. perovalis MURCH.	—	×					
I. Bowmanni SALT.	—	×	×	×	×		
I. Bailyi SALT.	—	—	×				
I. Davisii SALT.	—	—	×				
I. ocularis SALT.	—	—	×				
I. Portlockii SALT.	—	—	×				
I. Lewisii SALT.	—	—	×				
I. Marshalli SALT. [4])	—	—	×	×			
I. Thomsoni SALT.	—	—	×	×	×	×	
I. nexilis SALT.	—	—	—	×			
I. æmulus SALT.	—	—	—	—	×		
I. (Bum.) Maccallumi SALT.	—	—	—	×	×		
I. (Bum.) barriensis (MURCH.)	—	—	—	—	×	×	
I. (Bum.) carinatus SALT.	—	—	—	—	—	×	
I. (Bum.) insignis HALL	—	—	—	—	—	×	
	1	3	8	5	5	4	
	13				7		
	17						

[1]) Enligt: SALTER, Mon. Brit. Trilob., jemte ROB. ETHERIDGE, The anniversary address of the president. Quart. Journ. Geol. Soc. Vol. XXXVII (1881), Proceedings of the Geolog. Soc. of London, p. 37. London 1881.

[2]) Mycken meningsskiljaktighet råder, angående gränsen mellan Öfver- och Under-Silur. Här är den dragen enligt MURCHISON mellan L. och U. Llandovery.

[3]) HICKS, Rocks of St. David's, p. 184. Denna art, af SALTER sammanblandad med *I. perovalis* MURCH., afskiljes af HICKS, som tillika visar dess förekomst i Arenig, der den verkliga *I. perovalis* saknas.

[4]) = *Rosenbergii* SALT. (ej EICHW.).

6. Frankrike (Bretagne).

Arter.	Under-Silur.	Öfver-Silur.
I. Beaumonti (ROUAULT) (Mém. sur les Trilob., p. 321)	×	—
I. giganteus BURM. (Organ. der Trilob.)	×	—
	2	—

7. Böhmen [1]).

Arter.	I.	II. Under-Silur.					III. Öfver-Silur.				
	C.	D.					E.		F.	G.	H.
		d 1.	d 2.	d 3.	d 4.	d 5.	e 1.	e 2.			
I. advena BARR.	—	×									
I. aratus BARR.	—	×									
I. bohemicus BARR.	—	×									
I. calvus BARR.	—	×									
I. Katzeri BARR.	—	×									
I. puer BARR.	—	×									
I. distinctus BARR.	—	—	×	—	×						
I. transfuga BARR.	—	—	×	—	×						
I. Panderi BARR.	—	—	×	×	×	×					
I. Salteri BARR.	—	—	—	×	×						
I. Hisingeri BARR.	—	—	—	—	—	×					
I. hospes BARR.	—	—	—	—	—	×					
I. oblitus BARR.	—	—	—	—	—	×					
I. Wahlenbergianus BARR.	—	—	—	—	—	×					
I. Zeidleri BARR.	—	—	—	—	—	×					
I. (Bum.) Bouchardi BARR.	—	—	—	—	—	—	×	×			
I. (Bum.) tardus BARR.	—	—	—	—	—	—	—	×			
	—	6	3	2	4	6	1	2			
		15					2				
		17									

[1]) Enligt BARRANDE, Syst. Sil. de Boh. Suppl., p. 284.

8. Bayern (Franken).

Art.	Under-Silur.	Öfver-Silur.
I. (*Bum.*) *franconicus* (MÜNST.) (Beitr. zur Petr.-Kunde	—	×
	—	1

Utom *Bum. franconicus* beskrifver MÜNSTER ett pygidium, under namnet *Bumastus? planus* (Beitr. zur Petr.-Kunde, p. 43, Taf. V, f. 18). Figuren är likasom den förra artens ytterst otydlig. Enligt BARRANDE (Syst. Sil. de Boh., p. 677) är *Bum.? planus* MÜNST. ej skild från *Bum. franconicus* MÜNST.

9. Spanien och Portugal.

Arter.	Under-Silur.	Öfver-Silur.
I. hispanicus DE VERN. & BARR. (Foss. sil. d'Almad.), Spanien	×	—
I. Sanchezi DE VERN. & BARR. (Foss. sil. d'Almad.), Spanien	×	—
I. lusitanicus SHARPE (Geol. of Oporto), Portugal	×	—
	3	—

10. Norra Amerika.

Arter.	Utbredning[1].	Under-Silur.						Öfver-Silur.					
		Quebec-gruppen.	Chazy kalksten.	Black river kalksten.	Trenton kalksten.	Birdseye kalksten.	Hudson-river-gruppen.	Oneida konglomerat.	Medina sandsten.	Clinton-gruppen.	Niagara-gruppen.	Salina-beds.	Lower-Helderberg-gruppen.
I. arcuatus BILL. (Pal. foss.)	Nf.	×											
I. consimilis BILL. (Pal. foss.)	»	×											
I. consobrinus BILL. (Pal. foss.)	»	×											
I. fraternus BILL. (Pal. foss.)	»	×											
I. incertus BILL. (Pal. foss.)	Can.	×											
I. simulator BILL. (Pal. foss.)	»	×											
I. tumidifrons BILL. (Pal. foss.)	Nf.	×											
I. arcturus HALL (Pal. New-York; BILL. Can. Nat. and Geol.)	Can. N.Y.	—	×	×									
I. Bayfieldi BILL. (Can. Nat. and Geol.)	Can.	—	×										
I. clavifrons BILL. (Can. Nat. and Geol.)	»	—	×	×									
I. globosus BILL. (Can. Nat and Geol.)	Can.	—	×										
I. vindex BILL. (Pal. foss.)	»	—	×										
I. americanus BILL. (Can. Nat. and Geol.)	»	—	—	—	×								
I. latidorsatus HALL (Pal. New-York)	N.Y.	—	—	—	×								

[1]) Can. = Canada, Ill. = Illinois, Kent. = Kentucky, Nf. = Newfoundland, N.Y. = New-York, Oh. = Ohio, Pen. = Pennsylvanien, Verm. = Vermont, Wis. = Wisconsin.

Arter.	Utbredning.	Under-Silur.						Öfver-Silur.					
		Quebec-gruppen.	Chazy kalksten.	Black river kalksten.	Trenton kalksten.	Birdseye kalksten.	Hudson-river-gruppen.	Oneida konglomerat.	Medina sandsten.	Clinton-gruppen.	Niagara-gruppen.	Salina-beds.	Lower-Helderberg-gruppen.
I. ovatus CONR. (BILL. Can. Nat. and Geol.: HALL Pal. New-York)	Can. Wis.	—	—	×	×								
I. taurus HALL (Rep. Progr. Wis. Surv.)	Wis.	—	—	—	×								
I. angusticollis BILL. (Can. Nat. and Geol.)	Can.	—	—	×									
I. conifrons BILL. (Can. Nat. and Geol.	»	—	—	×									
I. Conradi BILL. (Can. Nat. and Geol.)	»	—	—	×									
I. grandis BILL. (Can. Nat. and Geol.)	»	—	—	—	—	—	×						
I. orbicauda BILL. (Can. Nat. and Geol.)	»	—	—	—	—	—	×						
I. daytonensis HALL & WHITF. (Ohio Pal. Vol. II)	Oh. Wis.	—	—	—	—	—	—	—	—	×			
I. imperator HALL (Rep. Prog. Wis. Surv.)	Wis.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	×		
I. (*B.*) *indeterminatus* WALCOTT (31 Reg. Rep. u. N.Y.)	N.Y. Wis.	—	—	×	×								
I. (*B.*) *Milleri* BILL. (Can. Nat. and Geol.; WALCOTT, New. spec. of foss.)	Wis. Can. N.Y.	—	—	×	×								
I. (*B.*) *trentonensis* EMM. (HALL, Pal. New-York)	Can. N.Y.	—	—	×	×								
I. (*B.*) *armatus* HALL (20 Reg. Rep. u. New-York)	Ill. Wis.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	×		
I. (*B.*) *cuniculus* HALL (20 Reg. Rep. u. New-York)	Wis.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	×		
[*I.* (*B.*) *barriensis* (MURCH.) (CAMBERLIN, Geol. of Wis.)]	Wis.?	—	—	—	—	—	—	—	—	—	×		

Arter.	Utbredning.	Under-Silur.						Öfver-Silur.					
		Quebec-gruppen.	Chazy kalksten.	Black river kalksten.	Trenton kalksten.	Birdseye kalksten.	Hudson-river-gruppen.	Oneida konglomerat.	Medina sandsten.	Clinton-gruppen.	Niagara-gruppen.	Salina-beds.	Lower-Helderberg-gruppen.
I. (B). *cornigerus* HALL (24 Reg. Rep. u. New-York)	Kent.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	×		
I. (B.) *insignis* HALL (20 Reg. Rep. u. New-York)	Wis.Ill.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	×		
I. (B.) *ioxus* HALL (20 Reg. Rep. u. New-York)	Wis.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	×		
I. (B.) *graftonensis* MEEK & WORTHEN (New. foss. from. Pal. rocks)	Ill.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	×		
	—	7	5	9	7	—	2	—	—	1	8		
		24						9					
		33											

11. Asien (Himalaya [1]).

Arter.	Under-Silur.	Öfver-Silur.
I. brachyoniscus SALT.	×	—
I. punctuosus SALT.	×	—
	2	—

[1]) Enligt SALTER, Pal. of Niti.

12. Australien (Nya Syd-Wales [1]).

	Under-Silur.	Öfver-Silur.
? *I. Wahlenbergianus* BARR.	×	—
	1	—

13. Nordtyskland (Diluvialblock).

I. Chiron HOLM (= *I. centaurus* DALM.) [2]).

I. crassicauda (WAHLENB.) [3]).

I. Eichwaldi STEINH. [2]).

I. Esmarkii (SCHLOT.) (= *I. crassicauda form. typ. s. Dalmani* STEINH.)[2]).

I. Schmidti NIESZK. [2]).

I. Roemeri VOLB. (= *I. grandis* och *I. crassicauda* ROEM.) [4]).

I. tauricornis KUT. [2]).

I. Wahlenbergii (EICHW.) [2]).

I. (Bum.) ? barriensis (MURCH.) [2]), [5]).

---

[1]) Enligt DE KONINCK, Foss. pal. Nouv.-Galles du Sud., som derifrån anför med tvekan *I. Wahlenbergi* BARR. Detta namn har redan förut af BARRANDE sjelf förändrats till *I. Wahlenbergianus*, enär det förra redan af EICHWALD var bortgifvet åt en *Illænus*-art.

[2]) Enligt STEINHARDT, In pruss. Gesch. gef. Trilob.

[3]) Enligt ett af prof. DAMES i Berlin mig godhetsfullt meddeladt exemplar.

[4]) Enligt FERD. ROEMER, Sadev. Diluv.-Gesch.

[5]) Jemte tvenne andra *Bumastus*-former, af STEINHARDT betecknade *Bum. sp. a* och *b*.

Förteckning på alla beskrifna arter af slägtet Illænus.

I. Subgenus Illænus Dalm.

Grupp 1. *Thoraxleder 10.*

Artnamn.	Beskrifning och afbildning.	Kända kroppsdelar.	Silurform. Under.	Silurform. Öfver.	Utbredning [1].
I. advena BARRANDE 1872.	Syst. Sil. de Boh. Suppl., p. 66, pl. 6. f. 5—10, pl. 14, f. 37—38	Hel. Hyp.	×	—	Bh.
I. americanus BILLINGS 1859.	Can. Nat. and Geol., p. 371; BILL. Pal. foss., p. 329, f. 316 *a—b*, 318	Hel.	×	—	Am.
I. Bailyi SALTER 1867.	Mon. Brit. Trilob., p. 192, pl. XXVIII, f. 14	Hel.	×	—	Brit.
I. Bayfieldi BILLINGS 1859.	Can. Nat. and Geol., p. 369, f. 4—6	Hel.	×	—	Am.
I. capricornis HOLM 1883.	*I. Schmidtii Variet.* VOLB., Neue ehstl. Illænen, p. 5, tab. I, f. 6—10	Hel.	×	—	R.
I. Chiron HOLM 1883. Taf. III, f. 1—17.	*Dysplanus Centaurus* ANG. Pal. Scand., p. 40, Taf. XXIII, f. 1, 1 *a* (excl. genæ mob.); *I. Centaurus* STEINH. In preuss. Gesch. gef. Trilob., p. 47, Taf. V, f. 10 *a—d*	Hel. Rostr.	×	—	Sv. T.
I. consimilis BILLINGS 1865.	Pal. foss., p. 277, f. 263 *a—c*, f. 317	Hel.	×	—	Am.
I. crassicauda (WAHLENBERG) 1821. Taf. II, f. 21—27.	[*Entomostracites crassicauda* WAHLENB., Petrif. tell. Svec., p. 27, tab. II, f. 5, 6)]; HOLM, Ant. om Wahlenb. Ill. crass., p. 8, taf. V, f. 1—11	Hel.	×	—	Sv. T.
I. Davisii SALTER 1849.	Mem. geol. Surv. Unit. Kingd., Dec. II, Pl. 2	Hel. Rostr.	×	—	Brit.

[1]) För utbredningsområdena äro följande förkortningar använda: Am. = N. Amerika; Aus. = Australien; Bay. = Bayern; Bh. = Böhmen; Brit. = Britannien; D. = Danmark; F. = Frankrike; Him. = Asien (Himlaya); N. = Norge; P. = Portugal; R. = Ryssland; Sp. = Spanien; Sv. = Sverige; T. = Nord-Tyskland (diluvialblock).

Artnamn.	Beskrifning och afbildning.	Kända kroppsdelar.	Silur form. Under.	Silur form. Öfver.	Utbredning.
I. Esmarkii (SCHLOTHEIM) 1826. Taf. II, f. 1—10, taf. VI, f. 8.	*Trilobites Esmarkii* SCHLOT. Beschreib. Trilob., p. 315, Taf. I, f. 8*a—c*; (=*I. crassicauda* AUCTORUM, = *I. crassicauda & var. Dalmani* VOLB. Russ. Trilob., p. 10, 13, Taf. II, f. 1-6. 7—13)	Hel. Hyp. Rostr.	×	—	Sv. N. R. T.
I. fallax HOLM 1883. Taf. II, f. 11—13. 15—20; taf. V, f. 15—24; taf. VI, f. 16.	*I. limbatus* LINRS. Sil. Bildn. i mell. Westerg., p. 21, pl. II, f. 6 *a—c*; LINRS. Vesterg. Cambr. och Sil. aflagr., p. 77, Tafl. II, f. 43—44	Hel. Hyp. Rostr.	×	—	Sv. N. R.
I. giganteus BURMEISTER 1843.	Organ. der Trilob., p. 119, Taf. III, f. 10	Hel.	×	—	F.
I. globosus BILLINGS 1859.	Can. Nat. and Geol., p. 367, (f. 1—3)	Hel.	×	—	Am.
I. hispanicus DE VERNEUIL & BARRANDE 1855.	Foss. sil. d'Almad., p. 42, pl. XXV, f. 6, 6 *a—c*	Hel.	×	—	Sp.
I. hospes BARRANDE 1872.	Syst. Sil. de Boh. Suppl., p. 71, pl. 2, f. 13—16	Thorax. Pyg.	×	—	Bh.
I. Hughesii HICKS 1875.	Rocks of St. David's, p. 184, pl. IX, f. 7; [*I. perovalis* (ad part.) SALT. Mon. Brit. Trilob., p. 211, pl. XXVI, f. 7—8]	Hel (—Kind).	×	—	Brit.
I. Katzeri BARRANDE 1856.	Foss. de Rokitz.; BARR. Syst. Sil. de Boh. Suppl., p. 72, pl. 5, f. 28—37, pl. 6, f. 1—4, pl. 14, f. 36	Hel. Hyp.	×	—	Bh.
I. leptopleura LINRS. mscr. 1883. Taf. IV, f. 28, taf. VI, f. 11.	— — — — — —	Hel.	×	—	Sv.
I. lusitanicus SHARPE 1849.	Geol. of Oporto, p. 150, pl. VI, f. 1 *a—b*	Hel.	×	—	P.
I. Marshalli SALTER 1867.	Mon. Brit. Trilob., p. 199, pl. XXIX, f. 2—6. (=*I. Rosenbergii* SALT. 1849)	Hel.	×	—	Brit.
I. Murchisoni SALTER 1849.	Mem. geol. Surv. Unit. Kingd., Dec. II, pl. II, p. 4; SALT. Mon. Brit. Trilob., p. 201, pl. XXVI, f. 1, pl. XXX, f. 7	Hel.	×	—	Brit.

Artnamn.	Beskrifning och afbildning.	Kända kropps-delar.	Silur-form Under.	Silur-form Öfver.	Utbredning.
I. oblongatus (ANGELIN) 1854.	*Rhodope? oblongata* ANG. Pal. Scand., p. 41, tab. XXIV, f. 3, 3 *a*	Hel.	×	—	Sv. R.
I. ovatus (CONRAD) 1843.	[*Thaleops ovata* CONRAD Proc. Ac. Nat. Sc. Phil., Vol. I, 1843, p. 332]; HALL Pal. New-York, Vol. 1, p. 259, pl. 67, f. 6	Hel.	×	—	Am.
I. perovalis MURCHISON 1839.	Sil. System, p. 661, pl. XXIII, f. 7; *I. perovalis* (ad part.) SALT. Mon. Brit. Trilob., p. 211, pl. XXVI, f. 5—6, (excl. f. 7—8 = *I. Hughesii* HICKS)	Hel.	×	—	Brit.
I. Portlockii SALTER 1849.	Mem. geol. Surv. Unit. Kingd., Dec. II, pl. II, p. 3; SALT. Mon. Brit. Trilob., p. 197, pl. XXVI, f. 3 4.	Hel (—Kind).	×	—	Brit.
I. Roemeri [1]) VOLBORTH 1864.	Neue ehstl. Illænen, p. 7, tab. II, f. 12—16, (excl. f. 15?); [*I. grandis* + *I. crassicauda* ROEM. 1861, Sadew. Diluv.-Gesch., p. 69, 70, taf. VIII, f. 3, 4]	Hel.	×	-	R. T.
I. Salteri BARRANDE 1852.	Syst. Sil. de Boh., p. 685, pl. 35, f. 9—20	Hel. Rostr.	×	-	Bh.
I. Schmidti NIESZKOWSKI 1857.	Mon. der Trilob., p. 580, tab. I, f. 10—12	Hel.	×	—	R. T.
I. scrobiculatus HOLM 1883. Taf. I, f. 16.	— — — — — —	Hel.	×	—	Sv.
I. sphæricus HOLM 1883. Taf. I, f. 12—15; taf. IV, f. 30.	— — — — — —	Hel.	×	—	Sv.
I. tauricornis KUTORGA 1848.	Einige balt. sil. Trilob., p. 288, taf. VIII, f. 1 *a*—*c*, 2 *a*	Hel.	×	—	R. T.
I. triodonturus VOLBORHT 1863.	Russ. Trilob., p. 24, fig. 1—2 [2])	Hel.	×	—	R.

[1]) Då namnet *I. grandis* redan 1859 är af BILLINGS gifvit åt en annan art, måste detta ROEMER'S namn, om ock ej på den af VOLBORTH anförda grunden, ersättas af ett annat.

[2]) Månne ej grundad på ett skadadt exemplar af *I. Esmarkii* (SCHLOT.)?

Artnamn.	Beskrifning och afbildning	Kända kropps-delar.	Silur-form. Under.	Silur-form. Öfver.	Utbredning.
I. tumidifrons BILLINGS 1865.	Pal. foss., 278, f. 264 *a—b*	Hel.	×	—	Am.
I. Wahlenbergii (EICHWALD) 1825 [1].	*Cryptonymus Wahlenbergii* EICHW. De Trilob. observ., p. 50, Tab. IV, f. 3 *a*, 3 *b*	Hel.	×	—	R. T.
I. vindex BILLINGS 1865.	Pal. foss., p. 179, f. 160 *a—b*	Hel.	×	—	Am.
I. vivax HOLM 1883. Taf. VI, f. 1—7.	— — — — — —	Hel.	×	—	Sv.
I. Zeidleri BARRANDE 1872.	Syst. Sil. de Boh. Suppl., p. 74, pl. III, f. 20—29	Hel. Hyp. Rostr.	×	—	Bh.

Grupp 2. *Thoraxleder 9.*

Artnamn.	Beskrifning och afbildning.	Kända kropps-delar.	Silur-form. Under.	Silur-form. Öfver.	Utbredning.
I. Angelini HOLM 1883. Taf. IV, f. 29.	— — — — — —	Hel.	×	—	Sv.
I. Bowmanni SALTER 1848.	Mem. geol. Surv. Great Brit., vol. 2, pars. I, p. 339, pl. VIII, f. 1—3; SALT. Mon. Brit. Trilob., p. 185, pl. XXVIII, f. 6—13, pl. XXX, f. 6.	Hel.	×	×	Brit.
I. centrotus (DALMAN) 1826. Taf. IV, f. 1—12.	*Asaphus (I.) Centrotus* DALM. Palæaderna, p. 248, Tab. V, f. 1 *a—c*; *Dysplanus centrotus* VOLB. Russ. Trilob., p. 26, taf. III, f. 1—12	Hel. Hyp. Rostr.	×	—	Sv. N. R.
I. Linnarssonii HOLM 1883. Taf. IV, f. 13—27; Taf. V, f. 1—8; Taf. VI, f. 15.	*I. Rudolphii*, EICHW. Lethæa Rossica, p. 1482, Tab. LIII, f. 6 *a—c*	Hel. Hyp.	×	—	Sv. R.
I. nexilis SALTER 1867.	Mon. Brit. Trilob., p. 191, pl. XXX, f. 4, 5	Hel (—Kind) Rostr.	×	—	Brit.

[1]) Upptagen på FR. SCHMIDT's auktoritet. Rev. der ostbalt. sil. Trilob., p. 19, 21.

Artnamn.	Beskrifning och afbildning.	Kända kroppsdelar.	Silurform. Under.	Silurform. Öfver.	Utbredning.
I. Panderi BARRANDE 1852.	Syst. Sil. de Boh., p. 682, pl. XXX, f. 4—11, pl. XXXV, f. 21—25	Hel.	×	—	Bh.
I. Thomsoni SALTER 1851.	Quart. Journ. Geol. Soc., vol. VII, p. 171, pl. IX, f. 3; SALT. Mon. Brit. Trilob., p. 188, pl. XXVIII, f. 2—4, pl. XXX, f. 8—10	Hel,(K. ofullständ.)	×	×	Brit.
I. Wahlenbergianus BARRANDE 1852.	Syst. Sil. de Boh., p. 684, pl. XXXIV, f. 19—25	Hel. Hyp. Rostr.	×	—	Bh. Aus.?

Grupp 3. *Thoraxleder 8.*

Artnamn.	Beskrifning och afbildning.	Kända kroppsdelar.	Silurform. Under.	Silurform. Öfver.	Utbredning.
I. Beaumonti (ROUAULT) 1847.	*Nileus Beaumonti* ROUAULT, Mém. sur les Trilob., p. 321, pl. III, f. 2	Hel.	×	—	Fr.
I. Conradi BILLINGS 1859.	Can. Nat and Geol., p. 372, f. 7—9	Hel.	×	—	Am.
I. Hisingeri BARRANDE 1846.	Nouv. Trilob., p. 14; BARR. Syst. Sil. de Boh., p. 681, pl. XXIX, f. 25—29	Hel.	×	—	Bh.
I. Lewisii SALTER 1867.	Mon. Brit. Trilob., p. 183, pl. XXVI, f. 2, 2 *a—b*	Hel.	×	—	Brit.
I. lineatus (ANGELIN) 1854.	*Rhodope lineata* ANG. Pal. Scand., p. 39, Tab. XXII, f. 17. 17 *a—b*	Hel.	×	—	Sv.
I. megalophthalmus (LINNARSSON) 1869. Taf. VI, f. 12—14.	*Panderia megalophthalma* LINRS. Vesterg. Cambr. o. Sil. aflagr., p. 78, Taf. II, f. 45	Hel.	×	—	Sv. D.
I. minimus (VOLBORTH) 1863.	*Panderia minima* VOLB. Russ. Trilob., p. 34. Tab. III, f. 18—19	Hel.	×	—	R.

Artnamn.	Beskrifning och afbildning.	Kända kropps-delar.	Silur-form. Under.	Silur-form. Öfver.	Utbredning.
I. Sanchezi DE VERNEUIL & BARRANDE 1855.	Foss. sil. d'Almad., p. 43, pl. XXV, f. 7	Hel.	×	—	Sp.
I. triquetrus VOLBORTH 1863.	*Panderia triquetra* VOLB. Russ. Trilob., p. 32., Tab. III, f. 13—17	Hel.	×	—	R.

Grupp 4 (provisorisk). *Thoraxledernas antal okändt.*

Artnamn.	Beskrifning och afbildning.	Kända kropps-delar.	Silur-form. Under.	Silur-form. Öfver.	Utbredning.
I. æmulus SALTER 1867.	*I. (Dysplanus) æmulus* SALT. Mon Brit. Trilob., p. 187, pl. XXVIII, f. 5	Pyg.	—	×	Brit.
I. angusticollis BILLINGS 1859.	Can. Nat. and Geol., p. 376, f. 10 (p. 377)	Hf.	×	—	Am.
I. aratus BARRANDE 1872.	Syst. Sil. de Boh. Suppl., p. 68, pl. XIV, f. 43—44	Hf. Pyg.	×	—	Bh.
I. arcturus HALL 1847.	Pal. New-York, Vol. I, p. 23, pl. IV bis, f. 12	Hf.	×	—	Am.
I. arcuatus BILLINGS 1865.	Pal. foss, p. 279, f. 265	Hf.	×	—	Am.
I. bohemicus BARRANDE 1872.	Syst. Sil. de Boh. Suppl., p. 68, pl. XI, f. 12	Hf. Pyg. Th-l.	×	—	Bh.
I. brachyoniscus SALTER 1865.	Pal. of Niti, p. 4, pl. I, f. 12	Th-l. Pyg.	×	—	Him.
I. calvus BARRANDE 1872.	Syst. Sil. de Boh. Suppl., p. 71, pl. VI, f. 11—12	Hfm.	×	—	Bh.
I. clavifrons BILLINGS 1859.	Can. Nat. and Geol., p. 379	Hfm.	×	—	Am.
I. conifrons BILLINGS 1859.	Cat. Nat. and Geol., p. 378, f. 11 *a—b*	Hfm.	×	—	Am.
I. consobrinus BILLINGS 1865.	Pal. foss., p. 280, f. 266 *a—b*, f. 320*a—c*	Hf.	×	—	Am.

Artnamn.	Beskrifning och afbildning.	Kända kropps-delar.	Silur-form. Under.	Silur-form. Öfver.	Utbredning.
I. daytonensis HALL & WHITFIELD 1875.	Rep. geol. surv. Ohio, Vol. II, Part. II, p. 119, Tab. V, f. 14—16	Hfm. Pyg.	—	×	Am.
I. distinctus BARRANDE 1852.	Syst. Sil. de Boh., p. 687, pl. XXIX, f. 23—24	Hf. Pyg. Th-l.	×	—	Bh.
I. Eichwaldii STEINHARDT 1874.	In preuss. Gesch. gef. Trilob., p. 49, taf. IV, f. 7 *a—d*	Hf. Rostr.	×	—	Ty.
I. fraternus BILLINGS 1865.	Pal foss., p. 276, f. 262 *a—b*	Hf. Pyg.	×	—	Am.
I. gigas HOLM 1883. Taf. I, f. 1—11, taf. VI, f. 9—10.	— — — — — —	Hf. Hyp. Rostr. Pyg.	×	—	Sv.
I. grandis BILLINGS 1859.	Can. Nat. and Geol., p. 380	Pyg.	×	—	Am.
I. imperator HALL 1861.	Rep. of Progr. Wis. Surv., p. 49; HALL 20 Reg. Rep. univ. New-York, p. 332, pl. XXII (XIII), f. 15—17, pl. XXIII (XIV), f. 2—3	Hfm. Pyg.	—	×	Am.
I. incertus BILLINGS 1865.	Pal. foss., p. 332, f. 319 *a—b*	Hf. Pyg.	×	—	Am.
I. latidorsatus HALL 1847.	Pal. New-York, Vol. I, p. 230, pl. LX, f. 6 *a—b*	Hfm. Th-l.	×	—	Am.
I. muticus (VOLBORTH) 1863.	*Dysplanus muticus* VOLB. Russ. Trilob., p. 31	Hf. Pyg.	×	—	R.
I. oblitus BARRANDE 1872.	Syst. Sil. de Boh. Suppl., p. 73, pl. XV, f. 44—45	Hfm.	×	—	Bh.
I. ocularis SALTER 1849.	Mem. geol. Surv. Unit. Kingd., Dec. II, pl. II, p. 4.; SALT. Mon. Brit. Trilob., p. 198, pl. XXIX, f. 7—8, (9?)	Hf. Th-l.	×	—	Brit.
I. orbicauda BILLINGS 1859.	Can. Nat. and Geol., p. 379	Pyg.	×	—	Am.
I. parvulus HOLM 1883. Taf. V, f. 9—14.	— — — — — —	Hf. Pyg. Th-l.	×	—	Sv.
I. puer BARRANDE 1872.	Syst. Sil. de Boh. Suppl., p. 73. pl. XIV, f. 39—42	Hf. Pyg. Th-l.	×	—	Bh.
I. punctuosus SALTER 1865.	Pal. of Niti, p. 5, pl. I, f. 10—10 *a*, 11	Hf.	×	—	Him.

Artnamn.	Beskrifning och afbildning.	Kända kroppsdelar.	Silurform. Under.	Silurform. Öfver.	Utbredning.
I. simulator BILLINGS 1865.	Pal. foss., p. 327, f. 315	Hf. Pyg.	×	—	Am.
I. taurus HALL 1861.	Rep. of Progr. Wis. Surv., p. 49	?	×	—	Am.
I. transfuga BARRANDE 1852.	Syst. Sil. de Boh., p. 688, pl. XXX, f. 1—3	Pyg.	×	—	Bh.
I. tuberculatus HOLM 1883. Taf. V, f. 25—26.	— — — — — —	Pyg.	×	—	Sv.

II. Subgenus Bumastus (MURCH.).

Grupp 1. *Thoraxleder 10.*

Artnamn.	Beskrifning och afbildning.	Kända kroppsdelar.	Silurform. Under.	Silurform. Öfver.	Utbredning.
I. barriensis (MURCHISON) 1839.	[*Bumastus Barriensis* MURCH. Sil. System, p. 656, (fig. excl.)]; SALT. Mon. Brit. Trilob., p. 203, pl. XXVII, f. 1—5	Hel. Rostr.	—	×	Sv. Brit. R. Am.?
I. Bouchardi BARRANDE 1846.	Not prelim., p. 49.; BARR. Syst. Sil. de Boh., p. 689, pl. XXXIV, f. 26—38	Hel. Rostr. Hyp.	—	×	Bh.
I. insignis HALL 1865.	20 Reg. Rep. univ. New-York, p. 331, f. 5—6, pl. XXII (XIII), f. 13—14.; SALT. Mon. Brit. Trilob., p. 207, pl. XXVII, f. 6—7	Hel. Hyp.	—	×	Sv. Brit. Am.
I. ioxus HALL 1865.	20 Reg. Rep. univ. New-York, p. 378, pl. XXII XIII), f. 4—10, 11?, pl. XXIII (XIV), f. 1: [*I. barriensis* HALL Pal. New-York, Vol. II, p. 302, pl. LXVI]	Hel. Rostr.	—	×	Am.
I. Milleri BILLINGS 1859.	Can. Nat. and Geol., p. 375, f. 10	Hel.	×	—	Am.

Grupp. 2. *Thoraxleder 9* [1]).

Artnamn.	Beskrifning och afbildning.	Kända kropps-delar.	Silur-form. Under.	Silur-form. Öfver.	Utbredning.
I. trentonensis (EMMONS) 1842.	[*Bumastis trentonensis* EMM. Geol. Rep., p. 390, f. 1.]; HALL, Pal. New-York, Vol. I, p. 230, pl. LX, f. 5	Hel.	×	—	Am.

Grupp 3 (provisorisk). *Thoraxledernas antal okändt.*

Artnamn.	Beskrifning och afbildning.	Kända kropps-delar.	Silur-form. Under.	Silur-form. Öfver.	Utbredning.
I. armatus HALL 1865.	20 Reg. Rep. univ. New-York, p. 330, f. 3—4, pl. XXII (XIII), f. 1—3	Hf. Pyg.	—	×	Am.
I. carinatus SALTER 1867.	Mon. Brit, Trilob., p. 209, pl. XXVII, f. 8—9	Hf.	—	×	Brit.
I. cornigerus HALL & WHITFIELD 1872	24 Reg. Rep. univ. New-York, p. 186, pl. XIII, f, 20—21, (pl. åtföljande 27 Reg. Rep. etc.)	Hf. Thorax?	—	×	Am.
I. cuniculus HALL 1867.	20 Reg. Rep. univ. New-York, p. 377, pl. XXII (XIII), f. 12	Hfm.	—	×	Am.
I. franconicus (MÜNSTER) 1840.	*Bumastus Franconicus* MÜNST. Beitr. zur Petref., Vol. III, p. 42, pl. V, f. 17—18	Pyg.	—	×	Bay.

[1]) Denna grupp kan möjligen komma att utgå, om det skulle visa sig att arter af Subgen. *Bumastus* med 9 thoraxleder ej förekomma. *I. (B.) insignis* HALL och *I. (B.) Milleri* BILL. hafva förr afbildats med 9 thoraxleder, men rätta antalet 10 är numera hos dem konstateradt. Hos *I. (B.) trentonensis* (EMMONS) uppgifves ej deras antal i någon beskrifning, men på HALL'S figur är deras antal 9. Se BARR. Syst. Sil. de Boh., p. 680.

Artnamn.	Beskrifning och afbildning.	Kända kroppsdelar.	Silurform. Under.	Silurform. Öfver.	Utbredning.
I. graftonensis MEEK & WORTHEN 1870.	New. foss. from Pal. rocks, p. 54	Hfm.	—	×	Am.
I. indeterminatus WALCOTT 1879.	31 Reg. Rep. univ. New-York [1]), p. 70	Hf. Pyg. Th-l.	×	—	Am.
I. Maccallumi SALTER 1867.	Mon. Brit. Trilob., p. 210, pl. XXVIII, f. 1, pl. XXX, f. 2—3	Hf. Pyg. Th-l.	×	×	Brit.
I. tardus BARRANDE 1852.	Syst. Sil. de Boh., p. 691, pl. XXXIV, f. 39	K.	—	×	Bh.

Anmärkning. Följande förkortningar hafva i ofvanstående tabeller användts för de kända kroppsdelarne: Hel = Hufvudet (medelskölden och de fria kinderna), thorax och pygidiet fullständigt kända; Hel (-Kind) = föregående, men de fria kinderna äro ej kända; Hf. = Hufvudet; Hfm = Hufvudets medelsköld; K. = Den fria kinden; Rostr. = Rostrum; Hyp. = Hypostomat; Th-l. = Thoraxleder kända, men thorax ej fullständig; Pyg. = Pygidiet.

Öfversigt af arternas antal.

I. Subg. *Illænus* DALM.	—	85
Grupp 1. Thoraxleder 10	37	—
» 2. » 9	8	—
» 3. » 8	9	—
» 4 (provisorisk). Thoraxledernas antal okändt	31	—
II. Subg. *Bumastus* (MURCH.)	—	15
Grupp 1. Thoraxleder 10	5	—
» 2. » 9	1	
» 3 (provisorisk). Thoraxledernas antal okändt	9	—
	—	100

[1]) MILLER, Catalogue, p. 219, uppgifver felaktigt 29th Reg. Rep.

Artbeskrifning.

I. Subgenus **Illænus** DALM.

1 Afdeln. Ögon finnas.

Grupp 1. *Thoraxleder 10* [1]).

---

1. Illænus Esmarkii (SCHLOTHEIM) 1826 [2]).

Taf. III, fig. 1—10, taf. VI, fig. 8.

1821. *Entomostracites crassicauda* WAHLENB., Add. ad petrif. Svec., p. 294, tab. VII, fig. 5, 6.

---

[1]) Ehuru hos *I. gigas* HOLM och *I. tuberculatus* HOLM thorax ej är känd, föras de dock här nedan till denna grupp för att ej skiljas från närstående arter, då hos dem med största sannolikhet thoraxledernas antal är 10.

[2]) Då namnet *crassicauda* såsom med rätta tillkommande en annan art (se utredningen af denna fråga i mina nedan citerade uppsatser från 1880), ej kan användas för denna och det är sannolikt, att, om ock ej alla, åtminstone någon eller några af de arter, EICHWALD redan 1825 uppställt i »De Trilob. observ», äro identiska med denna art, kunde tyckas, att något af dessa namn borde upptagas i stället för *Esmarkii* SCHLOT., som är gifvet ett år senare. Orsaken, hvarför jag för närvarande ej ansett mig böra eller kunna göra detta, är, att EICHWALD'S såväl beskrifningar som figurer äro ytterst ofullständiga och otillfredsställande. Utan tillgång till originalexemplaren kan någon säker identifiering derför ej ega rum, så mycket mera som ytterligare osäkerhet och förvirring inträdt derigenom, att EICHWALD sedermera i »Lethæa rossica», åtminstone i några fall, synes hafva användt sina namn från 1825 på helt andra arter än de ursprungliga. Då af Akademikern FRIEDRICH SCHMIDT i Petersburg, hvilken har tillgång till de EICHWALD'SKA originalexemplaren, en bearbetning af de Ostbaltiska *Illæniderna* i andra afdelningen af hans »Rev. der ostbalt. sil. Trilob.» är utlofvad att med snaraste utkomma, så är att hoppas att EICHWALD'S arter derstädes af SCHMIDT'S erfarna hand fullständigt skola blifva utredda. I första afdelningen af ofvan citerade arbete uppräknar SCHMIDT i en öfversigt af de Ostbaltiska siluriska bildningarna i Ehstland etc. från **B**, *Glauconitkalk* och *Vaginatenkalk*, *I. Wahlenbergii* (EICHW.), samt från **C** 1, *Echinosphæritenkalk*, *I. Dalmani* VOLB. Häraf skulle man kunna misstänka, att den hos oss i Orthocerkalken förekommande arten vore identisk med samt borde hafva namnet *I. Wahlenbergii* (EICHW.), under det att *I. Dalmani* VOLB., såsom förekommande på en högre nivå, vore en annan art samt borde sökas i öfversta delen af vår Orthocerkalk eller i Chasmops- och Cystidékalken. Huru härmed förhåller sig, kan jag tyvärr ej afgöra, utan får jag hänvisa till SCHMIDT'S kommande utredning.

VOLBORTH'S åsigt i hans granskning af de EICHWALD'SKA Illænusarterna, att nästan alla skulle sammanfattas under författarnes *I.*

1826. *Trilobites Esmarkii* SCHLOT., Beschreib. Trilob., p. 315, Taf. I, fig. 8 *a—c*.
1827. *Asaphus* (*Illænus*) *crassicauda* DALM., Palæaderna, p. 250 (65), tab. V, fig. 2 *a—f*.
1829. *Trilobites Esmarchi* BOECK, Læren om Trilob., p. 40.
1830. *Illænus crassicauda* PAND., Beitr. zur Geogn. d. russ. Reichs., p. 137, tab. IV, fig. 7, 10, 11, tab. IVc, fig. 23—29, tab. V, fig. 9 *a—d*.
1835. — — SARS, Einige neue od. unvollst. bek. Trilob., Spalt 341, Taf. IX, fig. 10.
1837. — — HIS., Lethæa Svecica, p. 17, tab. III, fig. 5.
1840. *Isoteles* — MILNE EDWARDS, Crust. foss., p. 300.
1843. *Illænus* — BURM., Organ. der Trilob., p. 119, Taf. V, fig. 2 *a—c*.
1854. — — ANG., Pal. Scand., p. 41, Tab. XXIV, f. 2, 2 *a*.
1857. — — NIESZK., Mon. der Trilob., p. 583.
1863. — — & *var. Dalmani* VOLB., Russ. Trilob., p 10, 13, Taf. I, fig. 2—12, Taf. II, fig 1—6, 7—13.
1874. — — *forma typica s. Dalmani* STEINH., In preuss. Gesch. gef. Trilob., p. 42, Taf. III, fig. 12 *a—c*. [1]).

---

crassicauda jemte hans *var. Dalmani* (VOLB., Russ. Trilob., pag. 15, och Ueber EICHWALD'S Beitr. zur Kenntn. d. Ill.), kan jag ej biträda. Detta så mycket mindre som FR. SCHMIDT, hvilken granskat EICHWALD'S originalexemplar, i ofvan anförda afhandling, pag. 3, förklarar, att VOLBORTH i många fall fullkomligt misstagit sig. I min afhandling »Anteckningar om WAHLENBERGS Illænus crassicauda» har jag upptagit det af VOLBORTH gifna namnet *I. Dalmani* såsom varande det enda användbara, jag då kände. Emellertid har jag sedermera funnit, att SCHLOTHEIM redan 1826 i en uppsats i tidskriften Isis för detta år (se nedan) beskrifvit och afbildat en trilobit, som han först erhållit från Kristiania af professor ESMARK, sedermera från Reval, hvilken han kallat *Trilobites Esmarkii*. Beskrifningen är visserligen mycket ofullständig, men figurerna, ehuru ganska groft utförda, visa dock, att det är författarnes *I. crassicauda* eller den art, som WAHLENBERG afbildat i Add. ad petrif. Svec. Detta bestyrkes af lokaluppgiften Kristiania. SCHLOTHEIM var likväl af annan åsigt. Han säger nemligen: »Eben so wenig möchte er zu *Entomostr. crassicauda* WAHLENB. additamenta ad petrific. tellur. Svecan., pag. 294, T. VII, f. 5, 6 in act. soc. reg. upsal. Vol. VIII gehören». »Seine Darstellung müsste denn so ausserordentlich verfehlt seyn, dass man ein ganz anderes Geschöpf vor sich zu haben glaubte». Jemför man WAHLENBERG'S fig. 5 och SCHLOTHEIM'S fig. 8 b., så förefaller detta SCHLOTHEIM'S yttrande rätt oförklarligt. Båda figurerna öfverensstämma nemligen förunderligt väl. *I. Esmarkii* (SCHLOT.) identifieras äfven af BARRANDE med *I. crassicauda*, (Syst. Sil. de Boh., p. 670), och af BOECK anföres den såsom allmän i kalklagren vid Kristiania, (Læren om Trilob., p. 40).

[1]) Huruvida fig. 11—12, Taf. V, höra hit, vågar jag hvarken förneka eller påstå, då jag ej sett originalexemplaren. Mera tvifvel under-

1880. *Illænus Dalmani* & *var. Volborthi* HOLM, Ant. om WAHLENB. Ill. crass., p. 16.
1880. — — & *var. Volborthi* HOLM, Bemerk. über Ill. crass. WAHLENB., p. 570.
1882. — — BRÖGG., Die sil. Et. 2 und 3, p. 97.

Caput lunatum, frontali margine æque arcuato, convexissimum, æque arcuatum vel flexu maximo ante oculos, partibus lateralibus convexis genisque abrupte declivibus, angulis valde rotundatis. Glabella convexa vel convexissima. Sulci dorsuales paulum convergentes, 1/3 longitudinis capitis efficientes. Oculi modici, lunati, a margine occipitali 2/3 longitudinis ipsorum et a sulcis dorsualibus 1/2 latitudinis glabellæ distantes. Sutura facialis post oculos recta, retro, non extrorsum flexa, in margine occipitali excurrens. Genæ modice convexæ, latitudine mediam circiter longitudinem æquante, margine posteriore arcuato, margine exteriore sinu concavo.

Thorax articulis 10, latitudine non plane duplo major quam longitudine. Rhachis æque convexa, 1/2 latitudinis thoracis non occupans, postice angustata, in articulis posterioribus magis quam in anterioribus. Pars plana loborum lateralium angusta, in articulo primo 1/4—1/5, in ultimo 1/2—1/3 latitudinis rhachis ejusdem articuli. Pleuræ apice oblique truncatæ.

Pygidium semicirculare vel semiovatum, superne subapplanatum, margine autem vehementius deflexo. Rhachis triangularis, elevata, lobis lateralibus angustior, non plane dimidiam longitudinem pygidii occupans. Pars recta marginis anterioris loborum lateralium eadem longitudine ac margo posterior fulcri. Anguli oblique et aliquantum truncati. Angulus fulcri cum margine anteriore circiter graduum 120. Fulcrum triangulare, angulo obtuso, margineque exteriore concavo. Fascia convexa, latissima, antice sinu latissimo excavata.

Testa punctata et striis, quæ in pygidio aut cum marginibus subparallelæ aut e rhachi radiantes sunt, ornata.

Beskrifning [1]. *Hufvudet*, då det betraktas ofvanifrån, halfmånformigt med fram- och sidokanterna jemnt böjda, bak-

---

kastad är *I. crassicauda var.*, pag. 43, Taf. III, fig. 14 a—c, Taf. IV, fig. 1—3, Taf. V, fig. 9 a—c, att döma efter figurerna. De synas knappt kunna tillhöra denna art.

[1]) Då denna art i Silurtidens haf under den tid, då Orthocerkalken afsattes, synes hafva varit mycket allmän och förekommit i tallösa massor öfver en ej obetydlig rymd, så kan man redan på förhand vänta

kanten deremot bildas af trenne räta linier, i det den på sidoloberna midt emellan dorsalfårorna och facialsuturens utgångspunkt är trubbvinkligt böjd. Hufvudet starkt konvext med pannan höjande sig starkt öfver de fasta kinderna, som äro ganska konvexa och betydligt slutta åt sidorna. De fria kinderna äro nästan rätvinkligt nedböjda. Hufvudet är antingen jemnt hvälfdt, då de fria kinderna bilda en jemn båge med de fasta, och pannans böjning jemnt öfvergår i böjningen hos hufvudets främre del, eller ock bildas en tydlig vinkel. De fasta kinderna äro då ej så starkt konvexa. I detta senare fall ligger hufvudets starkaste böjning något framom ögonen och obetydligt bakom hufvudets midt. Pannan och hufvudets främre del bilda då med hvarandra nästan en rät vinkel. I förra fallet äro dorsalfårorna tydligare, samt pannan starkare konvex, och hufvudet synes vara längre, då det betraktas ofvanifrån, än i det senare. Det är på denna olikhet jemte pygidiets större eller mindre längd som VOLBORTH grundat sin hufvudform (den längre), och *var. Dalmani* (den kortare formen). Pannan baktill af sidolobernas bredd, den når något framom ögonen.

Dorsalfårorna ganska markerade, ej derigenom att de i och för sig äro djupa, utan emedan pannan starkt höjer sig öfver sidoloberna, framåt konvergerande, men böjande sig innan de försvinna, så att de blifva parallela, eller något, fast obetydligt, utåt böjda. De nå $^1/_3$ af hufvudets längd. Ögonen medelstora, liggande nära bakkanten, samt närmare dorsalfårorna än hufvudets hörn. Deras afstånd från de förra ungefär lika med $^1/_2$ af pannans bredd mellan dem, samt från hufvudets bakkant omkring $^2/_3$ af deras egen längd. Ögonloberna temligen starkt framspringande, ej fullt betäckande ögonen ofvantill. Då hufvudet ses från sidan, bildar facial-

---

sig, att den skulle varit underkastad ganska betydliga variationer. VOLBORTH, som utförligast och grundligast behandlat den, har ock visat, att så varit förhållandet. De tvenne former, en bredare och en längre, som denne författare urskilt, äro, såväl enligt honom som enligt mina egna iakttagelser, förbundna genom öfvergångsformer och BRÖGGER har äfven i Norge funnit detsamma. Då förhållandet är sådant, anser jag mig ej kunna, såsom VOLBORTH, klyfva sönder densamma. En karaktär, i hvilken jag länge trodde mig finna en varietetsskilnad, men som vid erhållande af rikligare material äfven visat öfvergångar mellan båda ytterligheterna, är terrasslinernas anordning på pygidiet. Hos den kortare formen utgå de i allmänhet radierande från rhachis, hos den längre äro de mer eller mindre parallela med pygidiets kanter.

suturen framom och bakom ögat nästan en rät vinkel. Framom ögat är den starkare eller svagare S-formigt böjd med skarpaste böjningen strax framom ögat, bakom detsamma är den rak samt riktad rakt bakåt eller något inåt. Den spets, i hvilken de fasta kinderna utlöper, är ej så smal som hos *I. gigas* och *I. sphæricus*. De fria kinderna medelmåttigt konvexa, ej med bakre delen nedböjd, till formen något vexlande, kortare eller längre, men i allmänhet med bredden ungefär lika stor med medellängden. Någon så stor skilnad i form, som, enligt VOLBORTH'S figurer 1 och 7 på Taf. II, skall förekomma hos de ryska varieteterna, har jag aldrig iakttagit, utan intaga de svenska exemplaren derutinnan en förmedlande ställning. Bakkanten ungefär af samma längd som utkanten, stundom kortare, ganska starkt och jemnt böjd samt öfvergående i utkanten. Denna något konkav genom en urbugtning, i det den omböjda kanten är försedd med en snedt tvärgående fåra för emottagandet af pygidiets kant vid hoprullningen. De fria kindernas längst utskjutande del och starkaste böjning ligger ungefär i jemnbredd med ögats främre del. Ögonytan halfmånformig, med bredden $^1/_3$ af längden, ej fullt, men nästan vertikalt ställd. Någon facettering har jag ej kunnat iakttaga, då skalet derstädes alltid varit mer eller mindre skadadt. Hufvudets framkant med skarpt framspringande falslinie, som sträcker sig från den ena fria kindens tvärfåra till den andras, samt bildande den fals, i hvilken vid sammanrullningen pygidets kant griper in.

Rostri tvärdimension är stor, längddimensionen deremot är ganska kort. Framkanten bågböjd, bakkanten något läppformigt utdragen [1]).

Hypostomat. Bland den stora mängd exemplar, som stått mig till buds, har jag ej funnit något med hypostomat blottadt. Ej heller har det lyckats mig mejsla fram detsamma i beskrifbart tillstånd, enär stenen alltid mycket fast häftat vid hypostomats skal, så att det ej kunnat lösgöras. Vid genomsnitt af hufvudet har jag deremot fått fram det i profil, sittande på sin plats, högt upp alldeles intill hufvudets framsida. Det beskrefs och afritades först af SARS [2]), sedermera af VOLBORTH [3])

[1]) Se vidare angående rostrum: VOLB. Russ. Trilob., p. 3—4, taf. I f. 3—4.

[2]) SARS. Einige neue od. unvollst. bek. Trilob., Spalt 341, Taf. IX, fig. 10. PANDER hade redan förut lemnat en teckning af ett ytterst defekt hypostoma, sittande på sin plats.

[3]) VOLB. Russ. Trilob., pag. 4, Taf. I, fig. 4—6.

och nödgas jag hänvisa till dessas beskrifning och figurer, ehuru jag ej haft tillfälle att kontrollera dem [3]).

Thorax bestående af 10 leder. Dess bredd ej fullt dubbelt så stor som längden. Rhachis konvex, jemnt hvälfd, dess bredd ej fullt hälften af thorax bredd, bakåt afsmalnande, svagare framtill, något starkare baktill. Sidolobernas inre, plana del smal, bakåt i bredd tilltagande, så att den på första leden endast är $^1/_4$—$^1/_5$, på den sista $^1/_3$—$^1/_2$ af rhachis bredd på samma led. Sidolobernas yttre del är skarpt nedåt och bakåt böjd. Den aftager bakåt något i bredd, men är på alla lederna bredare än den inre, plana delen. I spetsen äro pleuræ snedt tvärhuggna. Facetterna stora.

Pygidiet halfcirkelformigt eller semiovalt, med längden $^2/_3$—$^3/_4$ af bredden. Dess mellersta del är något nedplattad, den yttre deremot starkare konvex och nedböjd. Rhachis triangulär, nästan bildande en liksidig triangel, och nående ej fullt till pygidiets midt. Den är under hela sitt lopp begränsad, derigenom att den höjer sig öfver sidoloberna, samt öfvergår baktill i en låg, föga skarp, stundom knappt märkbar köl, som ej når pygidiets bakkant. Den raka delen af sidolobernas framkant nästan lika lång som facettens bakkant. Hörnen temligen tvärt och ej obetydligt afstympade. Facettens vinkel med framkanten 120°. Facetten bildar en trubbvinklig triangel. Dess utkant är något konkav. Pygidiets inre lamell är mycket bred, bakåt vidgande sig, så att den derstädes når spetsen af rhachis och således framom pygidiets midt. Den är konvex. Framtill är den i midten grundt urbugtad. I medellinien löper en grund fåra, som ej uppnår bakkanten.

Skalet är glatt, stundom glänsande. Skulpturen utgöres dels af små grunda gropar, temligen glest spridda öfver hela skalets yta, dels och isynnerhet af raka, eller något vågiga terrasslinier, mer eller mindre utvecklade på olika kroppsdelar och hos olika individer. Terasslinierna uppnå hos en del individer en ej vanlig utveckling, isynnerhet på pygidiet. På hufvudet förekomma de dels, såsom vanligt, på dettas omböjda kant samt på hufvudets främre del, såväl på medelskölden som på närliggande delar af de fria kinderna, dels på pannan, hvarifrån de stundom öfvergå på de fasta kinderna. På pannan äro de synnerligen starka och tätt ställda, korta, vågiga, gripande in mellan hvarandra, samt hafva en triangulär anordning.

3) Se vidare angående hypostomat hos denna art, p. 20—21.

På thorax har jag hos svenska exemplar endast sällan kunnat iakttaga några terrasslinier, då skalet på denna kroppsdel nästan alltid på ytan varit starkt angripet hos de fullständiga exemplaren från Husbyfjöl och Kungs Norrby. Hos norska, af mig tagna vid Huk och Töjen vid Kristiania, har jag deremot funnit terrasslinier utvecklade på alla thoraxlederna. På rhachis äro de parallela med framkanten, på pleurornas plana del deremot mer eller mindre vinkelräta mot denna, riktade något bakåt och inåt.

På pygidiet saknas terrasslinier aldrig, då skalet är oskadadt. De äro antingen anordnade mer eller mindre parallelt med dess kanter, men bildande en framåt riktad trubbig vinkel i medellinien, eller ock utgå de radierande från rhachis, och bilda i medellinien med hvarandra en allt spetsigare vinkel tills de bakerst blifva parallela och riktade rakt bakåt. I detta senare fall äro de mycket tätt ställda och talrika. På midten af rhachis saknas de vanligen. På facetten saknas de deremot aldrig. Pygidiets inre lamell har dem parallela med kanterna, i medellinien bilda de en framifrån ingående bugt. På hypostomat saknas de enligt VOLBORTH.

Storlek och måttuppgifter. Smärre exemplar äro ytterst sällsynta. Några metamorfoser hafva ej iakttagits, hvarken af VOLBORTH eller af mig. De flesta exemplar, man finner, hafva nästan på millimetern samma storlek, hvilken derföre synes hafva varit artens normala storlek i fullvuxet tillstånd, och är denna densamma hos svenska och ryska exemplar, att döma af VOLBORTH's figurer. Denna storlek finnes här nedan representerad i exemplaren a—d. Större exemplar äro mycket sällsynta. Det största af mig kända är ett pygidium från Dalarne, Utby, hvars bredd uppgår till 54 mm. och längd (proj.) till 35 mm.

a) Helt exemplar från Östergötland, Heda (Ups. univ.).
b) » » » Skåne, Fågelsång (Geol. byr.).
c) » » » Östergötland, Husbyfjöl (Geol. byr.).
d) » » » obekant fyndort (Marklinska saml.).
e) Hufvudets medelsköld från Dalarne, Utby (ipse).
f) Pygidium » » » »

	Mm.					
	a.	b.	c.	d.	e.	f.
Hufvudet.						
Längd (projektion)	26	28	29	30	23	—
» (efter ytan)	35	36	37	41	30	—
Bredd	40	39,5	38	44	—	—
Pannans höjd öfver ögonloberna	6	—	7	6,5	—	—
» bredd mellan ögonen	17	17	18	20	14	—
Ögonens afstånd från hvarandra	34	—	34	38	31,5	—
» » » dorsalfåran	10	10,5	9	11	9,5	—
» » » hufvudets bakkant	3,5	3,8	3,8	4	2,5	—
» » » kindens bakhörn	12,5	12	12,5	15	—	—
Ögats längd	5,5	5,8	6	6	—	—
» bredd	1,5	—	1,5	2	—	—
Fria kindens medellängd	14	14,5	14,5	15	—	—
» » bredd	14	14,5	14,5	17	—	—
Thorax.						
Längd	19	23	23	23	—	—
Bredd på 1:sta leden	35	—	—	—	—	—
» » 10:de »	33	—	35	—	—	—
Rhachis bredd på 1:sta leden	17	17	18	20	—	—
» » » 10:de »	12,5	14	15	16	—	—
Plana delens bredd på 1:sta leden	4,5	4,5	3,5	4,5	—	—
» » » » 10:de »	7	6,5	6	7	—	—
Nedböjda » » » 1:sta »	8,5	—	—	—	—	—
» » » » 10:de »	7,5	—	7	—	—	—
Pygidiet.						
Längd (proj.)	21	28	26	25,5	—	22
» (efter ytan)	—	31	31	30	—	25
Bredd	33	37,5	36	39	—	36
Rhachis bredd	11	12,5	13	14	—	12
Sidolobens raka framkant	7	—	7	7,5	—	7,5
Facettens framkant	—	—	—	—	—	6
» bakkant	7	—	9	8	—	8,5
» utkant	—	—	—	—	—	3,5

Slägtskap. *I. Esmarkii* (SCHLOT.), *I. Bailyi* SALT., *I. Americanus* BILL., *I. gigas* HOLM, *I. sphæricus* HOLM och *I. scrobiculatus* HOLM bilda tillsammans en grupp af nära hvarandra stående arter. Genom *I. Chiron* HOLM bildas en öfvergång till *I. crassicauda* (WAHLENB.). De öfverensstämma deruti, att facialsuturen bakom ögat är rak, ögonen belägna nära hufvudets bakkant, ögonloben ganska framspringande, de fria kindernas bakhörn afrundadt, samt att sidolobernas plana del på thorax är hvarken mycket bred eller mycket smal. Från *I. Esmarkii* skilja sig de öfriga i följande afseenden:

1. *I. Bailyi.* Ögonen mindre och kanske något närmare hufvudets bakkant. De fria kinderna ej så tvärt nedböjda.

Facialsuturen bakom ögat riktad äfven utåt. Thorax med sidolobernas plana del i proportion bredare samt nästan jemnbred. Pygidiet med otydlig, endast framtill markerad rhachis.

2. *I. Americanus.* De fasta kinderna slutta ej mot sidorna, utan bilda med hvarandra en rät linie, då hufvudet ses framifrån. De fria kindernas form olika samt deras hörn ej så bredt afrundadt. Skulpturen på hufvudet bestående af korta vågiga linier.

3. *I. gigas.* Ögon och ögonlober större. Facialsuturen bakom ögat riktad äfven något utåt samt de fasta kinderna utelöpande i en hvassare spets. Dorsalfårorna djupare. Hufvudets framkant afrundad utan falslinie. Fria kinderna nästan plana, längre, med ej så starkt afrundadt bakhörn samt ut- och bakkanten raka. Pygidiet med djupa sidofåror bakom framkanten, samt spår af ribbor på sidoloberna. Skalet chagrineradt, utan terrasslinier på pannan och pygidiet.

4. *I. sphæricus.* Ögon och ögonlober betydligt större. De fria kinderna, hufvudets framkant äfvensom fasta kinderna såsom hos föregående art. Thorax med bredare rhachis. Pygidiet mycket olika, starkt och jemnt hvälfdt, nästan utan rhachis, med sidofåror i framkanten och hörnen ganska starkt och tvärt afhuggna. Pannan och pygidiet utan terrasslinier.

5. *I. scrobiculatus.* Ögon och ögonlober mycket stora samt belägna närmare hufvudets bakkant. Se vidare p. 73.

6. *I. Chiron.* De fasta kinderna samt ögonloberna sänka sig ej åt sidorna samt äro föga lägre än pannan. Facialsuturen bakom ögat riktad mycket starkt utåt. De fria kindernas bakkant rätvinkligt nedböjd samt bakhörnet föga afrundadt. Thorax har sidolobernas plana del bredare. Pygidiets rhachis med konkava sidor. Skalets skulptur är dessutom betydligt olika.

Horisont och utbredning. Denna art är en af den Undre grå Orthocerkalkens allmännaste och mest karakteristiska försteningar, och förekommer talrikt i denna i Östergötland, Dalarne, Småland och på Öland samt i densammas motsvarigheter i öfriga landskap, der Orthocerkalk finnes. Den har tillika den vidsträcktaste utbredningen af alla våra Illænusarter, da den är funnen öfverallt der Orthocerkalk finnes i Sverige, och utom våra gränser är den lika allmän på samma horisont i Norge och ryska Östersjöprovinserna. Enligt STEINHARDT är

den äfven funnen i lösa block i Nordtyskland. På Åland uppgifves den af WIIK att vara funnen i de der förekommande erratiska kalkblocken, men uppgiftens riktighet har jag ej haft tillfälle att kontrollera [1]).

Följande lokaluppgifter öfver dess förekomst i Sverige kunna meddelas: Jemtl. Brunflo s:n (LINRS. Geol. byr.); Dal. Utby, Born, Kårgärde (ipse), Gerse (Riksm.); Ner. Hällebråten (WALMSTEDT), Bäcketorp, Lanna, Yxhult (enl. LINRS.); Österg. Husbyfjöl, Kungs Norrby, Kulla i Flistads s:n (ipse), Skarpåsen (Riksm.), Heda, Berg (Ups. univ.), Borghamn (TÖRNQUIST); Vesterg. Kinnekulle, Falköping, Ranten (enl. LINRS.); Småland, Humlenäs (LINRS. Geol. byr.); Öland, Smedby (Riksm.), Torp och Norra udden (ipse); Skåne, Fogelsång (Lunds univ.). I Norge har jag funnit den vid Töjen och Huk i närheten af Kristiania.

---

2. **Illænus sphæricus** nov. sp.

Taf. I, fig. 12—15, taf. IV, fig. 30.

Caput convexissimum, tertiam circiter partem sphæræ occupans, sulcis dorsualibus brevibus non præter oculos attingentibus, angulis rotundatis. Genæ perpendiculariter deflexæ. Lobi palpebrales permagni, extrorsum valde declives. Oculi magni, a margine postico dimidium longitudinis ipsorum, et a sulcis dorsualibus dimidium latitudinis glabellæ distantes. Sutura facialis post oculos recta, retro, vix extrorsum flexa. Genæ modice convexæ, latitudine mediam longitudinem fere attingente.

Thorax eadem longitudine atque pygidium, longior capite, articulis 10. Rhachis latissima, dimidium latitudinis totius thoracis efficiens, arcuata. Pars plana quinti articuli loborum lateralium $^1/_4$ *latitudinis rhachis.*

Pygidium latum, convexissimum, æque arcuatum, semicirculare, angulis valde truncatis. Rhachis latissima, obscurissima, vix nisi in ipso margine antico perspicua. Sulci dorsuales obsoletissimi.

Testa glaberrima, punctis minutissimis.

---

[1]) WIIK uppräknar neml. *I. crassicauda* WAHLENB. såsom funnen derstädes i »den grå lösare kalkstenen», dock mindre allmän än *Asaphus expansus.* WIIK, Foss. i Ålands sil. kalkst, p. 24.

Beskrifning. *Hufvudet* starkt och jemnt hvälfdt, utgörande omkring $^1/_3$ af en sphär, semiovalt. Bakhörnen afrundade. Dorsalfårorna svaga, korta, ej nående till $^1/_3$ af hufvudets längd. Ögonloberna temligen stora, mycket lägre än pannan, samt jemte de fasta kinderna sluttande starkt åt sidorna. Ögonens afstånd från hufvudets bakkant utgör ungefär hälften af deras egen längd, samt från dorsalfårorna pannans halfva bredd. Hufvudets framkant afrundad, utan någon falslinie. Facialsuturen framom ögat svagt S-formigt böjd, bakom detsamma, då hufvudet ses ofvanifrån, riktad nästan rakt bakåt. Den bildar med bakkanten en temligen spetsig vinkel. De fria kinderna måttligt konvexa, bakkanten icke nedböjd, så att hela deras omkrets kan ses på en gång, femsidiga. Deras bredd är nästan lika så stor som medellängden. Framtill utlöpa de i en ganska lång spets. Inkanten rak eller svagt bågböjd. Utkanten rak, äfvensom bakkanten, jemnt öfvergående i hvarandra. Om ut- och inkanten utdragas, bilda de en vinkel af omkring 80°. Ögat halfmånformigt, tre gånger längre än bredt. Det begränsas utåt af en grund fåra.

Thorax 10-ledad, något kortare än hufvudet, men af pygidiets längd, allt i projection. Dess bredd större än längden. Rhachis mycket bred, utgörande omkring hälften af thorax hela bredd, något bredare på de främre, något smalare på de bakre lederna, jemnt hvälfd, ganska hög, bakåt småningom afsmalnande. Sidolobernas plana del tilltager deremot bakåt i bredd. På 1:sta leden utgör den $^1/_6$, på den 10:de ej fullt $^1/_3$ af rhachis bredd på samma leder.

Pygidiet mindre än hufvudet, halfcirkelformigt, starkt sphäriskt. Dess längd förhåller sig till bredden som 2 till 3. Rhachis mycket svag, knappt tydlig annorstädes än i sjelfva framkanten, bakåt och på sidorna försvinnande och omärkligt öfvergående i sidolobernas konvexitet. Dorsalfårorna ytterst grunda, bakåt strax försvinnande. Rhachis i framkanten mycket bred, ej obetydligt bredare än hela sidoloberna. Raka delen af sidolobernas framkant knappt $^1/_3$ af rhachis bredd, och $^2/_3$ af facettens längd. Pygidiets inre, omböjda lamell bakåt tilltagande i bredd, samt i medellinien bildande en framskjutande spetsig udde.

Skalets skulptur. Skalet är ganska tunnt, slätt, glatt, glänsande, med mycket små, fina, intryckta grunda punkter, knappt iakttagbara för blotta ögat undantagandes på de fria kinderna, der punkteringen är något gröfre. Terrasslinier finnas

endast på hufvudets främre del och de fria kinderna närmast facialsuturen, äfvensom på thoraxlederna, såväl på rhachis som på sidoloberna, mycket svaga terrasslinier, anordnade såsom vanligt.

Storlek och måttuppgifter. Det största pygidiets bredd är 46 mm. Det afbildade exemplaret, taf. I, fig. 12—13, taf. IV, f. 30, det enda fullständiga jag känner, och efter hvilket beskrifningen till hufvudsaklig del är gjord, är betydligt mindre. Det är af mig funnet vid Fjecka i Dalarne. Det har följande dimensioner:

	Mm.
Hufvudet.	
Längd (efter ytan)	35
» (projektion)	27
Pannans bredd baktill	18,5
» höjd öfver de fasta kinderna	2,5
Afståndet från dorsalfåran till ögat	9
Facialsuturens längd bakom ögat	4
Den fria kindens bredd	13
» » » största längd	20
Ögats längd	7
» bredd	2
Thorax.	
Längd	23
Bredd	34
Bredden af rhachis på 1:sta leden	19
» » » » 10:de »	15
» » sidolobernas plana del på 1:sta leden	3
» » » » » » 10:de »	5
Pygidiet.	
Längd (efter ytan)	28
» (projection)	23
Bredd	33
Rhachis bredd	14
Den raka delen af sidolobens framkant	4
Facettens bakkant	7

Slägtskap. Den art, som står *I. sphæricus* närmast, är utan tvifvel *I. Esmarkii* (SCHLOT.), hvilken kanske får anses såsom dess stamform.

Trenne andra arter, som synas närma sig densamma, äro *I. gigas* HOLM, *I. Roemeri* VOLB. och *I. Murchisoni* SALT.

I. Esmarkii skiljer sig genom följande karakterer: rhachis på thorax och pygidiet smalare, ögonloberna mindre, de fria kinderna starkare kullriga och deras utkant ej rak, utan med en

inbugtning, bildad af en deras omböjda kant öfvertvärande fåra, i hvilken pygidiets bakkant vid sammanrullningen passar in, en tydlig i hufvudets framkant löpande falslinie finnes, pygidiet ej så kullrigt, och med fullständig rhachis, pygidiet och pannan med skarpa och tydliga terrasslinier.

I. gigas har pygidiet längre, samt försedt med tydlig rhachis, begränsad af temligen djupa dorsalfåror, äfvensom spår till segmentering på sidoloberna.

I. Roëmeri och *I. Murchisoni* närma sig *I. sphæricus* genom den mycket breda rhachis hos thorax och smala sidolober, samt saknaden af rhachis på pygidiet. Olikheter finnas i kindernas form, ögats afstånd från hufvudets bakkant, samt förekomsten af terrasslinier på pygidiet hos dessa.

Horisont och utbredning. *I. sphæricus* är inskränkt till Chasmopskalken. Med full säkerhet är arten endast funnen i Dalarne, der jag 1880 fann densamma vid Gulleråsen och Fjecka, på detta senare ställe det här beskrifna och afbildade, nästan fullständiga exemplaret. Från samma ställe finnes den både i Riksmuseum och i Geol. byråns samlingar. I Riksmuseum finnas exemplar af den fria kinden och af hufvudets medelsköld, hvilka torde tillhöra denna art, från Vg. Ålleberg.

3. Illænus gigas nov. sp.

Tafl. I, fig. 1—11, taf. VI, fig. 9—10.

Caput convexissimum, semiellipticum, angulis posterioribus rotundatis. Glabella lata, convexissima, supra oculos valde elevata, ad marginem occipitalem latissima. Sulci dorsuales breves, $^1/_4$ longitudinis capitis vix attingentes. Lobi palpebrales modici. Oculi a margine occipitali vix dimidiam longitudinem ipsorum distantes. Sutura facialis angulo acutissimo in marginem occipitalem excurrens. Genæ haud convexæ.

Pygidium longum, semiellipticum, convexissimum, rhachi triangulari, distincta, valde elevata, non carinata, in posteriore parte evanescente, $^2/_5$ longitudinis pygidii attingente. Lobi laterales costis 1—2 obsoletissimis. Anguli paullum truncati.

Hypostoma alis anticis majoribus, truncatis, centrali parte convexissimum, longitudinaliter subcarinatum.

Testa punctata vel scrobiculata.

Beskrifning. *Hufvudet* starkt konvext, dess hvälfning upptager mer än $^1/_3$ af en cirkels omkrets, till formen semielliptiskt. Bakhörnen afrundade. Dorsalfårorna baktill skarpa, endast nående $^1/_4$ af hufvudets längd. Pannan höjer sig ej obetydligt öfver sidoloberna. Ögonloberna medelmåttigt stora. Ögonens afstånd från hufvudets bakkant ungefär hälften af deras egen längd, samt från dorsalfåran hälften af pannans bredd. Facialsuturen är framom ögat S-formigt böjd, bakom detsamma rak eller något böjd utåt. Då hufvudet betraktas ofvanifrån, är den riktad nästan rakt bakåt. Den bildar med hufvudets bakkant en mycket spetsig vinkel.

De fria kinderna föga konvexa, fyrsidiga med ut- och inkanten parallela. Medellängden något större än bredden. Bakkanten rak, jemnt öfvergående i den äfvenledes nästan raka utkanten. Ögonytan halfmånformig. Utåt begränsas ögat af en likaledes halfmånformig insänkning.

Rostrum spolformigt, baktill något utdraget. Ytan är fårad af starka tvärgående terrasslinier. Sidokanterna öfvergå omärkligt i bakkanten.

Hypostomat omvändt triangulärt med basalhörnen starkt afhuggna, bredt, i det bredden är större än längden. Den centrala delen starkt uppsvälld, från sidorna något hoptryckt, så att en afrundad svag köl längs midten uppkommer. De främre vingarne stora, framom den centrala delen knappt sammanstötande, nästan plana, tvärhuggna, så att deras sidokant bildar en rät vinkel med framkanten. Bakom de främre vingarne äro hypostomats sidokanter försedda med en upphöjd rand. De öfvergå baktill i hvarandra, utan att någon egentlig bakkant kan sägas uppkomma. De bakre vingarne små, triangulära, spetsiga, rätvinkligt nedböjda. De fåror, som baktill begränsa den centrala delen, äro på sidorna, vid de främre vingarnes utgångspunkt djupast. Det enda kända, här beskrifna, hypostomat saknar skal.

Thorax ej känd. Sannolikt äro dock thoraxlederna till antalet 10.

Pygidiet likformigt och starkt hvälfdt, semielliptiskt. Största bredden i projection förhåller sig till längden som 5 till 4.

Rhachis, som når till omkring $^{2}/_{3}$ af pygidiets längd och i framkanten är mer än dubbelt så bred som den raka delen af sidolobernas framkant, ganska hög, kullrig, utan spår af köl. Den bildar till formen en liksidig triangel och begränsas på sidorna af tydliga, ehuru föga djupa, bakåt försvinnande dorsalfåror, så att den ytterst baktill knappt eller ej är begränsad. Pygidiets framkant bildar på rhachis en framskjutande båge. Den bakom framkanten förekommande fåran på sidoloberna är ganska djup. Bakom densamma kunna iakttagas vanligen tvenne, ehuru ytterst svaga, ribbor, hvilka dock aldrig saknas. Pygidiets hörn föga afstympade, så att facettytan bildar en mycket trubbig vinkel med sidoloberna föröfrigt.

Facetten bildar en rätvinklig triangel med framkanten dubbelt så stor som utkanten. Facettens framkant är obetydligt längre än den raka delen af sidolobernas framkant. Skalets omböjda del ganska bred, med bredden tilltagande mot medellinien, der den bildar en framskjutande udde. Närmare utkanten en konkavering. I medellinien går en grund fåra. I aftrycket äro de vanliga, med utkanten nästan parallela, terrasslinierna synliga.

Skalets skulptur. Skalets yta, framför allt på de fria kinderna, är chagrinerad af små olikstora, tätt gyttrade grunda gropar. Terrasslinier förekomma på hufvudets främre del längs framkanten och parallela med densamma, såväl på medelskölden som på de fria kinderna. På dessa senares omböjda del och på rostrum äro de isynnerhet utvecklade och starka.

Storlek och måttuppgifter.[1]) Tillhör slägtets största arter.

Hufvudet.	Mm.
Längd (efter ytan)	57
» (projection)	43
Bredd mellan ögonen	47,5
Pannans bredd baktill	25
» höjd öfver de fasta kinderna	5
Afståndet från dorsalfåran till ögat	13
Facialsuturens längd bakom ögat	4
Den fria kindens bredd	22
» » » största längd	37
Ögats längd	9

[1]) Alla de kroppsdelar, hufvudets medelsköld, den fria kinden, hypostomat och pygidiet, af hvilka mått nedan anföras, tillhöra olika exemplar, samt äro från Amtjärnsberget i Dalarne.

	Mm.
Ögats bredd	3
Hypostomats bredd öfver de främre vingarne	24
» längd	20
» centrala dels längd	15
» » » bredd	13,5
» främre vingars bredd	10
Pygidiet.	
Längd (efter ytan)	60
» (projection)	51
Bredd	64
Rhachis bredd	23
Den raka delen af sidolobens framkant	6
Facettens framkant	12,5
» utkant	6

Slägtskap. Hufvudet hos denna art liknar ganska mycket, såväl hvad medelskölden som isynnerhet de fria kinderna beträffar, detsamma hos *I. sphæricus* HOLM. Denna senare skiljer sig genom något större ögonlober och derigenom att den bakom ögonen liggande delen af de fasta kinderna ej är så spetsigt utdragen. Pygidiet deremot är mycket olika. Hos *I. sphæricus* är det betydligt bredare, med föga tydlig rhachis. Någon antydning till segmentering på sidoloberna förekommer ej heller hos denna. I vissa afseenden närmar den sig *I. Esmarkii* och *I. scrobiculatus.* Se härom under dessa arter.

Horisont och utbredning. *I. gigas* förekommer i tvenne lager nemligen i Chasmopskalken och i Leptænakalken. I Chasmopskalk är den funnen på Ålleberg i Vestergötland (tvenne pygidier i Riksm.), samt af LINNARSSON vid Ulfåsa i Östergötland (Geol. byr.) I Leptænakalken i Dalarne har jag funnit alla kroppsdelarne med undantag af thorax, men den synes derstädes vara sällsyntare än *I. Linnarssonii* HOLM och *I. fallax* HOLM. I ett litet kalkbrott, det sydligaste af de, som ligga på andra sidan dalgången midt emot Nitsjö tegelbruks lertag, vid Amtjärnsberget fann jag 1880 flera stora exemplar af densamma. Vissa kalkbankar voro nästan uteslutande uppfyllda af isynnerhet till skalets yta väl bevarade kroppsdelar af denna art och *I. fallax* HOLM. De olika kroppsdelarne funnos aldrig sammanhängande. På intet annat ställe inom Dalarnes Leptænakalk har jag funnit Illænidernas skalyta så väl bibehållen som här.

Vidare har jag funnit den vid Sinksjön, vid Kulsberget samt i ett brott N. om Glistjärn, ehuru ej i så stora exemplar. I HISINGER's samling i Riksmuseum finnes ett litet exemplar af pygidiet från »Glistjerna» af HISINGER etiketteradt »*I. crassicauda*».

4. **Illænus scrobiculatus** nov. sp.[1]).

Taf. I, fig. 16.

Caput convexissimum, ante oculos longissimum et valde deflexum, angulis posterioribus rotundatis. Glabella vix $^1/_3$ *longitudinis capitis attingens, convexissima, supra lobos palpebrales, utroque declives, valde elevata, antice angustata. Lobi palpebrales maximi, a margine occipitali* $^1/_3$ *longitudinis ipsorum circiter distantes. Oculi a sulcis dorsualibus* $^1/_2$ *latitudinis glabellæ distantes. Sutura facialis post oculos recta, valde extrorsum flexa.*

Thorax articulis 10, capite brevior, longitudinis pygidii. Rhachis convexa, perlata, postice angustata, in ultimo articulo $^2/_5$ *latitudinis thoracis circiter attingens.*

Pygidium capite brevius, longitudine $^2/_3$ *latitudinis occupante, modice convexum, superne vix depressum, segmentum ellipsis fere occupans. Rhachis triangularis,* $^1/_3$ *et longitudinis et latitudinis pygidii occupans, distincta et per totam longitudinem fere conspicua. Pars recta marginis anterioris loborum lateralium* $^1/_2$ *latitudinis rhachis. Anguli modice truncati. Fascia postice latior, angulo acuto prominente.*

Testa punctis vel scrobiculis creberrimis.

Beskrifning. *Hufvudet* mycket starkt hvälfdt i riktningen bakifrån framåt, med starkaste böjningen ungefär vid ögonens

---

[1]) Först sedan taflorna i det närmaste voro färdiga beslöt jag mig för att, oaktadt materialets ofullständighet, upptaga denna art. Detta på grund af ett från Geol. byrån mig sändt, visserligen mycket skadadt exemplar, men med hufvudet, thorax och pygidiet sammanhängande. Detta exemplar, funnet af LINNARSSON vid Vikarbyn i Dalarne, visar nemligen att några hufvuden, som jag förut ansett mig böra föra till *I. sphæricus*, i stället höra tillsammans med ett af Lektor TÖRNQUIST vid Fjecka funnet pygidium, hvilket jag visserligen ansett tillhöra en obeskrifven art, men ej trott mig böra beskrifva endast på grund af detta. Någon figur af pygidiet har derföre ej kunnat lemnas.

främre del, hvarifrån det ofta är nästan rätvinkligt nedböjdt. De fasta kinderna och ögonloberna slutta ganska starkt mot sidorna. Hufvudets främre del, framom ögonen, ganska lång. Pannan kort, framåt afsmalnande, ganska kullrig och starkt höjande sig öfver de fasta kinderna. Dorsalfårorna ej synnerligen djupa, men ganska skarpa, svagt S-formigt böjda, framåt konvergerande. De nå nästan ögonlobens främre ända, eller knappt $^1/_3$ af hufvudets längd. Ögonloberna mycket stora. Deras afstånd från hufvudets bakkant endast omkring $^1/_3$ af deras egen längd. Ögonen således belägna nära hufvudets bakkant. Afståndet från ögonen till dorsalfåran utgör $^1/_2$ af pannans bredd mellan dem. Facialsuturen framom ögat såsom vanligt svagt S-formigt böjd, bakom detsamma är den rak, riktad bakåt och starkt utåt. Den fasta kinden bakom ögat utlöper derföre i en ganska hvass och smal spets. De fria kinderna till formen nästan öfverensstämmande med dem hos *I. sphæricus* HOLM, men hörnet kanske något mindre afrundadt. Hufvudets framkant afrundad utan falslinie.

Thorax kortare än hufvudet, men ungefär af pygidiets längd, bestående af 10 leder. Rhachis ganska bred, jemnt och temligen starkt hvälfd, bakåt afsmalnande. På bakersta thoraxleden är dess bredd ungefär $^2/_5$ af thorax hela bredd derstädes. Sidolobens plana del är der knappt bredare än den nedböjda delen samt af rhachis halfva bredd. Böjningen är, på de bakersta lederna åtminstone, temligen svag och föga tvär.

Pygidiet kortare än hufvudet, ganska bredt, till formen bildande en del af en ellips, ofvan och på sidorna svagare, baktill starkare hvälfdt. Dess längd omkring $^2/_3$ af bredden. Rhachis triangulär, fullt nående $^1/_3$ af pygidiets längd, begränsad af svaga, bakerst nästan försvinnande dorsalfåror. Den är dock tydlig ända till sin spets. Framtill utgör dess bredd $^1/_3$ af pygidiets. Framkantens raka del på hvarje sida hälften af rhachis bredd. Ingen eller endast en mycket svag, snedgående fåra bakom framkanten på sidoloben förefinnes. Hörnen obetydligt afstympade. Pygidiets inre omböjda lamell bakåt tilltagande i bredd, så att den i medellinien är bredast och der bildar en skarp, långt framskjutande spets, som nästan når spetsen af rhachis. Den är längs utkanten något konkav. I medellinien löper en fåra.

Skalets skulptur. Skalet är betäckt af tätt ställda, grunda små gropar. Mellan dem är hos mindre exemplar den glatta

skalytan synlig. Hos större deremot blifva groparne ansenligare och sammanflyta stundom något, hvarigenom den glatta skalytan mellan dem nästan försvinner eller endast är synlig såsom ett nätverk, skiljande dem åt. Skalet får då ett ärrigt utseende. Hufvudets hela främre del är betäckt med terrasslinier, som bakåt blifva allt glesare. På sidorna nå de nästan till ögonloberna, men ej så långt bakåt på hufvudets mellersta del. På pannan saknas sådana fullständigt. De torde ej heller förekomma på skalet föröfrigt, undantagandes på thoraxledernas och pygidiets facett, samt på det senares inre, omböjda lamell, der de aldrig saknas.

Storlek och måttuppgifter. Det största pygidiet, som jag känner (från Dalarne, Fjecka, TÖRNQUIST), torde, ehuru ena framhörnet är något skadadt, hafva haft en bredd af omkring 65 mm. Dess längd (projektion) är 46 mm., (efter ytan) 54 mm., rhachis bredd 24 mm., framkantens raka del på sidoloben 12 mm. Ett exemplar från samma ställe tillhörande Marklinska museet i Upsala har följande dimensioner. Hufvudets längd (proj.) 28,5 mm., (efter ytan) 35 mm., pannans bredd mellan ögonen 16 mm., dorsalfåran—ögat 8,5 mm., ögonlobens längd 8 mm., ögonloben—hufvudets bakkant 2,5 mm. Bakersta thoraxledens plana del 6 mm., nedböjda del 7 mm., rhachis bredd på densamma 12 mm. Pygidiets längd (proj.) omkr. 23 mm., bredd 35 mm., rhachis bredd 12 mm., framkantens raka del på sidoloben 6 mm.

Slägtskap. Denna art skiljer sig från *I. Esmarkii* (SCHLOT.), *I. gigas* HOLM och *I. sphæricus* HOLM, hvilka den står närmast, framför allt genom sina mycket stora ögonlober och ögon, samt dessas läge närmare intill hufvudets bakkant, vidare genom facialsuturens starka riktning utåt bakom ögat, samt genom skalets skulptur. Från *I. sphæricus* skiljer den sig dessutom genom pygidiets olika form och hvälfning, samt derigenom att rhachis på så väl detta som på thorax är smalare och sidolobernas inre, plana del på thorax i proportion bredare. Pygidiets rhachis är äfven vida starkare utvecklad, såväl hvad beträffar höjd som begränsning.

Horisont och utbredning. De få, mycket ofullständiga och skadade exemplar, jag känner, äro samtliga från Dalarne.

Sjelf har jag ej med säkerhet funnit den derstädes, men den torde förekomma i Chasmopskalken, dels enligt uppgift af Lektor TÖRNQUIST på etiketten till det af honom funna pygidiet, dels att döma af den åtföljande bergarten hos de öfriga. Arten är der funnen vid Fjecka, enligt det af Lektor TÖRNQUIST godhetsfullt meddelade pygidiet, samt ett nästan fullständigt sammanrulladt, dock betydligt skadadt exemplar tillhörande Marklinska museet i Upsala. Vid Vikarbyn fanns den af LINNARSSON, enligt ett Geologiska byrån tillhörande fullständigt, ehuru mycket skadadt exemplar, som visar att arten har 10 thoraxleder. I Riksmuseum i Stockholm finnes hufvudets medelsköld från Sollerön och Skattungsbyn. Tvenne Riksmuseum tillhörande, ehuru något afvikande, hufvuden från Gerse och Vika torde äfven tillhöra denna art.

---

5. **Illænus vivax** nov. sp.

Taf. VI, fig. 1—7.

Caput latissimum, modice convexum, lobis palpebralibus utroque declivibus, margine frontali lente arcuata angulisque rotundatis. Glabella $^1/_3$ *latitudinis capitis occupans, brevissima, antice coarctata. Sulci dorsuales brevissimi, non profundi. Oculi a margine occipitali longe distantes. Lobi palpebrales paullo excurrentes. Sutura facialis post oculos longissima. Genæ breves, subquadratæ, media longitudine latitudinem post oculos vix superante.*

Thorax articulis 10. Rhachis lata, pleuris latior, postice angustata. Pars plana loborum lateralium angustissima, deflexa autem pars latissima.

Pygidium modice convexum, semicirculare, rhachi latissima, lobis lateralibus latiore, postice evanescente. Pars recta marginis anterioris brevissima, $^1/_3$ *latitudinis rhachis efficiens. Anguli paullo truncati. Fascia perangusta, concava, postice non latior.*

Testa punctata. Pygidium et margo frontalis capitis striis præditi.

Beskrifning. *Hufvudet* mycket bredt, medelmåttigt starkt hvälfdt uti båda riktningarne, med fasta kinderna betydligt lägre än pannan. Hufvudets medelsköld bildar framtill en svag båge.

Glabella bred, omkring $^{1}/_{3}$ af hufvudets hela bredd, kort, framåt afsmalnande, begränsad af de grunda, framåt snart försvinnande dorsalfårorna, som, då skalet är bevaradt, knappt räcka till ögonens midt. Dessa belägna långt ifrån hufvudets bakkant. Ögonloberne medelmåttigt stora, föga utskjutande, framåt med jemn rundning öfvergående i medelsköldens sidokant. Facialsuturen bakom ögonen lång, S-formigt böjd, med största konkaviteten riktad inåt. Dess riktning är nästan rakt bakåt, obetydligt utåt. Framom ögonen är den kort, så att afståndet från ögonlobens midtpunkt till facialsuturens främre utgångspunkt endast uppgår till $1^{1}/_{2}$ gång afståndet från samma punkt till dess utgångspunkt i hufvudets bakkant. Detta senare afstånd är ock lika med ögats afstånd från dorsalfåran. Ögats längd kortare än facialsuturen bakom detsamma.

De fria kinderna temligen kullriga, något qvadratiska, med hörnet starkt afrundadt. Deras största bredd är bakom ögat samt nästan lika stor som medellängden. Utkanten svagt böjd. Bakkanten nästan rak med en svag bugt invid inkanten. Denna är under större delen af sin längd konkav, samt nästan parallel med utkanten. Framkanten svagt S-formigt böjd. Hufvudets framkant afrundad utan falslinie.

Thorax med 10 leder. Dess längd något mindre än halfva bredden. Rhachis bred, bakåt afsmalnande, på 5:te leden obetydligt smalare än hälften af thorax bredd. Sidolobernas plana del smal, bakåt något tilltagande i bredd, på 5:te leden utgörande ungefär $^{1}/_{4}$ af rhachis bredd. Deras nedböjda del bredare, omkring 3 gånger så bred som den plana.

Pygidiet halfcirkelformigt, bredt, med längden omkring $^{2}/_{3}$ af bredden, jemnt, ehuru ej synnerligen starkt, hvälfdt. Rhachis låg, endast vid sin främre del begränsad af de grunda, men breda dorsalfårorna. Bakåt sammanflyter den med sidoloberna. Pygidiets framkant bildar på rhachis en framskjutande båge, som dock på midten visar en grund urbugtning. Rhachis är betydligt bredare än sidoloberna. Dessas raka framkant kort, utgörande ungefär $^{1}/_{3}$ af rhachis bredd. Facettens framkant tre gånger så lång som utkanten. Dess bakkant bildar med den raka delen af sidolobernas framkant en vinkel af omkring 135°. Pygidiets omböjda, inre lamell konkav, smal, bakåt ej bredare, utan snarare något afsmalnande. I medellinien är den hvarken urbugtad eller utlöper i någon spets, samt saknar till och med spår till någon fåra. Terrasslinierna, som äro tem-

ligen glesa, löpa ock oafbrutet från ena sidan till den andra, samt bilda ej heller någon bugt eller vinkel i medellinien.

Skalets skulptur. Nästan endast hos exemplar från Leptænakalken är skalet så väl bevaradt, att skulpturen kan iakttagas. Det är ganska tjockt, med större och mindre, intryckta, grunda, punktformiga gropar. Terrasslinier förekomma på hufvudet längs framkanten, samt på pygidiet, der de i det närmaste äro parallela med kanterna. De saknas aldrig på sidorna om rhachis, närmast framkanten. De äro ganska glesa.

Storlek och måttuppgifter. Det största exemplar, jag känner, är ett fragment af hufvudets medelsköld från Trinucleusskiffern vid Kungslena i Vestergötland (*Ex. b.*), hos hvilket bredden mellan ögonen synes hafva uppgått till omkring 78 mm. Exemplaren från Trinucleusskiffern äro dock i allmänhet betydligt mindre än detta, äfvensom mindre än de från Leptænakalken, hvilka jag haft tillfälle att granska.

	Mm.	
Hufvudet.	*a.*	*b.*
Längd (proj.)	53	—
Pannans bredd baktill	37	—
Ögonlobens längd	10	10
Facialsuturens längd bakom ögat	14	14
» » framom »	25	24
Afståndet från ögat till dorsalfåran	20	19
	c.	*d.*
Den fria kindens bredd bakom ögat	15,5	23
» » » medellängd	16	25?
Pygidiet.	*e.*	*f.*
Längd (proj.)	42	38?
» (efter ytan)	47	—
Bredd	61	61
Rhachis bredd	23	23
Sidolobens raka framkant	8	8
Facettens framkant	11	—
» utkant	4	—
» bakkant	14	14

a. Fragm. af hufvud från Leptænakalk, Dal. Boda (Törnquist).

b. Fragm. af hufvud från Trinucleusskiffer, Vg. Kungslena (Geol. byr.).

c. Fri kind från Trinucleusskiffer, Vg. Kungslena (Geol. byr.).

d. Fri kind från Leptænakalk, Dal. Boda (TÖRNQ.).
e. Pygidium » » » Osmundsberget.
f. » » Trinucleusskiffer, Vg. Kungslena (Geol. byr.).

Slägtskap. De svenska *Illænus*-arter, som stå *I. vivax* närmast, äro *I. oblongatus* (ANG.) och *I. fallax* HOLM, hvilka dock aldrig torde uppnå den förras storlek. De öfverensstämma i ögonens något aflägsnade läge från hufvudets bakkant, genom facialsuturens riktning och lopp bakom ögat, genom thoraxledernas form, samt genom formen hos pygidiets inre. omböjda lamell. De skilja sig dock i flera afseenden ej obetydligt. Hos *I. vivax* är kroppsformen bredare, hvarigenom hufvudet också blir bredare och kinderna kortare, mera qvadratiska, deras bakhörn mera afrundadt, dorsalfårorna äro grundare, pygidiet bredare, kullrigare, med rhachis, om ock låg, åtminstone framtill tydlig.

Med *I. advena* BARR. och *I. Roemeri* VOLB. öfverensstämmer den genom ögonens betydliga afstånd från hufvudets bakkant, genom de föga utskjutande ögonloberna, samt genom formen hos facialsuturens bakre gren.

I. advena har dorsalfårorna på hufvudet längre, skarpare samt bågböjda, de fria kinderna smalare, ej subqvadratiska, och med ej så afrundadt hörn, pygidiets rhachis med spår till segmentering, samt med sidorna något konkava. *I. Roemeri* har pygidiets inre omböjda lamell af samma form som hos *I. vivax*, äfvensom raka delen af sidolobernas framkant lika kort. men saknar spår af rhachis på pygidiet. Hufvudet är äfven starkare konvext i alla riktningar.

Horisont och utbredning. Ifrågavarande art synes hafva haft en ganska lång tillvaro, då den förekommer såväl i Trinucleusskiffern som i Leptænakalken. Exemplar af hufvudets medelsköld, den fria kinden och pygidiet från Leptænakalken öfverensstämma nemligen nästan fullständigt med dylika från den röda Trinucleusskiffern. Sjelf har jag ej lyckats finna denna art i Leptænakalk i Dalarne, utan står jag i förbindelse till Lektor TÖRNQUIST för meddelandet af densamma derifrån. I hans samlingar finnas hufvudets medelsköld, den fria kinden och pygidiet från Boda samt ett utmärkt väl bevaradt pygidium från Osmundsberget. I Riksmuseum finnas äfvenledes exemplar från Dalarne. Enligt exemplar tillhörande dels Riksmuseum, dels Geo-

logiska byrån, de senare samlade af LINNARSSON och SCHMALENSEE, förekommer den ej sällsynt i röd Trinucleusskiffer vid Kungslena i Vestergötland. Besynnerligt nog synes den saknas vid Bestorp på Mösseberg, ty oaktadt stora samlingar från samma lager äfven derstädes gjorts af SCHMALENSEE, har jag bland dessa ej funnit ett enda exemplar af *I. vivax*. I Trinucleusskiffern äro exemplaren af denna art likasom af de andra Illænusarterna vanligen starkt nedtryckta och ofta mer eller mindre krossade, samt skalet mycket vittradt eller genom upplösning förstördt.

---

6. **Illænus oblongatus** (ANGELIN) 1854.

1854. *Rhodope? oblongata* ANG., Pal. Scand., p. 41, Tab. XXIV, f 3, 3 *a*.

Corpus longissimum, ellipticum, axe minore ellipsis $^2/_5$ fere axis majoris occupante, capite, thorace pygidioque eadem fere longitudine.

Caput æque convexum, pars quarta sphæræ est. Anguli posteriores rotundati. Glabella $^1/_2$ latitudinis capitis occupans, convexissima, altissima, supra lobos palpebrales maxime elevata, lateribus valde declivibus. Sulci dorsuales breves. testa conservata non satis perspicui. Lobi palpebrales modici, paullo excurrentes. a margine occipitali $^2/_3$ longitudinis ipsorum distantes. Media longitudo genarum latitudinem ad oculos superans. Sutura facialis post oculos recta vel vix arcuata.

Thorax articulis 10. Rhachis convexissima, postice angustata, ad mediam thoracem $^1/_2$ circiter latitudinis thoracis occupans. Pars plana loborum lateralium angustissima. postice latior, in articulo primo $^1/_8$, in articulo quinto $^1/_4$ latitudinis rhachis.

Pygidium parum convexum, longum, longitudine $^4/_5$ fere latitudinis occupante. Rhachis conica, antice distincta et convexa et supra lobos laterales valde elevata, postice obsoleta. Pars recta marginis anterioris loborum lateralium brevissima, $^1/_3$ latitudinis rhachis efficiens. Fascia plana vel lente convexa, postice paullo latior, in medio neque sinu neque angulo prominente.

Testa punctis creberrimis ornata.

Anmärkning. *Rhodope? oblongata* beskrefs af ANGELIN från Böda på Öland. De exemplar derifrån, som förvaras på Riks-

museum i Stockholm sedan ANGELIN's tid, och af hvilka ett till storleken nära öfverensstämmer med ANGELIN's figurer i »Palæontologia Scandinavica» samt torde utgöra orginalet till dessa, måste derföre anses såsom typexemplar för arten. De äro samtliga mycket dåligt bibehållna och hafva varit utsatta för mer eller mindre stark nötning, så att de ej kunna vara samlade i fast klyft, utan sannolikt lösa bland strandgruset. Det material, på hvilket ANGELIN grundade arten, var derför mycket ofullständigt. Detsamma är förhallandet med det, efter hvilket följande beskrifning är gjord. Jag eger nemligen till mitt förfogande knappt några andra än de Angelinska exemplaren. Min kännedom om arten är således långt ofullständigare än önskvärd. Flere gånger har jag dragit i betänkande, huruvida LINNARSSON's *I. limbatus* vore en skild art från denna, och det är endast med tvekan jag beslutit mig för att upptaga dem skilda. Till en del har jag dertill förmåtts af FR. SCHMIDT's auktoritet. Han upptager nemligen båda arterna från ryska Östersjöprovinserna i inledningen till sitt arbete, Rev. der ostbalt. sil. Trilob., *I. oblongatus* (ANG.) från Echinosphæritenkalk C_1, *I. limbatus* LINRS. från Brandschiefer C_2. I Marklinska samlingarne i Upsala finnes ett ganska fullständigt exemplar från ryska Östersjöprovinserna af en *Illænus*, som nära öfverensstämmer med de ofvan omtalade Angelinska exemplaren från Öland, men deremot mera afviker från *I. limbatus* LINRS. Alla de exemplar från Öland, jag eger, äro tyvärr så skadade, att jag, huru önskvärd en figur af arten än vore, då ANGELIN's figurer ej äro rätt lyckade, ej ansett mig med fördel kunna afbilda något af dem. På hvilken grund ANGELIN förde arten till slägtet *Rhodope*, är svårt att förklara, då den har 10 thoraxleder.

Beskrifning. *Kroppsformen* mycket långsträckt, utdraget elliptisk. Bredden utgör ungefär $^2/_5$ af längden. Starkaste böjningen ligger i medellinien, framtill och baktill. Hufvudet, thorax och pygidiet nästan lika långa.

Hufvudet starkt konvext, i längdriktningen jemnt hvälfdt, så att dess profil i medellinien bildar ungefär $^1/_4$ af en cirkels omkrets. Tvärprofilen deremot starkast böjd vid pannans midt. Denna är mycket hög, starkt sluttande mot sidorna, och höjer sig betydligt öfver de fasta kinderna. Hufvudets bakhörn afrundade, men deras form låter sig ej närmare bestämma på något af de öländska exemplaren. Dorsalfårorna grunda, och isynnerhet

framåt mycket svaga. På stenkärnan äro de såsom vanligt tydligare och göra midt emellan ögonen en bugt inåt. De nå till omkring $^1/_3$ af hufvudets längd. Ögonloberna temligen stora, men utskjuta föga starkt mot sidorna. Deras afstånd från hufvudets bakkant ungefär $^2/_3$ af deras egen längd. Ögonen smalt halfmånformiga. Deras afstånd från dorsalfåran utgör nästan pannans halfva bredd mellan dem. Facialsuturen bakom ögat nästan rak eller mycket svagt utåt bågböjd. Den är riktad nästan rakt bakåt. De fria kindernas medellängd större än deras bredd öfver ögat.

Thorax. Rhachis bred, mycket starkt hvälfd, med starkaste böjningen i medellinien, bakåt afsmalnande. Vid midten af thorax upptager den ungefär dess halfva bredd. Sidolobernas plana del mycket smal, men såsom vanligt bakåt något tilltagande i bredd. På första leden är dess bredd endast $^1/_8$, på den femte $^1/_4$, samt på den tionde ej fullt $^1/_3$ af rhachis bredd. Sidolobernas nedböjda del på de bakersta lederna omkring dubbelt så bred som den plana.

Pygidiet temligen långsträckt, med längden utgörande omkring $^4/_5$ af bredden, svagt hvälfdt. Rhachis konisk, framtill mycket tydlig, hög, starkt kullrig och höjande sig öfver sidoloberna, bakåt deremot lägre och otydligare, begränsad af de der mycket svaga dorsalfårorna, samt bakerst helt och hållet utplånad. På inre aftrycket är den vida tydligare, med dorsalfårorna tydliga ända till spetsen. I framkanten bildar den en ganska starkt framspringande båge och är der tre gånger så bred som sidolobens raka del. Den når ej hälften af pygidiets längd. Pygidiets inre, omböjda lamell nästan jemnbred, bakåt obetydligt tilltagande i bredd, utan någon bugt eller framskjutande spets i medellinien.

Skalets skulptur. På alla mina svenska exemplar är skalet mycket skadadt genom nötning. Det oaktadt synes det öfver hela sin yta hafva varit tätt punkteradt. På hufvudets allra främsta del, längs framkanten, samt på rhachis hos thorax kunna terrasslinier iakttagas. Det ofvan omnämnda ryska exemplaret i Marklinska samlingarne, hvilket jag anser tillhöra denna art, har skalets yta mycket väl bevarad. Den är der glatt, men betäckt med, äfven för blotta ögat iakttagbara, mycket tätt ställda små, grunda, groplika punkter.

Storlek och måttuppgifter. Arten tillhör en af de mindre inom slägtet. Dess normala längd torde utgöra omkring 50

m.m. och bredden omkring 21 m.m., hvilka mått och proportioner också ANGELIN's figurer ungefär visa.

Ex. *a—c* äro från Öland, Böda.

Ex. *a) Hufvudet.* Längd (proj.) 18,5 m.m., (efter ytan) 22,5 m.m. Pannans bredd mellan ögonen 10 m.m., höjd öfver ögonloberna 4,5. Ögats afstånd från dorsalfåran 4,5 m.m.

Ex. *b) Hufvudet.* Den fria kindens medellängd omkring 8,5 m.m., bredd öfver ögat 6,5 m.m. *Thorax* bredd på 1:sta leden 18 m.m. På samma led rhachis bredd 10 m.m., inre, plana delens 1,15 m.m., yttre, nedböjda delens 5 m.m.

Ex. *c) Thorax.* Rhachis bredd på 10:de leden 9,75 m.m., sidolobens inre, plana del på samma led 3 m.m. Rhachis bredd på 5:te leden 10,5 m.m., sidolobens inre, plana del 2,5 m.m., dess yttre, nedböjda del 5 m.m. *Pygidiets* längd 17 m.m., bredd 20 m.m., den inre, omböjda lamellens bredd i medellinien 7 m.m.

Slägtskap. Denna art står, såsom ofvan är anfördt, mycket nära *I. fallax* HOLM och kan möjligen vid tillgång på fullständigare material befinnas vara förenad med denna genom fullständiga öfvergångsformer. Den skiljer sig från *I. fallax* derigenom, att pannan är starkare hvälfd, med starkaste böjningen i medellinien, samt höjande sig betydligt öfver de fasta kinderna, att rhachis hos thorax äfvenledes är högre och starkare konvex, att pygidiets rhachis är synlig ej blott i inre aftrycket. Punkteringen på skalet är äfven något gröfre.

Horisont och fyndort. Af ANGELIN funnen vid Böda hamn på Öland i Chasmopskalken derstädes, hvarifrån exemplaren i Riksmuseum härleda sig. I Marklinska samlingarne i Upsala finnas äfven några exemplar från Öland, sannolikt från samma fyndort. Samtliga äro de starkt nötta och rullade, således samlade bland strandgruset, utvittrade och utsköljda ur Chasmopskalken. Arten synes vara ganska sällsynt. Oaktadt flere dagars sökande, så väl vid Böda som på ett par andra ställen, der Chamopskalk finnes, lyckades det mig ej vid mitt besök på Öland förra sommaren att återfinna den i bestämbara exemplar, hvarken i fast klyft eller bland strandgruset. Enligt FR. SCHMIDT förekommer den i ryska Östersjöprovinserna i Echinosphæritenkalk [1]).

[1]) SCHMIDT, Rev. der ostbalt. sil. Trilob., p. 24.

Enligt ANGELIN skulle arten förekomma i Norge i trakten af Kristiania, men hans exemplar i Riksmuseum tillhöra ej denna art, utan sannolikt den, som af KJERULF kallats *I. glaber*, se vidare p. 83.

Ett nästan fullständigt, ehuru genom tryck något skadadt exemplar af en *Illænus*, af mig funnet vid Åberga i Orsa s:n i Dalarne, och till hvilket den på taf. II, fig. 14 afbildade fria kinden hör, öfverensstämmer ganska väl med *I. oblongatus* från Böda, utom deri att hufvudets framkant, synlig på den fria kinden, ej är afrundad, utan skarp och försedd med falslinie. Den fria kinden hos detta exemplar har bakhörnet spetsigare än hos *I. fallax*. Jag vet ej säkert, huruvida det tillhör en obeskrifven art eller bör föras till denna.

---

7. Illænus fallax nov. sp.

Taf. II, fig. 1—13, 15—20, taf. V, fig. 15—24, taf. VI, fig. 16.

1866.	*Illænus limbatus*	LINRS., Sil. Bildn. i mell. Vesterg., p. 21, pl. II, f. 6 *a*—*c*.
1869	— —	LINRS., Vesterg. Cambr. o. Sil. aflagr., p. 77, taf. II, f, 43—44.

Anmärkning. Det af LINNARSSON åt denna art gifna namnet *limbatus* kan ej bibehållas, då det redan förut är bortgifvet åt en *Illænus*. Det gafs nemligen redan 1847 af CORDA åt en böhmisk art (CORDA, Prodrom. p. 54), ehuru BARRANDE i »Syst. Sil. de Boh.» ej upptagit detsamma, såsom oriktigt angifvande en karaktär, hvilken ej finnes, utan i stället kallat arten *I. Salteri*. Jag har derföre nödgats gifva den ett nytt namn, då intet äldre, som skulle kunna upptagas, är för handen. Visserligen säger LINNARSSON i den senare af hans här anförda afhandlingar, »namnet *I. limbatus* bör måhända utbytas mot *I. glaber* KJERULF», men att identiteten, ehuru sannolik, ej vore honom fullt klar, och i »Jemf. mell. Sil. afl. i Dal. o. Vesterg.» uppräknar han från Dalarne *I. limbatus* »(sannolikt identisk med *I. glaber* KJERULF)». Lika litet som LINNARSSON kan jag tydligt erinra mig originalexemplaret till *I. glaber* i Kristiania museum. *I. fallax* förekommer visserligen i Kristianiatrakten i svartgrå kalk tillhörande Et. 4, men på nedanstående grunder anser jag dock,

att dessa arter ej kunna vara identiska, utan tror jag, att en af TÖRNQUIST för länge sedan uttalad åsigt, som han dock sedermera synes hafva frångått, kommer sanningen vida närmare. I några af sina afhandlingar före år 1874 har nemligen TÖRNQUIST identifierat *I. glaber* KJERULF med en i Dalarnes Leptænakalk förekommande *Illænus* med 9 thoraxleder (Siljanstr. paleoz. form. led., p. 27), härnedan af mig kallad *I. Linnarssonii*. KJERULF's afbildning af hufvudet af *I. glaber* (Veiviser, p. 14, f. 28) visar att ögonloberna äro mycket små och facialsuturen bakom ögat starkt utåt böjd, således härutinnan öfverensstämmande med *I. Linnarssonii*, men ej med *I. fallax*. Den förra är också numera, enligt exemplar samlade af LINNARSSON, i Sverige funnen vid Ulfåsa i Östergötland i Chasmopskalk. TULLBERG anför äfven från Ulfåsa »*I. glaber?* KJERULF (Kartbl. Vreta Kloster, p. 25) förmodligen på grund af de nyssnämnda exemplaren, som jag erhållit till låns från Geologiska byrån. Sjelf har jag i närheten af Kristiania, vid Höviks glasbruk i Et. 4, funnit fragment af en *Illænus*, som, om den ej är identisk med *I. Linnarssonii*, hvilket synes mig sannolikt, dock torde stå den mycket nära, och af samma art finnes sedan ANGELIN's tid i Riksmuseum exemplar från Kristiania.

I hvilket fall som helst, torde dock KJERULF's namn *I. glaber* ej kunna upptagas, hvarken för den ena eller den andra, såsom varande endast ett katalognamn, då det ej atföljes af den ringaste diagnos eller beskrifning, utan blott af en ganska otydlig träsnittsfigur.

Corpus longum.

Caput modice et æque convexum, semiellipticum, antice æque arcuatum, angulis rotundatis. Glabella modice convexa, cum lobis palpebralibus arcum fere æquum faciens. Sulci dorsuales non profundi, $^1/_3$ fere longitudinis capitis occupantes, paulo convergentes. Lobi palpebrales modici, a margine occipitali $^2/_3$ circiter longitudinis ipsorum distantes. Sutura facialis post oculos recte retrorsum currens vel paullulum introrsum, levissime curvata. Margo frontalis rotundatus. Genæ media longitudine latitudinem superante.

Thorax articulis 10. Rhachis modice convexa, latissima, postice angustata. Pars plana loborum lateralium angustissima.

Pygidium semiellepticum, planusulum, æque convexum, longitudine $^2/_3$ latitudinis fere occupante. Sulci dorsuales, testa con-

servata, nulli. Rhachis igitur non nisi in margine anteriore arcu prominente distincta. Anguli paullum truncati. Fulcrum parum deflexum. Fascia angusta, pari fere latitudine.

Testa punctis minutissimis et creberrimis, sæpe in ordines collocatis, præcipue ornata.

Beskrifning. *Kroppsformen* långsträckt.

Hufvudet semielliptiskt, med medelskölden framtill jemnt bågböjd, måttligt och jemnt hvälfdt. Bakhörnen afrundade. Dorsalfårorna mycket grunda och svaga, något konvergerande och nående ungefär $^1/_3$ af hufvudets längd. I inre aftrycket äro de deremot mycket djupa och skarpa och bilda vid sin främre ända en inåtgående bugt. Pannan mellan ögonen ungefär dubbelt så bred som ögats afstånd från dorsalfåran, stundom når den dock endast $1^1/_2$ gång detta afstånd. Den är medelmåttigt och jemnt hvälfd, samt bildar med de fasta kinderna en jemn båge. I inre aftrycket af skalet visar sig en liten punktformig upphöjning nära bakkanten. Den är ej synlig på skalets yttersida. Skalet har således en liten grop på sin innersida. Ögonloberna medelmättigt stora. Deras afstånd från hufvudets bakkant ungefär $^2/_3$ af deras egen längd. Facialsuturen är bakom ögat riktad rakt bakåt eller till och med något inåt, bildande en ytterst svag, inåt konkav, båge, men böjer sig i sjelfva bakkanten utåt. Den fasta kinden utlöper derföre derstädes i en liten spets. Ögat smalt, halfmånformigt, temligen långt. Den fria kindens form något vexlande, kortare eller längre, dock alltid med längden större än bredden, obetydligt konvex. Bakhörnets vinkel varierar äfven något, vanligen är den omkring 70°. Utkanten är nästan rak, bakkanten deremot närmast bakhörnet något bågböjd. Hufvudets framkant är afrundad och saknar falslinie.

Hypostomat liknar det hos *I. gigas* HOLM, men är något smalare och mera triangulärt med den centrala delen högre hvälfd och starkare kölad. Jag har funnit det tillsammans med pygidier och hufvud af arten, ehuru aldrig fastsittande på sin plats.

Rostrum af vanlig form.

Thorax består af 10 leder. Rhachis bred, vid thorax midt upptagande omkring hälften af hela dess bredd, bakåt något afsmalnande. Sidolobernas plana del mycket smal, pa första leden omkring $^1/_6$—$^1/_8$, på den sista deremot ej fullt $^1/_3$ af rhachis bredd på samma led.

Pygidiet semielliptiskt. Hos exemplar från Leptænakalken är det baktill synnerligen bredt, bildande en mycket jemn båge, och största bredden ligger hos dessa något bakom framkanten. Pygidiets längd utgör omkring $^3/_4$ af dess bredd. Det är endast svagt konvext, ehuru variationer förefinnas, men ej nedplattadt, utan vanligen jemnt hvälfdt. Stundom är dock böjningen närmast utkanten något starkare. Af dorsalfåror saknas till och med spår på skalets yttersida, och rhachis är således ej synlig annat än såsom en i framkanten utspringande båge. I inre aftrycket deremot äro dorsalfårorna tydliga och rhachis blir derigenom synlig, dock är den endast framtill något upphöjd. Den når omkring $^1/_3$ af pygidiets längd och har formen af en liksidig triangel. I inre aftrycket sträcker sig från spetsen af rhachis bakåt en grund fåra, som snart öfvergår i en smal, till pygidiets bakre kant fortsatt upphöjd linie. Den raka delen af framkanten på sidoloberna utgör omkring $^1/_3$ af rhachis bredd. Der bakom sträcker sig den mer eller mindre utvecklade, snedgående fåran. Hörnen svagt afhuggna. Facetten föga nedböjd, till formen en rätvinklig triangel, och med framkanten längre än utkanten. Pygidiets inre, omböjda lamell smal, $^1/_4$—$^1/_3$ af pygidiets längd, bakåt knappt tilltagande i bredd och i medellinien framtill jemnt rundad. Den är plan. I medellinien finnes stundom en grund, linieartad fåra. Terrasslinier tillstädes såsom vanligt.

Skalets skulptur. Skalets yta är ytterst tätt punkterad af fina, först med lupp tydligt urskiljbara punkter. På vissa ställen, såsom på ögonloberna och hufvudets främre del äfvensom stundom på pygidiets sidolober ordna sig punkterna i rader. På ena sidan af den således uppkomna, af punkter bildade strimman, kan skalet höja sig något. Härigenom bildas en öfvergång mellan rader af punkter och terrasslinier. Mellan hufvudets framkant och ögonloben kunna alla öfvergångsstadier dem emellan iakttagas, från de vanliga terrasslinierna längs den förra, till endast punkter på den senare. Inre aftrycket visar stundom äfvenledes mycket tydlig punktering med punkterna ordnade på samma sätt som på skalets yttersida. LINNARSSON har beskrifvit skulpturen hos inre aftrycket af ett pygidium, med i rader anordnade punkter [1]). Terrasslinier

---

[1]) LINRS., Vesterg. Cambr. o. Sil. aflagr., p. 77.

eller öfvergångar mellan dem och rader af punkter förekomma på alla kroppsdelar. De saknas dock på pannan samt på pygidiet längs dess midt och baktill. Terrasslinierna på thoraxlederna äro på rhachis nästan parallela med ledernas framkant, eller anordnade framåt svagt bågformigt. På sidolobernas inre, plana del äro de deremot riktade bakåt och inåt samt bildande med kroppens längdaxel en vinkel af ungefär 45°. De yttersta böja sig utåt och öfvergå på facetten. På pygidiet förekomma de dels närmare framkanten och parallela med denna, dels på sidorna riktade bakåt och inåt, ehuru ej fullt parallela med sidokanterna. På facetten äro de synnerligen talrika såsom vanligt och parallela med dennas fram- och bakkant.

Storlek och måttuppgifter. *I. fallax* tillhör en bland slägtets mindre arter. Dock understiger dess storlek ej så synnerligen mycket medelstorleken inom detta. Den är något större än *I. oblongatus* (ANG.). Artens normala storlek representeras ungefär af den af LINNARSSON afbildade hufvudets medelsköld[1]), samt af de på taf. II, f. 11 och taf. V, f. 15, afbildade exemplaren, hvilka samtliga stämma öfverens nästan på millimetern. I Dalarnes Leptænakalk har jag dock funnit några pygidier, som visa, att arten under dennas bildningstid kunnat uppnå något större storlek.

I den nedan följande tabellen meddelas måttuppgifter på följande exemplar:

a) Hufvud jemte 10 thoraxleder. Chasmopskalk. Öl., Böda. Riksmuseum.

b) Hufvud jemte 9 thoraxleder. Chasmopskalk. Dal., Fjecka. TÖRNQUIST.

c) Hufvudets medelsköld, inre aftryck. Chasmopskalk. Vg., Ålleberg. LINNARSSON's originalexemplar.

d) Pygidium, inre aftryck. D:o. D:o. LINNARSSON's originalexemplar.

e) Hufvudets medelsköld. Leptænakalk. Dal., Amtjärnsberget (ipse), taf. V, f. 15.

f) Pygidium. Chasmopskalk. Dal., Gulleråsen (ipse) taf. II, f 15.

g) Fri kind. Leptænakalk. Dal., Amtjärnsberget (ipse), taf. V, f. 21.

h) Pygidium. D:o. D:o, (ipse).

[1]) LINRS. Vesterg. Cambr. o. Sil. aflagr., taf. II, f. 43.

	Längd i m.m.				
Hufvudet.	*a.*	*b.*	*c.*	*e.*	*g.*
Längd (proj.)	20	19	19,5	19	—
» (efter ytan)	—	24	25	25	—
Afståndet mellan ögonen	22,5	—	22,5	21	—
Pannans bredd mellan ögonen	13	12	11	11	—
Ögats afstånd från dorsalfåran	6,5	5,5	6,5	6,5	—
Ögonlobens längd	5,5	5	4,5	4,5	—
» afstånd från hufvudets bakkant	3,5	3	3	3	—
Den fria kindens bredd bakom ögat	9	9	—	—	10,5
Den fria kindens medellängd	11	10	—	—	12,5
Thorax.					
Bredd	25	22,5	—	—	—
Rhachis bredd på 1:sta leden	14	—,5	—	—	—
Plana delens » » » »	2	—	—	—	—
Rhachis » » 10:de »	12	—	—	—	—
Plana delens » » » »	3,5	—	—	—	—
Pygidiet.	*d.*	*f.*	*h.*		
Längd (proj.)	17,5	19,5	20,5	—	—
Bredd	23,5	26	27	—	—
Rhachis bredd	8,5	10,5	11	—	—
Raka delen af sidolobens framkant	3	4	3,5	—	—

Slägtskap. Denna art bildar tillsammans med de tvenne föregående, *I. vivax* och *I. oblongatus*, en grupp utmärkt derigenom, att på thorax rhachis är mycket bred, sidolobernas plana del deremot mycket smal, att facialsuturen bakom ögat är svagt böjd, men alltid riktad bakåt eller svagt inåt, aldrig utåt, att pygidiets inre, omböjda lamell är smal och nästan jemnbred, utan bugt eller udde i medellinien. *I. fallax* skiljer sig från dem båda derigenom, att på pygidiet rhachis helt och hållet saknas på skalets yttersida. Från *I. vivax* skiljer den sig genom alla delars större längd i förhållande till bredden — till följd hvaraf också de fria kinderna äro längre — samt derigenom, att på pygidiet den raka delen af sidolobernas framkant är kortare i förhållande till rhachis bredd. Från *I. oblongatus* afviker den genom sin ej så starkt hvälfda panna, som med de fasta kinderna bildar en nästan jemn båge, genom sin likaledes svagare hvälfda rhachis på thorax, samt genom skalets finare punktering.

Horisont och utbredning. Denna art uppträder inom tvenne skilda lager, nemligen i Chasmopskalken och Leptænakalken.

och öfverensstämma exemplaren från båda dessa horisonter nästan fullkomligt.

I Chasmopskalk är den funnen: i Vestergötland på flera ställen i mörkgrå, hård kalk, såsom på Mösseberg vid Jonstorp, på Ålleberg och Gisseberg af LINNARSSON; i Dalarne vid Gulleråsen af mig sjelf och vid Fjecka af Lektor TÖRNQUIST; på Öland vid Böda enligt ett exemplar, som tillhör Riksmuseum.

I Dalarnes Leptænakalk är den ej sällsynt. Jag har der funnit den flerstädes, såsom vid Amtjärnsberget, Kulsberget och Osmundsberget, ehuru aldrig något fullständigt exemplar. Exemplaren från Amtjärnsberget hafva skalets skulptur synnerligen väl bibehållen.

I Norge har jag i Kristianiatrakten funnit den i svartgrå kalklinser, inlagrade i mörk lerskiffer, tillhörande KJERULF's Et. 4, vid Koksa, på stranden nedom Statsrådet SCHWEIGAARD's sommarvilla.

Enligt FR. SCHMIDT förekommer den i ryska Östersjöprovinserna i hans Schicht C 2, Brandschiefer [1]).

---

8. I. Chiron nov. sp.

Taf. III, f. 1—17.

1848. *Illænus crassicauda* BURM., Neue Beob. über Trilob., p. 79 Taf. 1, f. 18.
1854. *Dysplanus centaurus* ANG., Pal. Scand., p. 40, Tab. XXIII, f. 1—1a (med undantag af de fria kinderna och thorax).
1874. *Illænus centaurus* STEINH., In preuss. Gesch. gef. Trilob., p. 47, Taf. IV, f. 4—6, Taf. V, f. 10 a—d.

Historik. Den enda, som lemnat en tydlig beskrifning och afbildning af denna art är STEINHARDT. Han identifierar den med *I. Centaurus* DALM, ej så mycket genom öfverensstämmelse med ANGELIN's figurer, som på grund af ett exemplar från Öland i museet i Breslau, af ANGELIN lemnadt dit under detta namn. Då emellertid namnet *Centaurus*, såsom jag nedan skall

[1]) SCHMIDT., Rev. der ostbalt. sil. Trilob., p. 29.

visa, af DALMAN är gifvet åt de fria kinderna af en *Megalaspis*, ehuru sedermera hufvudets medelsköld och pygidiet af denna *Illænus* art ansetts höra tillsammans och förenats med dessa, så måste namnet *Centaurus* för ifrågavarande art utgå. Jag har i stället gifvit den namnet *Chiron*, såsom en af Centaurerna kallades. För att bringa frågan fullt på det klara skall jag här nedan söka lemna en så fullständig utredning som möjligt.

1827. Bland obekanta Trilobitarter, af hvilka endast fragment anträffats, allt för ofullständiga för att kunna beskrifvas, omnämner DALMAN såsom förekommande vid Ormöga i Aleböke socken på Öland: »de stora hornen af hufvudet till någon obekant Palæad (*Asaphus Centaurus*)». »Marklin har träffat tydligare fragment af både hornen och hufvudet, hvaraf synes, att ögonen varit belägna vid sjelfva hornens basis». DALMAN framställer derföre en förmodan, att arten tillhör den underafdelning af slägtet *Asaphus*, som han kallat *Illænus*.

DALMAN, *Palæaderna*, p. 261, (76).

1837. *Illænus Centaurus* DALM. karakteriseras af HISINGER på följande sätt. »Fragmenta tantum capitis et cornuum plures pollices longorum inventa sunt, oculi ad basin cornuum siti. In Oelandia ad Aleböke — mus. nostr.».

HISINGER, *Lethæa Svecica*, p. 16.

1854. ANGELIN upptager denna art under slägtet *Dysplanus*, uppstäldt af BURMEISTER, med *I. centrotus* (DALM.) såsom typ, för de *Illæni*, som endast hafva 9 thoraxleder, samt hufvudets bakhörn utdragna till spetsiga horn. Endast följande korta, nästan intet upplysande, diagnos lemnas: »D. abdomine convexo, apice deflexo, rhachi obconica». Fyndort Öland, Aleböke. Figurerna äro tecknade med 9 (konstruerade?) thoraxleder, endast i konturteckning.

ANGELIN, *Pal. Scand.* Se ofvan.

1874. STEINHARDT identifierar en art från Silurblocken i Nord-Tyskland med *I. centaurus* (DALM.), såsom ofvan redan är nämndt ej på grund af ANGELIN's figurer och beskrifning, utan genom jemförelse med ett exemplar af »*Dysplanus centaurus*» från Öland, skänkt af ANGELIN under detta namn till museet i Breslau. Ehuru STEINHARDT ej känner något fullständigt exemplar, anser han dock i anseende till pannans form och bredd såsom sannolikt, att arten är en verklig *Illænus* med 10 thoraxleder och ej någon *Dysplanus*, samt påpekar vidare, att af ANGELIN's teckning framgår, det denne ej kände

thorax, utan fört arten till *Dysplanus* på grund af hufvudets utdragna, spetsiga bakhörn. Äfven STEINHARDT tyckes hafva känt de fria kinderna endast efter ANGELIN's teckning. De äro nemligen endast utprickade på fig. 10 a, 10 b, Taf. V, såsom det synes efter ANGELIN, med starkt utdraget, spetsigt bakhörn.

STEINH. *In preuss. Gesch. gef. Trilob.* Se ofvan.

Af hvad ofvan är anfördt framgår, att typen för den art, som bör hafva namnet *Centaurus*, är den, till hvilken de af DALMAN beskrifna fria kinderna höra, då en, om ock ofullständig och något felaktig, karakteristik af dem dock lemnas. I HISINGER'S samling, som numera tillhör Riksmuseum, har jag haft tillfälle att se DALMAN's originalexemplar. De äro etiketterade med HISINGER's handstil: »*Illænus centaurus* DALM., Ormöga i Aleböke socken på Öland.» Något tvifvel om identiteten finnes derför ej. Ehuru de äro ganska ofullständiga, kan man dock med fullkomlig säkerhet afgöra, att de ingalunda äro kinder af någon *Illænus*, utan tillhöra de någon stor Asaphid. De af DALMAN omtalade Marklinska exemplaren, som jag äfven återfunnit i Marklinska museet i Upsala, lemna härutinnan full visshet. De äro fullständigare och hafva vid utmejsling visat sig vara kinder till en stor *Megalaspis* med mycket förlängd panna, samt hufvudets hörn starkt utdragna. De likna kinderna hos *Megalaspis latilimbata* ANGELIN, Pal. Scand., Tab. XIV, f. 1, men hornen äro bredare och längre än på ANGELIN's figur. Ögonen äro ej belägna vid hornens bas såsom DALMAN uppgifver, utan är facialsuturens lopp bakom ögat det hos *Megalaspis* vanliga. Den *Megalaspis*-art, till hvilken ifrågavarande kinder höra, bör således hafva namnet *Megalaspis Centaurus* (DALM.) och är sannolikt identisk med *M. latilimbata* ANG.

Hvad beträffar ANGELIN's *Dysplanus centaurus*, så hafva originalexemplaren ej kunnat återfinnas och genom figurerna och beskrifningen, såsom varande föga upplysande, kan ingen identifiering ske. Bland Riksmusei samlingar från ANGELIN's tid finnas dock många exemplar af hufvud och pygidier från Öland, som öfverensstämma med STEINHARDT's figurer och beskrifning af *I. centaurus*. Då STEINHARDT dertill gjort sin bestämning efter ett af ANGELIN bestämdt exemplar, kan med visshet antagas, att ANGELIN's *Dysplanus centaurus* är densamma som STEINHARDT's art. Bland under de senare åren till

Riksmuseum inkomna försteningar finnas såväl fullständiga hufvuden som ock ett helt exemplar från Öland, hvilka öfverensstämma med STEINHARDT's beskrifning till alla delar, utom deri att kinderna ej äro utdragna utan afrundade. Thoraxledernas antal är 10 såsom STEINHARDT antager. Häraf blir klart, att de fria kinderna på ANGELIN's figurer ej höra tillsammans med hufvudets mellersta del, utan äro mer eller mindre konstruerade likasom thoraxlederna. Detsamma gäller om de endast till konturen tecknade fria kinderna hos STEINHARDT's figurer. ANGELIN's art *Dysplanus centaurus* är således ingen *Dysplanus* utan en verklig *Illænus* med 10 thoraxleder, samt med de fria kindernas bakhörn afrundadt.

1878. LINNARSSON uppräknar bland försteningarne i den grå glaukonitrika kalkstenen vid Humlenäs i Småland: ?*Dysplanus centaurus* DALM (»rörliga kinder»).

LINRS., *Pal. bildn. vid Humlenäs*, p. 181.

1881. Af LINNARSSON (*Promemoria*, p. 593) och DAMES (*Reisenot. aus Schwed.*, p. 424) upptages *Dysplanus centaurus* från Ölands öfre grå Orthocerkalk.

Enligt mina egna iakttagelser på Öland under sommaren 1882 är *I. Chiron* nästan inskränkt till den öfre grå Orthocerkalken. I den öfre röda Orthocerkalkens allra öfversta del har jag ock funnit den ett par gånger, men den saknas fullständigt i den undre grå, der den ersättes af *I. Esmarkii* (SCHLOT.). I denna deremot, som ofta är glaukonithaltig, och hvilken utgör en fortsättning af den grå kalken vid Humlenäs i Småland, äro fragment af olika delar af en stor *Megalaspis* sannolikt *M. latilimbata* ANG. på en viss horisont allmänna och tillsammans med dem förekomma de stora kinderna, som af DALMAN omtalas. De af LINNARSSON från Humlenäs såsom ?*D. centaurus* anförda kinderna höra hit enligt exemplaren i Geol. byrans saml. Vid Ormöga i Alböke s:n finnes endast undre grå Orthocerkalk.

Caput angulis posticis obtusis, segmentum ellipsis occupans. Margo frontalis acutus, linea prominente præditus. Lobi palpebrales supra glabellam non elevati, sed a sulcis dorsualibus, ad basin glabellæ satis profundis, paulo ascendentes. Genæ et frons abrupte declives. Oculi permagni, eminentes, plus glabellæ inter oculos latitudine a sulco dorsuali positi, et $^1/_3$ *longitudinis loborum palpebralium a margine dorsuali distantes. Sulci dorsuales, vix* $^1/_3$ *capitis efficientes, valde convergentes. Sutura*

facialis post oculos recta, valde extrorsum flexa, et in marginem occipitalem angulo acutissimo excurrens. Genæ margine occipitali valde deflexo.

Thorax capite vix brevior, articulis 10. Rhachis modice convexa. Pars plana loborum lateralium dimidium latitudinis rhachis non occupans.

Pygidium latum, semicirculare, modice et æque convexum, capite minus, posteriore parte linea longitudinali præditum. Anguli parum truncati. Rhachis ad basin latissima, postice valde angustata, lateribus concavis.

Testa ubique striis, in pygidio præsertim brevissimis undulatisque, et foveolis exiguo altitudine obtecta.

Beskrifning. *Hufvudet* sedt ofvanifrån till omkretsen bildande ett segment af en ellips, ofvan föga kullrigt i det ögonloberna nästan ligga i samma plan och ej sänka sig utåt såsom hos *I. Esmarkii.* De fria kinderna och hufvudets främre del deremot starkt nedböjda. Hufvudet upptager omkring $^1/_4$ af en sphär. Bakhörnen afrundade, ehuru ej så starkt som hos *I. Esmarkii.* Ögonloberna stora, ej höjande sig öfver pannan, men, isynnerhet baktill, något uppstigande från de der temligen djupa dorsalfårorna. Dessa blifva framåt grundare och nå ej framom ögonen. Pannan baktill kullrig, framåt tillplattad, starkt afsmalnande. Baktill är den lika bred som sidoloberna. Ögonens afstånd från dorsalfåran större än pannans bredd midt emellan dem, samt deras afstånd från hufvudets bakkant ungefär $^1/_3$ af ögonlobens längd. De betäckas på öfre sidan helt och hållet af ögonloben. Denna är dock ej nedböjd såsom hos *I. crassicauda* och *I. tauricornis* KUT. Hufvudets framkant såväl på medelskölden som på de fria kinderna med skarp falslinie. Facialsuturen framom ögonen knappt eller mycket svagt S-formigt böjd, först närmare framkanten böjer den sig något inåt. Bakom ögat är den riktad mycket starkt utåt. Den del af fasta kinden, som begränsas af denna och hufvudets bakkant, är mycket smal och spetsig. De fria kinderna ganska konvexa derigenom, att de baktill äro starkt nedböjda, femsidiga med sidorna olika stora. Utkanten rak, bakkanten svagt bågböjd, utdragna bildande med hvarandra en vinkel af 60°. Ögonytan längsträckt, smal, dess längd 5 gånger bredden. På ett exemplar är facetteringen tydlig vid förstoring. Facetterna äro ganska små och talrika. De fria kindernas omböjda utkant är ganska bred, utan någon tvärfåra för pygidiet, hvilkets rand

hos denna art vid hoprullningen helt och hållet synes omfatta hufvudets framkant samt gripa in i den af falslinien bildade falsen. Rostrum har den vanliga formen.

Thorax med 10 leder. Rhachis temligen bred, bakåt obetydligt afsmalnande, låg. Sidolobernas plana del vid thorax midt något smalare än rhachis halfva bredd.

Pygidiet är mindre än hufvudet, halfcirkelformigt, medelmåttigt, men jemnt hvälfdt, bredt. Bredden förhåller sig till längden ungefär som 5 till 3. Pygidiets hörn föga skarpt afhuggna. Rhachis, som ej når pygidiets halfva längd, låg, föga kullrig, vid basen bredast, bakåt hastigt afsmalnande, med sidorna konkava. Från densammas spets löper en låg köl till pygidiets bakkant. På stenkärnan är denna linie tydligare och fortsättes ett stycke på rhachis. Dorsalfårorna grunda. Framkanten bildar en svag båge på rhachis. Rhachis lika bred som hela sidoloben. Facetten, något konkav, bildar till formen nästan en rätvinklig triangel med det rätvinkliga hörnet ganska afrundadt. Facettens framkant ej fullt dubbelt så stor som utkanten. Skalets inre, omböjda lamell är ovanligt bred och sträcker sig minst till pygidiets midt. Den är i medellinien försedt med en bred och grund, bakåt försvinnande fåra.

Skalets skulptur. Skalet är ovanligt tjockt, isynnerhet på pannan och de fasta kinderna. Skulpturen är synnerligen egendomlig och skiljer arten från alla öfriga svenska genast vid första påseendet. Den utgöres dels och hufvudsakligast af terrasslinier, hvilka på ingen del af skalet saknas, dels af grunda punktformiga gropar mellan dessa. Terrasslinierna äro talrika och starkt närmade hvarandra, korta, på pygidiets bakre del isynnerhet mycket korta, gripande in mellan hvarandra, vågiga. De äro längst på hufvudets främre del och rostrum. På pannan hafva de en bågformig anordning, med konvexiteten framåt. På thoraxlederna äro de dels mer eller mindre parallela med dessas framkant, dels nästan vinkelräta mot den, det förra på rhachis, der de äro något bågböjda, det senare på deras plana del. På den låga, kölformiga linien hos pygidiet äro de afbrutna. Endast gropar förekomma på denna. På främre delen af rhachis äro de deremot synnerligen skarpa, på den bakre saknas de stundom nästan alldeles, och hafva groparna då i stället fått en ovanlig utveckling. BURMEISTER har noggrant beskrifvit skulpturen hos ett pygidium af denna art (BURM., Anf. ställe). Jemför ofvan, p. 26.

Storlek och måttuppgifter. *I. Chiron* hör till de största kända *Illænus*-arter. Ett Lektor TÖRNQUIST tillhörande hufvud från Kårgärde i Dalarne med ena fria kinden bevarad torde hafva haft en bredd af 77 mm. *a*) Hufvud från Öland (Riksm.). *b*) Fullständigt exemplar från Öland (Riksm.). *c*) Pygidium från Dalarne, Kårgärde (ipse).

	Längd i m.m.	
	a.	*b.*
Hufvudet.		
Längd (proj.)	24	10,5
» (efter ytan)	28	14
Bredd	38	17
» mellan ögonen	31,5	—
Pannans bredd baktill	16,5	—
» höjd öfver de fasta kinderna	2	—
Ögats afstånd från dorsalfåran	8,5	—
» » » » bakkanten	2,5	—
Facialsuturens längd bakom ögat	5	—
Den fria kindens bredd	13	—
» » » meddellängd	14	—
Ögats längd	7	—
» bredd	2,5	—
Thorax.		
Längd	—	10
Rhachis bredd på 1:sta leden	—	6,5
» » » 10:de »	—	6
Plana delens bredd på 1:sta leden	—	2
» » » » 10:de »	—	2,5
Pygidlet.	*c.*	
Längd (proj.)	26	8
» (efter ytan)	30	10,5
Bredd	39	14
Rhachis bredd	14	4,5
Raka delen af sidolobens framkant	7	—
Facettens framkant	7	—
» utkant	4	—

Slägtskap. *I. Chiron* bildar en öfvergång mellan den grupp af de tioledade *Illæni*, som har ögonpartierna starkt uppstigande, höjande sig öfver pannan, till hvilka af de svenska endast hör *I. crassicauda* (WAHLENB.), af utländska *I. tauricornis* KUT. och *I. vindex*, BILL, samt den grupp, hos hvilken detta ej är förhållandet, utan de fasta kinderna starkt slutta åt sidorna, såsom t. ex. *I. Esmarkii* (SCHLOT.) *I. sphæricus* HOLM, *I. oblongatus* ANG., m. fl. Med *I. crassicauda*, hvilken synes stå närmast, öfverensstämmer den i mycket såsom facialsuturens lopp, konvexiteten hos de fria kindernas bakre del.

Den skiljer sig genom skulpturen, igenom att pannan höjer sig öfver de fasta kinderna och dennas olika form, genom de större i spetsen ej nedböjda ögonloberna, de kortare fria kinderna, thoraxledernas smalare plana del, pygidiets och dess rhachis afvikande form. Från *I. Esmarkii* skiljer den sig, förutom på skulpturen, genom större ögonlober, som ej eller knappt sänka sig utåt, genom de fria kindernas raka utkant, nedböjda bakkant och ej så starkt afrundade bakhörn, genom facialsuturens riktning starkt utåt bakom ögat, genom den framåt starkt afsmalnande pannan, genom pygidiets rhachis med konkava sidor.

Horisont och utbredning. Arten är funnen på Öland och i Dalarne hufvudsakligen i den öfre grå Orthocerkalken, i denna ej sällsynt, samt i Vestergötland. Äfven i öfre röd Orthocerkalk har jag, om ock sällsynt, funnit den i Dalarne vid Skattungsbyn och vid Fjecka, samt på Öland vid Sandby. I den öfre grå kalken är den i Dalarne funnen vid Kargärde på sluttningen af Digerberget, och vid Gulleråsen (ipse), isynnerhet i ett mörkt, gråbrunt lager tillsammans med talrika Cephalopoder, *Asaphus sp.* och *Asaphus (Ptychopyge) tecticaudatus* STEINH. Skalet är der alltid ytterst väl bibehållet, till färgen mörkbrunt till svartbrunt. I Riksmuseum finnes den i samma kalk från Alsarbyn och Digerberget, äfvensom i röd kalk från Gerse (KRÖNINGSVÄRD). På Öland är den synnerligen allmän i den öfre grå Orthocerkalken, utgör en af dennas mest karakteristiska försteningar och förekommer öfverallt, der detta lager uppträder, såsom vid Gräsgård, Lerkaka, Persnäs, Källa, Sälby i Hulterstad s:n, etc. Tvenne nästan fullständiga exemplar med alla thoraxlederna i behåll äro kända. Det ena tillhör Riksmuseum och är från norra Öland. Det andra erhöll jag förra sommaren vid Källa. I Vestergötland är ett fullständigt hufvud funnet af LINNARSSON på Kinnekulle, att döma af bergarten i den s. k. »lefverstenen». Exemplaret tillhör Geol. byr. Sannolikt är det detta, LINNARSSON afser med »*I. sp. indet.* Kinnekulle, i lösa stenar af Orthoceratitkalk (»lefversten») (LINRS., Vesterg. Cambr. o. Sil. aflagr., p. 77). I lösa kalkblock af ljusgrå färg, helt olika Dalarnes öfre grå Orthocerkalk, samt troligen härstammande från de till större delen förstörda silurlagren, af hvilka lemningar finnas på botten af Geflebugten och på öarne derstädes, förekommer den i Upland, och är funnen vid Upsala (ipse), Nodsta (Ups. univ.), Söderby Karls s:n (J. F. AHLÉN). I silurblocken i Preussen är den

ej sällsynt enligt STEINHARDT. Den förekommer dels i hvit, dels i mörkgrå kalk och har den i sådana blifvit funnen tillsammans med *Asaphus tecticaudatus* STEINH. Utom Sverige är den ej träffad i fast lager. VOLBORTH uttalar visserligen såsom en möjlighet, att en af honom såsom *I. Schmidti* NIESZK *var.* beskrifven 10-ledad *Illænus* från Ehstland[1]) skulle vara identisk med den svenska »*I. Centaurus*». Då emellertid den förra har kinderna med spetsigt utdraget bakhörn, hvilket författarnes *I. Centaurus* = *I. Chiron* HOLM i verkligheten ej har, så förfaller VOLBORTH's förmodan.

---

9. Illænus crassicauda (WAHLENBERG) 1821[2]).

Taf. II, fig. 21—27.

1821. *Entomostracites crassicauda* WAHLENB., Petrif. tell. Svec., p. 27, tab. II, fig. 5, 6.
1880. *Illænus crassicauda* HOLM., Ant. om Wahlenb. Ill. crass., p. 8, Taf. V, fig. 1—13.
1880. — — HOLM., Bemerk. über Ill. crass., p. 563, Taf. XXIII, fig. 1—13.

Caput subtriangulare, convexissimum, gibbum, oculis, basi capitis proximis, ad conos productis et super glabellam valde erectis. Glabella antice obsoleta, inter oculos angustissima, antice posticeque latior. Sulci dorsuales antice evanescentes, dimidium capitis plane attingentes. Lobus palpebralis apice deflexus, oculum supra plane tegens. Sutura facialis post oculos recta et ad latera versus valde flexa. Genæ margine occipitali valde deflexo.

Thorax articulis 10. Pars plana loborum lateralium pleurarum mediarum et posticarum latissima, recurva decurvaque duplice major. Rhachis depressa, lata, neque tamen duplicem latitudinem planæ partis loborum lateralium æquans.

Pygidium latissimum, segmentum ellipsis fere occupans, superne subapplanatum, margine fortius curvata et pone apicem rhachis in

---

[1]) VOLB., Neue ehstl. Illænen, p. 5, tab. I, f. 6—10. Då denna otvifvelaktigt tillhör en ny art, får jag för densamma föreslå namnet *I. capricornis,* under hvilket namn den här ofvan p. 37 och 45 äfven är upptagen.

[2]) Angående namnet *I. crassicauda* (WAHLENB.) och dess användande får jag hänvisa till mina här anförda uppsatser.

utraque parte tuberculo oblongo humillimo prœditum. Sulci dorsuales satis depressi. Rhachis dimidium longitudinis pygidii vix occupans, triangularis, æquilateralis fere, postice evanescens et in carinam tenuem, marginem posticum pygidii attingentem, transiens. Angulivalde et abrupte truncati. Angulus fulcri cum margine anteriore circiter graduum 100—115. Fulcrum triangulare.

Beskrifning, storlek och måttuppgifter. Härutinnan får jag hänvisa till mina ofvan anförda uppsatser.

Slägtskap. Genom sina öfver pannan sig höjande fasta kinder och ögonlober skiljer sig denna art från alla andra beskrifna arter med undantag af *I. tauricornis* KUT., *I. Eichwaldii* STEINH. och *I. vindex* BILL. Dessa skilja sig dock derigenom, att de hafva hufvudets bakhörn starkt utdragna till mer eller mindre spetsiga horn, eller åtminstone skarpa.

Horisont och fyndort. Arten är ej sällsynt i Dalarne i gränslagren mellan Orthocerkalken och Chasmopskalken, i hvilken senares äldre del den stiger upp. Jag har sjelf funnit den vid Fjecka, Furudal och Kårgärde. Ett Upsala universitet tillhörande exemplar är från Solleröн. Såväl Upsala universitet som Riksmuseum eger af densamma flera ovanligt fullständiga och praktfulla exemplar från Furudal. Utom Dalarne är den inom Sverige ej funnen.

Professor DAMES i Berlin har godhetsfullt sändt mig ett exemplar, som är funnet i ett diluvialblock i Nord-Tyskland. Detta öfverensstämmer fullständigt, äfven till skalets färg och beskaffenhet samt åtföljande bergart, med exemplaren från Dalarne, hvarifrån kalkblocket derföre med största sannolikhet kan anses härleda sig [1]).

---

10. Illænus tuberculatus nov. sp.

Taf. V, fig. 25—26.

Pygidium latissimum, subtriangulare, modice convexum, superne subdepressum, angulis parum truncatis. Rhachis triangularis, dimidium longitudinis pygidii fere occupans, subapplanata, ad basin alta, postice evanescens. Lobi laterales costis

[1]) Se angående detta: Zeitschr. d. d. geolog. Gesellschaft, Bd. XXXII. p. 819.

2—3 brevissimis, obsoletissimis, pone apicem rhachis in utraque parte tuberculo oblongo, applanato, præditi. Fulcrum angustum. Testa punctata.

Beskrifning. *Pygidiet* ganska bredt, bredden i projection ej fullt två gånger längden, till formen subtriangulärt, föga starkt hvälfdt, ofvan något tillplattadt, men med utkanten jemnt böjd, hörnen föga afhuggna. Rhachis med bredden något mindre än sidolobernas, något tillplattad, ungefär nående till pygidiets halfva längd, baktill föga tydlig, men der begränsad af ett par låga, tillplattade, ovala knölar. Från rhachis går en mycket svag, upphöjd, kölformig linie. Dorsalfårorna föga djupa, men rhachis höjer sig framtill ej obetydligt öfver sidoloberna. Dessa med antydning till ribbor genom 2—3 svaga, korta upphöjda linier. Facetten liten, smal, triangulär, med hörnet afrundadt. Dess längd lika med den raka delen af sidolobens framkant. Facettens vinkel med framkanten omkring 130°.

Skalets skulptur. Skalet saknar helt och hållet, med undantag af facetten, terrasslinier, men är försedt med fina, intryckta, nålstickslika punkter. Punkteringen saknas eller är svagare på den kölformiga midtlinien.

Storlek och måttuppgifter.

Pygidiet.	m.m.
Längd (projection)	27,5
» (efter ytan)	30
» bredd	51
Rhachis bredd	17,5
Den raka delen af sidolobernas framkant	10
Facettens framkant	8,5
» utkant	3,5

Slägtskap. Pygidiet påminner ej obetydligt om det hos *I. tauricornis* KUT., hvad formen och framhörnens afstympning beträffar. Det är dock ej fullt så triangulärt. Hos *I. tauricornis* saknas äfven knölarne, som baktill begränsa rhachis, samt den, om ock svaga, midtlinien, äfvensom antydningen till ribbor på sidoloberna. Hvad skalets skulptur deremot beträffar, öfverensstämmer den hos båda arterna. Det kan derföre vara en möjlighet, att arterna, då hufvud och thorax funnits, visa sig vara närstående.

Äfven till pygidiet hos *I. crassicauda* (WAHLENB.) visar det ett närmande i anseende till den breda och korta formen,

samt linien och knölarne bakom rhachis. Framhörnens afstympning och facettytans form skiljer dem dock genast åt.

Horisont och fyndort. Det enda kända exemplaret är ett pygidium från Östergötland, utan närmare angifven fyndort. Det ligger i grå kalk, synbarligen Orthocerkalk. Det tillhör Riksmuseum, skänkt dit af Med. Doktor E. GOËS.

Grupp 2. *Thoraxleder 9.*

11. Illænus centrotus (DALMAN) 1827 [1])

Taf. IV, fig. 1—12.

1827. *Asaphus (Illænus) centrotus* DALM., Palæaderna, p. 248 (63). tab. V, fig. 1 *a*—*c*.
1837. *Illænus centrotus* HIS., Lethæa Svecica, p. 16, tab. III, fig. 4.
1840. *Isotelus centrotus* MILNE EDWARDS, Crust., Vol. III, p. 301.
1843. *Archegonus (Dysplanus) centrotus* BURM., Organ. der Trilob., p. 120.
1846. *Dysplanus centrotus* BURM., The organ. of Trilob., p. 105.
1854. — — ANG., Pal. Scand., p. 40, tab. XXIII, fig. 2, 2 *a*.
1857. *Illænus centrotus* NIESZK., Mon. der Trilob., p. 582 (68).
1863. *Dysplanus centrotus* VOLB., Russ. Trilob., p. 26, Taf. III, fig. 1—12.
1882. — — BRÖGG., Die sil. Et. 2 und 3, p. 96, Taf. II, fig. 4, 4 *a*—*b*, taf. VI, fig. 5.

Corpus ellipticum.

Caput semiellipticum, convexum, superne subdepressum, lateribus autem deflexis, angulisque posticis in cornua acuminata extensis. Margo frontalis acutus, linea prominente, angulos posteriores capitis prope attingente præditus. Margo occipitalis post oculos angulo acuto, et præditus sulco brevi, transversali. Glabella humilis, perangusta. Sulci dorsuales non profundi, vix convergentes, plus quam dimidium longitudinis capitis attingentes. Sutura facialis pone oculos longissima, extrorsum arcuata. Oculi parvi, a margine occipitali longitudinem fere

[1]) *Illænus centrotus* PORTLOCK 1843, Rep. geol. of Londonderry, p. 300, pl. X, fig. 3—6; *Illænus centrotus* M'COY 1846, Synopsis Sil. Foss. Ireland; samt *Dysplanus centrotus* M'COY 1852, Synopsis. Woodw. Fossils, pl. I, fig. 19, äro enligt SALTER, Mon. Brit. Trilob., p. 185, = *Illænus Bowmanni* SALT.

ipsorum, et a sulcis dorsualibus $^2/_3$ *latitudinis glabellæ vel totam latitudinem ejusdem distantes. Genæ subtriangulares.*

Thorax articulis 9. Rhachis perangusta, $^1/_3$ *latitudinis thoracis occupans, satis alte arcuata, postice vix angustata. Pars plana loborum lateralium latissima, deflexa autem brevissima. Articuli perangusti.*

Pygidium longitudinem capitis fere occupans, semiellipticum, lente convexum. Rhachis angusta, humillima, postice coarctata et evanescens. Sulci dorsuales exigui, introrsum arcuati. Pars recta marginis anterioris loborum lateralium vix minor quam latitudo rhachis. Fulcrum exiguum, triangulare, margine anteriore et exteriore eadem longitudine.

Testa lævissima.

Beskrifning [1]. *Kroppsformen* elliptisk, ej synnerligen starkt konvex. Hufvudet och pygidiet nästan af samma längd. Thorax längd deremot föga större än hälften af dessas. Då kroppen är utsträckt, nå hufvudets spetsigt utdragna bakhörn ej på långt när pygidiets framkant.

Hufvudet semielliptiskt med starkaste böjningen framtill, ofvan något nedplattadt, men med kanten starkare nedböjd. De fria kinderna äro derföre ställda starkt vertikalt. Bakhörnen starkt utdragna till ganska kraftiga horn, som dock föga skjuta ut mot sidorna. Pannan temligen smal, låg och obetydligt höjande sig öfver de fasta kinderna, som knappt slutta utåt. Dorsalfårorna nående något framom hufvudets midt, grunda, svagt konvergerande ungefär intill hufvudets midt. Innan de försvinna böja de sig utåt. Ögonlober och ögon små. De senares afstånd från dorsalfåran lika med pannans bredd mellan dem eller nedgående till $^2/_3$ deraf [2]). Deras afstånd från hufvudets bakkant ungefär lika stort som ögats egen längd. De fasta kindernas bakkant bildar något utanför midten en ganska skarp vinkel. Framom denna en kort, grund, tvärgående fåra. På pannan saknas hvarje spår till någon fåra och följaktligen äfven till nackring. Facialsuturen är framom ögat ganska

---

[1]) Denna art beskrifves mycket noga och utförligt af VOLBORTH (Russ. Trilob., se ofvan), hvilken haft till sitt förfogande exemplar öfverlägsna dem, som stått mig till buds.

[2]) Enligt VOLBORTH'S beskrifning, grundad på exemplar från trakten af St. Petersburg, är ögonens afstånd från dorsalfåran lika stort med pannans bredd, hvilket förhållande t. o. m. af honom upptages såsom en slägtkaraktär för *Dysplanus*. Hos de allra flesta af de svenska exemplar, som jag haft tillfälle att undersöka, är detta afstånd deremot endast ungefär $^2/_3$ af pannans bredd.

kort och bildar en svag båge. Bakom detsamma är den deremot proportionsvis ganska lång, bagböjd utåt. I likhet med BRÖGGER har jag hos ett par exemplar, som delvis varit beröfvade skalet, i inre aftrycket, på hvardera sidan af hufvudet nära framkanten, iakttagit en liten grop [1]). De fria kinderna triangulära, lindrigt hvälfda i riktningen inifrån utåt. Deras utkant svagt bågböjd, bakkanten nästan rak. Bakåt äro de starkt utdragna, derigenom att ut- och bakkanten med hvarandra bilda en mer eller mindre spetsig vinkel. Hufvudets bakhörn komma derigenom att bilda kraftiga horn, hvilkas längd och spetsighet dock något varierar. Ögonytan bredt halfmånformig. Den är ställd starkt vertikalt och täckes derigenom ofvantill nästan fullständigt af ögonloben. Facetteringen mycket tydlig, iakttagbar med svag förstoring. Hufvudets fram- och utkant skarp, med falslinie, som vanligen sträcker sig något bakom midten af de fria kindernas utkant [2]). Hos ett exemplar har jag lyckats mejsla fram en del af den fria kindens undersida. Den omböjda utkanten är starkt kullrig och betäckt af fina terrasslinier, se Taf. IV, f. 7.

Rostrum och hypostomat har jag ej haft tillfälle att iakttaga. De beskrifvas och afbildas af VOLBORTH, Russ. Trilob., p. 28, taf. III, f. 8—10, till hvilken derföre hänvisas.

Thorax bestående af 9 leder. Rhachis kullrig, bakåt obetydligt afsmalnande, smal och ungefär lika bred som hvardera af sidoloberna. Sidolobernas inre, plana del ganska bred, den yttre, nedböjda deremot mycket smal, ganska starkt och tvärt nedböjd. På de bakersta lederna är den senares bredd ungefär hälften af den förras. Thoraxlederna äro smala, spensliga, stundom, såväl på sidolobernas plana del som på rhachis, med en mycket grund rännformig fördjupning längs deras midt.

Pygidiet semielliptiskt, svagt konvext. Bakom framkanten löper en grund fåra. Rhachis mycket lag baktill försvinnande, med svaga antydningar till en köl. Den är smal, smalare än på de bakersta thoraxlederna, samt bakåt hastigt afsmalnande, dess sidor derigenom något konkava. Framtill är den smalare än sidoloberna och dess bredd derstädes öfverstiger knappt längden af den raka delen af dessas framkant. Dorsalfårorna mycket svaga. På inre aftrycket af skalet har spår af segmentering hos rhachis

[1]) Se vidare: BRÖGG., Die Sil. Et. 2 und 3, p. 96, Taf. II, f. 4.

[2]) Falslinien är ej tydlig på någon af mina figurer, men deremot utmärkt tydlig på f. 3 och 7, Taf. III hos VOLB., Russ. Trilob., och på f. 4 *a* och 4 *b*, Taf. II hos BRÖGG., Die Sil. Et. 2 und 3.

iakttagits, bestående af 5 par mycket svaga, tvärgående, intryck. Dessa hafva naturligtvis uppkommit genom motsvarande upphöjningar på skalets insida. Hos ett exemplar med synnerligen väl bevaradt skal har jag på hvardera sidan af rhachis iakttagit en med dorsalfärorna parallelt löpande vågig linie, utmärkt genom olika färg med skalet föröfrigt. Förekomsten af dylika beskrifves af VOLBORTH [1]). Pygidiets hörn temligen tvärt afstympade. Facetten liten med fram- och utkanten lika stora. Till formen bildar den en rätvinklig triangel.

Skalets skulptur. Skalet är slätt med mycket fina, först med stark förstoring iakttagbara, glest spridda, nålstickslika punkter. Förutom på hufvudets omböjda kant, rostrum och pygidiets facett, förekomma terrasslinier endast i sjelfva framkanten af hufvudet, der 5—6 mycket starka sådana tätt följa på hvarandra, bildande hufvudets skarpa kant, samt några korta på de fria kindernas yttre del, närmare spetsen.

Storlek och måttuppgifter. Den normala storleken representeras af fig. 1—3, taf. IV, men något större exemplar förekomma stundom. Då alla mig till buds stående exemplar äro mer eller mindre ofullständiga, eller krossade och förvridna, är det mig omöjligt att lemna några fullständiga måttuppgifter.

a) Nerike, Yxhult (Geol. byr.); *b*) och *c*) Östergötland (Marklinska saml.).

	Längd i m.m.		
	a.	*b.*	*c.*
Hufvudet.			
Längd (projektion)	17	—	—
Den fria kindens bredd vid bakre ändan af ögat	—	10,5	—
Ögats längd	—	4,3	—
» bredd	—	2	—
Thorax.			
Längd	10,5	—	—
Rhachis bredd på 1:sta leden	—	—	12,5
» » » 9:de »	—	—	11
Bredden af sidolobens plana del på 1:sta leden	—	—	5
» » » » » » 9:de »	—	—	8
» » » nedböjda del på 9:de leden	—	—	5
Pygidiet.			
Längd (projection)	18,5	—	25
Bredd	—	—	33
Rhachis bredd	—	—	9,5
Raka delen af sidolobernas framkant	—	—	8,5

[1]) VOLB., Russ. Trilob., p. 31, taf. III, f. 1.

Slägtskap. *I. centrotus* står alldeles isolerad bland de med 9 thoraxleder försedda *Illænus*-arterna, genom sin i flera afseenden afvikande byggnad. Den utmärker sig framför allt genom de till långa, kraftiga horn utdragna fria kinderna, genom ögats afstånd från hufvudets bakkant, genom thorax smala rhachis, genom de smala thoraxlederna, hos hvilka sidolobernas inre, plana del är mycket bred, den yttre, böjda kort, samt genom det elliptiska, mycket svagt hvälfda pygidiet.

Horisont och fyndort. *I. centrotus* förekommer i grå Orthocerkalk på samma nivå som *I. Esmarkii* (SCHLOT.), men vida sällsyntare. Sedan gammalt är den känd från Husbyfjöl i Östergötland. I denna provins är den äfven funnen vid Borghamn (SCHMALENSEE) och Krigsberg (LINNARSSON) enligt exemplar meddelade från Geologiska byrån. I Nerike har LINNARSSON funnit den vid Yxhult. Från Dalarne, Alsarbyn finnas tvenne pygidier i Riksmuseum. Enligt BOECK och BRÖGGER förekommer den i Norge, i trakten af Kristiania, ehuru sällsynt i BRÖGGER's så kallade »Expansusskiffer». Enligt VOLBORTH förekommer den äfvenledes, fast sällsynt, i ryska Östersjöprovinserna.

---

12. Illænus Linnarssonii nov. sp. [1])

Taf. IV, fig. 13—27, taf. V, fig. 1—8, taf. VI, fig. 15.

1860. *Illænus Rudolphii* EICHW., Lethæa Rossica, p. 1482, Pl. LIII, fig. 6 a—c [2]).

---

[1]) Af TÖRNQUIST har denna trilobit i hans äldre afhandlingar blifvit identifierad med *I. glaber* KJERULF, under hvilket namn den i dessa är upptagen (TÖRNQUIST, Siljanstr. paleoz. form. led, p. 27). Sannolikt är den ock identisk med denna, och får jag hänvisa, till hvad jag redan yttrat härom under *I. fallax* HOLM, p. 82—83.

[2]) Den nedan beskrifna arten öfverensstämmer såväl genom 9 thoraxleder, som för öfrigt till alla delar med EICHWALD'S här citerade figur af *I. Rudolphii.* Jag kan derföre ej hysa någon tvekan att identifiera dem med hvarandra. Redan 1825 har emellertid EICHWALD gifvit namnet *I. Rudolphii* åt en art, som han beskref i »De Trilob. observ.», p. 50, Tab. II, f. 1*a*—1*b*. Denna bör således vara typen för *I.*

Corpus ovatum.

Caput semiovatum vel semiellipticum, convexissimum, magnum, $^2/_5$ totius corporis occupans, sulcis dorsualibus non profundis, gracillimis, convergentibus, antice recurvis, per tertiam partem longitudinis capitis plane extensis. Oculi minimi, distantes, semiglobosi, a margine occipitali vix longitudinem ipsorum et a sulcis dorsualibus $^2/_3$ latitudinis glabellæ distantes. Lobi palpebrales minimi, vix prominentes. Genæ parvæ, angustæ vel angustissimæ, angulo valde obtuso.

Thorax articulis 9, rhachi convexissima, postice sensim coarctata et in articulo quinto vix lobis lateralibus latiore. Plana pars illorum perangusta.

Pygidium lente convexum, superne depressum, margine vehementer declive, interdum apice recurvo, forma variante, semiellipticum vel semiovatum, interdum subtriangulare, rhachi latissima, antice tantum inter foveas latas conspicua. Pars recta marginis anterioris loborum lateralium brevissima, $^1/_3$ latitudinis rhachis efficiens. Anguli valde et abrupte truncati.

Rudolphii. VOLBORTH har redan 1863 i sin kritik af EICHWALD'S arter af slägtet *Illænus*, uppställda i Lethæa Rossica, (VOLB., Russ. Trilob., p. 18) fästat uppmärksamheten på, att af EICHWALD'S ytterst ofullständiga och intetsägande beskrifning i »De Trilob. observ.» ej kan afgöras, om den der beskrifna arten är identisk med den, som sedermera i Lethæa Rossica tilldelats detta namn, men att figurerna bestämdt tala deremot. I den förra afhandlingen äro de mycket illa utförda och fig. 1*a* skiljer sig i en vigtig karakter, nemligen ögonens afstånd från dorsalfårorna, betydligt från fig. 1*b*. Hos ingen af dem öfverensstämmer det dock med det hos figuren af *I. Rudolphii* i Lethæa Rossica. VOLBORTH framställer såsom sin åsigt, att *I. Rudolphii* i Lethæa Rossica antingen är en helt annan art än den ursprungliga, som endast vore *I. Dalmani* VOLB., eller ock en obestämbar stenkärna. Detta senare måste jag på det bestämdaste bestrida, då intet i teckningen angifver något sådant samt öfverensstämmelsen med den svenska formen är fullständig. Den strid, som med anledning af VOLBORTHS kritik utspann sig mellan honom och EICHWALD (EICHW., Beitr. zur Kenntn. d. in Let. Ross. beschrieb. Illænen, p. 386; och VOLB., Ueber Eichwald's Beitr. zur Kenntn. d. Ill., p. 95) bestyrker ytterligare denna min åsigt. *I. Rudolphii* från 1825 är dertill från annan horisont än den från 1860. Den förra är från trakten af Petersburg från Orthocerkalken, den senare (neml. det i Lethæa Rossica afbildade exemplaret) från Erras i Ehstland, således från Brandskiffern (SCHMIDT, Rev. der ostbalt. sil. Trilob., p. 29). Det synes mig derföre vara fullt afgjordt, att den senare är en annan art än den ursprungliga *I. Rudolphii.* Då detta namn således ej kan bibehållas för denna art, lika litet som KJERULF'S *I. glaber,* i fall arterna skulle bevisas vara identiska, kan upptagas (se ofvan, p. 83), har jag uppkallat den efter Dr. LINNARSSON, hvilken först funnit den inom Chasmopsregionen i Sverige, vid Ulfåsa i Östergötland.

Fulcrum angustissimum, subfusiforme. Fascia concava, perangusta, pari fere latitudine, in media parte angulo acuto prominente, striis raris conspicuis.

Testa lævis.

Beskrifning. *Kroppsformen* äggformig, starkt kullrig. En längre och en kortare form torde kunna urskiljas, dock med öfvergångar dem emellan. Hufvudets, pygidiets och framför allt de fria kindernas form är derföre underkastad ej obetydliga vexlingar.

Hufvudets form vexlande, semielliptisk eller bildande en afskärning af en äggformig figurs trubbigare ända. Dess längd (projection) utgör $^{2}/_{5}$ af hela kroppslängden. Det är starkt och jemnt hvälfdt i alla riktningar. De fasta kinderna mycket lägre än pannan, samt starkt fallande mot sidorna, de fria nästan rätvinkligt nedböjda, ehuru ej fullt perpendiculära. Glabella något smalare än sidoloberna. Dorsalfårorna grunda, smala, framåt konvergerande, naende ett stycke framom ögonen och fullt till $^{1}/_{3}$ af hufvudets längd. Innan de försvinna, böja de sig något utat. Ögonen små, korta, nästan halfklotformiga, betydligt aflägsnade från hvarandra, samt från dorsalfårorna, men nära hufvudets bakkant. Deras afstånd från dorsalfårorna understiger ej $^{2}/_{3}$ af glabellans bredd mellan dem. Afståndet från bakkanten är mindre än ögonens egen längd samt nästan lika med ögonlobens. Ögonloberna, som ej betäcka ögonen ofvantill, äro mycket sma, låga och utskjuta knappt åt sidorna. De bilda fram- och baktill ingen vinkel, utan öfvergå jemnt i sidokanterna pa hufvudets medelsköld. Facialsuturen är bakom ögonen trubbvinkligt böjd med utifrån ingående vinkel, samt främre vinkelbenet längre. Dess riktning är derföre, då hufvudet ses uppifrån, bakåt och först obetydligt inåt, hvarefter den böjer sig utåt. Framom ögonen är den nästan rak eller allra främst mycket svagt bågböjd. De fria kindernas form är för arten särdeles karakteristisk. De äro ganska små och smala, subtriangulära, till formen ej obetydligt vexlande, än bredare, än smalare, med bakhörnet mycket starkt afrundadt. Hos den smalare formen öfvergå bak- och utkanten fullkomligt i hvarandra och konturen bildar en nästan jemn båge, så att man ej kan urskilja någon särskild bak- och utkant. Hos den bredare deremot äro bak- och utkanten under

någon sträcka nästan raka, men öfvergå derefter jemnt i hvarandra. Kindens största bredd är i förra fallet framom ögat, i det senare vid detsammans bakre ända. Hos de bredare kinderna utgör bredden $^2/_3$ af största längden, hos de smalare ej fullt hälften. Öfvergångar finnas mellan båda formerna. Ögonytan höjer sig halfklotformigt öfver kinden. Dess inkant är nästan rak eller knappt urbugtad. Längden är obetydligt större än bredden. Hufvudets framkant är afrundad utan falslinie. De fria kinderna med tvärfåra för upptagandet af pygidiets kant vid hoprullningen.

Rostrum är af vanlig form. Dess sidokanter öfvergå ej omärkligt i bakkanten, utan bilda med densamma en trubbig vinkel.

Hypostomat har jag ännu ej funnit sittande på sin plats, men de på taf. V, fig. 7—8, och taf. VI, f. 15 afbildade torde tillhöra denna art.

Thorax, något kortare än pygidiet, bestående af 9 leder. Rhachis är starkt markerad och skild från sidoloberna, starkt kullrig, samt bakåt afsmalnande. På midten är den knappt bredare än sidoloben. Sidolobernas plana del smal, bakåt vidgande sig, så att den på bakersta leden är dubbelt så bred som på den främsta. På femte leden är den endast ungefär hälften af den nedböjda.

Pygidiet varierar ej obetydligt till form och omkrets, än är det semielliptiskt, än utgör det en del af en äggformig figurs spetsigare ända, än är det subtriangulärt, då med bakre kanten och spetsen starkt nedböjd, samt till och med framåtböjd. Det är i allmänhet föga konvext, men med kanten starkare böjd, ofvan nedplattadt, ofta nästan plant, såsom alltid synes vara fallet med den subtriangulära formen med ned- och omböjd spets. Längden vexlar från $^2/_3$ till mer än $^3/_4$ af bredden. Således kan en kortare och en längre form äfven iakttagas hos pygidiet. Dorsalfåror saknas och är rhachis endast antydd framtill genom ett par intryck vid framkanten. Den är ungefär af sidolobernas bredd, eller stundom något bredare, samt bildar i framkanten en mycket svag båge. Framkantens raka del på sidoloben är kort, ungefär $^1/_3$ af rhachis bredd samt ej hälften af facettens bakkant. Hörnen starkt och tvärt afstympade. Facetten mycket smal, långsträckt, dess bredd är omkring $^1/_6$ af längden.

ej triangulär, utan nästan spolformig, något konkav. Pygidiets inre, omböjda lamell konkav, temligen smal, nästan jemnbred, bakåt knappt tilltagande i bredd. I midtlinien skjuter den dock fram i en hvass spets. Mätt efter ytan når den endast till $^1/_4$ af pygidiets längd.

Skalets skulptur. Skalet är slätt med spridda, intryckta, fina punkter, ofta ganska svårt iakttagbara, på mindre exemplar först vid ganska stark förstoring. Det saknar terrasslinier med undantag af hufvudet vid framkanten, och på rostrum, samt på pygidiets facett.

Storlek och måttuppgifter. Denna art synes hafva varit af medelmåttig storlek eller något derunder, i allmänhet något mindre än *I. Esmarkii* (SCHLOT.). Jag har dock funnit såväl exemplar som varit större, som ock mycket små. Hos mina exemplar har hufvudets längd i projection varierat från 46 m.m. till 2,5 m.m. Endast tvenne fullständiga svenska exemplar äro kända. De särskilda skaldelarne träffas vanligast hvar för sig. Några metamorfoser och utvecklingsstadier hafva derföre ej kunnat iakttagas hos denna, såsom hos den närstående *I. Panderi* BARR., oaktadt delar af mycket små och unga individer hafva funnits. Samtliga exemplar, från hvilka måttuppgifter här nedan anföras, äro från Leptænakalken i Dalarne.

a) Fullständigt exemplar från Furudal funnet af och tillhörande Lektor TÖRNQUIST.
b) Hufvudets medelsköld från Amtjärnsberget (ipse).
c) D:o, Arfvet (ipse).
d) Fri kind, Amtjärnsberget (ipse).
e) D:o, Gulsängsbrända (ipse).
f) D:o, Amtjärnsberget (ipse).
g) D:o, Arfvet (ipse).
h) Pygidium, Boda kyrka (ipse).

	Längd i m.m.				
	a.	*b.*	*c.*		
Hufvudet.					
Längd (projection)	13	26	46	—	—
» (efter ytan)		36	61	—	—
Bredd	17,5	—	—	—	—
Pannans bredd mellan ögonen	7,5	15	27,5	—	—
» höjd öfver ögonloberna	3	6	—	—	—
Bredden mellan ögonen	15,5	29,5	—	—	—
Ögats afstånd från dorsalfåran	5	9	—	—	—
» » » hufvudets bakkant	2	5	6	—	—
Ögonlobens längd	—	3,75	5	—	—
Ögats längd	2,5	—	—	—	—
» bredd	1,75	—	—	—	—
		d.	*e.*	*f.*	*g.*
Den fria kindens största längd	10	9,5	11,5	13	31
» » » » bredd	5	6	6,5	7	15
Thorax.					
Längd	8	—	—	—	—
Bredd	17	—	—	—	—
Rhachis bredd på 1:sta leden	7	—	—	—	—
» » » 9:de »	5,5	—	—	—	—
Sidolobernas plana del på 1:sta leden	1,5	—	—	—	—
» » » » 9:de »	2,5	—	—	—	—
Pygidiet.		*h.*			
Längd	10	22	—	—	—
Bredd	15	30	—	—	—
Rhachis bredd	5	13	—	—	—
Den raka delen af sidolobens framkant	2,5	4	—	—	—
Facettens bakkant	4,5	8	—	—	—
» bredd	—	1,5	—	—	—

Slägtskap. *I. Linnarssonii* står ensam bland och är vida skild från alla öfriga svenska arter af slägtet *Illænus*. Tillsammans med *I. Panderi* BARR. i Böhmen och *I. Bowmanni* SALT. i England, med hvilka båda arter den är mycket nära beslägtad, bildar den en egen grupp bland arterna af *Illænus* med 9 thoraxleder. Denna grupp är karakteriserad genom de små ögonen och föga framskjutande ögonloberna, belägna långt från dorsalfårorna, men nära hufvudets bakkant, genom de äfvenledes små, smala, fria kinderna med bakhörnet starkt afrundadt, genom pygidiets starkt afhuggna hörn och den nästan fullständiga saknaden af rhachis.

I. Bowmanni har rhachis på thorax betydligt bredare.

Hos *I. Panderi* räcka dorsalfårorna ej framom ögonen, och glabellan är smalare, lika bred som afståndet från ögat

till dorsalfåran, de fria kinderna äro mindre och pygidiets hörn afrundade.

Jag känner ej pygidiets facett hos dessa senare båda arter och kan således ej afgöra, huruvida äfven denna öfverensstämmer med den ovanliga formen hos *I. Linnarssonii*, dock synes detta sannolikt, hvad *I. Panderi* beträffar, att döma af BARRANDE's figur.

Horisont och utbredning. *I. Linnarssonii* har en vidsträckt såväl vertikal som horisontal utbredning. Den är enligt exemplar samlade af Dr. LINNARSSON funnen i Chasmopskalk i Östergötland, dels vid Ulfåsa, dels i lösa block af dylik kalk vid Södra Fredberga. Ett något skadadt exemplar, men med de 9 thoraxlederna väl bevarade, från Rödbergsudden nära Motala, samladt af Herr SCHMALENSEE, härrör förmodligen från samma lager. Alla dessa äro mig meddelade från Geologiska byrån. I Dalarne förekommer den öfverallt i Leptænakalken och utgör en af detta lagers allmännaste försteningar. Redan WAHLENBERG fann den derstädes på Osmundsberget, enligt hans exemplar i Upsala universitets samlingar. I HISINGER's samling i Riksmuseum finnes den från »Glistjerna», Furudal och Osmundsberget. Såväl WAHLENBERG sjelf som HISINGER skiljde den ej från »*I. crassicauda*», hvarföre ock »Glistjerna» och Osmundsberget uppgifves af dem såsom fyndort för den senare [1]). Sjelf har jag funnit den vid Amtjärnsberget, Kulsberget, Gulsängsbrända, Unskarsheden, Östbjörka, Boda, Sinksjön, Lissberget vid Gulleråsen, samt vid Arfvet. För lånet af ett fullständigt, nästan oskadadt, sammanrulladt exemplar från Furudal står jag i största tacksamhetsskuld till Lektor TÖRNQUIST.

I Östergötland nära Motala vid Råsnäset och Rödbergsudden förekomma i den der anstående röda Trinucleusmergeln små pygidier med starkt tvärhuggna hörn jemte fragment af små hufvud, som visa samma form som hos *I. Linnarssonii*, af hvilken jag anser dem utgöra en förkrympt form.

Enligt EICHWALD förekommer, såsom jag ofvan har visat, denna art äfven i ryska Östersjöprovinserna. Den är dock med säkerhet endast funnen vid Erras i Ehstland i Brandskiffern, hvarifrån det af EICHWALD i Lethæa Rossica afbildade exemplaret härleder sig.

---

[1]) WAHLENB., Petrif. tell. Svec., p. 27; HIS., Lethæa Svecica, p. 17.

Grupp 3. *Thoraxleder 8*[1]).

13. Illænus megalophthalmus (Linnarsson) 1869.

Taf. VI, fig. 12—14.

1869. *Panderia megalophthalma* Linrs., Diagn. spec. nov. Crust., p. 194.
1869. — — Linrs., Vesterg. Cambr. o. Sil. aflagr., p. 78, Taf. II, fig. 45.

»*Caput amplum, angulis obtuse rotundatis. Frons lata, gibba. Sulci dorsales abbreviati, partem anteriorem oculorum haud æquantes. Oculi maximi, plus quam dimidiam longitudinem capitis occupantes, pæne ad basin capitis retracti, a fronte vix quarta parte latitudinis ejus distantes. Genæ mobiles angustissimæ.*

Thorax applanatus, capite et pygidio brevior. Rhachis depressa, lobis lateralibus latior, postice attenuata. Pleuræ intus fere horizontales, extus paullum deflexæ, apicibus truncatis, omnes eadem fere longitudine.

Pygidium semiellipticum applanatum. Rhachis lobos laterales latitudine æquans et saltem 2/3 longitudinis pygidii occupans, obtusa, annulis destituta» [2])

Beskrifning. *Kroppsformen* utdraget äggformig, bakåt något litet afsmalnande.

Hufvudet stort, dess längd ej fullt uppgående till hälften af hela kroppslängden, starkt hvälfdt, med pannan isynnerhet starkt uppsvälld, samt betydligt höjande sig öfver de fasta kinderna. Pannan är bred och upptager hufvudets halfva bredd. Hufvudets form kan i anseende till sammantryckning i skiffern sällan iakttagas, men synes hafva varit semioval. Bakhörnen

---

[1]) I denna grupp har jag här nedan upptagit *I. parvulus* Holm, ehuru thorax ej är fullständigt känd. Detta på grund af dess nära öfverensstämmelse för öfrigt med några hithörande arter, hvilket gör det högst sannolikt, att thoraxlederna äfven hos denna varit 8 till antalet.

[2]) Linrs., Diagn, spec. nov. Crust., p. 194.

starkt afrundade med sidokanterna jemnt öfvergående i bakkanten. Genom sin ställning och form synas de fria kinderna sakna bakkant. Hufvudet är derföre bredast något bakom ögats midt. Sidokanterna böja sig derefter i en nästan jemn båge starkt inåt ända till facialsuturens utgångspunkt bakom ögat. Dorsalfårorna mycket korta, grunda och svaga, vanligen föga tydliga och i synnerhet svåra att iakttaga på genom tryck skadade exemplar. De äro något tydligare på inre aftrycket, men nå äfven der knappt framom ögonens midt. De äro svagt bågböjda med konkaviteten inåt.

Den af LINNARSSON iakttagna punktformiga upphöjningen på pannans främre del torde, då den endast är observerad hos ett enda exemplar, hafva berott på någon tillfällighet. Ögonen hafva varit mycket långa och såsom det synes smala. På alla mig till buds stående exemplar äro de förstörda. Deras afstånd från dorsalfårorna uppgår knappt till en fjerdedel af pannans bredd, och afståndet från hufvudets bakkant utgör ungefär $^{1}/_{4}$ af deras egen längd. Ögonloberna deremot äro vanligen i behålll. De äro mycket stora, ungefär af hufvudets halfva längd. Facialsuturen bakom ögonen starkt bågböjd, så att de fasta kinderna utlöpa i en hvass spets. Dess riktning framom ögat är nästan rakt framåt. De fria kinderna mycket små, smala, nästan jemnbreda, utan något egentligt bakhörn, i det att ut- och bakkanten äro parallela med ögats böjning och öfvergå i hvarandra, samt båda vetta utåt.

Thorax med 8 leder, dubbelt så bred som lång. Rhachis låg, nedtryckt, bakåt afsmalnande, bredare än sidoloberna, $^{2}/_{5}$ af thorax hela bredd. Deras inre, plana del bakåt något, fast obetydligt, tilltagande i bredd, på fjerde leden är den lika med den nedböjda. Thoraxledernas ändar äro snedt afhuggna. Derigenom att thoraxledernas undersida är något konvex, i synnerhet på sidoloberna, synas lederna fårade i aftrycket. Ledernas facetter äro föga utvecklade och skarpa, isynnerhet på de bakre.

Pygidiet nedtryckt, semielliptiskt, längden är obetydligt större än halfva bredden. Rhachis af sidolobernas bredd, bakåt något afsmalnande, baktill trubbigt afrundad, då skalet är i behåll svag och knappt begränsad baktill. Den når till $^{2}/_{3}$ af pygidiets längd. I aftrycket deremot är den tydligare och begränsad baktill, samt saknar äfven då spår af leder.

Pygidiets hörn knappt afhuggna, med mycket liten, triangulär facett. Rhachis bildar en svagt framskjutande båge. Den omböjda delen af skalet smal, jemnbred, utan fåra, framskjutande spets eller inskärning i medellinien. I aftrycket kunna fina terrasslinier, parallela med utkanten, iakttagas. De bilda ej någon vinkel eller böjning i medellinien.

Skalet. Såsom vanligen är förhållandet hos de i den röda Trinucleusmergeln förekommande försteningarne, är skalets yta angripen, samt försedd med ett tunnt leröfverdrag, som svårligen låter bortskaffa sig. Skalytans beskaffenhet låter derföre ej med säkerhet bestämma sig. Den synes dock hafva varit slät, utan terrasslinier.

Storlek och måttuppgifter. Denna art tillhör en af de minsta af slägtet. De största exemplarens längd uppgår till omkring 25 m.m. och bredden till 14 m.m., hvilket synes vara de fullt utvecklades normala storlek.

Det exemplar, från hvilket följande måttuppgifter äro hemtade, är från Vestergötland, Skogatorp, samt tillhör Geologiska byrån.

	Längd i m.m.
Hufvudet.	
Längd (proj.)	11,5
Bredd	15
Pannans bredd baktill	8
Afståndet mellan ögonen	12.5
Ögonlobens längd	6,5
Ögats afstånd från dorsalfåran	2
» » » hufvudets bakkant	1,5
Den fria kindens största längd	7,5
» » » bredd (utom ögat)	2,5
Thorax.	
Längd	7
Bredd på 2:dra leden	14,5
» » 8:de leden	13,5
Rhachis bredd på 4:de leden	6
Sidolobens » » »	4,5
» plana del på » »	2,5
» nedböjda » » » »	2,5
Pygidiet.	
Bredd	13
Längd	7,5
Rhachis bredd (på inre aftrycket)	4.5
» längd » » »	5

Slägtskap. Från de närstående arterna *I. lineatus* (Ang.), *I. parvulus* Holm, *I. triquetrus* (Volb.), *I. minimus* (Volb.) och *I. Lewisii* Salt., hvilka alla höra till den grupp af de med 8 thoraxleder försedda arterna, som har hufvudets bakhörn afrundade, skiljer den sig genom de mycket stora ögonen och ögonloberna, de små och smala, jemnbreda, bågböjda fria kinderna, samt pygidiets svaga rhachis, utan spår till segmentering.

Horisont och förekomst. Denna art förekommer hufvudsakligen i den röda Trinucleusskiffern, i hvilken den ej är sällsynt i Vestergötland. Den är derstädes funnen på Mösseberg vid Bestorp och på Högstenaberget vid Skogatorp. I den röda Trinucleusmergeln i Östergötland, vid Rasnäset och Rödbergsudden, är den, enligt exemplar i Riksmuseum, funnen af professor Lindström. Från denna horisont stiger den i Vestergötland, enligt Linnarsson, upp i Brachiopodskifferns lägsta del, den så kallade Staurocephalusskiffern, i hvilken den är funnen på Ålleberg.

I Skåne förekommer den i Trinucleusskiffer vid Röstånga enligt Tullberg [1]), och enligt Johnstrup [2]) förekommer den på Bornholm i samma lager.

---

14. Illænus parvulus nov. sp.

Taf. V, fig. 9—14.

Caput convexissimum, genis angulo fere recto deflexis. Glabella latissima, hemisphærica. Sulci dorsuales levissimi, prorsus divergentes, anteriorem partem oculorum non attingentes. Oculi permagni, a fronte 1/4 latitudinis ejus, a posteriore margine capitis 1/3 et ab anteriore 2/3 longitudinis ipsorum distantes. Sutura facialis post oculos retro et ad latera versus flexa, ante oculos levissime arcuata. Genæ, angulo obtuso vel rotundate truncato. Exterior margo genarum maximus, interior minimus. Angulus marginis exterioris cum posteriore circiter graduum 75.

[1]) Tullb., Kambr. o. Sil. aflagr. vid Röstånga, p. 90.
[2]) Johnstr., Pal. Dann. paa Bornh., p. 306.

Thorax verisimile articulis 8, rhachi convexa, postice coarctata, lobos laterales latitudine æquante. Pleuræ apicibus truncatis. In articulo quinto pars interior, plana, major quam deflexa.

Pygidium subapplanatum, latum, longitudine $^1/_2$ latitudinis admodum æquante. Rhachis conica, apice obtuse rotundata, antice convexissima, paullo magis quam dimidiam longitudinem pygidii occupans, latitudine lobis lateralibus minor. Anguli pygidii vix truncati. Fulcrum minimum.

Testa lævissima, nitida.

Beskrifning. *Hufvudet* mycket starkt konvext i alla riktningar samt med de fria kinderna starkt, nästan rätvinkligt nedböjda. Betraktas det från en punkt öfver pannan midt emellan ögonen, bildar det framtill en jemn båge, baktill utskjuter deremot glabella bågformigt och bildar med sidodelarne en vinkel. Ses det åter från en punkt öfver pannans bakre del, så att dennas bakkant synes såsom en rät linie, så blir den främre konturen vinkligt böjd, i det pannan, jemte ögonloberna, som tillsammans bilda en jemn, ehuru föga starkt krökt båge, gör en trubbig vinkel med de fria kinderna. Samma blir förhållandet, då hufvudet ses framifrån. Pannan starkt uppsvälld, halfsphärisk. Dorsalfårorna grunda, nående framom ögonens midt, men ej fullt till dessas främre ända. De divergera framåt något, så att pannan baktill är smalast. Ögonen temligen stora, belägna nära dorsalfåran och hufvudets bakkant. Deras afstånd från hufvudets bakkant $^1/_3$, och från hufvudets framkant $^2/_3$ af deras egen längd. Afståndet från pannan $^1/_4$ af dennas bredd mellan dem. Facialsuturen är vanligen svår att iakttaga. Bakom ögat är den rak, riktad bakåt och utåt, framom detsamma är den mycket svagt bågböjd. Dess främre och bakre gren bilda, då hufvudet ses från sidan, med hvarandra en nästan rät vinkel. De fria kinderna oregelbundet femsidiga med utkanten längst och inkanten kortast. Bakhörnet afrundadt eller nästan afhugget. Bak- och utkanten bilda utdragna med hvarandra en vinkel af omkring 75°. Hufvudets framkant med tydlig falslinie på medelsköldeu och den närmaste delen af de fria kinderna. Framkantens omböjda del är mycket bred.

Thorax. Ehuru intet fullständigt exemplar är kändt, kan dock med visshet antagas, att thoraxledernas antal varit 8, att döma af de kända delarnes nära öfverensstämmelse i byggnad med *I. triquetrus* (VOLB.) och *I. minimus* (VOLB.) Det exemplar med

thorax fullständigast, jag funnit, utgöres af pygidiet och sju fragmentariska leder. Rhachis ganska starkt kulilrig, ungefär af sidolobernas bredd, bakåt afsmalnande. Pleurornas yttre del böjer sig bakåt och nedåt under en ganska trubbig, men skarp vinkel. På femte leden är den plana delen längre än den nedböjda. Den förra tilltager bakåt i bredd. I spetsen äro lederna tvärhuggna såsom hos föregående art. Facetterna äro mycket små.

Pygidiet föga konvext, bredt, med längden ungefär som halfva bredden. Rhachis, som når något bakom pygidiets midt, är konisk, baktill trubbigt afrundad och låg, men äfven der fullt tydlig, framtill är den deremot starkt konvex. I framkanten bildar den en ganska starkt framspringande båge. Pygidiets hörn föga afstympade och med facetten mycket liten, knappt nedböjd.

Skalet är glatt, glänsande. Endast hufvudets nedböjda framkant med terrasslinier. Föröfrigt har, ej ens med stark förstoring, någon skulptur kunnat upptäckas.

Storlek och måttuppgifter. Denna är den minsta af våra svenska arter, ehuru knappt mindre än den ryska *I. minimus* (VOLB.) Från ett fullständigt hufvud, det största jag känner, meddelas här nedan några mått. Det är från Fjecka i Dalarne samt tillhör Lektor TÖRNQUIST.

Hufvudet.	Längd i m.m.
Längd (proj.)	4
» (efter ytan)	6
Bredd	5
Pannans bredd mellan ögonen	3,5
Afståndet mellan ögonen	4,5
Pannans höjd öfver ögonloberna	1
Ögats afstånd från dorsalfåran	0,75
Ögats afstånd från hufvudets bakkant	0,5
Ögats längd	1,75
» bredd	0,5
Den fria kindens meddellängd	2,5
» » » bredd	2

Slägtskap. Följande arter af dem, som hafva 8 thoraxleder och ögonen starkt närmade intill dorsalfårorna, stå *I. parvulus* mer eller mindre nära:

I. megalophthalmus (LINRS).

I. Sanchezi BARR.
I. Lewisii SALT.
I. triquetrus (VOLB.)
I. minimus (VOLB.)

De skilja sig från *I. parvulus* genom följande:

1. *I. megalophthalmus* har mycket längre ögon och de fria kinderna synnerligen smala, jemnbreda, bågböjda, riktade mot sidorna, samt med bak- och utkanten öfvergående i hvarandra.

2. *I. Sanchezi* har rhachis hos thorax betydligt bredare samt sidolobernas inre, plana del mycket smal, endast $^1/_3$ af den nedböjda. Pygidiets rhachis otydlig.

3. *I. Lewisii.* Hufvudet mycket starkare kullrigt med största konvexiteten efter en linie längs pannans midt, så att hufvudet framifrån sedt är till formen triangulärt. De fria kinderna närmast bakhörnet med en nedplattad kant. Rhachis på thorax är bredare. På pygidiet är den starkare markerad och begränsad af djupare fåror, äfven baktill. Den är derstädes längre och sträcker sig nästan till pygidiets spets.

4. *I. triquetrus.* Ögonen äro aflägsnare från dorsalfårorna. Pannan högre och i likhet med föregående längs midtlinien starkare nedböjd mot sidorna, så att hufvudet betraktadt framifrån har formen af en triangel. De fria kinderna äro smalare samt ej så starkt nedböjda.

5. *I. minimus* står otvifvelaktigt denna art närmast. De öfverensstämma genom pannans form, samt de fria kindernas riktning nedåt, så att hufvudets tvärprofil, framifrån sedd, har samma böjning. Att döma af VOLBORTH's figur är de fria kindernas form något olika. Hos *I. minimus* är deras framkant längre, samt ögat mindre i proportion.

Horisont och utbredning. Hittills endast funnen i Dalarne, der jag under min resa 1880 fann hufvuden, pygidier samt delar af thorax, ehuru intet fullständigt exemplar, i Chasmopskalk, såväl i dess högre som lägre del, vid Kårgärde. Af Lektor TÖRNQUIST är den funnen vid Fjecka, äfvenledes i Chasmopskalk. Jag påminner mig dessutom hafva funnit ett exemplar, hvilket dock tyvärr förkommit, i samma lager vid Gulleråsen.

---

15. Illænus lineatus (ANGELIN) 1854.

1854. *Rhodope lineata* ANG., Pal. Scand., p. 39, Tab. XXII, fig. 17, 17 b, (17 a?).

»*R. oblongula, fronte lineis transversis utrinque 3 infuscata*» ANGELIN.

ANGELIN'S originalexemplar till denna art finnes ej i Riksmuseum. Jag känner ej heller något exemplar från annat håll och sådant synes ej finnas i någon af de mig till buds stående samlingarne. Jag kan således hvarken beskrifva den efter egen iakttagelse eller lemna någon afafbildning, utan nödgas hänvisa till ANGELIN'S ofvan citerade artdiagnos och figurer, jemte till hans beskrifning af slägtet *Rhodope*. Detta grundades af ANGELIN på denna art, som således utgör typen för detsamma. Den vigtigaste karaktären synes vara thoraxledernas antal, hvilket är 8. Besynnerligt nog hänför ANGELIN dock straxt efteråt, ehuru med frågetecken, till *Rhodope* tvenne arter, nemligen *R.? oblongata* ANG. och *R.? lata* ANG., den förra med 10, den senare med 9 thoraxleder.

Såsom förut är nämndt har VOLBORTH utbytt slägtnamnet *Rhodope*, hvilket redan förut var bortgifvet at ett Gastropodslägte, mot *Panderia* [1]).

Horisont och utbredning. Enligt ANGELIN är arten funnen i Östergötland, men utan närmare lokaluppgift, i hans Regio Asaphorum, det vill säga sannolikt i Orthocerkalk. Horisonten är derföre något osäker.

[1]) VOLB., Russ. Trilob., p. 1. Anm. 2.

2 Afdeln. Ögon saknas.

---

16. Illænus leptopleura nov. sp. LINRS. mscr.[1].

Taf. IV. fig. 28, taf. VI. fig. 11.

Corpus ellipticum.

Caput $^2/_5$ *longitudinis corporis circiter efficiens, segmentum ellipsis occupans, pygidio paullo majus, angulis quadratis acutis. Glabella brevissima,* $^1/_3$ *longitudinis capitis non efficiens, sulcis dorsualibus non profundis, linearibus, prorsus convergentibus. Oculi nulli. Sutura facialis abnormis, prope marginem angulumque capitis currens.*

Thorax latissima, articulis 10, gracillimis. Rhachis modice lata, postice angustata, in articulo quinto $^1/_3$ *latitudinis totius thoracis. Exterior pars loborum lateralium latissima, interiore parte latior.*

Pygidium eadem forma atque capitis, margine anteriore modice arcuato. Rhachis nulla.

Beskrifning. *Kroppsformen* elliptisk.

Hufvudet föga längre än pygidiet, ungefär $^2/_5$ af hela kroppslängden, till formen bildande ett segment af en ellips. Bakhörnen nästan rätvinkliga, skarpa. Dorsalfårorna grunda, smala, men skarpa, starkt konvergerande, korta, ej nående $^1/_3$ af hufvudets längd, begränsa den temligen smala, framåt afsmalnande pannan. Denna baktill utgörande omkring $^1/_3$ af hufvudets bredd. På de enda, tvenne exemplar, jag känner, äro endast de yttersta sidodelarne af hufvudet svårare skadade. Då något spår af facialsuturen och ögonen ej kan iakttagas på de föröfrigt till största delen hela sidostyckena af hufvudet, måste facialsuturen hafva haft sitt lopp nära till hufvudets kant. Hvad beträffar de fria kindernas form och facialsuturen, torde arten derföre utan tvifvel stämma öfverens med *I. Angelini* HOLM och *I. Zeidleri* BARR. samt tillföljd deraf likasom dessa sakna ögon. Se vidare under *I. Angelini*, p. 121.

---

[1]) I Geologiska byråns samlingar är denna art, enligt etiketten till det ena af de meddelade exemplaren, af LINNARSSON betecknad med detta namn.

Thorax med 10 leder, dess längd utgör endast $^1/_3$ af bredden. Lederna mycket smala. Rhachis medelmåttigt bred, på 5:te leden $^1/_3$ af thorax hela bredd, bakåt afsmalnande. Sidolobernas plana del såsom vanligt något vidgande sig bakåt, deras böjda del bred, betydligt bredare än den plana, äfven på de bakersta lederna. Dorsalfårorna skarpa. På hvarje led finnes i dessa en liten fördjupning, se ofvan, p. 23.

Pygidiet af samma form som hufvudet, obetydligt kortare. Dess längd ungefär $^2/_3$ af bredden. Det saknar hvarje spar af rhachis och synes hafva varit ganska konvext. Framkanten bildar en nästan jemn båge, med den del, som motsvarar sidolobernas plana del på thorax, mycket kort, facettens bakkant deremot mycket lång. Pygidiets omböjda, inre lamell ganska bred, bakåt vidgande sig.

Skalet. Skalet är fullständigt förstördt på de exemplar jag undersökt, men synes hafva varit ganska tunnt.

Storlek och måttuppgifter. Hos det större, men ofullständigare, exemplaret är thorax och pygidets bredd 34 m.m., och hela kroppslängden torde hos detta hafva uppgått till 60 m.m. Måttuppgifterna här nedan äro hemtade från det mindre, nästan fullständiga, exemplaret — kroppslängd omkr. 41 m.m. — från Mösseberg, Bestorp.

	Längd i m.m.
Hufvudet.	
Längd	16.5
Bredd	28
Pannans bredd framtill	7
Thorax	
Längd	8
Rhachis bredd på 5:te thoraxleden	8
Sidolobens plana del på 5:te thoraxleden	3
» nedböjda » » » »	5
Pygidiet.	
Längd	17
Bredd	27
Facettens bakkant	7

Slägskap. *I. leptopleura* skiljer sig från de andra arterna af slägtet, hvilka sakna ögon, samt hafva abnormt löpande facialsutur [1]), genom sin elliptiska kroppsform och stora pygidium med bågböjd framkant, hvilket saknar rhachis, genom hufvudets

[1]) Se vidare under *I. Angelini*, p. 122.

skarpa, rätvinkliga bakhörn, genom sin korta framåt afsmalnande panna, begränsad af grunda, skårlika dorsalfåror, genom den breda, yttre delen af sidoloberna på thorax, samt framför allt genom de smala thoraxlederna.

Horisont och förekomst. Endast tvenne exemplar äro af mig kända, båda med thorax och pygidiet fullständiga, men hufvudets sidokanter skadade. Båda äro från Vestergötland, funna af Herr SCHMALENSEE, det ena i grön Trinucleusskiffer på Högstenaberget, det andra i röd vid Bestorp på Mösseberg, samt tillhöra Geologiska byråns samlingar.

---

17. Illænus Angelini nov. sp.[1]).

Taf. IV, fig. 29.

?[1854. *Rhodope? lata* ANG., Pal. Scand., p. 41., Tab. XXIV, f. 4.]

Corpus ovatum.

Caput maximum $^2/_3$ longitudinis thoracis et pygidii occupans, semiovatum, convexum, angulis quadratis, acutis. Glabella angustissima, $^1/_4$ latitudinis et $^1/_2$ longitudinis capitis circiter efficiens. Sulci dorsuales alti. Sutura facialis abnormis, e medio margine occipitali in marginem lateralem arcuata excurrens. Oculi nulli. Genæ brevissimæ, limbum angustissimum ad angulos capitis efficientes.

Thorax articulis 9. Rhachis non depressa, angustissima, $^1/_4$ circiter latitudinis thoracis efficiens, postice vix coarctata. Pars plana loborum lateralium in articulis posterioribus eadem latitudine atque rhachis.

---

[1]) Ehuru det synes mig sannolikt, att *Rhodope? lata* ANG. är identisk med denna art, — båda hafva nemligen 9 thoraxleder, smal glabella, smal rhachis på thorax samt äro funna på samma lokal och samma horisont, — så vågar jag dock ej med full säkerhet identifiera dem. ANGELIN'S original är ej återfunnet, den korta diagnosen lemnar intet utslag och figuren, som tyckes vara ritad efter ett mycket dåligt exemplar, enär den endast är utförd i konturteckning, lemnar föga upplysning, samt afviker i åtskilliga vigtiga afseenden, såsom pygidiets tvärare afstympade hörn, dess fullständiga, om ock svaga, rhachis, hufvudets korthet och pannans form. ANGELIN'S namn kan emellertid i ingen händelse användas för denna art, då M'COY redan 1852 kallat en annan art *I. latus*. M'COY, Brit. pal. foss., p. 172.

Pygidium semiovatum, longitudine dimidium latitudinis. Rhachis nulla vel non nisi in margine antico ipso distincta.

Beskrifning. *Kroppsformen* nedtryckt, äggformig med trubbigare ändan framåt.

Hufvudet stort, utgörande $^2/_3$ af thorax och pygidiets sammanlagda längd, föga konvext, nedplattadt, till formen bildande en afskärning af den trubbigare ändan af en äggformig figur. Bakhörnen bilda en skarp, nästan rät vinkel. Glabella smal, $^1/_4$ af hufvudets bredd, begränsad af de djupa, ungefär till hufvudets midt nående dorsalfårorna. Pannan är framom midten smalast, men vidgar sig åter något framåt. Den höjer sig obetydligt öfver sidoloberna. Facialsuturens lopp är mycket afvikande från det hos slägtet vanliga. Dermed sammanhänger frånvaron af ögon, hvari den öfverensstämmer med *I. Zeidleri* BARR[1]). Såsom BARRANDE visat, har facialsuturen hos de trilobiter, som sakna facettögon alltid ett abnormt förlopp, se ofvan p. 19. Suturen utgår ungefär från midten af sidolobernas bakkant, böjer sig i en båge mot utkanten, i hvilken den straxt utlöper, ej nående $^1/_3$ af hufvudets längd. Dess lopp på hufvudets undersida har jag ej haft tillfälle iakttaga. De fria kinderna bilda en mycket oregelbunden figur. De äro mycket korta och bilda endast en smal kant vid hufvudets bakhörn. Bakkanten trubbvinkligt böjd. Fram- och inkanten ej skilda.

Thorax med 9 leder, hvilket tal alla mina exemplar, större och mindre, visa. Rhachis låg, kullrig, smal, på fjerde leden $^1/_4$ af thorax hela bredd, bakåt obetydligt afsmalnande. Sidolobernas böjda del mycket bred. Deras plana del äfvenledes bred, obetydligt tilltagande i bredd bakåt. Den är på den bakersta leden lika bred som den böjda delen, samt lika bred som rhachis på samma led. På den första är den smalare än den böjda delen och smalare än rhachis. Dorsalfårorna ganska markerade.

Pygidiet litet, till formen ett afsnitt af en äggformig figurs spetsigare ända, föga konvext, endast framtill med spår till rhachis i det framkanten bildar en mycket svagt framskjutande båge. Denna är knappt bredare än sidolobens raka del, som i sin ordning är lika stor med facettens bakkant. Dessa senare

---

1) BARR., Syst. Sil. de Boh. Suppl., p. 75.

bilda med hvarandra en vinkel af 145°. Pygidiets bredd förhåller sig till längden ej fullt som 2 till 1. Facettens yta är på intet af mina exemplar synlig. Pygidiets omböjda inre lamell temligen smal, nästan jemnbred.

Skalet. De flesta af de exemplar, jag haft tillfälle att undersöka, utgöras af stenkärnor, i det skalet blifvit upplöst, och i tomrummet återstår endast en jordartad massa. Då skalet någon gång är qvar, är ytan angripen och betäckt med ett lerartadt öfverdrag, som ej kan aflägsnas. Någon skulptur har jag derföre ej varit i stånd att urskilja.

Storlek och måttuppgifter. Medelstor, de största hufvudenas bredd uppgår till omkring 42 m.m. Följande måttuppgifter meddelas från det fullständiga exemplaret, med de fria kinderna bevarade — taf. IV, f. 29 — af SCHMALENSEE funnet vid Bestorp på Mösseberg, och tillhörande Geol. byråns samlingar.

	Längd i m.m.
Hufvudet.	
Längd (proj.)	9
Bredd	16
Pannans bredd	4
Thorax.	
Längd	5
Bredd på 4:de leden	15
Rhachis bredd på 4:de leden	3,3
Bredden af sidolobernas plana del på 4:de leden	3
» » » böjda » » » »	3
Pygidiet.	
Bredd	14
Längd	7.5

Slägtskap. *I. Angelini* skiljer sig från alla andra arter af slägtet *Illænus* med undantag af *I. Zeidleri* BARR., *I. Katzeri* BARR., *I. aratus* BARR. och *I. leptopleura* LINRS. genom saknaden af ögon och facialsuturens abnorma lopp, såsom redan ofvan är omtaladt. Från *I. Katzeri* afviker den för öfrigt i de flesta afseenden. Deremot öfverensstämmer den med *I. Zeidleri*, ehuru denna har 10 thoraxleder, i åtskilliga hänseenden, såsom genom glabellans bredd och längd, proportionerna hos rhachis och sidoloberna på thorax, pygidiets form m. m. Fullständiga

exemplar skiljas lätt genom de 10 thoraxlederna hos *I. Zeidleri* samt dennas bakåt mycket starkt utdragna, bakom pygidiets framkant nående, spetsiga fria kinder. *I. leptopleura* skiljer sig genom 10-ledad thorax med bredare rhachis, som starkare afsmalnar bakåt, genom smalare thoraxleder, samt mycket kort, framat starkt afsmalnande glabella, begränsad af grunda, skarlika dorsalfåror.

Horisont och utbredning. *I. Angelini* är funnen i den röda Trinucleusskiffern i Vestergötland vid Kungslena pa Fårdalaberget och vid Bestorp pa Mösseberg, samt i Östergötland vid Rödbergsudden nära Motala (Geol. byr.). I Vestergötland synes den ej vara sällsynt enligt de talrika exemplar derifrån, samlade af Herr SCHMALENSEE och tillhörande Geol. byrån, som jag haft tillfälle att granska. Bland Geol. byråns samlingar finnes äfven ett exemplar taget af LINNARSSON vid Kungslena, hvilket enligt den bifogade etiketten är LINNARSSON's »*I. sp. ind.* Trinucleidskiffer: Fårdalaberget vid Kongslena», LINRS. Vesterg. Cambr. o. Sil. aflagr., p. 77. De flesta exemplaren äro i ett ganska otillfredsställande skick, starkt plattryckta, med de mera konvexa delarne, hufvudet och pygidiet, mycket krossade. Hos flera, såväl större som mindre, finnes thorax fullständig i behåll och visar alltid 9 leder, så att om detta tal kan intet tvifvel råda. Endast hos ett enda exemplar, taf. IV, f. 29, har jag kunnat iakttaga de fria kinderna. Detta har hufvudets sidor något så när oskadade och den fria kinden fullständig på den ena sidan, på den andra är den äfven tillstädes, men starkt sammantryckt från sidan.

II. Subgenus **Bumastus** (MURCH.)[1].

18. Illænus barriensis (MURCH.) 1839[2].

?[1828. *Nileus Glomerinus* DALM., Årsber. 1826, p. 136].
1829. »*A new species of Trilobite*» JUKES & SOWERBY, A new spec. of Trilob., p. 41, fig. 8—10.
1833. *Trilobite* SILLIMAN, Amer. Journ. of Science. Vol. XXIII, I, p. 203, fig.
?[1837. *Nileus glomerinus* HIS., Lethæa Svecica, p. 16].
1839. *Bumastus Barriensis* MURCH., Sil. System., p. 656, (excl. fig.).
1843. *Illænus* (*Bumastus*) *Barriensis* BURM., Organ. der Trilob., p. 120.
1846. *Illænus* (*Bumastis*) *barriensis* KEYS, Reise in d. Petschora-land, p. 289, tab. II, fig. 17.
1849. *Illænus Barriensis* SALT., Mem. geol. Surw. Unit. Kingd., Dec. II, N:o 2, Pl. 3 (excl. fig. 2), Pl. 4 (excl. fig. 9—11).
1854. *Bumastus Lindströmi* ANG., Pal. Scand., p. 40, tab. XXIV, fig. 1—1a.
?[1854. *Bumastus? glomerinus* ANG., Pal. Scand., p. 63, tab. XXXIII, fig. 17—17a].

---

[1]) Af de Öfversiluriska *Illænus*-arterna, samtliga tillhörande Subgen. *Bumastus*, har Herr Professor G. LINDSTRÖM ställt till mitt förfogande Riksmusei rika förråd från Gotland, sammanbragt till största delen af honom sjelf under mångåriga resor derstädes och outtröttligt arbete att skaffa material till bearbetning af Gotlands Silurfauna. Jag har derföre kunnat här upptaga tvenne säkra arter af *Bumastus*, *I.* (*B.*) *barriensis* (MURCH.) och *I* (*B*) *insignis* HALL. Den förra urskiljdes på Gotland af Professor LINDSTRÖM redan 1867 (Nom. foss. Sil. Gotl., p. 22), den senare något derefter enligt exemplar i Riksmuseum. Då SALTER utförligt beskrifvit dessa båda arter och af dem lemnat goda afbildningar, har jag ej ansett mig nu här böra meddela någon beskrifning eller några figurer, utan får lemna detta åt framtiden.

[2]) En amerikansk *Bumastus* har af HALL beskrifvits såsom *barriensis* MURCH, nemligen:

1843. *Bumastis Barriensis* HALL, Geol. New-York, Part. IV, p. 102 (fig. 33, 4 i texten på p. 101), Pl. N:r 10. fig. 4, Pl. N:o 19. fig. 3.
1852. — — HALL. Pal. New-York, Vol. II, p. 302, Pl. LXVI.
1865. *Illænus* (*Bumastus*) *Barriensis* HALL, 20 Reg. Rep. univ. New-York, p. 332.

HALL har sedermera funnit, att den amerikanska arten i vissa afseenden något skiljer sig från den engelska *barriensis*, ehuru de stå hvarandra mycket nära, och upptagit den såsom en särskild art under namnet *Illænus ioxus* (20 Reg. Rep. univ. New-York, p. 378).

1857. *Illænus barriensis* NIESZK., Mon. der Trilob., p. 585.
1859. — — SALTER i: MURCH., Siluria, ed. 2, p. 123, Foss. 16., fig. 2 (excl. fig. 9—11, Pl. XVII).
1863. *Bumastus Barriensis* VOLB., Russ. Trilob., p. 40, tab. IV, fig. 10—15.
1865. *Illænus Barriensis* KJERULF, Veiviser, p. 30, 32, fig. 45 a—b.
1867. *Illænus (Bumastus) Barriensis* SALT., Mon. Brit. Trilob., p. 203, Pl. XXVII, fig. 1—5.

Beträffande användandet af MURCHISON'S namn *barriensis* för denna art kan åtskilligt vara att anmärka. Det kan nemligen först och främst vara tvifvel underkastadt, huruvida detta namn skall tillkomma denna eller följande art.

Namnet *barriensis* gafs 1839 af MURCHISON i »Sil. System» at, såsom han uttryckligen säger, en art redan förut i England känd från Barr i Staffordshire under namnet »*the Barr trilobite*» samt afbildad af JUKES och SOWERBY. MURCHISON'S figurer i »Sil. System» tillhöra dock, enligt SALTER (Mon. Brit. Trilob., p. 204), ej denna åsyftade art från Barr utan en annan, från densamma fullständigt skild art, från Dudley. Denna senare betecknades af SALTER på pl. 27, fig. 6—7 med namnet *I. pomatia*, men innan texten till SALTER'S arbete var tryckt erhöll han från HALL det ark i separat af »20 Reg. Rep. univ. New-York», der samma art af denne beskrifves från Amerika under namnet *I. insignis*. I texten till »Mon. Brit. Trilob.» har derföre namnet *I. pomatia* ersatts af *I. insignis* HALL. MURCHISON har således sammanblandat tvenne arter under sin *Bumastus barriensis*. Af dessa skulle väl rätteligen den art, figurerna tillhöra, bära namnet *barriensis*. Häremot talar dock, att denna art ej är från Barr, och att den verkligen vid Barr förekommande arten af MURCHISON afses genom namnet *barriensis*, genom citaten och hans uttryckliga ord, att det är »*the Barr trilobite*», som han åsyftar. Jag har här följt SALTER och på ofvanstående grunder bibehållit namnet i den betydelse, som MURCHISON sjelf velat gifva det.

Vidare är det möjligt, att namnet *barriensis* för denna bör utbytas mot det äldre *glomerinus* DALMAN. BURMEISTER[1]) först, samt efter honom SALTER framställer den förmodan, att DALMAN'S *Nileus glomerinus* skulle vara iden-

---

[1]) BURM., Organ. der Trilob., p. 120.

tisk med *Bumastus barriensis* MURCH. Originalexemplaret till *Nileus glomerinus* tillhör Riksmuseum i Stockholm. Det är ingen *Nileus* utan en verklig *Bumastus*. Den fyndort, DALMAN gissningsvis angifver, da lokaluppgift saknas, »att döma af kalkens utseende och af artens slägte», nemligen »Östergötland, t. ex. från Husbyfjöl», är med full visshet oriktig. Exemplaret härstammar otvifvelaktigt från Gotland. Enligt hvad Professor LINDSTRÖM godhetsfullt meddelat mig torde det, efter utseendet att döma, vara från Visby, Norderstrand. Genom nötning är det något skadadt, sa att pygidiets form ej kan bestämmas, ej heller formen hos de fria kindernas bakhörn. I oskadade delar afviker det något från *I. barriensis*. Hufvudet är framtill något spetsigare och konturen derigenom ej så jemnt böjd som hos denna. De fria kinderna äro smalare, samt hafva utkanten nästan rak. Hufvudet är ej heller så starkt hvälfdt. Jag vågar derföre ej med full säkerhet identifiera dessa arter med hvarandra, och kan således ej upptaga DALMAN'S namn, ehuru äldre. Å andra sidan kan jag lika litet följa ANGELIN och endast på grund af detta enda, skadade exemplar upptaga den såsom en särskild art.

Horisont och utbredning. *I. barriensis* är, enligt af Professor LINDSTRÖM godhetsfullt meddelad uppgift, på Gotland ytterst allmän och hans pygidier och hufvudsköldar bilda ej sällan verkliga småskikt, der de ligga hopade. I Riksmuseum finnas flera mer eller mindre fullständiga exemplar, deribland ett synnerligen praktfullt, fullständigt sammanrulladt, från Wisby, Norderstrand. Han förekommer nästan öfverallt, såväl i mergelskiffern som i kalkstenen, dock är arten icke ännu funnen i sydliga delen af Gotland.

Utom Sverige förekommer den i öfversiluriska lager i Ryssland, England och ? Norra Amerika.

I Ryssland är den funnen i Östersjöprovinserna, enligt VOLBORTH och SCHMIDT [1]), samt i norra Ryssland vid Waschkina pa norra sidan af Timanberget enligt KEYSERLING [2]), äfvensom i Podolien enligt SCHMIDT [3]). I England förekommer den

---

[1]) SCHMIDT, Rev. der ostbalt. sil. Trilob., p. 42, 46, 48.

[2]) KEYS., Reise in d. Petschoraland, p. 289.

[3]) SCHMIDT, Podol.-galiz. Silurform., p. 14. Anmärkas må, att det hufvud, af hvilket SCHMIDT lemnar en figur, Taf. I, f. 2, dock synes mig något afvika från *I. barriensis*.

enligt SALTER i May Hill Sandstone, Woolhope? Grits, Woolhope Limestone, samt i Wenlock lagren.

I Amerika är dess förekomst deremot mera osäker. Såsom ofvan är anfördt, har HALL numera afskiljt den amerikanska form, som han fört till *I. barriensis*, såsom en särskild art *I. ioxus*. CAMBERLIN[1]) upptager dock ? *I. barriensis* från Niagara group i Wisconsin jemte *I. ioxus*.

19. Illænus insignis HALL 1865[2]).

1839. *Bumastus Barriensis* (pro parte) MURCH., Sil. System, p. 656, Pl. VII bis, fig. 3 a—d, Pl. XIV, fig. 7.
1849. *Illænus Barriensis* (pro parte) SALT., Mem. geol. Surw. Unit. Kingd., Dec. II, N:o 2, Pl. III, fig. 2. Pl. IV, fig. 9—11.
1859. — — SALTER i: MURCH., Siluria, ed. 2, Pl. XVII, fig. 9—11.
1865. *Illænus insignis* HALL, 20 Reg. Rep. univ. New-York[3]), p. 331, f. 5—6, Pl. 22 (13), fig. 13—14.
1867. *Illænus* (*Bumastus*) *insignis* (*I. pomatia* på planchen) SALT., Mon. Brit. Trilob., p. 207, Pl. XXVII, fig. 6—7.

Något fullständigt exemplar af denna art har ännu ej anträffats på Gotland, utan endast hufvudets medelsköld. och pygidiet. Hufvudet afviker något från HALL's och SALTER's figurer hufvudsakligen genom saknaden af falslinie i framkanten, men denna synes dock hafva varit temligen skarp.

Angående thoraxledernas antal har en stor ovisshet rådt. HALL kände endast hufvudet och pygidiet. SALTER deremot fullständiga exemplar, att döma af hans figurer. SALTER's uppgifter äro dock högst motsägande. I sin öfversigt af

---

[1]) CAMB., Geol. of Wis.

[2]) Angående användandet af namnet *I. barriensis* (MURCH.) eller *I. insignis* HALL för denna art, se under *I. barriensis*(MURCH.), p. 125.

[3]) 20 Reg. Rep. univ. New-York är i sin helhet publicerad först 1867, hvilket årtal titelbladet bär, men arket 42 (p. 329—336), der denna art beskrifves, är, enligt hvad på detsamma angifves, tryckt redan Jan. 1865, samt då utsändt i separat. SALTER uppgifver felaktigt publikationsåret 1864 (SALT., Mon. Brit. Trilob., p. 207).

underslägtena hos *Illænus*[1]) anför han såsom karaktär för *Bumastus* 10 thoraxleder. Bland de arter, som uppräknas, är dock *I. trentonensis* HALL, som af denne afbildas med 9 leder[2]). I artbeskrifningen till *I. insignis* omnämnes ej deras antal i likhet med hvad som sker under *I. barriensis*, men fig. 6 a, pl. XXVII visar antalet 9. Den synes vara ritad efter ett fullständigt exemplar, hos hvilket ingen förskjutning af lederna egt rum. Under synonymerna hänvisar dock SALTER till tvenne andra figurer, hvilka deremot visa 10 thoraxleder, nemligen till MURCH., Sil. System, pl. 14, fig. 7, och SALT., Mem. geol. Surv. Unit. Kingd., Dec. II, pl. III, fig. 2. Sannolikt är rätta antalet 10.

Horisont och utbredning. Med säkerhet är denna art på Gotland endast funnen vid Stor Vede i Follingbo s:n, samt i öfre kalklagret vid Slite, enligt exemplar i Riksmuseum.

I England förekommer den enligt SALTER i Wenlock Limestone och i Norra Amerika enligt HALL i Niagara group i Wisconsin och Illinois.

---

1) SALT., Mon. Brit. Trilob., p. 183.

2) Jemför p. 53, not. 1.

Bihang.

Förteckning på tvifvelaktiga, namngifna, men ej beskrifna, till Illænus oriktigt förda arter, samt förkastade och oanvändbara artnamn.

Actinobolus atavus EICHW., se *Illænus atavus* EICHW.

Alceste latissima CORDA 1847, Prodr. böhm. Trilob., p. 66, taf. IV, f. 31.
= *I. Hisingeri* BARR., en mycket ung individ, enl. BARR., Syst. Sil. de Boh., p. 676, 682.

Bumastus Glomerinus (DALMAN) 1828. *Nileus Glomerinus* DALM., Årsber. 1828, p. 136; *Bumastus ? glomerinus* ANG., Pal. Scand., p. 63, tab. XXXIII, f., 17—17a.
= ? *I.* (*Bumastus*) *barriensis* (MURCH.).

Bumastus Lindströmi ANGELIN 1854, Pal. Scand., p. 40, tab. XXIV, f. 1—1a.
= *I.* (*Bumastus*) *barriensis* (MURCH.).

Bumastus ? planus MÜNSTER 1840, Beitr. zur Petr.-Kunde, p. 48, taf. V, f. 18.
= *I.* (*Bumastus*) *franconicus* (MÜNSTER), enl. BARR., Syst. Sil. de Boh., p. 677.

Cryptonymus se *Illænus*.

Illænus (*Illænopsis*) *acuticauda* (HICKS) 1875, WOODW., Cat. Brit. foss. Crust., p. 42; *Illænopsis acuticauda* HICKS, Rocks of St. David's, p. 184, pl. IX, f. 5.
— Tillhör slägtet *Illænopsis*, som bör bilda ett från *Illænus* helt och hållet skildt slägte.

Illænus asaphoides CORDA 1847, Prodr. böhm. Trilob., p. 54.
= Grundad på ett pygidium af *Aeglina speciosa* BARR., enl. BARR., Syst. Sil. de Boh., p. 681.

I. atavus EICHWALD 1857, Bull. de la Soc. des Natur. de Moscou 1857, p. 222; *Actinobolus atavus* EICHW., Lethæa Rossica, p. 1489, Pl. LIV, f. 1.

I. attenuatus CORDA 1847, Prodr. böhm. Trilob., p. 54.
= *I. Panderi* BARR., och ? *I. Salteri* BARR., enl. BARR., Syst. Sil. de Boh., p. 682, 685.

I. ? Barrandei D. D. OWEN, enl. BIGSBY, Thesaur. Sil., p. 54.
— Originalbeskrifningen har jag ej kunnat finna. Arten finnes ej upptagen i MILLER, Catalogue.

I. Centaurus (DALMAN) 1826, *Asaphus (Illænus) Centaurus* DALM., Palæaderna, p. 261.
= De fria kinderna af *Megalaspis latilimbata* ANG. eller någon närstående art. Se ofvan, p. 89—91.

I. Centaurus (ANGELIN) 1854 och efterföljande författare. *Dysplanus Centaurus* ANG., Pal. Scand., p. 40, tab. XXIII, f. 1—1a (genæ mob. exclus.).
= *I. Chiron* HOLM, p. 88.

I. cornutus PANDER 1830, Beitr. zur Geogn. d. russ. Reichs, p. 137, tab. VII, f. 5 (pyg., f. 6, exclus.); EICHW., Lethæa Rossica, p. 1480, pl. LIII, f. 7.
= *I. tauricornis* KUT. — Detta senare namn borde kanske vika för det äldre af PANDER gifna.

I. Desmaresti ROUAULT 1847, Mém. sur les Trilob., p. 321.
— Identifieras af ROUAULT med *Ogygia Desmaresti* BRONGN. och *I. giganteus* BURM. Enl. BRONGNIARD'S fig. är dock *I. Desmaresti* tydligen ingen *Illænus*.

I. dubius CORDA 1847, Prodr. böhm. Trilob., p. 54.
— Enl. BARR., Syst. Sil. de Boh., p. 681 är arten grundad på ett ofullständigt aftryck af ett molluskskal.

I. glaber KJERULF 1865, Veiviser, p. 12, f. 28.
= ? *I. Linnarssonii* HOLM. — Se ofvan, p. 83.

I. glaberrimus CORDA 1847, Prodr. böhm. Trilob., p. 54.
= *Bronteus viator* BARR., enl. BARR., Syst. Sil. de Boh., p. 681.

I. grandis ROEMER 1861, Sadew. Diluv.-Gesch., p. 69, taf. VIII, f. 4.
= *I. Roemeri* VOLB. — Se ofvan, p. 47.

I. laticauda (WAHLENBERG) 1821; *Asaphus (Illænus) laticauda* DALM., Palæaderna, p. 521.

I. laticeps CORDA 1847, Prodr. böhm. Trilob., p. 54.
= ? *I. Panderi* BARR., enl. BARR., Syst. Sil. de Boh., p. 682.

= Pygidiet af *Bronteus laticauda* BEYR., + hufvudet af en obeskrifven trilobit.

I. laticlavus EICHWALD 1860, Lethæa Rossica, p. 1477, Pl. LIII, f. 4a—b.

I. latus M'COY 1852, Brit. pal. foss., p. 172, Pl. 1E, f. 17—17a.
= *I. Bowmanni* SALT., enl. SALT., Mon. Brit. Trilob., p. 185.

I. limbatus CORDA 1847, Prodr. böhm. Trilob., p. 54.
= *I. Salteri* BARR. Namnet har af BARRANDE förkastats såsom grundadt på en karaktär, hvilken ej finnes.

I. limbatus LINNARSSON 1866, Sil. Bildn. i Mell. Vesterg., p. 21, pl., II, f. 7a—c.
= *I. fallax* HOLM. Se ofvan, p. 82.

I. Minganens BILLINGS, enligt BIGSBY, Thesaur. Sil., p. 55.
— BILLINGS beskrifning har ej kunnat finnas. Arten är ej heller upptagen i MILLER, Catalogue.

I. minutus CORDA 1847, Prodr. böhm. Trilob., p. 55.
= *I. Bouchardi* BARR., enl. BARR., Syst. Sil. de Boh., p. 689.

I. orbicaudatus BILLINGS 1866, Cat. Sil. foss. Anticosti, p. 27, f. 10.
= *I. orbicauda* BILL., enl. citat af BILLINGS. Hvarför detta namn ändrats till *I. orbicaudatus*, uppgifves ej.

I. Parkinsonii (EICHWALD) 1825. *Cryptonymus Parkinsonii* EICHW., De Trilob. observ., p. 51, tab. IV, f. 1a—b; *I. Parkinsonii* EICHW., Lethæa Rossica, p. 1478, pl. LIV, f. 2a—b.

I. pomatia SALTER 1867, Mon. Brit. Trilob., p. 207, pl. XXVII, f. 6—7.
— Detta namn är på planchen användt för *I.* (*Bum.*) *insignis* HALL, hvartill det i texten och figurförklaringen rättas.

I. pterocephalus CAMBERLIN 1877, Geol. of Wis., p. 389.
— Uppräknas såsom n. sp. utan beskrifning, diagnos eller figur.

I. quadrato-caudatus PORTLOCK 1843, Rep. Geol. of Londonderry, p. 302, pl. XXIV, f. 2.
— Osäker art, upptagen af PORTLOCK under rubriken: Species incertæ sedis.

I. Rosenbergii (EICHWALD) 1825. *Cryptonymus Rosenbergii* EICHW., De Trilob. observ., p. 48, tab. III, f. 3a—3b; *I. Rosenbergii* EICHW., Lethæa Rossica, p. 1483.

I. Rosenbergii SALTER 1849, SALT. & PHILL., Mem. Geol. Surv. Great Brit., Vol. II, Part. 1, p. 338; SALT., Mon. Brit. Trilob., p. 199, pl. XXIX, f. 2—6.
= *I. Marshalli* SALTER.

I. Rudolphii (EICHWALD) 1825. *Cryptonymus Rudolphii* EICHW., De Trilob. observ., p. 50, tab. II, f. 1a—b.

I. Rudolphii EICHWALD 1860, Lethæa Rossica, p. 1482, pl. LIII, f. 6a—c. — Synes vara en från den föregående skild art.
= *I. Linnarssonii* HOLM. Se ofvan, p. 103.

I. subtriangulare CORDA 1847, Prodr. böhm. Trilob., p. 55, pl. III, f. 29.
= *I. Wahlenbergianus* BARR., enl. BARR., Syst. Sil. de Boh., p. 684.

I. (Illænopsis) Thomsoni SALTER 1866, Mem. Geol. Surv. Great Brit., Vol. III, p., 256, 316, pl. XI B, f. 1—2; SALT., Mon. Brit. Trilob., p. 213, pl. XX, f. 1.
= *Illænopsis Thomsoni* (SALT.). Se ofvan under *I. (Illænopsis) acuticauda* (HICKS), p. 129.

I.? triacanthus GOLDFUSS 1839, Beiträge zur Petrefactenkunde, p. 363, tab. XXXIII, f. 4 [1].
= ? Ingen *Illænus*.

I. Wahlenbergi BARRANDE 1846, Nouv. Trilob., p. 13.
= *I. Wahlenbergianus* BARR. Förändradt af BARRANDE sjelf, sedan han funnit, att det förra redan förut var användt af EICHWALD. BARR., Syst. Sil. de Boh., p. 684.

Panderia se: *Rhodope.*

Rhodope? lata ANGELIN 1854, Pal. Scand., p. 41, tab. XXIV, f. 4; *Panderia? lata* LINRS., Vesterg. Cambr. o. Sil. aflagr., p. 78.
= *? I. Angelini* HOLM. Se ofvan, p. 120.

[1]) Verhandl. d. Kais. Leopold.-Carol. Akadem. d. Naturf. Breslau und Bonn 1839.

Tryckfel, rättelser och tillägg.

Pag. 8, rad 25, står: 352, läs: 22.

Pag. 8 tilläggcs efter rad 25:
1869. LINNARSSON gifver diagnos till *Panderia megalophthalma* n. sp. [= *I. megalophthalmus* (LINRS.)] från Vestergötland. — Diagn. spec. nov. Crust., p. 194.

Pag. 10, rad 29 tilläggcs efter Östergötland: *Illænus sp.* [=?] från (Planilimbatakalk) Orthocerkalk.

Pag. 10 tilläggcs efter rad 34:
1882. TULLBERG uppräknar från Skåne såsom förekommande i »Den Undersiluriska Serien, **D.** Öfre etagen, *c*. Zonen med *Staurocephalus clavifrons* ANG.»: *Illænus* cfr *Salteri* BARR. [=?], i »*e*. Zonen med *Niobe lata* och *Dicellocephalus complanatus* LAPW.»: *Panderia megalophthalma* LINRS. [= *I. megalophthalmus* (LINRS.)] och *Illænus* 2 sp. [=?], i »**F.** Den understa etagen, *b*. Orthocerkalk»: *Illænus Dalmani* VOLB. [= *I. Esmarkii* (SCHLOT.)]. — Skånes Grapt., p. 17, 18, 21, 22.

Pag. 11 tilläggcs efter rad 18:
Deucalion. STSCHEGLOFF 1827 [1]).

Pag. 11 tilläggcs efter rad 26:
Alceste (pars) CORDA 1847.

Pag. 12, rad 23, står: *I. latidorsata*, läs: *I. latidorsatus*.

---

[1]) Denna uppgift är hemtad ur ett bref från AL. BRONGNIART till DALMAN, hvilket tillhör K. Vetenskaps-Akademiens bibliotek, och ur hvilket ett utdrag här lemnas.

»Sèvres près Paris 7 Mars 1828.

— — — — — — — — — — — — — — — — —

Un Professeur de St. Petersbourg M. STSCHEGLOFF m'a adressé dernièrement des trilobites des environs de cette ville avec de bonnes descriptions. Il propose de faire un genre particulier des *asaphus*, *armadillo* et *crassicauda* sous le nom de *Deucalion*. Je pense que cette ideé n'est pas sans fondement et qu'elle demande à être suivie et examinée.... STSCHEGLOFF a publié ses observations sur les trilobites et sur son genre *Deucalion* dans un journal en russe intitulé Indicateur des découvertes en physique etc., Tome IV (1827) p. 227, Tab. VII, fig. 9.

Pag. 18. Angående ögonytans facettering tillägges, att jag nu äfven iakttagit sådan hos ett exemplar af *I. Chiron* HOLM, således hos en art med 10 thoraxleder.

Pag. 32, rad 46 bör hafva följande lydelse:
TÖRNQUIST och LINNARSSON hafva delat etc.

Pag. 33, rad 1. Till den mening, som der slutar, bifogas följande not:

TULLBERG anför dock *Illænus sp.* från den s. k. Planilimbatakalken i Östergötland, men jag har ej sett något af de exemplar, på hvilka denna uppgift grundar sig. TULLB., Kartbl. Vreta Kloster, p. 23.

Pag. 51. *I. orbicauda* BILLINGS etc. utgår.

Pag. 52. Efter: *I. Milleri* BILLINGS, tillägges:

I. orbicauda BILLINGS 1859.	Can. Nat. and. Geol., p. 379; *I. orbicaudatus* BILL., Cat Sil. foss. Anticosti, p. 27, f. 10.	Hel.	×	— Am.

Pag. 54. Enär *I. orbicauda* BILL. befunnits tillhöra Subg. *Bumastus*, blir antalet arter tillhörande detta 16, och antalet hos Subg. *Illænus* 84.

Pag. 56, rad 13, står: *Isoteles*, läs: *Isotelus*.
» » » » » Crust. foss., läs: Crust.

—

FÖRKLARING TILL FIGURERNA.

TAFL. I.

När förstoring ej finnes angifven, återgifva figurerna originalets verkliga storlek. Då profillinie förekommer jemte någon figur, är exemplaret afbildadt i den ställning denna angifver.

Alla de exemplar, som äro samlade af mig och härnedan afbildade, äro öfverlemnade till Riksmuseum i Stockholm.

Illænus gigas Holm.

Samtliga exemplaren äro från *Leptænakalk,* Dal., Amtjärnsberget, samlade af mig.

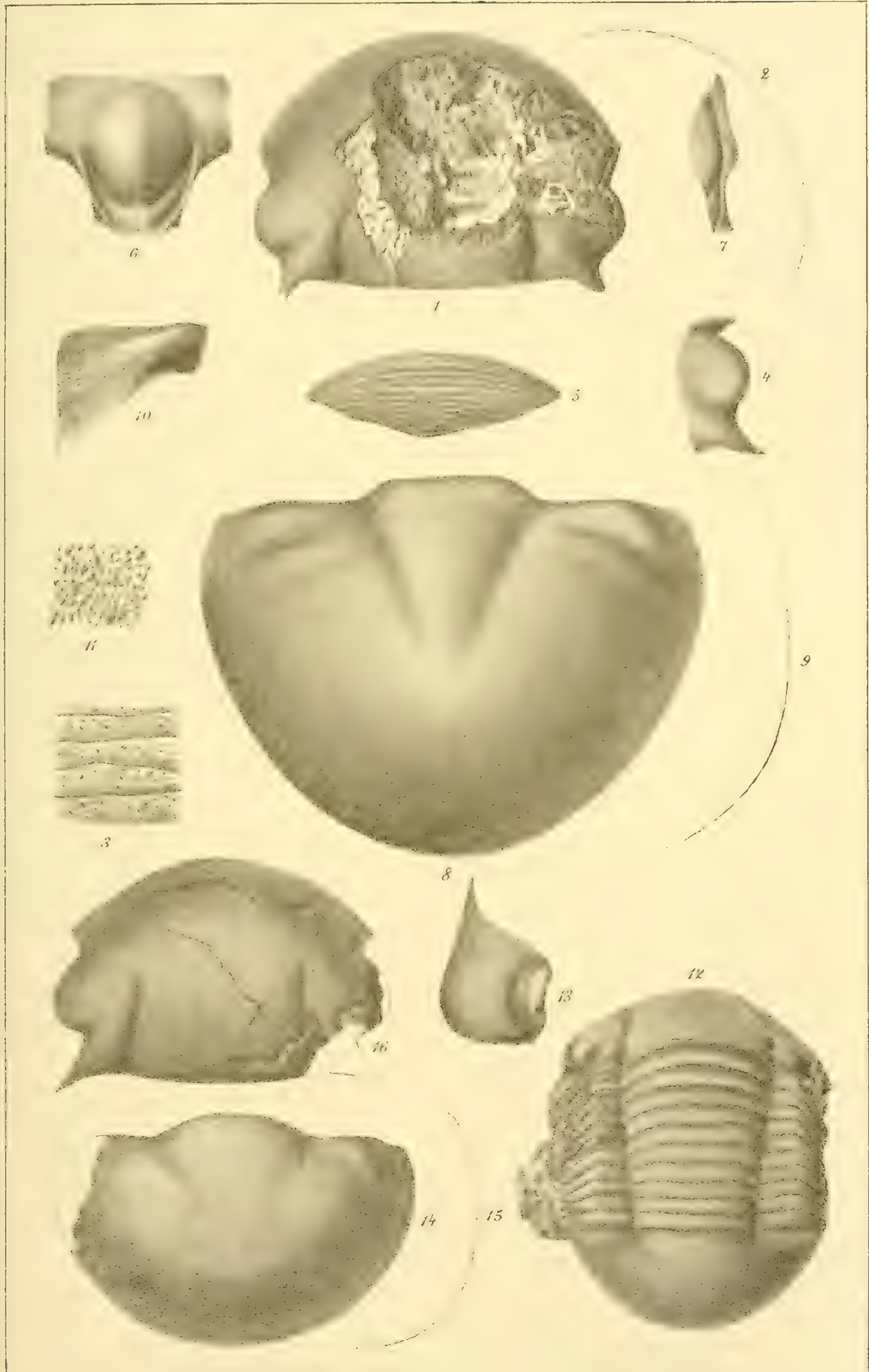
Fig. 1. Hufvudets medelsköld.
" 2. Profil af föregående.
3. Samma exemplar. Del af skalet från hufvudets främre del, starkt förstoradt.
4. Del af den fasta kinden med ögonloben.
5. Rostrum.
6. Hypostoma.
7. Samma exemplar sedt från sidan.
8. Pygidiet.
9. Profil af föregående.
10. Facetten hos samma pygidium.
11. Del af skalet från den fria kinden (Taf. VI, f. 9), starkt förstoradt.

Illænus sphæricus Holm.

12. Fullständigt exemplar med skalet till större delen bevaradt. — *Chasmopskalk.* Dal., Fjecka. (Ipse).
13. Den fria kinden hos samma exemplar.
14. Pygidium. — *Chasmopskalk.* Dal., Fjecka. (Riksm.)
15. Profil af föregående.

Illænus scrobiculatus Holm.

16. Hufvudets medelsköld. — *Chasmopskalk.* Dal., Skattungsbyn. (Riksm.).



Gunilla Kolthoff del. Gen. Stab. Lit. Anst.

TAFL. II.

Illænus Esmarkii (SCHLOT.).

Fig. 1. Fullständigt exemplar, visande till en del aftrycket af pygidiets inre, omböjda lamell. — Originalexempl. till: *Entomostracites crassicauda* WAHLENB., Add. ad petrif. tell. Svec., tab. VII, f. 5. — *Orthocerkalk.* Österg., Heda. (UPS. UNIV.).
» 2. Detsamma. Hufvudets framkant med rostrum.
» 3. Detsamma. Den fria kinden.
» 4. Hufvudets medelsköld sedd ofvanifrån. — *Orthocerkalk.* Dal., Utby. (IPSE).
» 5. Profil af föregående
» 6. Samma exemplar sedt framifrån.
» 7. Profil af föregående.
» 8. Pygidium, något restaureradt. — *Orthocerkalk.* Dal., Utby. (IPSE).
» 9. Profil af föregående.
» 10. Samma exemplar, pygidiets facett.

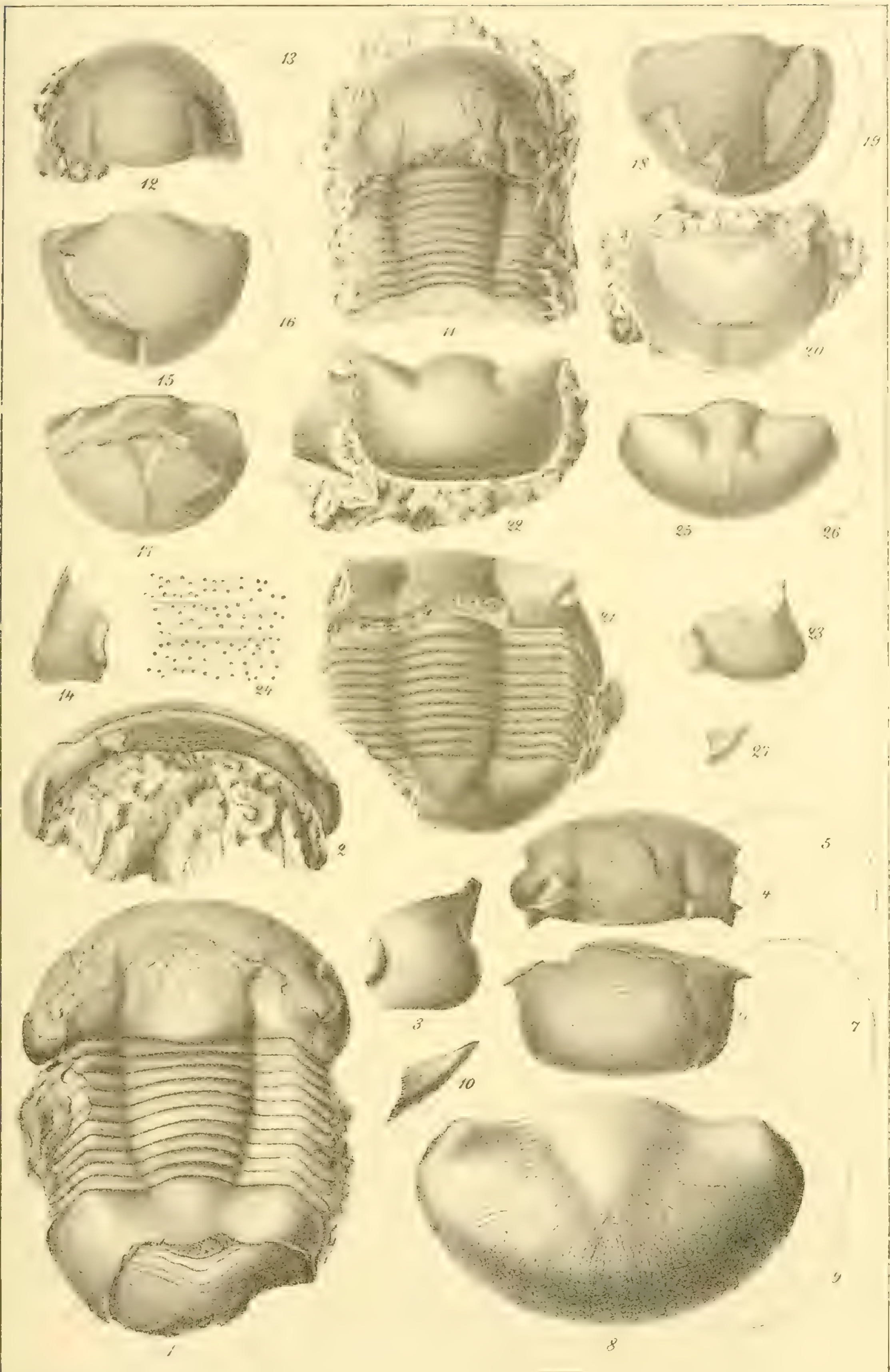
Illænus fallax HOLM.

» 11. Skadadt exemplar, visande de 10 thoraxlederna. — *Chasmopskalk.* Öland, Böda. (RIKSM.).
» 12. Hufvud. — *Chasmopskalk.* Dal., Fjecka. (TÖRNQUIST).
» 13. Profil af föregående.
» 15. Pygidium, på ena sidan visande aftrycket af den inre, omböjda lamellen. — *Chasmopskalk.* Dal., Gulleråsen. (IPSE).
» 16. Profil af föregående.
» 17. Pygidium, till stor del beröfvadt skalet, visande inre aftrycket. — *Chasmopskalk.* Dal., Gulleråsen. (IPSE).
» 18. Pygidium med skalet delvis borta, visande aftrycket af en del af den inre, omböjda lamellen. — *Chasmopskalk.* Vesterg., Klefva. (RIKSM.).
» 19. Profil af föregående.
» 20. Pygidium, inre aftrycket. Aftrycket af den inre, omböjda lamellen fullständigt blottadt. — *Chasmopskalk.* Vesterg., Ålleberg. (UPS. UNIV.).

Illænus crassicauda (WAHLENB.).

» 21. Fullständigt exemplar, något skadadt. — *Chasmopskalk?.* Dal., (troligen från Furudal). (RIKSM.).
» 22. Samma exemplar, hufvudet sedt framifrån.
» 23. » » , den fria kinden.
» 24. » » , förstoring af skalets yta på den fria kinden.
» 25. Pygidium. — *Chasmopskalk?.* Dal., (troligen från Furudal). (RIKSM.).
» 26. Profil af föregående.
» 27. Samma exemplar, pygidiets facett.

» 14. *Illænus oblongatus* (ANG.)?. Fri kind. — *Chasmopskalk.* Dal., Åberga. (IPSE).



Gunilla Kolthoff del.

Gen. Stab. Lit. Anst.

TAFL. III.

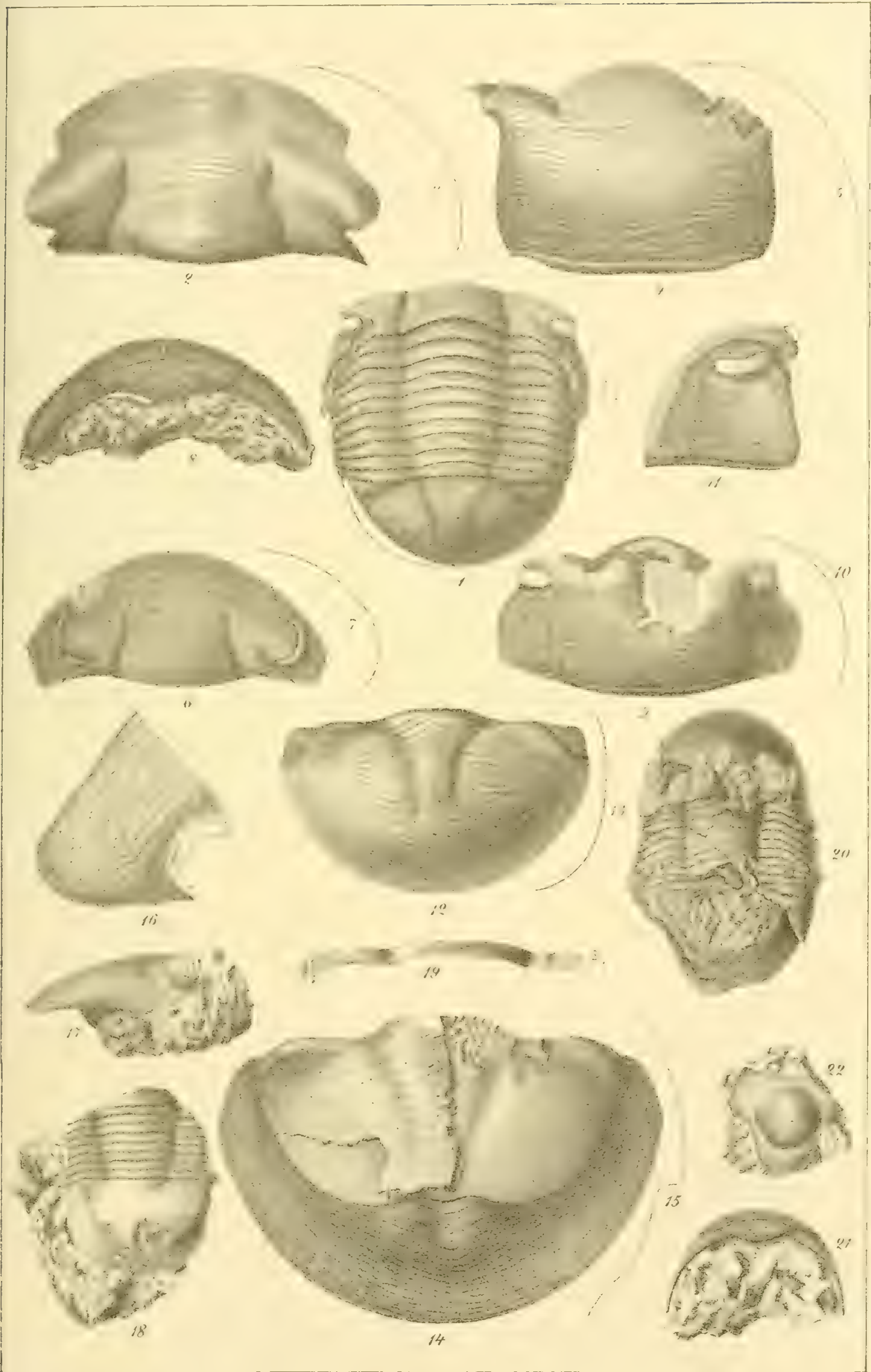


I. Chiron Holm.

Fig. 1. Fullständigt, nästan oskadadt exemplar. — *Orthocerkalk*. Öland. (Riksm.). Förstor. $^2/_1$.
2. Hufvudets medelsköld, sedd ofvanifrån. — *Orthocerkalk*. Dalarne. (Riksm.).
3. Profil af föregående.
4. Hufvudets medelsköld, sedd framifrån. — *Orthocerkalk*. Dalarne. (Riksm.).
5. Profil af föregående.
6. Hufvud sedt ofvanifrån. — *Orthocerkalk*. Öland. (Riksm.)
7. Profil af föregående.
8. Samma exemplar. Hufvudets framkant med rostrum, visande suturerna.
9. Hufvud sedt framifrån. — *Orthocerkalk*. Öland. (Riksm.).
10. Profil af föregånde.
11. Hufvud sedt från sidan. — *Orthocerkalk*. Öland. (Riksm.).
12. Pygidium. — *Orthocerkalk*. Dal., Kårgärde. (Ipse).
13. Profil af föregående.
14. Pygidium, med endast ett fragment af skalet qvar, fullständigt visande aftrycket af den inre, omböjda lamellen. — *Orthocerkalk*. Dalarne. (Riksm.).
15. Profil af föregående.
16. Fri kind, sedd ofvanifrån. — *Orthocerkalk*. Dalarne. (Riksm.).
17. Densamma sedd bakifrån.

---

18. *Illænus sp. ind.* Pygidium jemte 9 thoraxleder — *Leptænakalk*. Dal., Amtjärnsberget. (Törnquist).
19. Thoraxled af föregående exemplar, förstor. $^2/_1$, för att visa terrasslinernas anordning.
20. *Illænus sp. ind.* Fullständigt exemplar, mycket skadat, men med 10 thoraxleder tydliga. — *Leptænakalk*. Dal., Amtjärnsberget. (Törnquist).
21. Samma exemplar. Hufvudets framkant, visande rostrum och suturerna.
22. *Illænus sp. ind.* Hypostoma. — *Leptænakalk*. Dal., Osmundsberget. (Riksm.).



Gunilla Kolthoff del. Gen. Stab. Lit. Anst.

TAFL. IV.

Illænus centrotus (DALM.).

Fig. 1. Hufvud sedt ofvanifrån. — *Orthocerkalk.* Östergötland. (RIKSM.).
» 2. Hoprulladt, fullständigt exempl., med hufvudet något krossadt och pygidiets kant skadad. — *Orthocerkalk.* Östergötland. (MARKLINSKA SAML.).
» 3. Samma exemplar, sedt från sidan.
» 4. » » , de båda bakersta thoraxlederna.
» 5. Hufvudets sidolob, bakhörnet afbrutet. — *Orthocerkalk.* Östergötl., Husbyfjöl. (DALMAN, RIKSM.).
» 6. Den fria kinden sedd ofvanifrån, bakhörnet afbrutet. — *Orthocerkalk.* Östergötland. (MARKLINSKA SAML.).
» 7. Samma exemplar, sedt underifrån för att visa den omböjda kanten.
» 8. Detsamma. Genomskärning nära bakhörnet.
» 9. Den fria kindens spetsigt utdragna bakhörn. — *Orthocerkalk.* Östergötland. (RIKSM.).
» 10. Pygidium. — *Orthocerkalk.* Östergötland. (RIKSM.).
» 11. Profil af föregående.
» 12. Pygidiets facett. — *Orthocerkalk.* Östergötl., Husbyfjöl. (RIKSM.).

Illænus Linnarssonii HOLM..

Samtliga exemplaren äro från *Leptænakalken* i Dalarne, alla, utom fig. 23—27, samlade af mig.
» 13. Hufvudets medelsköld, sedd ofvanifrån. — Amtjärnsberget.
» 14. Profil af föregående.
» 15. Samma exemplar, sedt i annan ställning.
» 16. Profil af föregående.
» 17. Samma exemplar, sedt framifrån.
» 18. Fri kind, smal form. — Amtjärnsberget.
» 19. » bred » »
» 20. » » » »
» 21. Pygidium. — Boda kyrka.
» 22. Profil af föregående.
» 23. Pygidium. — Östbjörka. (RIKSM.).
» 24. Profil af föregående.
» 25. Pygidium. — (UPS. UNIV.).
» 26. Profil af föregånde.
» 27. Pygidium sedt bakifrån, visande den inre, omböjda lamellen. — Osmundsberget. (GEOL. BYR.).

Illænus leptopleura LINRS. MSCR.

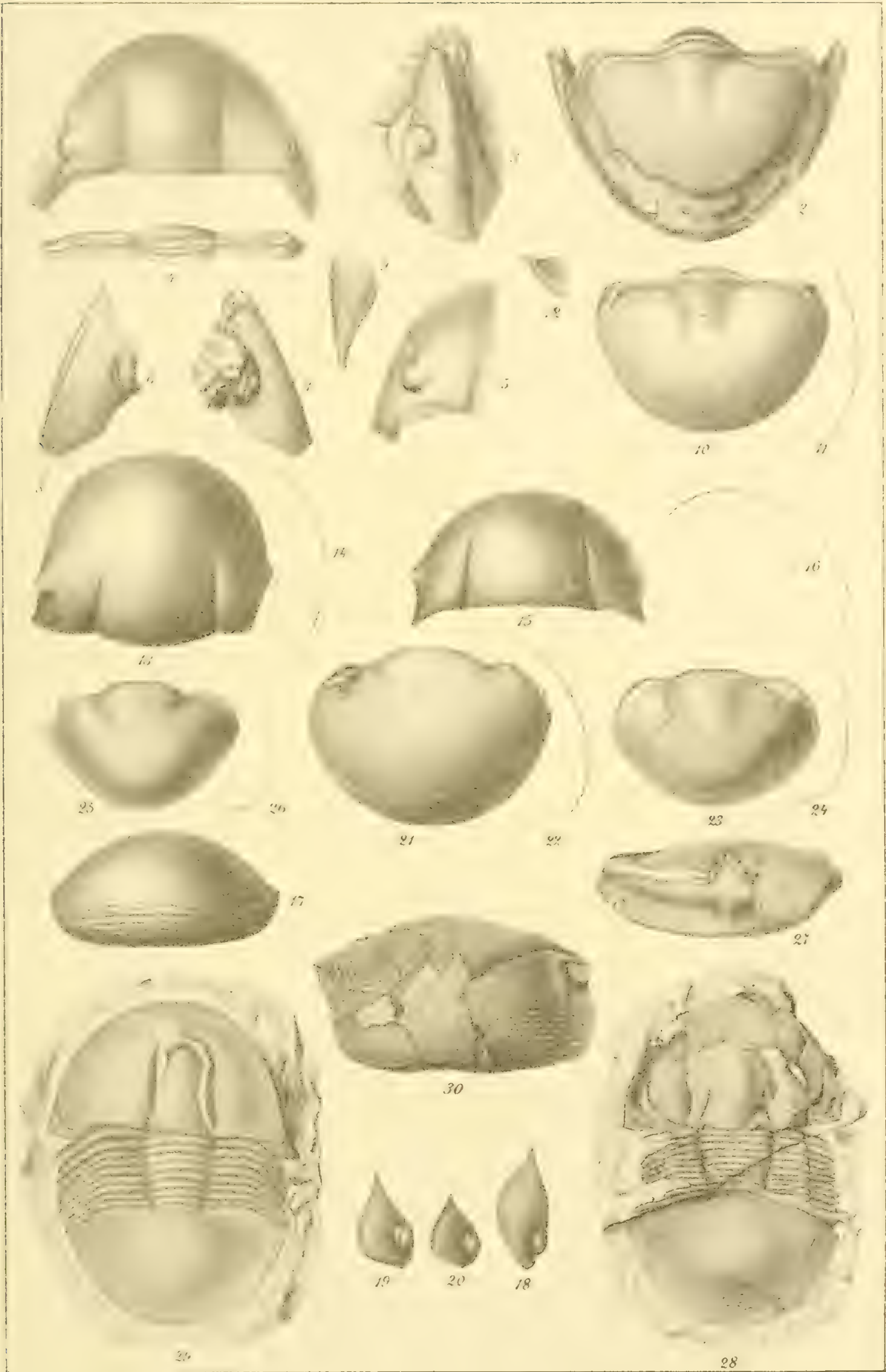
» 28. Fullständigt, ehuru delvis något skadadt exemplar. — *Trinucleusskiffer.* Vesterg., Mösseberg, Bestorp. (GEOL. BYR.).

Illænus Angelini HOLM.

» 29. Fullständigt exemplar, med hufvudet något krossadt och intryckt. — *Trinucleusskiffer.* Vesterg., Mösseberg, Bestorp (GEOL. BYR.).

Illænus sphæricus HOLM.

» 30. Hufvudet sedt framifrån. Samma exempl. som taf. I, fig. 12.



Gunilla Kolthoff del. Gen. Stab. Lit. Anst.

TAFL. V.

Illænus Linnarssonii Holm.

Samtliga exemplaren äro från *Leptænakalk*, Dalarne.

Fig. 1—4. Hoprulladt, fullständigt exemplar, sedt i fyra olika ställningar. Förstor. $^2/_1$. — Furudal. (Törnquist).

» 5. Del af den fasta kinden med ögonloben. — Amtjärnsberget. (Ipse).

» 6. Pygidiets facett. Samma exemplar som taf. IV, f. 21.

» 7. Hypostoma. Förstor. $^2/_1$. — Kulsberget. (Ipse).

» 8. Samma exemplar, sedt från sidan. Förstor. $^2/_1$.

Illænus parvulus Holm.

Samtliga exemplaren äro från *Chasmopskalk*, Dalarne.

» 9. Hufvud sedt från sidan. Förstor. $^4/_1$. — Fjecka. (Törnquist).

» 10. Hufvud sedt ofvanifrån. Förstor. $^4/_1$. — Kårgärde. (Ipse).

» 11. Hufvud sedt framifrån. Förstor. $^4/_1$. — Fjecka. (Törnquist).

» 12. Hufvud jemte de närmaste thoraxlederna. Förstor. $^4/_1$. Fjecka. (Törnquist).

» 13. Fri kind. Förstor. $^4/_1$. — Kårgärde. (Ipse).

» 14. Pygidium, med vidhängande 7 fragm. thoraxleder. Förstor. $^4/_1$. — Kårgärde. (Ipse).

Illænus fallax Holm.

Alla exemplaren är från *Leptænakalk*, Dalarne, Amtjärnsberget, samlade af mig.

» 15. Hufvudets medelsköld.

» 16. Profil af föregående.

» 17. Samma exemplar, sedt framifrån.

» 18. » » , En del af skalets yta från hufvudets främre del, starkt förstorad.

» 19. Hufvudets medelsköld, ett annat exemplar.

» 20. Del af den fasta kinden med ögonloben, för att visa facialsuturens lopp bakom ögat.

» 21. Fri kind.

» 22. Pygidium.

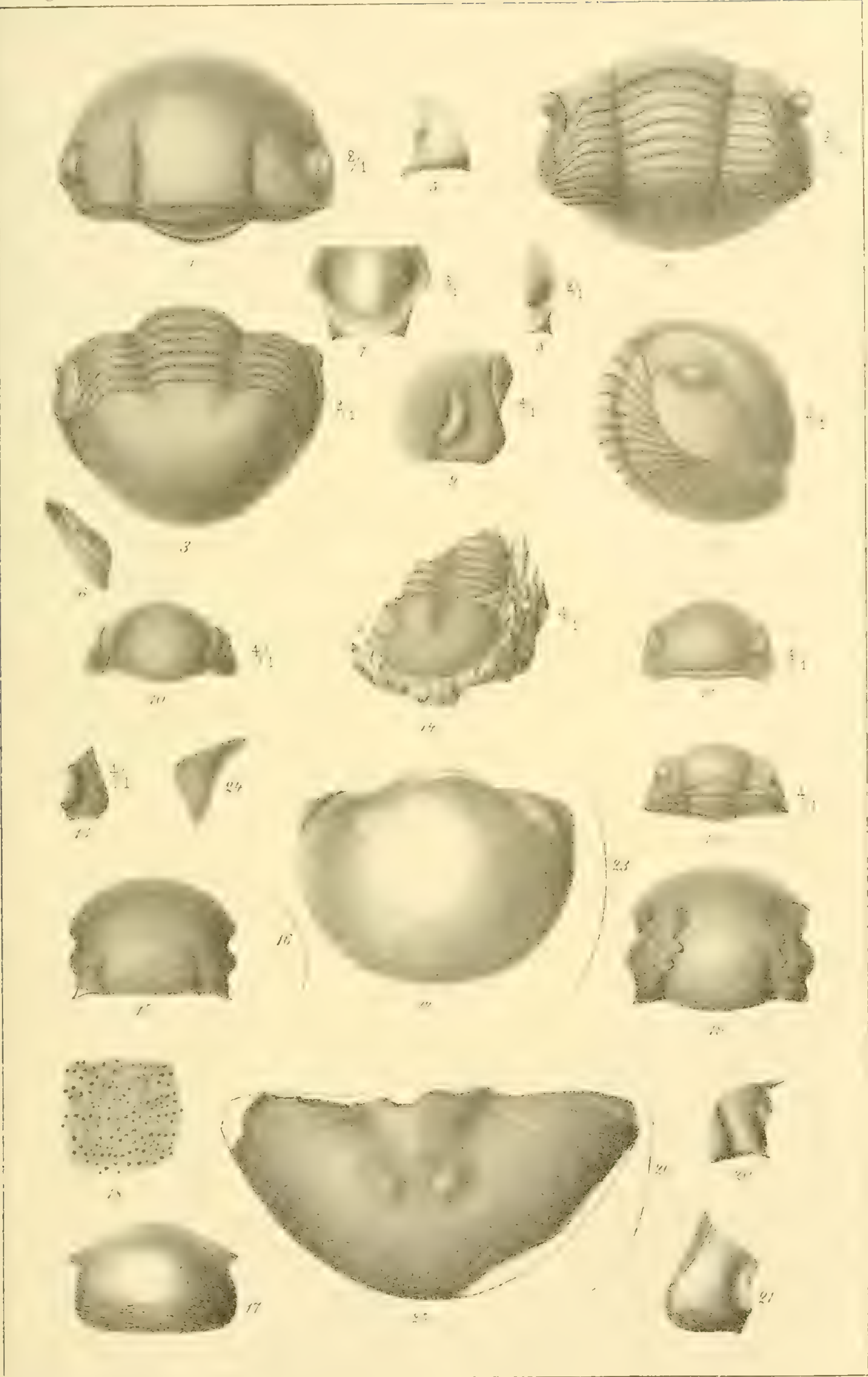
» 23. Profil af föregående.

» 24. Samma exemplar, facetten.

Illænus tuberculatus Holm.

» 25. Pygidium. Det enda kända exemplaret. — *Orthocerkalk?*. Östergötland (Med. Dr. E. Goës, Riksm.).

» 26. Profil af föregående.



Gunilla Kolthoff del.

Gen. Stab. Lit. Anst.

TAFL. VI.

Illænus vivax HOLM.

Fig. 1. Hufvudets medelsköld. — *Leptænakalk.* Dal., Arfvet. (RIKSM.).
» 2. Pygidium. — *Leptænakalk.* Dal., Osmundsberget. (TÖRNQUIST).
» 3. Profil af föregående.
» 4. Samma exemplar. Pygidiets facett.
» 5. Fri kind, betydligt skadad. — *Leptænakalk.* Dal., Boda kyrka. (TÖRNQUIST).
» 6. Hufvudets medelsköld. Kontur af ett fragm. exemplar. — *Trinucleusskiffer.* Vesterg., Kungslena. (GEOL. BYR.).
» 7. Fri kind. — *Trinucleusskiffer.* Vesterg., Kungslena. (GEOL. BYR.).

Illænus Esmarkii (SCHLOT.).

» 8. Genomsnitt af hufvud med hypostomat på sin plats. — *Orthocerkalk.* Österg., Husbyfjöl. (RIKSM.).

Illænus gigas HOLM.

» 9. Fri kind. — *Leptænakalk.* Dal., Amtjärnsberget. (IPSE).
» 10. Fri kind, sedd underifrån för att visa den omböjda kanten. Fragment af skalet qvar. — *Leptænakalk.* Dal., Amtjärnsberget. (IPSE).

Illænus leptopleura LINRS. MSCR.

» 11. Fullständigt exemplar, hufvudet ofullständigt, pygidiet visande en del af den inre, omböjda lamellen. — *Trinucleusskiffer.* Vesterg., Skogatorp. (LINNARSSON, GEOL. BYR.).

Illænus megalophthalmus (LINRS.).

» 12. Fullständigt exemplar, delvis beröfvadt skalet. — *Trinucleusskiffer.* Vesterg., Skogatorp. (LINNARSSON. GEOL. BYR.).
» 13. Pygidium. *Trinucleusskiffer.* Vesterg., Skogatorp. (GEOL. BYR.).
» 14. Hufvudets medelsköld, skadad genom tryck. — *Brachiopodskiffer?.* Vesterg., Ålleberg. (P. T. CLEVE, UPS. UNIV.).

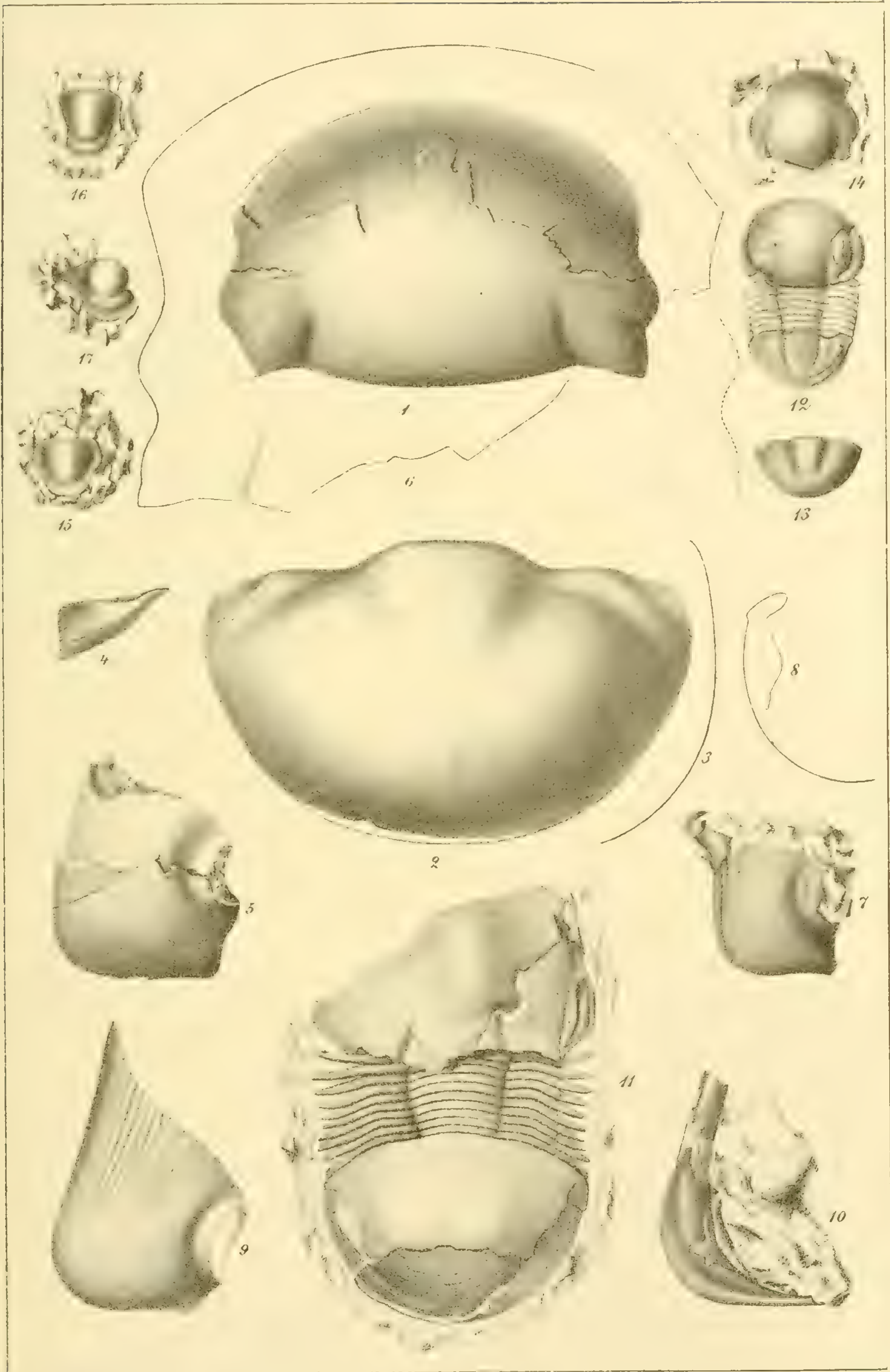
Illænus Linnarssonii HOLM.

» 15. Hypostoma. — *Leptænakalk.* Dal., Osmundsberget. (IPSE).

Illænus fallax HOLM.

» 16. Hypostoma. — *Leptænakalk.* Dal., Furudal. (TÖRNQUIST).

» 17. *Illænus sp. ind.* Hypostoma. — *Leptænakalk.* Dal., Unskarsheden. (IPSE).



Gunilla Kolthoff del. Gen. Stab. Lit. Anst.

Index.

Synonymer, arter, som äro tvifvelaktiga, namngifna, men ej beskrifna eller oriktigt förda till slägtet Illænus, samt förkastade och oanvändbara artnamn äro kursiverade.

(Tryckningen slutades i Januari 1883).

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band. 7. N:o 4.

OM

DE PALÆOZOISKA FORMATIONERNAS OPERKELBÄRANDE KORALLER

AF

G. LINDSTRÖM.

MED NIO TAFLOR.

INLEMNADT TILL K. SV. VET. AKAD. D. 13 SEPTEMBER 1882.

STOCKHOLM, 1882.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

När i denna uppsats ett ämne ånyo behandlas, hvilket varit föremål för många arbeten och undersökningar, föranledes detta af den omständigheten, att nytt material vunnits, sedan de svenska arterna senast beskrifvits, och att detta material medgifver en fullständigare utredning af frågan, än hittills varit möjligt. I det följande skall derföre lemnas en framställning öfver alla nu kända, fossila, operkelbärande koraller, med hänvisning till de dem närmast beslägtade, för så vidt dessa förklara de förras afvikande byggnad.

Få försteningar ha tolkats på så många olika sätt som dessa. Den först beskrifne är Goniophyllum pyramidale, hvilken redan år 1729 af BROMELL uppställdes bland korallerna. Men under det att denna förstening snart råkade i glömska och märkvärdigt nog ej med ett ord omnämnes af LINNÉ på något enda af de ställen, der han afhandlar korallerna, och först hundra år efter första beskrifningen af HISINGER ånyo upptages bland dessa, var det i medlet af adertonde århundradet som de lärdes uppmärksamhet fästade sig vid en annan hithörande form, Calceola sandalina. De äldsta kända exemplaren torde vara de, som funnos hos ROSINUS [1]) i Hamburg och sedan, enligt BRÜCKMANN [2]), som gifvit den äldsta bekanta figuren, förvarades i LESSERS samling i Nordhausen. Då man vet, huru ytterst vanlig denna art är i Rhentrakternas Devonformation, i Eifel, och huru egendomlig hennes form, må man med skäl förundra sig öfver att hon ej tidigare blifvit omnämnd eller afbildad.

Af den detaljerade redogörelse, som nedanföre, vid meddelandet af Calceola sandalinas synonymi, lemnas öfver de skif-

---

[1]) MICHAEL REINHOLD ROSINUS, född 1687, död 1725, var läkare i Hamburg och hade ett museum, hvarifrån han med fossilier försåg andra, såsom t. ex. WOODWARD i England. Han utgaf tvenne arbeten om Belemniter och Crinoidéer. Efter hans död tyckes hans samling ha blifvit skingrad.

[2]) I »Centuria Secunda Epistolarum Itinerariarum, Wolfenbüttel 1749, pag. 354, pl. XV, fig. V.

tande åsigterna om hennes systematiska plats, framgår, att man redan från första stund var af delade tankar, i det somliga, såsom BORN och GUETTARD, räknade henne bland korallerna, med hvilka äfven LINNÉ jemförde henne, andra åter i henne sågo en mussla. De författare som fått exemplar utan operkel förde henne till »Madreporiterne», de åter, som hade fullständiga exemplar, till »Bivalvia» eller musslorna. HÜPSCH's och LINNÉS åsigt, att arten tillhörde molluskerna, blef den under lång tid rådande. Man var ense om att Calceola var en bivalv, men för öfrigt hafva meningarne betydligt vexlat i att ställa henne än bland Anomiæ, än bland Rudisterna, än bland Ostracea och än slutligen, hvilken åsigt blef den gällande sedan 1830, bland Brachiopoderna. De likheter, som man senare ej kunde undgå att finna mellan Calceola och åtskilliga andra, såsom Goniophyllum och Rhizophyllum, gjorde, att man äfven ville i dem se Calceolaformer och mollusker. Men sedan deras fullkomliga öfverensstämmelse med de palæozoiska Cyathophyllerna blifvit påvisad och då det numera nästan allmänt antages att dessa senare verkligen tillhöra korallerna och icke, såsom blifvit påstådt, helt andra grupper, har man återkommit till den tidigt af BORN och GUETTARD uttalade åsigten att äfven de operkelbärande äro koraller. Sådan är i största korthet framställd gången af den uppfattning naturforskarne hyst om dessa märkvärdiga formers systematiska plats och längre ned är vid framställningen af de olika arterna och deras karakterer redogjordt för de vigtigaste meningarne om deras systematik.

Till förklaring öfver nedanföre i artbeskrifningarne begagnade nya eller ovanligare termer må följande upplysningar tjena. Alla operkelbärande koraller visa en eller flera plana yttersidor, hvilket mycket sällan är fallet hos öfrige icke operkelbärande. Den af dessa plana yttersidor, på hvilken korallen i sin första tillväxt hvilat eller hvilken i hennes naturliga läge på hafsbottnen varit vänd nedåt, kallas här *bottensidan*. Den igenkännes, der flera plana sidor förekomma, på de många s. k. rotlika utskotten, hvilka endast visa sig vid denna, samt på det största af alla de inom kalken befintliga septerna, hvilket sitter på hennes inre vägg. Motstående sidan, den uppåt varande, på hvilkens innervägg septalgropen sitter, är *uppsidan*, de båda andra väggarne, såsom hos Goniophyllum och Aræopoma, *venster-* eller *högersida* allt efter deras läge till venster eller höger om bottensidan.

De längdvalkar, hvilka hos nästan alla palæozoiska koraller vecka ytans epitheka hafva vanligtvis beskrifvits under namnet

costæ eller stundom pseudo-costæ. De äro likväl i väsentlig grad skiljaktiga från verkliga costæ, som finnas hos de sekundära, tertiära och recenta korallerna och ingalunda homologa med dessa. Under det nemligen dessa senares costæ ingenting annat äro än den direkta fortsättningen af septalskifvan genom muren och således sammanhängande med septa i *en* skifva, ligga de palæozoiska formernas längdvalkar, såsom man lätt kan öfvertyga sig t. ex. hos en Diphyphyllum, midt för ett interseptalrum eller en loculus på kalkens innervägg och således emellan tvenne septer och de äro i sjelfva verket icke något annat än en utvikning af den del af polypariet, som ligger emellan septerna. Då det ej är skäl att för dessa begagna uttrycket »pseudocostæ», kan termen *längdvalkar* (*rugæ*) användas, såsom erinrande såväl om en af den palæozoiska korallgruppen Rugosernas största egendomligheter, som om denna grupps namn.

Under de mycket vilseledande namnen »appendices radiciformes», »rootlets», »wurzelförmige Anhänge» har man beskrifvit de vidhängseln, som i regeln endast tillhöra bottensidan, men hos fritt stående cylindriska eller koniska koraller äfven utstråla kring hela polypariet. De sitta merändels i kanterna af den platta bottensidan, men äfven midtpå densamma, ordnade flere i jemnhöjd, liksom i rader och hafva upphört att bildas, när korallen nått en viss höjd. Deras förekomst är mycket oregelbunden och de saknas hos arter, som stå mycket nära andra, hvilka ega sådana, såsom t. ex. inom slägtet Rhizophyllum. Genom de talrika exemplar, som visa dessa, dels nyss påbörjade, dels fullbordade bihang, kan man skaffa sig en tydlig bild af hela deras utveckling. De påbörjas alltid, utan undantag, i kalkens öfversta, eller rättare bottensidans främsta rand. De visa sig vid sitt första uppträdande som en utvikning eller en liten ränna. Denna utvecklar sig nu hos de olika grupperna på de mest olikartade sätt. Men såsom homologa bildningar kunna de alla anses, de må nu uppenbara sig såsom »crampons», hakar eller krokar hos Eridophyllum och Polyorophe m. fl., der de stannat lägst i utveckling, eller som rör (»tubes de connexion») hos Syringopora, Lithodendron m. fl. eller såsom »appendices radiciformes» hos en stor mängd andra palæozoiska koraller. Hvad de egentligen betyda, lär oss ett uppmärksamt betraktande af stora sviter väl bibehållna exemplar af Syringoporæ och vissa arter Diphyphyllum och Rhizophyllum. Det är utom tvifvel att en hel mängd s. k. Auloporæ äro initialstadier till Syringo-

poræ. En sådan begynner i likhet med andra palæozoiska koraller som ett litet smalt strutformigt rör, fastvuxet vid ett hårdt underlag. Hos mera försigkomna exemplar visar sig en läppformig utvidgning i bottensidans framkant, denna läpp förlänger sig, dess sidokanter sluta sig tillsamman och hvälfva sig till ett rör, som blir ett nytt individ, en ny korallkalk och detta ger i sin ordning på samma sätt upphof åt ett nytt individ eller stundom flere. När nu polyprören börja växa i rät vinkel mot denna bas eller uppåt, så upphör icke denna rörbildning, hvilken än åstadkommer nya polypbärande rör eller kalkar och än, samt merändels, blott förenar närsittande rör med hvarandra. Hos Diphyphyllum utgå likaledes från kalkens främre kant sådana rörlika utskott, hvilka ombildas till nya polyparier. Hos Rhizophyllum attenuatum LYON är bottensidan beklädd med tallrika, rotlika vidhängseln, ur hvilka, såsom synes af tafl. III, fig. 17, nya koraller utbildats. Hos de andra Rhizophyllerna ha »rötterna» ej längre denna funktion och hos somliga saknas de helt och hållet. Hos Rh. gotlandicum och Rh. elongatum kan man i synnerhet studera deras natur. Stundom synes hela inre bottenväggen full med hål efter dessa vidhängselns mynning inåt, tafl. IV, fig. 7. Man finner huru de så småningom byggts kring något utskott från polypens mjuka massa, stundom förgrenande sig, tafl. IV, fig. 1, och ett längdsnitt genom ett sådant rör tafl. IV, fig. 4, lär oss, att sedan det blifvit färdigbildadt, den inneslutna delen af polypens mjuka massa småningom dragit sig tillbaka, bildande efter vissa mellantider golflika dissepiment tvärt öfver röret bakom sig. Af de förhållanden, som dessa vidhängseln förete, såsom ofvan är anfördt, hos Syringopora, Diphyphyllum och Rhizophyllum attenuatum, är man berättigad draga den slutsatsen, att de till sin egentliga natur äro att betrakta som omhöljen till stoloner, till strålformiga förlängningar från koralldjurets mjuka kroppsmassa, hvilka stundom haft naturen af knoppbildande stoloner, men hos de flesta individer saknat eller förlorat denna egenskap och blott bildat rör, som till en tid fästat korallen vid hennes underlag. Dessa rör må således rättast benämnas *stolonrör*.

Hvad septerna angå, kallas i det följande bottensidans stora midtelseptum för *primärseptum*, enär det är det första, som visar sig och det största i hela kalken. Från början finnes ingalunda, såsom allt för ofta blifvit upprepadt, hos någon enda rugos, kanske med undantag af Stauria, fyra septer. Näst efter

primärseptum uppträder det motsittande på ofvansidans innervägg och högra och venstra sidans senast[1]). Mot den af Kunth införda och af tyska författare temligen allmänt begagnade termen »Hauptseptum» för uppsidans septum må anmärkas, att det uppstår långt efter »Gegenseptum», att det är mycket mindre än detta, ej sällan försvinnande litet och nedsänkt i septalgropen. Då det af Kunth för »Gegenseptum» kallade (= primärseptum i detta arbete) är det största i hela kalken och det, som först bildas, borde det hellre heta »Hauptseptum». Septernas öfre ända, i kalkens kant, omslutes af en klubblik förtjockning, såsom hos Calceola och Rhizophyllum, eller ock utbreder den sig i en kort, smal kam såsom hos Goniophyllum. Denna utvidgning, som står i sammanhang med förekomsten af en operkelapparat, må kallas i förra fallet för *septalspets* och i det senare för *septalkam* (crista). De emellan dessa och låskanten varande små groparne, i hvilka motsvarande utskott från operklet varit sittande, böra kallas *låsgropar*.

Om med dissepiment menas alla de fasta bildningar, som ligga mellan septerna eller i dessas mellanrum, loculi, så maste man antaga, att det är af två slag, ett egentligt, som uteslutande är inskränkt inom interseptalrummen, och ett annat, som visserligen i många fall äfven är begränsadt inom en loculus, men ock ej sällan utbreder sig deröfver och täcker flera septer med deras loculi. Se tafl. III, fig. 12. Det första slaget dissepiment uppstår på följande sätt. Sidoytorna af en septalskifva, vare sig hos de palæozoiska eller nyare formerna, äro allt som oftast beklädda med taggar eller andra utskott, som gå i regelbundna rader, samt i likhet med synapticulæ hos Fungiæ skjuta in i loculi och förena sig med de angränsande skifvornas utskott till ett gallerverk, som fyller loculi. Så är det hos flere recenta koraller och likaledes hos de palæozoiska Cyathophyllerna och Calceoliderna. Men hos de palæozoiska liksom undantränges detta dissepiment af tättsittande bläddriga lameller, hvilka delvis eller helt och hållet upptaga loculi, samt mot korallens midtelkärna eller kalkens botten öfvergå i dessa vidsträcktare, vågrätta eller skålformiga lameller, som vanligen kallas tabulæ eller golf. Det bläddriga dissepimentet visar sig sålunda vara en fortsättning af dessa tabulæ in emellan septerna, der den dem afsöndrande basalmembranen (ectodermet?) bugtat sig i en hel mängd små vågor och sålunda bildat dessa hvälfda blåsor, hvilka

[1]) Se tafl. II, fig. 3, samt tafl. VII, fig. 9—11.

här benämnas *cyster*. Det första slaget dissepiment, det egentliga, kan kallas *gallerdissepiment* och det andra för *cystdissepiment*. Begge kunna stundom i viss mån förekomma jemte hvarandra.

Operklet. Då operklet på sätt och vis, i synnerhet hos Calceolidæ, kan betraktas som en fortsättning af den vägg, vid hvilken den är fästad, torde den inre ytans delar böra benämnas med termer af samma slag, som de för kalkens inre väggar gällande. Vi finna sålunda här ett stort midtelseptum med en liten låsgrop vid kanten och på sidorna derom parvis ordnade mindre septer, ofta ett smalt jemte ett bredt. Att de äro fullkomligt homologa, visar sig af de gallerformiga loculi, som finnas emellan dem, lika väl som mellan septerna i kalken. Egendomliga äro de upphöjningar, som hos Calceola och Goniophyllum uppstå på septerna på ömse sidor om midtelseptum och visa sig dels som smala skiffformiga lister, hos Calceola, dels som oregelbundna knöligheter, hos Goniophyllum. Hos Rhizophyllum äro de reducerade till ett minimum. Dessa utvidgningar, hvilka äro homologa dels med midtelseptets stora tandformiga förlängning, dels med kalkens septalspetsar eller kammar, kallas äfven här *kammar*. Från operkularsepternas ända, närmast låskanten, utgå två små trådfina upphöjda linier och omsluta i likhet med förhållandet hos midtelseptum en oval grop, en *låsgrop*. Deras namn bör bli *septalbihang*.

Anthozoa operculata.

Efter operklets olika art, hvarmed äfven andra skilnader sammanhänga, tillhöra de operkelförande korallerna två familjegrupper:

I. **Calceolidæ** (eller **Heterotoechidæ**[1]),

hos hvilka operklet på sin insida har olikformiga septer, det mellersta störst.

II. **Aræopomatidæ** (eller **Homotoechidæ**)

med likformiga septer på operklet, intet midtelseptum.

I. Fam. Calceolidæ.

Denna grupp omfattar alla de slägtformer, hvilkas operkelvalvler, vare sig att de ega en eller flere, på insidan äro försedde med ett stort midtelseptum, mot låskanten afbrutet af en låsgrop och omgifvet af tvenne smala septalbihang. Korallens inre struktur liknar Omphymornas, i det hans massa i större eller mindre grad består af vågräta eller snedt liggande lameller med blåsformiga mellanrum, hvilka ofta täcka septerna. Dessa ha synapticulaartade utskott, som från sidoytorna gå in i loculi. Med Omphyma, Chonophyllum och liknande synas Calceoliderna visa största slägtskapen. Lika litet som de förra ha Calceoliderna fyra septalgropar, utan endast en enda grop belägen på uppsidan midt emot primärseptum. Inre strukturen är den samma, med stora oregelbundna cyster närmande dem till Cystiphyllerna. De flesta fortplantas genom knoppning från kalkens sidovinklar eller ock genom stolonrör. Septerna äro i öfre kanten parvis förenade under en gemensam kamlik eller spetsig utvidgning. Loculi med gallerformigt utseende genom synapticulæ, som utskjuta från septernas sidor mot hvarandra.

[1]) τοῖχος, skiljevägg, septum.

Öfversigt af slägtena:

A. Operkelapparaten består af en valvel.

1. Utan knoppning, med omedelbart på hvarandra liggande tabulæ, som bilda en tät korall, utan blåslika tomrum.

Calceola.

2. Med knoppning och blåsfylld struktur.

Rhizophyllum

med svagt utbildade septer.

Platyphyllum

med starkt utbildade septer.

B. Operkelapparaten består af fyra valvler.

Goniophyllum med knoppbildning och stolonrör, inre struktur bläddrig.

Gen. **Calceola** Lamarck 1799.

I Mémoires Soc. H. Nat. de Paris, p. 89.

Korallen enkel, utan knoppbildning, utan stolonrör, till sin inre struktur tät och likformig, sammansatt af invid hvarandra liggande lameller, sannolikt afsöndrade af ectodermet. Dessa lameller lemna endast ytterst sällan tunna, blåsformiga tomrum mellan sig. Septerna äro på bottensidans vägg parvis ordnade, upptill förenade under en glatt och spetsig topp. Operklet består af en halfelliptisk valvel, *med en rad starkt utpräglade septalkammar på ömse sidor om midtelseptum.* Slägtet, hvaraf hittills endast en art är känd, är uteslutande devoniskt.

Calceola sandalina Lamarck.

Tafl. VI fig. 20—23, tafl. VII fig. 1—7.

Under synonymerna anföras i korthet de vigtigaste åsigterna om artens systematiska plats.

1749 I Francisci Ernesti Brückmanni Centuria Secunda Epistolarum Itinerariarum, Wolfenbüttel, Ep. itiner. 33 sistens Memorabilia Northusana p. 354, omnämnas i Pastor F. C. Lessers samlingar »duo petrificata corpora, a nemine quantum scio et rescire potui, notata et delineata, ex museo beati Rosini in hoc lithophylaceum ingressa, observavi. Quod ad lapidis substantiam attinet, ad Ceratitas Gothlandicas accedunt, repræsentant autem quodantenus sandalium muliebre cavum,

in quo talus et dimidia soleæ pars deficiunt». Tab. XV fig. V visar den äldsta kända figuren af denna art. Då med »Ceratitæ Gothlandicæ» på den tiden förstods de hornlika Cyathophyllerna, torde BRÜCKMANN hafva ansett Calceola som korall.

1768 *Sandalites, Sandaliolithus, Crepites, Crepidolithus, Pantoffelmuschel* HÜPSCH, J. W. C. A., Freiherrn VON, Neue in der Naturgeschichte des Niederdeutschlands gemachte Entdeckungen einiger seltenen und wenig bekannten versteinerten Schaalthiere zur Erweiterung und Ergänzung des Thierreichs beschrieben . . . . p. 56 etc. Tab. I & II.

1768 *Ungulites* BUCHOZ i L'Avant- Coureur, N:o 34 du 22 Août 1768 enligt GUETTARD, Mém. sur différ. parties des Sciences et Arts, vol. III. p. 454 der BUCHOZ's beskrifning citeras.

1770 *Caryophylloide simple, en prisme triangulaire* etc. GUETTARD, Mémoires sur différentes parties de la Physique, de l'Histoire naturelle, des Sciences et des Arts, Tome III p. 453 Tab. 22, f. 8.

1771 *Sandaliolite* etc. HÜPSCH, Nouvelles découvertes de quelques testacés pétrifiés rares et inconnus pour servir à l'Histoire Naturelle de la Basse Allemagne et enrichir les collections du règne animal, p. 49, Tab. I & II. Samma beskrifning och figurer som i det förra arbetet. Ställes af honom till tvåskaliga mollusker, under det att de fleste af hans samtida, till hvilka han sände exemplar, i bref till honom ansågo den för en »Madreporit».

1771 *Pantoffelsteine* WALCH, JOH. ERNST IMM. Die Naturgeschichte der Versteinerungen zur Erläuterung der Knorrschen Sammlung. Dritter Theil p. 218, Tab. IX d., fig. 5 & 6. WALCH ställer dem bland korallerna.

1771 *Pantoffelsteine, Sandaliolithen* SCHRÖTER, JOH. SAM. »Von den versteinerten Terebratula im Bergischen und in der Eiffel» i »Berlinische Sammlungen zur Beförderung der Arzneiwissenschaft, der Naturgeschichte etc. III Bd, V Stück, p. 484, fig. 8.

1771 *Anomia sandalinum* L. Mantissa plantarum altera p. 547. Här lemnas LINNÉS karakteristik af arten, då den synes vara mindre allmänt känd och är införd i ett arbete, der man minst kunde vänta att finna den.

»Anomia testa turbinata dorso plana, cavitate striata, operculo plano hemisphærico.

Conchita Anomia eifliaco-juliacencis sandalium referens. Mus. Hypsch.

Habitat . . . . . . fossilis Germaniæ. L. B. HÜPSCH & D. TIDSTROEM.

Testa turbinata, solida, crassa, magnitudine extimi pollicis, figura proxima Madreporæ turbinatæ, sed dorso plana.

Cavitas ambitu hemisphærica, striata e centro ad peripheriam.

Margo dorsalis cardinis rudimento. Operculum hemisphæricum, planum, concentrice striatum.

1774 *Caryophylloide simple* etc. GUETTARD, op. cit. vol. II Deux. Ed. p. 387, Tab. 22 f. 8. Samma figur och beskrifning som l. c. Han tyckes icke hafva känt operklet, ej heller HÜPSCH's arbete.

1775 *Sandaliolite* VALMONT DE BOMARE, Dictionnaire raisonné universel d'Hist. Nat. Tome VIII p. 48; »il n'est pas difficile de la reconnoître pour un véritable madrépore infundibuliforme, à pédicule et comprimé par une face.»

1775 *Helmintolithus Madreporæ simplicis incurvato oblongæ, basim versus angustioris superne crassioris, extus transversim striatæ; parte altera subplana, altera convexa, cavitate stellari triquetra, radiis centro ad marginem properantibus.* Ex Eiffel. IGN. BORN, Index fossilium quæ collegit et in Classes ac Ordines disposuit. Pars altera p. 44. — »Differt a Fungite BROMELII l. c. specie XVI pag. 69 qvod cavitas hujus vel quadrata vel rhomboidalis, illius vero subtriquetra sit.» BORN synes sålunda vara den förste som påvisat affiniteten med Goniophyllum. Jag har ej lyckats utreda hvad han menar med det han derefter tillägger: »HÜPSCH Conchis anomiis bivalvibus adnumerat, ejusque anomalum a Cl. Abbate FORTIS detectum fuisse in Encycl. Journ. 1774 asseruit». I Journal Encyclopédique finnes ej något vare sig af HÜPSCH eller FORTIS derom.

1776 *Pilolithus* BEUTH i »Juliæ et Montium Subterranea», der han egnar sidorna 150—154 till beskrifningar åt individuella olikheter hos en hel mängd exemplar. Operklet synes honom »indicium quidem palpabile nequaquam ad Fungitas, ut perperam nonnullis placet, sed ad Conchas bivalves hoc specimen pertinere.»

1791 *Anomia sandalium* GMELIN, Syst. N. Ed. XIII, vol. VI, p. 3349.

1793 *Sandaliolithus v. sandalii* GMELIN, S. N. Ed. XIII, vol. III, p. 499.

1799 *Calceola* LAMARCK, Prodrome d'une nouvelle Classification des Coquilles i »Mémoires de la Société d'Histoire Naturelle de Paris» p. 89, der första beskrifningen lemnas, så lydande: »Coq. inéquivalve, turbinée, applatie sur le dos; la plus grande valve en demi-sandale, ayant à la charnière une à trois petites dents; la plus petite valve plane, sémicirculaire, en forme d'opercule.» Hon ställes mellan Terebratula och Hyalæa samt Orbicula.

1801 *Calceola sandalina* LAMARCK, Syst. Anim. s. vertèbres p. 139.

1802 — — BOSC i Oeuvres de Buffon, vol. 58, p. 168 samt vol. 59 p. 217 pl. 8 f. 2—3 förminskad copia efter WALCH. Vid Anomia, »passage entre les coquilles bivalves et les univalves.»

1805 — — DE ROISSY, Hist. Nat... des Moll. Suite à Buffon, Tome 6, p. 186, pl. 60 f. 9. Vid Rudistes.

1806 — — DUVERNOY, Dict. Sc. Nat. Tome 6, p. 221.

1811 *Calceola sandalina* PARKINSON, Organic Remains of a former World, vol. 3, pag. 236, pl. 16, fig. 14 & 15. Till bivalverna.

1819 — — LAMARCK, Hist. nat. anim. sans vert. Ed. 1. Tome VI, pt. 1, p. 234. Till »Conchilifères monomyaires» bland »Rudistes» (Radiolites, Calceola, Birostris, Discina och Crania), således blandning af heterogena saker.

1820 *Calceolites sandalinus* SCHLOTHEIM. Die Petrefaktenkunde p. 173.

1820—25. *Calceola Juliacencis* JAMES & GEO. SOWERBY, Genera of Recent and Fossil Shells, pl. 127, fig. 1—3, till Brachiopoderna, slägt med Spiriferæ.

1823 *Calceola sandalina* SCHWEIGGER, Handb. d. Naturgeschichte der skelettlosen ungegliederten Thiere, p. 716, såsom bivalv vid Mytilus, Spondylus och Anomia.

1825 — — BLAINVILLE, Manuel de Malacologie, p. 518, pl. 52 f. 9, till Acephalophora, Ordn. 2, Rudistes (Sphérulites, Calceola.)

1825 *Calcéole* LATREILLE, Fam. nat. du règne animal, p. 210, bland Conchifera i Fam. Ostracea vid Gryphæa.

1827 *Calceola sandalina* DESMOULINS. Essai sur les Sphérulites Bull. Soc. Linn. de Bordeaux 1, p. 241.

1829 — — RANG, Manuel H. N. Mollusques, p. 261, till Brachiopoderna vid Strophomena.

1830 — — DESHAYES, Encyclopédie méthodique, H. N. des Vers, Tome II, p. 164 till Rudistes jemte Thecidea, Crania.

1830 — — MENKE, Synops. Museum Menkeanum. Ed. II, p. 95 till Rudister.

1830 *Les Calcéoles* CUVIER, Règne Animal, Ed. 2, vol. III, p. 120, bland Hippuriterna.

1831 *Calceola sandalina* HOLL, Petrefaktenkunde p. 364 mellan Rudistes och Birostrites.

1833 — — GOLDFUSS, Petrefacta Germaniæ p. 288 Tab. CLXI fig. 1*a*—*i* till Brachiopoderna.

1834 — — STEININGER, Observations sur les fossiles du Calcaire intermédiaire de l'Eifel, Mém. Soc. Géol. de France Vol. I, p. 368, mellan Ostrea och Spherulites.

1835 — — OKEN, Allgemeine Naturgeschichte, 5 Bd 1 Abth. p. 505 närmast Lingula.

1835 — — VON BUCH, Ueber Terebrateln i Abhandl. Berlin, Akad. Wissensch. p. 26 pl. 1 fig. 7*a*—*b*. Såsom Brachiopod vid Leptæna.

1836 *Les Calcéoles* — DESHAYES i CUVIERS Règne Animal, Ed. 3, vol. II, p. 75.

1836 *Calceola sandalina* LAMARCK, H. N. Anim. sans vertèbres, Ed. 2, Tome 7, p. 294.

1841 — — PHILLIPS, Palæozoic Fossils of Cornwall, p. 137, pl. 60, fig. 102. Tillsamman med Productus.

1842 — — D'ARCHIAC & VERNEUIL, On the fossils of the Older Deposits in the Rhenish Provinces; Trans. Geol. Soc. Lond. 2d Ser. vol. VI, p. 321, 390.

1843 *Calceola sandalina* AD. ROEMER, Verstein. des Harzgebirges p. 12, tab. 12, f. 26.
1844 — — FERD. ROEMER, Rheinische Uebergangsgeb. p. 89.
1844 — — MAC COY, Carbonif. Fossils of Ireland. p. 105, mellan Crania och Productus.
1848 — — BRONN, Handbuch der Geschichte der Natur, 3 Bd. Index palæontologicus p. 202.
1850 — — D'ORBIGNY, Ann. Sc. Nat. 3 Ser. vol. 13, p. 311, bland brachiopoderna i egen familj mellan Lingulidæ och Productidæ.
1850 — — ID. Prodr. Pal. Stratigraphique, vol. I, p. 87.
1851 — — S. P. WOODWARD, Manual of the Mollusca p. 232, fig. 152, pl. XV, fig. 26, inom familjen Strophomenidæ.
1851—56 — — BRONN, Lethæa Geognostica. 3e Aufl. Bd 1, p. 384, Taf. III, f. *5a—d*.
1853 — — DESHAYES, Traité élémentaire de Conchyliologie pl. 59bis fig. 9—11 och i Explication des planches p. VII, ställd mellan Crania och Lingula. På fig. 11 öfver operklets insida har han på ömse sidor om midtelseptum tecknat en oval ring, sannolikt något tillfälligt på hans exemplar, då jag på alla de väl bibehållna jag undersökt, aldrig sett liknande.
1853 — — DAVIDSON, Introd. Brit. Foss. Brachiopoda p. 120, pl. IX, fig. 294—298.
1853 — — SCHNUR, Die Brachiopoden der Eifel i Palæontographica, vol. 3, p. 220, t. 41 f. 1.
1853 — — STEININGER, Geognostische Beschreibung der Eifel p. 56.
1854 — — MURCHISON, Siluria p. 261, fig. 1, till Brachiopoderna.
1856 — — SUESS, Classifikation der Brachiopoden p. 135—136, Tab. V, fig. 13—13*e*. Anser henne höra till molluskerna, »es ist noch sehr zweifelhaft, welche Stelle unter den Mollusken derselben gebühre». I likhet med BARRANDE, N. Jahrb. für Min. 1847 p. 555, antyder han den yttre likheten med vissa operkelförsedda pteropoder, utan att antaga affinitet. Den förre yttrar l. c. om Pugiunculus: »Die Mündung hat viele Ähnlichkeit der Form mit der von C. sandalina; ja man könnte sagen, Pugiunculus stelle eine sehr schlanke verlängerte Calceola dar». S. har sedan icke i tryck yttrat sig derom.
1857 — — PICTET, Traité de Paléontologie, Tome IV, p. 65, 66, pl. LXXXIX, fig. 1. Mellan Productidæ och Crania.
1859 — — CHENU, Manuel de Conchyliologie p. 230, fig. 1171—1173, uppställer Calceola i en särskild familj nära Productidæ.

1861 *Calceola sandalina* KEFERSTEIN, i Bronn's Thier-Reich. Bd 3, 1, p. 302. Taf. XXV f. B. mellan Productus och Crania.
1865 — — DAVIDSON, Monograph Devonian Brachiopoda p. 105, pl. XX, f. 13.
1866 — — QUENSTEDT, Handb. d. Petrefaktenkunde, 2 Uppl., p. 592, t. 50 f. 32, t. 51 f. 13, 14.
1867 — — SALTER i MURCHISONS Siluria ed. 4, p. 278, fig. 1, till korallerna.
1869 — — KUNTH, Beiträge zur Kenntniss fossiler Korallen i Zeitschrift d. Deutschen Geol. Gesellsch. p. 666, tab. XIX.
1871 — — QUENSTEDT, Petrefaktenkunde Deutschlands 1e Abtheil. 2 Bd, Brachiopoden p. 708. Taf. 61 fig. 193—202.
1873 — — STEBBING, Notes on Calceola sandalina i Geol. Magazine 1873, p. 57—61, pl. V, fig. 1—8*a*.
1876 — — FERD. ROEMER, Lethæa Geognostica, Atlas pl. 26, fig. 11*a*—11*c*, såsom korall.
1878 — — MALLADA, Sinópsis de las Especies fósiles de España, Cuaderno 1, p. 78, L. XII, f. 1—2.
1878 — — BAYLE, Explication de la Carte géologique de France, Tome IV, Atlas, pl. XIX f. 5—10 med Productus.
1879 — — ZITTEL, Handbuch der Palæontologie 1 Bd p. 236, fig. 148 till korallerna.
1880 — — GOSSELET, Esquisse géologique du Nord de France, 1 Fasc. p. 53 pl. III, fig. 8, såsom korall.
1882 — — DAVIDSON, Monogr. British Fossil Brachiopoda, Vol. V, pt. 1. Devonian and Silurian Supplements p. 57. Ännu oviss om Calceolas plats i systemet.

Efter allt det myckna, hvilket, såsom af nu lemnade långa synonymlista lättligen inses, har blifvit skrifvet om denna art, återstår följaktligen föga att tillägga om hennes morfologi. Här må endast följa några anteckningar rörande kalkens byggnad, samt om den inre strukturen och operculum.

Bland de ofvan anförda beskrifningarne torde den, som härrör af KUNTH (l. c.), vara utförligast och mest i detalj gående. Hvad först septernas antal och form angår, yttrar han derom sidan 668 l. c.: »Von jeder Spitze der Septen laufen nun auf der ebenen Seite im Inneren des Kelches zwei Reihen vertiefter Punkte herab, welche das Septum als schmale Linie zwischen sich einschliessend, durch ein etwa doppelt so breites Interseptum, welches in gleichem Niveau mit dem Septum liegt, getrennt wird». Han säger på samma sida, att i ett exemplar med 16 mm. låslängd finnas på ömse sidor om primärseptum (»Gegenseptum» KUNTH) 11 septer. Men enligt min uppfattning är an-

talet septer jemt dubbelt eller 22 på ömse sidor i ett exemplar af nämnda bredd och följaktligen ännu större hos bredare exemplar. Hvad KUNTH i nyss anförde mening kallar för »Interseptum», är nemligen, såsom visar sig af beskrifningen, jemförd med hans figurer, icke annat än ett septum. Till råga på förvirringen har han redan förut, sidan 665. användt termen »Interseptum» för något helt annat än det han sedan så kallar. På sid. 665 är hans »Interseptum» mellanrummet mellan septerna eller hvad MILNE EDWARDS benämt loculus, och på det senare stället är det ett verkligt septum, slätt, utan »Querlamellen» som hos det första. Det förhåller sig nu med sidosepterna på bottensidans kalkvägg på det sätt, att djupast nere i kalken septerna äro breda och platta, men något högre upp, ungefär på halfva afståndet emellan bottnen och öfre låskanten, klyfva sig i tvenne. efter en linie, som på ömse sidor om primärseptum löper snedt uppåt mot sidohörnen i kalken. Den innesluter sålunda ett triangulärt fält, hvars trubbiga vinkelspets ligger lägst ned mot kalkens botten vid primärseptum, såsom figuren 5, tafl. XIX, i KUNTHS afhandling så utmärkt väl visar. Tafl. VI, fig. 23, utvisar några sådana spetsar med deras septer på midten af bottensidans innervägg och man ser der, att till och med tre septer, närmast midtelseptum, förena sig under en septalspets, något som är långt ifrån att vara regeln. De septapar, som sålunda bildats genom de lägre septernas klyfning, bestå regelbundet af *ett* något bredare och större jemte *ett* smalare. De följa utefter hvarandra till dess de åter vid öfversta kalkranden förenas i der varande septalspets, detta slut, som är bildadt af tättliggande hvita, släta lameller och såsom en smal list eller stundom äfven mer eller mindre ansvälld tand skjuter upp öfver kalkens brädd. I många fall ser denna spets ut, som vore den en omedelbar förlängning eller förtätning af det mindre septum i paret, till hvilket det större slutar sig med sin öfversta kant. Till följd af denna deras olikhet i förhållande till septalspetsen kan man, såsom synes hafva varit fallet med KUNTH, blifva vilseledd och endast betrakta det, som står i omedelbart sammanhang med septalspetsen, såsom det egentliga septum.

Loculi eller mellanrummen mellan septerna äro mycket smala. I dem inskjuta, från båda sidorna af septerna, taggiga synapticulaartade utskott och intaga hela mellanrummet tvärsöfver, så att de motstående septerna genom dem förenas. Detta gallerdissepiment är på långt när ej så regelbundet som det vid första be-

traktandet på den nästan alltid vittrade ytan af kalkens bottensida kommer en att förmoda. Det är detta, som gifvit KUNTH anledningen till hans framställning om ett »eigenthümliches punktirtes Aussehen der Schalen in der Zellöffnung.» Tvenne utskott från motsatta septer mötas och bilda en oafbruten tvärlinie, och emellan tvenne sådana linier ligger en liten grund fördjupning, hvilken under fortfarande vittring blir allt djupare och får utseende af ett styng, gjordt med en nålspets. I en tunn slipning, sedd under förstoring, visa dissepimenten sig som spetsar, taggar och slingrande krokar, tvärutskott, hvilkas förlopp inom loculus icke alltid är så regelbundet, då de böja och vända sig, såsom fig. 7, tafl. VII visar. De fylla nära nog en loculus på detta sätt med sitt gallerverk och de uppträda sålunda i stor analogi med synapticulæ hos Fungiæ, med hvilka de närmast kunna förliknas. Der de saknas, är loculus fylld med kalkmassa, af annan art, förmodligen en senare afsöndring af basalmembranen. Såvidt man kan dömma af septernas mycket vittrade yta, i synnerhet på kalkens hvälfda sida vid septalgropen, ha de åtminstone delvis haft en köl och ytan täckt med knottror och taggar. Men genom vittringsprocessen äro de vanligtvis alltid mycket glatta och bland 80 exemplar, hvilkas kalk jag undersökt, fanns icke ett enda med fullkomligt bibehållet inre och med frisk yta. I genomlysande preparat skina septerna med klar hvit färg i litlig motsats till den mörka massa, som fyller loculi. I ett sådant längdsnitt synes tydligt, att ett septum består af en enda skifva och alltigenom är af samma homogena hvita massa, ej heller synes der något af »punktraderna», endast mörkare mellanrum i loculi mellan »synapticulæ». Det har aldrig lyckats mig, att någonsin se sådana punktrader, som KUNTH afbildar från det inre af en Calceola i sin fig. 6. Ej heller har jag någonsin sett dessa punktrader på ytan så regelbundna som hans figurer ange. Deremot äro de figurer, som GOLDFUSS gifvit i sina Petrefacta Germaniæ, pl. 161, fig. 1 *i*, mycket naturtrognare. På tafl. VII, fig. 6, i föreliggande arbete är äfven en afbildning af detta förhållande lemnad i något förstorad skala.

Hvad det s. k. primärseptum hos denna art vidkommer, är det till sin bygnad af mycket invecklad natur och tillika af vexlande form, samt synes i regeln hafva uppkommit genom ett sammanhopande af flere septer, så att det egentligen icke borde kallas septum utan snarare septumcomplex. Ett sätt för dess förekomst är det, som vanligen afbildats och som äfven

här är framställdt i fig. 20, tafl. VI. Man har der en förening af det smala primärseptum i midten, omgifvet af tvenne mycket större sidosepter, hvilka sammanlöpa i en tjock båge ofvanom detta, lemnande en gropformig fördjupning nedanför bågens inre kant och det inneslutna septums öfre spets. Det är spetsen af denna upptill afsmalnande båge, hvilken är homolog med sidosepternas spetsar och hvilken ofta tagits för primärseptum sjelft. Gropen kallas vanligen af författarne cardinalgrop. Genom vittring förstoras den och har sålunda blifvit afbildad i åtskilliga öfverdrifna figurer. I fig. 21, pl. VI, framställes en dylik vägg i längdsnitt, som tydligen visar, huru sidosepterna närmast intill det primära böja sig i en oval kring detta. Hos andra åter, såsom i fig. 23, tafl. VI, finnes alls ingen cardinalgrop, utan dennes plats intages af en starkt framskjutande klubblik process, hvilken antagligen här företräder primärseptum. Det ser ut som om ett äldre primär- eller midtelseptum klufvit sig i två grenar, hvilka omsluta ett mindre, nybildadt midtelseptum. En tunnslipning af en dylik vägg visar också ett sådant förhållande eller ett klufvet, större, bredt primärseptum, med ett mindre högre upp. (Fig. 22, tafl. VI). I tvärgenomsnitt består septalspetsen af en mängd concentriskt kring hvarandra ordnade lameller, tab. VII, fig. 1. Sådana olikheter som de nu anförda äro ej större än dem, hvilka så ofta ses i de proteiska rugosernas kalk. Primärseptums storlek vexlar, stundom är det dubbelt så bredt som de på sidorna, stundom lika smalt som dessa. De spetsiga topparne till sidosepternas par äro fullkomligt homologa bildningar till den stora spetsen på det centrala septumcomplexet och dettas stora halfmånformiga låsgrop återfinnes hos sidosepterna i en liten grund fördjupning mellan septernas hufvud och yttre kanten, på sidan om det förra. Septalgropen är belägen fullkomligt midtemot primärseptum, samt är icke synnerligt djup.

Om man gör ett längdsnitt invid korallens sidokanter, kommer detta att löpa parallelt med septernas sidoytor och dessas byggnad visar sig då (fig. 4, tafl. VII). De synapticulaartade utskotten på septernas sidoytor fortsätta i våglinier, hvilka skiljas från hvarandra genom smala mörka strimmor af det kalkämne, som fyller mellanrummen i loculi. Dessa synapticulalinier äro ofta afbrutna och de, som ligga på olika nivå, förena sig med hvarandra i ett oregelbundet nät af grenar. I ett längdsnitt, som går i rät vinkel till det nu omtalade eller sträcker sig från

bottenytan, tvärtigenom hela korallen till septalgropens yta, ser man de tunna, tättliggande lameller, af hvilka hela korallen är sammansatt. Endast ytterst sällan förekomma sådana blåslika tom- eller mellanrum mellan tvenne lameller, som varit så vanliga hos Cystiphyllum, Goniophyllum och Rhizophyllum, och hvilka måste bero på uppvikningar af den lamellbildande membranen. Horisontala streck eller linier af en glänsande hvit färg korsa dessa och härröra från genomskärningen af sidoutskotten. En genomskärning, som går på längden, parallel med bottensidan, tafl. VII, fig. 7, visar först och främst de stora, hvitglänsande septalstrålarne och i loculi tvärutskotten från dessa. Ett tvärsnitt taget högt upp på bottensidan, tafl. VII, fig. 1, består af två slags kalkämne, hvitglänsande och mörkt. Längs med ytterkanten löper en smal hvitglänsande rand, genomsnitt af den smala ränna, som ligger mellan septalspetsarne och ytterkanten och innehåller låsgroparne. Den halfmanformiga bildningen i midten härrör från primärseptums låsgrop. Om primärseptets utseende i tvärsnitt är taladt på föregående sida och det må här blott tilläggas, att de concentriska lagren sins emellan förbindas af tvärutskott. Septalspetsarne äro äfven af hvitt kalkämne och med en hel mängd taggiga utskott, som gifva dem ett stjernformigt utseende.

Till de utförliga beskrifningar, som Suess och Kunth gifvit öfver operklet, må läggas följande anmärkningar rörande dess innersida. Se tafl. VII, fig. 2, 3. Dess midt intages af det stora, skifformiga, från sidan sedt, triangelformiga primärseptet, som är högst just vid sin ändpunkt ett stycke från låskanten, der den ovala gropen vidtager. Denna grop omslutes på båda sidor af ett par smala bisepter, som utåt vid låskanten klyfva sig i smärre utskott och inåt smyga sig tätt intill primärseptets nedre kant och derifrån utgrena i smala, låga strålar, tafl. VII, fig. 3. Sidosepterna äro långa, smala strålar, som divergera från låskanten mot sidorna. Ett vexlande antal af dem, till och med icke lika stort på ömse sidor om midtelseptum i samma operculum, från två till åtta, är i närheten af låskanten försedt med dessa för Calceola-operklet utmärkande utvidgningar, hvilka af Suess m. fl. kallas för »Leisten». De utgöras af skifformiga upphöjningar och bilda tillsammans nästan triangelformiga grupper. Af dessa skifvor äro de två eller tre mellersta längst och högst, samt mot ut- och inkanten aftagande i storlek, deras egg eller smalkant är afrundad och naggad och från sidorna sedda äro de

triangelformiga. De fortsättas åt lockets cirkelformiga sida genom låga, ofta tvådelade septalstrålar. Oförtydbart visa de sig således vara bildningar homologa till primärseptets stora triangulära skifva och i likhet eller full öfverensstämmelse med denna upphöra de också vid en liten oval grop, som äfven här, vid hvar och en, omgifves af trådfina bisepter, hvilka vid sjelfva låskanten förgrena sig. Dessa sidosepter äro således i smått fullkomliga efterbildningar af det större midtersta septum. Såsom KUNTH så noggrant utredt, kan det ej förnekas, att operklets inre yta visar nära nog fullständiga motstycken till anordningen af septa och öfrige delar på kalkens bottensida. Alldeles midtemot primärseptum i kalken sitter operklets primärseptum. I låsgropen mellan dess spets och låskanten hvilar spetsen af kalkens förenade mediansepta, såsom synes af det i fig. 5 tafl. VII afteckade längdsnittet. Sidornas upphöjda septalskifvor hafva sannolikt tjenat till starka stöd åt stora muskler, då de i kalkens motsvarande sida ej hafva några fördjupningar, i hvilka de kunnat nedsänka sig. I de grunda groparne vid deras ändpunkter hafva spetsarne af kalkens septer suttit infogade. Till likheten med kalkens septer kommer, att operkelsepterna äfven bilda synapticulalika utskott i loculi liksom septerna inom kalken. Af det tvärgenomsnitt, som KUNTH lemnat i sin fig. 12, framgår också att sidolamellerna äro homologa med primärseptet, alldenstund deras innersta kärna utgöres af samma slags hvitglänsande kalk som i primärseptet.

Denna art är vidsträckt spridd genom medeldevoniska formationens skickt, der den på vissa ställen förekommer i så stor mängd, att flere lager fått namn efter henne, såsom Calceolaskiffer o. d. I Tyskland, hvarifrån man erhåller de talrikaste och bäst bibehållna exemplaren, finnes hon inom det s. k. Eifelområdet på flere ställen, såsom vid Gerolstein, Pelm, Prüm, Bensberg, Paffrath, Villmar, Heistert, Keldenig, Call, Weier. Sötenich m. fl. I Harzbergen är hon funnen vid Schalke och Auerhahn vid Clausthal samt i Vestphalen vid Brillon. I Belgien förekommer hon vid Chimay och Couvin. I England i Devonshire från Ogwell vid Chircombe Bridge, samt vid Daddyhole Cove, Torquay. Från Mudstone bay i Devonshire har Riksmuseum genom Mr JOHN EDW. LEE's stora välvilja erhållit exemplar, som samlats af Mr CHAMPERNOWNE. De äro mycket vanställda genom tryck i bergarten, som är en röd skiffer. I Spanien finnes hon vid Pical de Arnao vid Aviles på kusten af

Asturien [1]). Hon har uppgifvits från Frankrike, men det har befunnits att den form, som ansetts vara Calc. sandalina, icke ens hör till detta slägte och ligger i »Devonien inférieur.» Om artens förekomst i Österrikes Devon föreligga inga uppgifter. I »Silurian Rocks of Sweden» p. 29 säger visserligen MURCHISON, att C. sandalina förekommer i »N. E. Russia», men i det stora arbetet »Geology of Russia» upptages hon ej, och arten är ej heller, enligt hvad Akad. FR. SCHMIDT godhetsfullt meddelat mig, känd inom det europeiska Ryssland. Deremot skulle hon vara funnen af NESTEROWSKY i Devon på Altai. Denne säger i sin uppsats »Description de la partie Nord-Est de la chaîne de Salaïr, en Altai, Gouverm. de Tomsk» intagen i Ann. Soc. Géol. de Belgique, Tome II 1875 p. 17: »On n'a trouvé que deux couvercles de cette espèce.» Detta var i kalkstenslager vid stränderna af Stora Batschat, en flod vid Guriewsk, och hörande till öfre delen af nedre devonformationen. Möjligen då en äldre eller närstående form till C. sandalina.

Då denna art väl skiljer sig från den dermed förblandade, hvilken finnes i äldre Devon vid Néhou, och från den Gotländska, förblir hon fortfarande en af de mest karakteristiska försteningarne i mellersta Devon. Enär C. sandalina uppgifves förekomma i tre oliktidiga afdelningar af medeldevon i Eifel, neml. Cultrijugatuslagern, egentliga Calceolazonen och Crinoidélagret inom Stringocephalusbildningen, förtjenade det undersökas, huruvida hon der uppträder med mutationer eller icke.

Såsom hörande till detta slägte hafva, förutom åtskilliga nedanför beskrifne verkliga operkelbärande koraller, af några författare anförts efterföljande fossilier, hvilka äro för detsamma fullkomligt främmande.

Calceola subconica EICHWALD Lethæa Rossica vol. 1, pt. 2, p. 904 är en brachiopod, Acrotreta subconica, som förekommer i äldre silurformationens äldsta lager och under detta senare namn beskrefs af KUTORGA i Verhandl. der mineralogischen Gesellschaft zu St. Petersburg 1847 p. 275 pl. VII, fig. 7.

Calceola heteroclita DE FRANCE Dict. Sc. Nat. vol. 80, fig. 3, BLAINVILLE Malacologie pl. 56 fig. 3 har redan 1837 af VON BUCH fått sig sin rätta plats bland brachiopoderna, familjen Spiriferidæ anvisad.

[1]) Enligt KAYSER i Zeitschr. d. deutsch. Geol. Gesellschaft 1881 pag. 334. — Se äfven MALLADA Sinópsis de las Especies Fósiles en España, pag. 78.

Calceola Dumontiana De Koninck beskrefs först af honom i Anim. Fossiles de Belgique p. 312 pl. 21 f. 5 a. c. Sedermera, då han funnit att den allt för mycket skilde sig från Calceola, grundade han för densamma slägtet Hypodema, med tvifvel huruvida detta skulle kunna bibehållas bland brachiopoderna. I sitt senaste arbete Faune du Calcaire Carbonifère de la Belgique, II, 3^me partie, p. 148 tolkar han Hypodema som operkel till någon gastropod, en uppfattning, som sannolikt är den riktigaste, ehuru det ej torde vara med full säkerhet afgjordt, att den är operculum till en Euomphalus såsom De Koninck anför, då åtminstone de siluriska Euomphali hafva operkler af en helt annan typ.

Gen. **Rhizophyllum** Lindstr. 1865.

Öfvers. Vet.-Ak. Förhandl. 1865 p. 279.

Korall calceolalik, enkel eller sammansatt, genom calicinal- eller stolonknoppning, bildande stora grupper af sammansatta koraller. Primärseptum på bottensidan stort, starkt utveckladt, sidosepterna svagt upphöjda strimmor med synapticulalika utskott i loculi, sittande på en af blåsformiga upphöjningar ojemn calicinalbotten. Inre strukturen cystiphyllartad, genom en mängd blåsformiga, mer eller mindre långsträckta tomrum mellan de transversella, bottenbildande lamellerna. Operklet med ett stort midtelseptum och smärre strålformiga septer åt sidorna, utan några upphöjda kammar såsom hos Calceola.

När detta slägte först uppställdes, fästades allt för stor vigt vid förhandenvaron af stolonrör på sjelfva korallen. Det har nemligen sedermera visat sig, att sådana icke förekomma hos alla arterna, såsom t. ex. Rh. tennesseense, men hvilken på grund af sin byggnad för öfrigt dock icke kan skiljas från Rhizophyllum. Till sin yttre form liknar detta slägte Calceola mer än alla öfriga. Det måste dock anses som derifrån skildt, 1:o på grund af den starkt utbildade, cystiphyllika inre strukturen i motsats till Calceolas täta och nästan homogena struktur af regelbundna, invid hvarandra lagrade lameller, 2:o på grund af operklets insida, hvilkens sidosepter äro likformiga, smala strålar utan kammar såsom hos Calceola. 3:o på grund af den hos de flesta förekommande knoppningen och deraf härflytande kolonibildningen, då deremot oaktadt de väl till tusental gående undersökta exemplaren af Calceola sandalina intet enda visar ens antydning till knoppning och lika litet den hos de flesta Rhizophyllerna förekommande stolonrörsbildningen.

Slägtet, af hvilket för närvarande sex arter äro kända, är talrikast representeradt i öfversiluriska formationen, med fem arter, samt med en art i den lägre devonformationen.

Öfversigt af arterna:

A. Polypariet enkelt eller med svag knoppning.

a) med stolonrör eller antydningar dertill:
Rhizoph. gotlandicum F. ROEMER.
Rh. Gervillei BAYLE.
Rh. australe R. ETHERIDGE J:R.

b) utan stolonrör:
Rh. tennesseense F. ROEMER.

B. Polypariet sammansatt,

a) med calicinalknoppning
Rh. elongatum n.

b) med stolonknoppning
Rh. attenuatum LYON.

1. **Rhizophyllum gotlandicum** F. ROEMER.

Tafl. III fig. 1—12, 18, tafl. IV fig. 7.

1847 *Calceola sandalina* MURCHISON, Silurian Rocks of Sweden i Qu. Journ. Geol. Soc. vol. 3, 1847, p. 29.
1856 *Calceola gotlandica* FERD. ROEMER, Bericht von einer geologisch-paläontologischer Reise nach Schweden i LEONHARD & BRONNS Jahrbuch p. 798.
1858 *Calceola sandalina* HELMERSEN, Geognostische Bemerkungen auf einer Reise in Schweden und Norwegen i Mém. de l'Acad. Sc. de St. Petersbourg Sér. 6, Tome VI p. 304.
1859 *Calceola gotlandica* FRIEDR. SCHMIDT, Geologie der Insel Gotland pag. 45.
1860 — — LINDSTRÖM, Bidrag till kännedomen om Gotlands Brachiopoder i Öfversigt Vet.-Akad:s Förhandl. p. 376.
1860 — — ROEMER, Sil. Fauna des westl. Tennessee. pag. 74.
1865 *Rhizophyllum gotlandicum* LINDSTRÖM, Några iakttagelser öfver Zoantharia rugosa i Öfvers. Vet.-Akad:s Förhandl. 1865, p. 279, tafl. 30, fig. 13—15, tafl. 31 fig. 1—8, äfvensom i Geological Magazine 1866, vol. III, pag. 406 pl. XIV fig. 11—18.
1871 *Calceola gotlandica* QUENSTEDT, Petrefaktenkunde Deutschlands, Brachiopoden p. 711 tafl. 61, fig. 203—206.

1876 *Rhizophyllum gotlandicum* Ferd. Roemer, Lethæa Geognostica. Atlas tafl. 10, fig. 10 a, 10 b.
1879 — — Quenstedt, Petrefaktenkunde Deutschlands 1:r Abth. Sechstes Bd. Korallen. p. 409, tafl. 156 fig. 86—89.

Marklin var den förste, som på Laubacke fann denna art och derefter i sin samling benämnde henne Calc. sandalina. Genom liknande förvexling af Murchison och Helmersen kommo silurlagren i sydöstliga Gotland att betraktas som devoniska eller på öfvergång dertill, till dess att Ferdinand Roemer i sin reseberättelse rättade misstaget. Angelin hade redan förut, 1854, hittat de första operklen och var derigenom i sjelfva verket den, som upptäckte artens skilnad från Calc. sandalina.

Yttre form. Korallen är bredt konisk, hastigt tillväxande i bredd. Ett exemplar, som är 19 millim. långt, har basalspetsen nära 2 millim. bred, och kalken, der den är bredast, nära 25 millim. Ett annat exemplar håller 35 millim. i längd och 29 millim. i bredd vid kalken. Korallen är vanligen böjd i en båge mot den convexa sidan eller äfven något oregelbundet vriden. Längdrynkorna synas endast helt svagt på bottensidan och skönjas knappast utan luppens tillhjelp. Den stora midtelvalken på samma sida är också obetydligt upphöjd och uppnår en bredd af nära 2 millim. på en yta af 17 millim:s bredd. På den convexa sidan finnas inga längdrynkor alls. De tvärlöpande tillväxtlinierna äro tydligare och oregelbundnare på bottensidan än på uppsidan och bilda afbrutna terasser och trappstegslika afsatser. Sidohörnen, der de båda ytorna mötas, äro mycket afrundade och från dem utskjuta de rotlika processer, som kallas stolonrör. De sitta i oregelbundna par och på somliga exemplar finnas de äfven på uppsidan. I ett längdsnitt visa de tunna väggar och en jemförelsevis vid kanal. De lägre delarne af detta rör har fyllts med sclerenchymatöst ämne, under det att det högre upp är öppet och mynnar in i kalken. Tafl. III fig. 18. Mängden af dessa rörmynningar och deras egendomliga utseende på kalkens bottenvägg visar oss i tafl. IV, fig. 7. Stolonrören uppnå en längd af 11 millim.

Kalken. Dennes inre bildas af två väggar, den ena triangulär, platt eller svagt bugtig, bottensidans, och den andra svängd i en halfcirkel, uppsidans. Båda väggarne äro ganska branta och mötas i en spetsig vinkel i kalkens botten. Midt på den triangulära väggen sitter primärseptum, som der bildar en framstående valk. Såsom vanligt hos alla rugoser med cystiphylloidstruktur vexlar storleken och utseendet hos denna bildning i

hög grad. Hos somliga är den mer eller mindre framstående och lång, hos andra åter mycket kort och räcker endast ett helt litet stycke nedanför kanten och hos några slutligen, saknas den helt och hållet. I genomsnitt visar sig detta parti än såsom ett enda tätt septum, hvars tjocklek, om det kan följas efter en längre sträcka, vexlar, än som en sammanslutning af tvenne lika stora septer, hvilka till sin bildning äro af fullkomligt samma slag som de små korta på ömse sidor sittande. Från sidan visar det sig som en triangulär skifva, basallinien parallel med bottenväggen, öfre sidan mycket kort, inåt snedt lutande och med en trubbig vinkel förenad med den nedre, mycket längre insidan. Sidosepterna bestå af en mängd trådsmala streck, omkring 25 på hvarje sida och fortsätta ett stycke ned på bottenväggen öfver de bläddror, som der bildats. Tafl. III, fig. 11. De sträcka sig följaktligen hvarken djupt eller långt in och i ett tvärsnitt synas de blott vid kanten, under det att den öfriga massan utgöres af bägar af de genomskurna, hvälfda lamellerna. Samma gallerformiga utseende i loculi som hos Calceola sandalina åstadkommes äfven hos denna art genom synapticulæ, i likhet med det, som synes hos operklet, tafl. III, fig. 7. Den convexa sidans septer äro smärre och otydligare än bottensidans, samt vanligen blott synliga längs med öfverkanten. Ett större septum sitter alldeles midt för primärseptum, samt sträcker sig rakt ned i den temligen stora och långsträckta septalgropen. Dennes längsta axel ligger mellan primärseptum och motstående vägg.

Inre strukturen. Tafl. III, fig. 5, 6, 10. I ett längdsnitt synas de tjocka skifvorna af de blåsformigt höjda, tätt sittande tvärlamellerna, hvilka ingalunda få förblandas med dissepiment eller de bildningar, som fylla loculi. Ty dessa bläddror, som så mycket utmärka Cystiphyllernas grupp, sträcka sig oregelbundet öfver flera septalstrimmor. Tafl. III, fig. 12. De lager, som bildas af dessa lameller äro bägarformiga med svag sänkning från sidorna. De tomma mellanrummen mellan de hvälfda lamellerna äro jemförelsevis smala och snedt utdragna. Mot korallens sidor eller ytterkanter är strukturen fri från större blåsor och nästan compact. I långsträcktare exemplar åter äro mellanrummen eller ihåligheterna större och lamellerna tunnare. I ett tvärsnitt synas ej så många lameller, af septer endast baserna vid kanten.

Knoppning. Knoppar äro på det hela taget mycket sällsynta hos denna art och hittills hafva inga sammansatta polyparier funnits. Knopparne uppstå i vinklarne mellan kalkens bot-

tenvägg och ofvanvägg och tyckas aldrig hafva uppnått någon betydligare storlek än 4 millim. I ett fall är en knopp så lång som 13 millim. Det är en möjlighet, att de, sedan de uppnått en viss storlek, befriat sig från sitt fäste i moderkorallen, ett förhållande som så ofta måste hafva varit fallet såväl med denna, som andra koraller, hvilka alla hafva varit fästade under sitt yngsta stadium och frigjorts, när de blifvit mera försigkomna. I de små knopparne är primärseptum under en tid det enda, som finnes och sedermera hafva smärre tillkommit.

Operklet. Dettas kontur bildar något mer än en half ellips, med rak låskant och sidohörnen afrundade i öfverensstämmelse med kalkrandens form. En slags area, som sluttar inåt, bildas derigenom att under fortsatt tillväxt närmast nybildade inre yta af operklet har kommit att ligga med sin låskant ofvanför den föregåendes, och så alltjemt, hvadan en bred yta af låskanter, som skjuta upp bakom hvarandra uppstått och skalet ernått en ansenlig tjocklek, tafl. III, fig. 1. Midt öfver inre sidan och alldeles motsvarande primärseptum i kalken löper ett kort, tjockt och upphöjdt septum, hvilket omgifves af tvenne mindre, som ligga alldeles intill detta och fortsätta till låskanten, inneslutande en liten grund grop, hvilken vexlar till form, enligt hvad fig. 7, 8, 11 tafl. III visa. Det korta primärseptum är nästan platt på sin rygg och med nedre ändkanten tvärt afskuren. Sidosepterna (fig. 11) stundom ända till 40 på ömse sidor, men vanligen färre, äro smala, trådlika strålar, som först löpa raka, parallelt med primärseptum, derefter böja sig utåt mot sidorna, och med detsamma vidga sig till breda afrundade åsar, vid hvilka operklets yta är ojemnt af smärre, bläddror liknande upphöjningar, hvilket åter tyder på en inre struktur, som liknar korallens blåsfyllda, cystiphyllartade. Hela insidan och i synnerhet septerna betäckas af små skrofliga taggar och mellanrummen mellan septerna, tafl. III, fig. 7, hafva alldeles samma punkterade utseende, som hos Calceola och sjelfva korallen på grund af de utskjutande synapticulæ.

Till det yttre är operklet slätt eller obetydligt strimmigt, samt endast försedt med de concentriska tillväxtlinierna, hvilkas innersta ringar äro kretsformiga och småningom bli halft elliptiska. Ett tvärsnitt längs med midtelseptum (fig. 3 tafl. III) visar operklet tjockast der septets största höjd befinnes, aftagande mot den båglinige kanten mer än mot låskanten. Tillsamman tre exemplar hafva hittats med operklet fastsittande och af dessa är

det största exemplaret afbildadt i naturlig storlek i fig. 4 tafl. III. I förhållande till mängden af exemplar af sjelfva korallen, som funnits, äro de lösa operklerna temligen sällsynta, i synnerhet i fullständigt skick.

Förekomst. Denna art hittades först på en liten höjd, kallad Laubacke vid landsvägen öster om Lau kyrka. Från det närbelägna Rickvide i När eger Riksmuseum äfven exemplar. Dessutom har den funnits af Prof. E. WALMSTEDT i mergelband mellan kalkstenen på Östergarn. Vidare är den funnen i merglig kalk vid Oxarfve i Hemse, hvilken kan anses som en fortsättning af den i Lau. I den mellersta kalkstenen på Stora Carlsö hittade jag ett operculum och det är anledning att antaga att korallen äfven förekommer i Klintebergets kalksten, då i Malmö Stadsmuseum förvaras en samling försteningar, nästan uteslutande från Klinteberg och deribland ett Rhizophyllum, hvars bergart liknar Klintebergets mera än Laubackes. Den äldsta formen är den, som ligger i den hårda, kalkhaltiga mergelskiffern vid Petesvik i Habblingbo, och hvilken, i phylogenetisk mening, torde kunna anses som stammen till de yngre gotländska Rhizophyllformerna. Den är mindre och bredare än den ofvan beskrifne samt mera oregelbundet vuxen, med talrikare afbrott i tillväxten. Arten utbreder sig följaktligen på Gotland öfver ett större område än någon annan af hennes samslägtingar derstädes.

2. **Rhizophyllum Gervillei** BAYLE.

Tafl. VIII fig. 15—18.

1878 *Calceola Gervillei* BAYLE, Explication de la Carte Géologique de la France, Tome IV, Atlas, pl. XIX, fig. 11—13, utan beskrifvande text.

Vid ett besök i Collection Verneuil i Ecole des Mines i Paris såg jag exemplar af en märkvärdig operculatkorall, som der blifvit kallad Calc. Verneuili. Sedermera publicerade BAYLE dem under ofvanstående namn och genom M. HENRI DOUVILLE's stora välvilja har Riksmuseum erhållit gipsaftryck af några af originalexemplaren till BAYLES figurer och dessutom af några andra. Efter dessa hafva de detta arbete åtföljande figurerna blifvit utförda, äfvensom beskrifningen, vid hvilken också BAYLES figurer rådfrågats.

Yttre form. Korallen är oregelbundet konisk, ofta böjd och genom förträngningar sammandragen. Bottensidan, tafl. VIII, fig.

17. är starkt tvärrynkad och i midten med upphöjd valk, öfriga längdrynkor svagt uttryckta eller efter BAYLES figurer täta, raka. Korallens uppsida är mera slät och fin, samt på bredden endast oregelbundet rynkad af de tvära afbrotten i tillväxten. Gipsaftrycken visa svaga antydningar till stolonrör på bottensidan.

Kalken är oregelbundet halft elliptisk med afrundade hörn vid bottensidans kanter. På denna sidas innervägg, tafl. VIII, fig. 15, sitta på en bläddrig botten en talrik mängd ytterst fina septer omgifvande ett större primärseptum, midt på väggen i en svagt fördjupad ränna. Detta septum, tafl. VIII, fig. 18, är smalt, hvasst, föga upphöjdt, samt i sin yttersta kant vid låsranden försedt med en oval grop, hvilken tydligen motsvarar den liknande hos Calceola och Goniophyllum. På den motstående svängda sidan äro såsom vanligt septerna svagare uttryckta och de upphöjda bläddrorna talrikare. Hos tvenne exemplar är sammandragningen eller minskningen af omfång så stor, att kalkmuren, som i mindre omfång bildats på nytt innanför, får utseendet af en yngre kalk inom en äldre.

Inre struktur. På grund af kalkbottnens bläddriga yta kan man med all visshet sluta, att hela inre massan är lika cystiphyllartad, som hos slägtets öfriga arter. Ingen knoppbildning har iakttagits.

Operklet visar på utsidan endast tillväxtlinier och är starkt convext, högst i närheten af låskanten. På insidan synes i midten det smala, föga uppstående midtelseptum, här vida längre än hos Rh. gotlandicum och räckande ända till yttersta bågformiga kanten. Vid låskanten slutar det i en grund grop, tvifvelsutan uppkommen, såsom hos de närstående arterna genom tvenne sidosepters omslutning. De öfriga septerna, ungefär 20 på hvardera sidan, äro trådfina, något glest sittande, från låskanten till något öfver ytans midt parallela med midtelseptum, derifrån i svag båge vändande sig utåt mot sidorna, utan att utplattas såsom hos den förra arten. Vid låskanten förgrena de sig i ytterst fina trådar, två för hvarje septum. Septerna äro på tvären krusiga eller naggade. Öfver midten af insidan går en bågformig upphöjning och mellan denna och ytterkanten ligger en halfmånformig fördjupning. Det i fig. 16 tafl. VIII afbildade operklet har tre terassformigt öfver hvarandra liggande låskanter, liksom af tre under hvarandra dolda skal. Denna form har uppstått genom det ej ovanliga förhållandet, att under tillväxten kalkmynningen minskats i omfång, så att allt mindre operkler bildats.

Dimensioner. Ett operculum är 23 millim. i höjd och 30 m.m. i bredd. Ett polyparium är 32 millim. långt och 31 millim. bredt. Ett annat håller 39 millim. i bredd.

Förekomst. Exemplar af denna art hafva länge varit kända från »Devonien inférieur» vid Néhou i la Manche i Frankrike och ansedda för identiska med Calceola sandalina till dess BAYLE fann olikheten. Att arten emellertid bör sammanställas med Rhizophyllarterna och icke med Calceola, torde tillräckligt adagaläggas af den så grundväsendtligt från Calceola skilda och med Rhizophyllum till alla delar öfverensstämmande strukturen så väl hos sjelfva korallen som hos operklet och mest öfverensstämmer hon med Rhiz. gotlandicum, hvilken hon närmast efterträder inom formationsserien. BAYLE anser henne, lika väl som Calc. sandalina, för en brachiopod, att sluta af den plats han gifvit dem på sina taflor, på samma plansch som Strophomena framför taflan med Productus.

3. **Rhizophyllum australe.** R. ETHERIDGE J:R.

Beskrifven i Journal and Proc. Roy. Soc. N. S. Wales vol. XIV, Sydney 1881, i en uppsats af nyss anförde författare kallad »Notes on a collection of Fossils from the Palæozoic Rocks of N. S. Wales s. 247, pl. 14 fig. 7—8.

Då jag icke haft tillgång till exemplar och då det arbete, i hvilket beskrifningen finnes, torde vara föga spridt, anför jag här den af ETHERIDGE gifna diagnosen ordagrant.

»Corallum conical, having an almost semicircular section; the angles formed by the union of the convex and flat sides rounded; tapering to an apex more or less bluntly truncated, and slightly curved towards the convex side. Principal septum tolerably well marked, having on each side from 18 to 20 other minor septal crenulations, alternately larger and smaller. Externally the surface of both faces is concentrically and coarsely wrinkled or ridged with fine sharp lines or striæ between the wrinkles; here and there over the convex face of the coral_ lum are a few scattered small tubercles, but no distinct trace of them is visible on the flat face. Structure apparently vesicular.»

Några få exemplar funnos af Prof. LIVERSIDGE vid Yass i Nya södra Wales i lager af öfversilurisk ålder.

Af den lemnade beskrifningen är tydligt att intet operculum hittills funnits, men af korallens hela form och bygnad

är det utan tvifvel, att den hört till de operkelbärande och den kommer i sjelfva verket så nära till Rh. gotlandicum, att det tills vidare må lemnas oafgjordt, huruvida de icke böra anses identiska. Jemförelse af flere exemplar och operklets form kunna först fälla utslaget.

4. **Rhizophyllum tennesseense** Ferd. Roemer.

Tafl. III fig. 14, tafl. IX fig. 3—5.

1835 *Calceola sandalina* Troost, Organic remains of the Valley of Mississippi, Trans. Geol. Soc. Pennsylvania vol. 1 p. 249.
1840 — — Troost, Fifth Rep. Geol. of State of Tennessee p. 47.
1840 — — Verneuil, Bull. Soc. Geol. de France, vol. 1840 p. 176.
1842 — — d'Archiac & Verneuil, on the fossils of the older deposits in the Rhenish Provinces i Trans. Geol. Soc. Lond. Sec. Ser., vol. VI p. 322, 390.
1851 *Calceola n. sp.* Ferd. Roemer, Monographie der Blastoidéen p. 53 (373).
1852—54 *Calceola tennesseensis* Ferd. Roemer, Leth. Geogn. ed. 3, Th. II p. 385.
1856 — — Id. Leonh. et Bronns Jahrbuch p. 798.
1860 — — Id. Silurische Fauna des westlichen Tennessee p. 73, Taf. V, pag. 1 a—e.
1860 *Calceola americana* Safford, on the species of Calceola found in Tennessee i American Journal of Science & Arts, vol. XIX, 2:dra Ser. p. 248.
1877 *Calc. tennesseensis* S. A. Miller, American Palæozoic Fossils p. 107.
1879 *Calceola Coxi* V. W. Lyon, Descriptions of three new species of Calceolida from the upper Silurian Rocks of Kentucky i »Proceed. of the Academy of the Nat. Sc. of Philadelphia p. 44.
1879 *Calceola corniculum* Id. ibidem p. 43. Denna art är efter beskrifningen troligen densamma som C. tennesseensis då inga andra skilnader af Lyon anförts än sådana, som bero på storleken. Han anser alla »Calceolæ» för brachiopoder.
1882 *Calc. pusilla* J. Hall, Fossil Corals of the Niagara and Upper Helderberg groups, Albany, p. 15. Från Ohios vattenfall.

Yttre form. Denna art är mycket regelbundet calceolalik och har vuxit utan afbrott eller tendens till att vrida sig kring midtelaxeln, såsom är händelsen hos åtskilliga andra. Bottensidan är böjd i en regelbunden båge mot uppsidan och initialspetsen ligger noga på midtellinien. Tillväxtlinierna och

de dermed parallela finare ytlinierna afvika sällan från den horisontela riktningen. Längdrynkor och midtelvalk äro på de kiselvandlade exemplaren otydliga och endast på bottensidan skönjas de stundom. Till stolonrör finnes intet tecken, ej heller till någon knoppbildning. Men det är dock troligt. att denna tillfälligtvis förekommer, ty LYON säger l. c. p. 44 att »in some adult specimens young are seen attached to the bottom of cavity.»

Kalken. Af de trenne exemplar från Tennessee, hvilka jag haft tillfälle att undersöka, vinner man ny bekräftelse på den stora föränderlighet, som råder inom kalken hos en och samma art. Hos de två största exemplaren är kalken mycket grund och i det ena, som i högre grad förvittrat, synas inga septer, endast lameller af den skålformigt liggande bottenbildningen. I det andra exemplaret, tafl. IX, fig. 3, 5, är primärseptum mycket tydligt, starkt framskjutande som en tjock skifva, men så kort, att det når endast ned på halfva bottenväggen. Det är från sidorna naggadt och krusigt. I det tredje och minsta exemplaret åter är kalken mycket djup, primärseptum så långt utveckladt, tafl. IX, fig. 4, att det sträcker sig öfver hela bottensidan. Detta septum har i likhet med de öfriga arternas, en liten skålformig, elliptisk fördjupning vid sin öfre ända. Kalken är för öfrigt helt slät och jemn med ett par obetydliga bläddror på den svängda sidan. Sidosepterna äro i detta exemplar till sin nedre del låga och släta, troligen genom förvittring, och kunna endast skönjas genom de äfven här af synapticulæ punkterade loculi. Först högre upp i närheten af låskanten höja de sig, ungefär 13 på hvarje sida, till smala hvassa kammar, som äro lindrigt naggade af tvärinskärningar. Hos alla är septalgropen mycket djup och nästan starkare utpräglad än hos någon annan art och fortsätter som en smal ränna upp på kalkens convexa sida.

Inre struktur. Såväl af exemplaren från Tennessee som af det snitt, som blifvit tecknadt (Tafl. III fig. 14), efter den identiska Calceola Coxi, framgår, att det inre är helt och hållet sammansatt af cystiphyll-lika bläddror, mot ytterväggarne tätare och bildade af tjockare lameller än i det inre. I tvärsnitt äro äfven dessa lameller det rådande elementet och af septerna synas endast svaga spår vid bottensidan.

Operklet. Detta tyckes vara lika sällsynt som hos de andra arterna, utom nästa, och då jag ej haft exemplar af sådant

till mitt förfogande, känner jag derom endast det, som ROEMER meddelat. Hans figurer 1 d och 1 e, tafl. V visa dock endast operklets utsida, men om den vida vigtigare insidan känner man intet.

Dimensioner. Riksmusei största exemplar är 28 millim. långt, samt 27 millim. bredt vid kalkmynningen.

Förekomst. Arten synes enligt SAFFORD vara ganska allmän i Tennessee, der F. ROEMER fann flera exemplar vid Mound Glade vid Brownsport, samt i Wayne C:o, Tennessee, hvarifrån Prof. A. H. WORTHEN med utmärkt välvilja meddelat mig exemplar. Hr V. W. LYON fann sin C. Coxi och C. corniculum, hvilka jag anser för identiska med denna, vid Ohioflodens vattenfall i Clark C:o, Indiana, och i en mergelblandad kalksten samt jernhaltig lera på norra sidan af Beargrass Creek, en eng. mil öster om Louisville, Jefferson C:o, Kentucky. Af den förra arten har jag från Mr V. W. LYON fått emottaga exemplar.

Rh. tennesseense står ganska nära till Rh. gotlandicum, men är mera regelbundet bildad, saknar stolonrör fullständigt samt har högre kammar på septerna. Jag tvekar alls icke att ställa Calceola Coxi LYON som en synonym till denna art, enär den icke i någon enda vigtig punkt skiljer sig derifrån. C. corniculum tyckes enligt LYONS beskrifningar vara en smalare och förlängd form, samt oregelbundet krökt, hvilket allt är obetydliga variationer, som ofta förekomma inom en och samma korallart.

5. **Rhizophyllum elongatum n.**

Tafl. I fig. 9—12, tafl. II, tafl. III fig. 13, 15, 16, tafl. IV fig. 1—6, tafl. V fig. 13, 14.

1865 *Rhiz. gotlandicum* var. LINDSTR. Iakttagelser öfver Zoantharia rugosa i Öfvers. V. Aks Förh. p. 280, pl. 30, fig. 10—11.

1882 *Rhizoph. elongatum* LINDSTR. Obersilurische Korallen von Tshau-Tiën i RICHTHOFENS China IV p. 71.

Yttre form. Korallen är mycket smal, förlängdt konisk och tilltager endast helt obetydligt i bredd från basalspetsen mot kalken. Sålunda håller det längsta exemplaret, som hittills funnits, 36 millim. i längd — och i fullständigt skick måste det hafva varit åtminstone 43 millim. i längd — och vid den afbrutna basen är det 3 millim. i bredd, men har vid den öfre kanten af kalken endast ökats till 7 millim. i bredd.

Ett annat exemplar, som är fullständigt, håller 20 millim. i längd, 1 millim. i bredd vid basalspetsen och 6 millim. vid kalken. Mindre exemplar äro ännu smalare, ett 11 millim. långt med spetsig bas och endast 2 millim. i bredd vid kalken. Tafl. I fig. 9—12 ger prof på sådana exemplar i naturlig storlek.

Korallen har sällan vuxit rak eller regelbunden, utan är vanligen böjd i en båge, antingen mot bottensidan eller uppsidan. Den visar äfven hos flera exemplar en benägenhet att vrida sig kring midtelaxeln spiralformigt, en egenhet bland Coelenterater hvarpå J. YOUNG [1]) först fästat uppmärksamheten och hvarpå man ser många bevis bland rugoserna. Bottensidan är slät och midtelvalken endast svagt upphöjd eller i de flesta fall omärklig och hos några blott synlig som en obetydlig rand, hvilken uppnår en bredd af 1 millim., då bottensidans bredd var 4 millim. Inga längdrynkor äro synliga och följaktligen äro båda sidorna nästan släta, endast med fina, tättsittande tillväxtlinier, hvilka stundom lägga sig öfver eller utanför hvarandra och derigenom åstadkomma, i synnerhet på bottensidan, en mängd små afsatser.

Stolonrören. Från bottensidans båda hörn utgå talrika stolonrör, vanligen ett och ett i flera par ofvan hvarandra. Såsom man ser hos de yngsta exemplaren, är tvifvelsutan deras funktion till en början att fästa korallen, men när denna har vuxit stor nog, upphör denna funktion och, ehuru, såsom det tyckes, obehöfliga, fortfara de dock att bildas, ännu långt efteråt. De smyga sig då tätt efter bottensidan och sluta blindt mot denna. De kunna på detta sätt uppnå en längd af 8 millim. med en bredd af en millim. I ett fall hade ett sådant rör en längd af 6 millim. mot korallens hela längd af 8 millim. Det kan finnas så många som fyra par och dessutom några enstaka. Hos åtskilliga exemplar utgå äfven sådana från bottensidans midt i jemnhöjd med dem på sidorna. Det finnes äfven exempel på att dessa processer förgrena sig i mindre armar, såsom hos det på tafl. IV fig. 1 afbildade exemplaret. I ett längdsnitt, tafl. IV fig. 4 synes huru det smala inre röret, som är inneslutet inom de tjocka väggarne, är afdeladt i en mängd små kammare genom tvärsepter eller rättare golf, hvilka utan tvifvel äro fullkomligt homologa med dem, som förekomma i kalken och fullständigt likna dem hos de unga knopparne inom denna art. Jemför tafl.

[1]) Ann. Mag. N. Hist. 5 Ser. vol. 5, p. 212.

IV, fig. 5. Men i början, när dessa rör bildas, måste olikheten vara mycket stor. Såsom ofvanföre i inledningen anmärkts, uppstå dessa rör från kanten af kalken, i det att från djurets mjuka delar, så till sägandes, pseudopodiska processer utskjutit och omgifvit sig efter hela sin längd med ett kalkrör, tillslutet i nedre ändan. När sedan detta stolonartade utflöde från djuret småningom drog sig tillbaka eller resorberades, stängde det liksom bakom sig den del af röret, som lemnats tom, med tvärgolf, det ena efter det andra, allt efter som resorptionen fortskred i riktning inåt kalken. Slutligen måste röret helt och hållet hafva öfvergifvits af kroppens mjuka delar och afstängts från all gemenskap med kalken genom ett sista golf. De tjocka väggarne äro af homogen struktur och röret visar, när det ses i tvärsnitt, en oval eller halft elliptisk form.

Kalkens inre. Sedd ofvanfrån har kalken formen af en halfellips med afrundade hörn. Dess inre hålighet inneslutes på ena sidan af en nästan platt, triangelformig vägg och på den andra af en hvälfd halfcirkelformig. I ett längdsnitt visa sig båda väggarne nästan lika mycket stupande. Kanterna af uppsidan äro mycket tunna och deremot bottensidans rand jemförelsevis tjock. I djupet på uppsidans inre vägg sitter en mycket smal och grund remna, som bildar den s. k. septalgropen. Midt på bottenväggen sitter som vanligt primärseptum af vexlande form, intagande nästan tre fjerdedelar af dess längd; det är stundom, tafl. IV, fig. 2, tillspetsadt i båda ändarne och tjockast midtpå, samt följaktligen spolformigt. Det ligger i en något djup ränna eller insänkning, på hvars båda sidor sidosepterna resa sig. Dess öfre spets sträcker sig icke alldeles intill kalkens rand, utan lemnar en liten grop ofvanför. En smal, nästan slät rand går parallelt med öfre kanten, nedanför hvilken septerna börja. Sex, stundom några flera septer ligga på ömse sidor om primärseptum. De äro tjockare i spetsen och betäckas af mycket små vårtlika ojemnheter. De äro mycket korta och försvinna snart nedåt. På den halfkretsformiga väggen finnas också några smala septalstrålar med större mellanrum mellan sig. Nedanför septerna uppenbarar sig den cystiphyllika strukturen af bläddror. Man ser dessutom i hörnen af kalken mynningarne till stolonrören såsom små runda öppningar. Öfver bottenväggen gå stundom parallelt med öfverkanten smala tvärlinier, liksom outförda ansatser till ny kalkbildning inom kalken, denna företeelse, som man så ofta påträffar hos dessa djur. I det exemplar, som aftecknats tafl. II

fig. 4, ser man denna bildning af en ny kalk inom den gamla fullfärdig, den yngre och mindre kalken med sitt primärseptum starkt utveckladt. Detta tillväxtsätt får ej förblandas med knoppning och förorsakas deraf att polypen, till följd af någon omständighet, minskats i omfang och följaktligen bildat en ny, mindre korall omkring sig. Den mindre kalken bibehåller vanligen samma kontur som den stora. Att det i sjelfva verket är samma individ, som fortsätter under ny kalkform, och icke ett egendomligt knoppningssätt, såsom af mången antagits, framgår deraf, att operklet visar sig stundom, tafl. II fig. 12, hafva undergått samma förminskning, hvilken efter allt utseende måste hafva varit mycket hastig. I anförde figur är ytan af ett mindre lock, som passar till en liten korall, vuxet på ytan af ett större operkulum.

MILASEWITCH har i »Korallen der Nattheimer-Schichten» kallat denna företeelse i tillväxten för »Verjüngerungsprocesse», men snarare skulle den ha ett namn, som häntyder på motsatsen (Veralterungsprocesse), enär den inträder först mot slutet af korallens lif och uppenbarar sig i ett fortgående förminskande af omfånget af hvarje nybildad kalk, således en tydlig hänvisning till krafternas aftagande. Till slut återstår hos de flesta, der denna företeelse visar sig, ett obetydligt, från alla sidor kringvuxet rum, liksom om koralldjuret lefvande begraft sig inom sitt skal.

Knoppning. Det finnes en annan företeelse inom kalken, som förtjenar all uppmärksamhet. Tafl. II fig. 1—3. I vinklarne mellan kalkens båda väggar ser man spår af unga knoppar nästan hos hvar enda korall, ehuru de sällan växa ut och åstadkomma större, sammansatta korallmassor. Knopparne utskjuta vanligtvis endast i nämnda vinklar, men de kunna äfven uppstå från kalkens djupaste delar i närheten af septalgropen. Det första tecknet till en begynnande knopp består i en mycket liten fördjupning, lik ett nålstyng i en mjuk massa. Omkring denna lilla fördjupning uppväxa nu murar och ett ytterst litet trattformigt ting uppkommer och detta är den unga korallen. Den bildar en fullkomlig cylinder med kretsformig genomskärning. Innanväggarne äro fullkomligt jemna och släta. Efter hand förlänges han och böjer sig så småningom mot en af moderkorallens sidoväggar, hvarigenom, vid mötespunkten, en plattad yta uppstår, blir den s. k. bottensidan och det första septum, det, som med allt skäl kallas

primärseptum, hvilket länge är ensamt, bildas på midten af bottensidan, tafl. II fig. 3. Längre ned vid beskrifningen af den inre strukturen återkommer jag till några egendomliga företeelser, under hvilka knopparne länge fortfara att växa. — Sammansatta större polypstockar af denna art äro på det hela taget sällsynta. Den i fig. 18 tafl. II afbildade består af tre generationer koraller sedda från bottensidan, det öfriga ligger inbäddadt i bergarten. Korallernas längd uppgår i första generationen till 24 millim., i den andra till 28 millim., i den tredje till 18 millim. En sådan koloni tyckes hafva utbredt sig mest åt sidan. En senare erhållen koloni är ett verkligt stamträd af sju generationer med en totallängd af 20 centimeter.

Operklet På yttre sidan, tafl. II fig. 5, 7—9, 11, ser man concentriska tillväxtlinier, de yttre af samma, till hälften elliptiska form som sjelfva operklet, de inre med mera afrundade hörn och den innersta nucleus alldeles kretsformig, liksom kalkmynningen på de minsta exemplaren. Operklet är vanligtvis tunnt, men i somliga fall uppnår det en ansenlig tjocklek, såsom synes af fig. 7, 8, 9, hos hvilka det finnes ett slags triangulär area, längs med nedre kanten och nucleus utskjuter i en trubbig spets. Såsom ofvan nämndes, förekomma exemplar med ett nytt och mindre operculum bildadt på insidan af ett större, samt mera afpassadt för kalkens minskade omfång. På inre ytan liknar operklet mycket nära det hos Rh. gotlandicum. Ett stort midtelseptum förefinnes, jemförelsevis längre och bredare än hos denna. De detta närmast omslutande sidosepterna äro här ej så tydligt skilda, utan liksom sammansmälta med midtelseptum till ett helt. Endast i ett sådant, som i fig. 13 tafl. V, ligga de septer, hvilka omsluta den ovala låsgropen, skilda från midtelseptum. Fig. 10 tafl. II gifver en bild af operklet, sådant det vanligen visar sig. Tretton eller fjorton septer på ömse sidor om det mellersta böja sig med sina från låskanten vända ändar regelbundet åt sidorna, de yttersta mot hörnena liggande mest; de äro platta, med endast svag ås. Längsmed låskanten går en slät list, hvilken icke af septaländarne betäckas. Denna inre yta är något concav, i det att de öfre kanterna böja sig öfver emot densamma. Det är förvånande, att då dessa operkler äro ytterst allmänna och hittas i hundradetal, endast *ett* exemplar funnits med locket påsittande. Tafl. V, fig. 14.

Inre strukturen. I ett längdsnitt, som går parallelt med primärseptum och septalgropen, är den ansenliga tjockleken af bottensidan genast i ögonen fallande, tafl. IV fig. 5, 6. Den utgör nära tredjedelen af hela genomskärningen. Den är tät, gråaktig, samt snedt streckad af utåt och nedåt böjda, smala linier. Nära korallens spets, tafl. II fig. 15, 16, äro murarne ännu tjockare och innerst ser man endast ett smalt rör, som genom golf är afdeladt i kammare, hvilka mycket erinra om dem, man finner hos Orthoceratiterna. Något högre upp äro väggarne smalare och tabulabildningen rikare, bruten i tunna, vidt skilda bläddror, som sänka sig mot korallens midtelaxel och sålunda bilda en slags tratt. Inbäddade i denna blåsiga massa ligga i närheten af ytterväggarne åtskilliga vid första påseendet egendomliga, gåtlika rör. På tafl. II, fig. 14 är framställdt ett längdsnitt tätt vid bottensidan och parallelt med denna. Öfverst har den täta väggen ej blifvit genomslipad och i midten går det mörkare färgade primärseptum som ett compact, odeladt band, hvilket äfven fortsätter nedåt, der den bläddriga massan ensam synes. På venstra sidan kan man räkna tillsamman fem särskilda rör och på den högra tre, lätt urskiljbara i massan genom sin egen tabulabildning. I fig. 17 på samma tafla se vi äfven ett längdsnitt parallelt med nyssnämnde, men taget längre in, ungefär midt emellan botten- och uppsidan. På venstra sidan synas åtminstone två rör, i fall man antar, att det mellersta endast är en fortsättning af det öfversta och på högra sidan ser man endast *ett* rör, men detta liksom det motsvarande på andra sidan, ovanligt långt. Dessa rör genomborra korallens cystiphyllartade massa likt borrören af en mask. Hos en korall af 19 millim. längd nå de 11 millim., med en bredd af omkring 0.7 millim. De äro afdelade i kammare genom tvärsittande och nedåt bågiga tabulæ och likna sålunda fullkomligt i genomskärning stolonrören. Hvad dessa inre rör i sjelfva verket äro, derom upplyser oss ett preparat, sådant som det på tafl. IV fig. 5 afbildade, taget på samma sätt som det senast anförda, men sedt i större förstoring. Nederst till höger går ett sådant rör med glesa golf till en början rakt upp genom korallens massa, böjer sig så åt utsidan, derefter, bibehållande alltjemt samma vidd, rakt upp, till dess det i bottnen af korallens kalk vidgar sig bägarformigt och fylles med mägtigare bildningar. Ett sådant rör visar sig derigenom vara en knopp eller början till

en knopp, som begynt redan tidigt nere i korallens initialstadium, och vuxit oberoende i jemna steg med denna, utan att kunna komma i tillfälle att uppträda i kalken såsom knopp, fullt utbildad, förr än på ett senare stadium af moderkorallens tillvaro. Såväl af denna knopp, som af en liknande men ej så lång på motsatta sidan, är det tydligt, att rören i det inre verkligen bero af knoppande individer, enär man här kan ådagalägga sambandet mellan knopparnes i moderkorallens kalk fria kalkar och de smala rören, deras fortsättning långt ner i massan. Af ett sådant preparat som i fig. 14 tafl. II finner man, att flere af desse rörlika knoppar aldrig nått full utveckling, utan blifvit liksom förqväfda i moderpolypens massa. Ty vore det ej så, är det oförklarligt, att så många knopprör synas i det inre af korallen, utan att i lika stort antal visa sig i kalkens botten. Sex knoppar i en korallkalk, tafl. II fig. 2, tre på hvar sida, är det högsta man får se.

Ett tvärsnitt, tafl. II fig. 13, visar bläddrorne i tjockare eller tunnare genomskärning allt efter som de slipats mer eller mindre snedt. Svaga spår af septalstrimmor vid bottensidans kant framkomma, om snittet gått något snedt. Inne i massan synas knopparnas rör, såsom små skilda, kretsformiga öppningar, omgifna af sin egen tjocka vägg. På bottensidans yttervägg sitta trenne stolonrör i genomskärning, två elliptiska och ett kretsformigt. Bläddrorna och golfven äro ofta betäckta med kristaller af kalkspat, bildade genom sekundär infiltration och dessutom smärre, spetsiga kristaller af ett mörkare mineral

Förekomst. Denna art förefinnes i största ymnighet i närheten af samma ställe, der Rh. gotlandicum först upptäcktes, nemligen öster om Lau kyrka, men på en högre nivå. Rh. gotlandicum förekommer egentligen lägre ned, fast några exemplar äfven funnits här. Från denna art skiljer sig Rh. elongatum genom sin starkt utpräglade knoppbildning, genom anordningen och utseendet af septerna på operklet, samt genom den stora utvecklingen af bottensidans vägg.

6. **Rhizophyllum attenuatum** LYON.

Tafl. III, fig. 17.

1879 *Calceola attenuata* V. W. LYON, Description of three new Species of Calceolida, Proc. N. Sc. Philadelphia p. 44.

Korallen är sammansatt, bestående af långa, smala, maskformigt krökta polypieriter, af hvilka somliga uppnå en längd

af 60 millim., med en bredd vid öfversta kalkranden af endast 7 millim. Somliga måste, att dömma af styckena, hafva varit ännu längre. Hörnen mellan botten- och uppsidan äro så mycket afrundade, att korallens genomskärning stundom närmar sig kretsformen. Genom de vanliga afsnörningarne och bildandet af ny kalk inom den gamla, uppstår det, som LYON l. c. tyckes; förblanda med knoppning, när han omtalar, att »within the calice of a specimen stands another specimen, which does not attain the same length but nearly fills the calice of the older, being attached to its bottom.» Bottensidans midtelvalk är svagt upphöjd, men för öfrigt kunna inga längdvalkar urskiljas. Korallerna äro mycket afspetsade mot sin initialbas, men vidgas snart och bibehålla samma vidd nära nog under hela sin längd. Från sidohörnen utskjuta i en spetsig vinkel uppåt stolonrör, hvilka antingen sammanbinda närliggande polypieriter eller ock sjelfva utveckla sig till fullständiga polypieriter, utan att de derföre förlora sambandet med moderpolypen. Tafl. III fig. 17.

Kalken har formen af en halfellips eller halfcirkel samt är grund. Ett smalt septum sitter på bottensidan. Alla exemplaren äro kiselvandlade och så illa bibehållna, att man ej kan skönja några andra septer. Bläddror intaga för öfrigt bottnen af kalken.

Inre strukturen utgöres helt och hållet af bläddror och lameller, som äro hvälfda öfver hvarandra i flera lager.

Ingen calycinalknoppning synes förekomma.

Operklet är på insidan försedt med ett stort midtelseptum, hvilket såsom hos de andra arterna af detta slägte slutar innan det uppnår låskanten och skiljes från denna genom en grund grop, som på sidorna kantas af mindre septer af andra ordningen. Flera detaljer gör det dåliga skick, i hvilket arten bibehållits, omöjligt utfinna.

Den förekommer enligt mr LYON, som haft den stora godheten skicka Riksmuseum exemplar, i bäddar af lera och kalksten, tillhörande Niagara-perioden, en engelsk mil öster om Louisville i Kentucky, på norra sidan af Beargrass Creek.

Denna genom sitt knoppningssätt märkvärdiga art står närmast till den föregående, från hvilken den, utom i detta afseende skiljer sig genom sin afvikande yttre form, genom sin tunnare och mera hvälfda bottensida, sin mera cystiphyllika kalk.

Till slägtet Rhizophyllum hafva följande tvenne former äfven blifvit räknade.

1. *Rh. interpunctatum* DE KONINCK i Fossiles paléozoïques de la Nouvelle-Galles du Sud, Vol. 1, p. 61, tafl. 1, fig. 14—14 b. Till detta slägte förer DE KONINCK ett fossil, som härstammar från ett ockrafärgadt lerlager i Rock-Flat-Creek i N. S. Wales, hvilket till sin ålder otvifvelaktigt är öfversiluriskt. Men att dömma af figurerna, isynnerhet f. 14 b, föreligger här en snedtryckt kärna af någon Orthisart med ventralskalets area stor och triangulär och deltidiet bredt, snarare än något annat, men det torde emellertid behöfvas fullständigare material, än nu finnes, för rätta tolkningen af denna form.

2. *Rhizophyllum? groninganum* MARTIN: »Niederländische und Nordwestdeutsche Sedimentärgeschiebe (Leiden 1878)» p. 95, Tafl. III f. 4, 4 a. Författaren sjelf har med tvekan hänfört sin art till detta slägte. På förekomsten af »rötter» får ju icke läggas för stor vigt, då sådana dels saknas hos åtskilliga Rhizophyller, dels äfven förefinnas hos många andra slägten. Hvad MARTIN's fossil egentligen är, blir svårt att afgöra så länge icke något af det inre eller något operculum funnits. Närmast erinrar den nu om någon sådan form som Aræopoma, eller Polyorophe.

Möjligen hör äfven till detta slägte en *Calceola plicata* CONRAD, Rep. Geol. Survey of N. York 1840 p. 207. Den kommer från de lägre Ludlowlagren i Shoharie och allt hvad man för närvarande vet om henne, innefattas i följande ord l. c.: »Shell longitudinally striated: plicated towards the aperture, the margin of which is waved.»

I Report Geol. Survey of Newyork 1841 upptager CONRAD p. 150 en »*Calceola indenta*» bland »univalves» i »Middle Series» af Silur, utan att beskrifva eller vidare återkomma till densamma.

Gen. **Platyphyllum** LINDSTRÖM 1882.

Obersilurische Korallen von Tshau-Tiën i RICHTHOFENS China, Bd. IV p. 68.

Korallen enkel, calceolalik eller såsom hos föregående slägte med en platt bottensida. Knoppning obekant. Kalken till omkrets elliptisk. Ett stort primärseptum med motsvarande djup septalgrop. I det inre tättsittande, långsträckta lameller eller bläddror, med lika långt utdragna tomrum emellan sig.

Den inre strukturen är följaktligen nästan densamma som hos Rhizophyllum och Goniophyllum och alldeles olika med det solida, af tätt på hvarandra liggande lager sammansatta polypariet hos Calceola. Från Rhizophyllum skiljer sig slägtet genom sina starkt utvecklade septer, som nå in till korallens midt, och från Goniophyllum genom sin form, som häntyder på endast ett operculum. Ett sådant är visserligen icke ännu funnet, men septernas utseende, kalkens och polypariets form häntyda tillräckligt på att ett sådant verkligen förekommit. Endast en art är för närvarande känd.

Platyphyllum sinense LINDSTRÖM.

1882 Beskrifven och afbildad i RICHTHOFENS China, Bd IV p. 68 pl. V, f. 8—12.

Yttre form. Denna, den jättelikaste bland alla nu kända operkelbärande koraller, har en något oregelbunden calceolalik form. Det största exemplaret är snedt och missbildadt genom ofta inträffade förträngningar under tillväxten, hvadan det isynnerhet på bottensidan har närmast under kalken tre terassformiga afsatser. Bottensidans midtellinie utmärkes genom den vanliga, af tre upphöjda veck sammansatta längdvalken. För öfrigt äro der, liksom på uppsidan, öfverallt tradfina längdrynkor att finna. Antydningar till stolonrör synas på ett af de minsta exemplaren.

Kalken bildar en halfellips och är mycket grund. Det största exemplarets kalk är mycket fylld med bergart, samt dessutom förvittrad, så att man ej kan se något af septer eller annat. Genom ett tvärsnitt af ett annat exemplar kan man skaffa sig föreställning derom. Septerna äro tydligast, der de utstråla från bottenväggen. De sträcka sig långt in, förenas med hvarandra genom tvärväggar i loculi. De som utgå från uppsidan, äro så sammanblandade med hvarandra och cysterna, att man svårligen kan utreda deras antal och form. Den stora, aflånga, inåt elliptiskt utvidgade, utåt spetsigt afslutande septalgropen sitter nästan midt emot primärseptum. Hos ett mycket litet, på en Alveolites fastvuxet exemplar af 7 millim. i längd och 9 millim. i bredd, synes bottensidans septer bättre. Uppsidan är till största delen bortsprängd och på midten af bottensidan, utefter hela dess längd böjer sig primärseptum, och parallelt dermed gå på ena sidan tre septer

af 2 millim. längd, på den andra sidan sex mindre septer. Dessa äro rynkiga på tvären af inskärningar samt knottriga. Nedanför sidosepterna är ytan ojemnt upphöjd af åtskilliga små svaga bläddror och i den söndriga sidokanten synes det inres cystiphyllstruktur igenom. I ett längdsnitt af ett större exemplar visa sig långsträckta, smala, nedåt riktade tabulabläddror, det hela mycket likt det, som förekommer hos Goniophyllum och öfrige.

Dimensionerna hos det största exemplaret äro: längd 130 mm., bredd, störst i midten, 62 mm., tjocklek 25 mm., kalkens längsta genomsnitt 57 mm., kortaste 20 mm. De mycket unga exemplar, som derjemte finnas, sitta fastvuxna på en stor koloni af Alveolites suborbicularis GOLDF. Det minsta af dessa är 8 mm. långt och vid öfversta kalkranden 5 mm. bredt. Det är bredt koniskt och vidgar sig hastigt från den trådsmala initialspetsen. Endast primärseptum är förhanden, ytan för öfrigt glatt. Dessa små exemplars likhet med en Goniophyllum af samma storlek är påfallande.

Att denna art verkligen egt ett operculum och att ett sådant en gång skall hittas är tydligt deraf, att den så nära öfverensstämmer med Goniophyllum till inre struktur, äfvensom ungdomsformernas hela septal- och bottenväggsbildning häntyda på att ett sådant en gång burits af dem. Dertill kommer kalkens form.

Baron FERDIN. VON RICHTHOFEN fann denna art under sina mångåriga resor i China i ett lager af Silurområdet vid Tshau-Tiën, [1]) hvilket motsvarar engelska Wenlock kalkstenen och förvaras originalen jemte öfriga koraller från samma trakt i Universitetsmuseets i Berlin Mineraliecabinett.

Gen. **Goniophyllum** EDW. & HAIME 1851.

Polypiers fossiles des terrains paléozoiques p. 404.

Korallen enkel eller sammansatt genom calicinal knoppning, pyramidalisk, bildad af fyra, plana, triangelformiga sidor. Sidohörnen med en mer eller mindre grund ränna. Stolonrör utgå från bottensidans hörn och yta. Utom det tidigast bildade skifformiga, upptill trubbigt afskurna primärseptum på bottenväggen, finnas tre, sedan tillkomna, större septer, ett på

[1]) RICHTHOFEN China Bd II p. 597—598.

midten af hvarje af de tre öfriga väggarne. uppsidans minst och sittande nedsänkt i den rännformiga septalgropen. Sidosepterna med sina öfre ändar utvidgade till skifformiga hakar. Öfverallt i loculi synapticulaartadt dissepiment. Tabulæ starkt utvecklade, störande septalbildningen, med täta, hvälfda lameller liksom hos Cystiphyllerna. Operkelapparaten sammansatt af fyra valvler, hvaraf bottensidans och uppsidans, trapezoidala, bilda *ett* par, samt venster och högersidans, triangelformiga, ett andra par. Bottensidans lock, det största och troligen det äldsta, är det enda, som är fullkomligt homologt med Calceola och Rhizophyllarternas operculum. Den egendomligheten har egt rum med denna operkelapparat, att en eller flere af valvlerna tidvis fällts och att nya valvler bildats i stället.

Milne Edwards antager l. c. fyra septalgropar, i det han anser de fyra vinklarne mellan kalkens fyra väggar såsom sådana. Men i sjelfva verket finnes lika litet hos denna, som hos den af honom dermed jemförda Omphyma mera än *en* septalgrop, belägen såsom hos de flesta öfriga rugoser på uppsidans midtellinie, midt emot primärseptum.

Tvenne arter äro kända:

1 *Gon. pyramidale* His. med svag knoppbildning, bred pyramidalisk form.

2 *Gon. Fletcheri* Edw. Haime med ymnig knoppbildning, långsträckt, smal pyramid.

1. **Goniophyllum pyramidale** Hisinger.

Tafl. I fig. 1—6, tafl. V fig. 1; 2, tafl. VI f. 1, 13—19, tafl. VII f. 8—21, tafl. VIII f. 1—5, tafl. IX f. 1.

1729 Fungitæ, mediæ magnitudinis, tetragoni Gothlandici, quorum pileoli orificium vel quadratum vid. fig. a, vel rhomboidale, fig. b., pediculus autem brevis et exiguus existit.

M. von Bromell Lithographiæ Svecanæ continuatio. Specimen II, Caput secundum p. 446 i Acta Litt. Svec. 1729. Figurer af den första mutationen från Wisby mergellager.

1740 Samma diagnos och figurer i Bromells Mineralogia et Lithographia Svecana. Sthm et Lipz. p. 69. — Det är anmärkningsvärdt, att Linné icke på något enda ställe af de många, der han omtalar korallerna, anför något om denna så karakteristiska form. Att den ej var främmande för honom och att han väl insåg hennes frändskap med Calceola, visar sig deraf, att han i sin samling, den, som ännu 1861 fanns i

Linnean Society's ego i Burlington House i London, uppklistrat ett ex. af Goniophyllum jemte tvenne exemplar af Calceola sandalina.

1829 *Turbinolia turbinata* var. *pyramidalis* HISINGER, Tableau des pétrif. de Suède Ed. 1 p. 22.

1831 — — ID. Anteckningar, Hft. 5, pl. VII fig. 5 p. 128.

1831 *Turbinolia pyramidalis* ID. Tableau ed 2, p. 26.

1838 — — ID. Lethæa p. 101, tab. 28 f. 12.

1842 *Calceola pyramidalis* GIRARD, Leonh. & Bronn Jahrb. für Miner-1842 p. 232, fig. a, b, c af mutatio prima, såsom brachiopod.

1846 *Petraia quadrata* MAC COY, Synopsis Sil. Fossils of Ireland p. 61, pl. 4 fig. 18, är = mutatio 1.

1848 *Calceola pyramidalis* BRONN, Nomenclator p. 202.

1851 *Goniophyllum pyramidale* MILNE EDWARDS & HAIME, Polypiers fossiles p. 404, pl. 2 fig. 4, 4 a.

1854 — — MORRIS, Catalogue British Fossils, Ed. 2 p. 55.

1855 — — MILNE EDW. & H., British fossil Corals p. LXIX och p. 290.

1860 — — IID. H. N. Cor. III, p. 397.

1861 — — FROMENTEL, Introd. à l'étude des Polypiers Fossiles p, 293.

1865 — — LINDSTRÖM, Öfvers. Vet. Ak. Förhandl. p. 271, tafl. 30 fig. 1—9.

1866 — — DAVIDSON, Geol. Magaz. p. 283.

1866 — — ID. Monogr. Brit. Silur. Brachiopoda pl. VIII fig. 28.

1866 — — HOLL, Geol. Magaz. p. 431.

1867 — — DUNCAN i Siluria, 4 Ed. p. 510.

1876 — — FERD. ROEMER. Lethæa Geognostica, Atlas Taf. 10 fig. 8 a, b.

1876 — — HAECKEL, Arabische Korallen, fig. 6, p. 10, en skematisk och idealiserad figur.

1879 *Cyathophyllum tetragonum*, QUENSTEDT, Handbuch der Petrefaktenkunde 1:e Abtheil. 6:er Bd p. 407, tafl. 156, f. 82—85, icke 86.

Yttre form. Arten förekommer i tre olika former, af skild geologisk ålder och torde derföre dessa böra beskrifvas särskildt i den följd de uppträda.

1. *Forma primigena*, tafl. I fig. 2, 3, ligger i spillrorna af en röd, merglig kalksten, som uppkastas på stranden norr om Wisby, samt efter all sannolikhet är liggande under mergelskiffern. Jemte sådana koraller som Arachnophyllum diffluens M'COY, Syringophyllum organum etc. hafva fem exemplar hittats i denna stenart, af dem ett med alla fyra operkelvalvlerna på sin plats.

Denna form är låg och nedtryckt, den är mera regelbundet pyramidalisk än de följande, så att olikheten i storlek mellan sidorna ej är så betydande, som hos dem. Inga stolonrör finnas, ej heller kan man märka, att korallen någonsin varit fästad med sin spets. Rännorna i hörnen äro mycket tydliga. Dimensionerna hos tre exemplar äro:

A	höjd	10	mm.,	bottenytans	bredd	14	mm.,	längsta	diagon.	15 mm.
B	»	12	»	»	»	21	»	»	»	29 »
C	»	10	»	»	»	17	»	»	»	20 »

2. *Mutatio prima.* Förekommer i den äldsta mergelskiffern vid Wisby efter hela kusten till Hallshuk i norr och till Ygne i söder. Denna, som är afbildad hos M. EDWARDS och HAIME Polyp. foss. terr. paléoz. pl. 2 fig. 4, är äfven kort, undersätsig, hastigt tilltagande i bredd från den låga pyramidala initialspetsen, hvilken ligger mycket på sidan om och utanför uppsidans kant, så att hela korallen är af en mycket krökt och sned form. Ofta förekomma koraller, som äro i hög grad korta och utplattade. Stolonrören äro fåtaliga, endast med otydliga spår vid spetsen. Bottensidan är störst, mer än dubbelt så stor som uppsidan och kalkbrädden är följaktligen högre vid bottensidan. I den trapezoidala figur, som bildas af kalkens mynning, är bottensidan längst, närmast denna, högra och venstra sidan, samt uppsidan kortast. Dimensioner af två exemplar:

A	24	mm.	hög,	33	mm.	i bottensidans	bredd,	40	mm.	längsta diagon.
B	34	»	»	30	»	»	»	33	»	» »

3. *Mutatio secunda.* Förekommer i lagret näst ofvanför det föregående, och hvilket består af kalksten vexlande med mergelband, samt sträcker sig längs efter hela vestra och nordvestra stranden från Ygne fiskläge i söder till Hallshuk i norr. Den är der mycket talrikare än någon af de föregående i deras lager. Formen förlängdt pyramidalisk, endast helt obetydligt krökt vid spetsen, hvarifrån den vuxit rakt uppåt. Följaktligen äro kalkens olika sidor nästan jemnhöga vid kalkmynningen och uppsidans kant endast obetydligt lägre. De hos detta slägte egendomliga rännorna, som gå i hörnen af korallens utsida, stå i anseende till sitt djup i ett visst förhållande till tillväxtsättet. Ju mera böjd korallen är, desto djupare äro rännorna, och ju rakare korallen, desto grundare äro desamma och stundom omärkbara. Denna mutation är rikligare försedd med stolonrör på bottensidan, hvilka sällan fortsätta längre upp på väggen. Utom den vanliga fyrsidiga formen

förekomma afvikelser, i det några exemplar funnits med fem sidor, hvilka uppstått på det viset att bottensidan liksom brutit sig i två, en bred och den andra smal. Ett exemplar består af endast tre sidor, men hörnen äro så stora och utplattade, att de likna smala sidor och det hela förefaller sexsidigt. Detta exemplar är afbildadt i Öfversigt Vet. Akad. Förhandl. 1865 tafl. 30 fig. 3. Det största kända exemplaret är 63 mill. långt, kalkens bredd vid bottensidan 36 mm., största diagonalen inom den nästan rätvinkliga kalken 44 mm. Ett annat exemplar är 67 m.m. långt, men endast 27 m.m. bredast och största diagonalen 35 m.m. Det är sällsynt att finna så stora exemplar. Vanliga storleken är ungefär längd 31 m.m., bredd 26 m.m., diagonalen 30 m.m. För jemförelse af storleksförhållandena mellan båda mutationerna må här sammanställas de media, som erhållits för hvardera efter mätning af 30 exemplar af båda:

	Höjd.	Bredd.	Diagonal.
Mutat. prim.	17 m.m.,	25 m.m.,	31 m.m.
Mutat. sec.	31 m.m.,	24 m.m.,	30 m.m.

Sidoytorna äro på längden strimmiga af de smala rynkorna. Den stora midtelvalken på bottensidan är ej så tydlig och kan knappast skiljas från de andra rynkorna och stundom ser man på dess plats en grund ränna, som går på längden. Tafl. V fig. 1. Ytterst fina tvärlinier gå öfver ytan, oberoende af de gröfre, oregelbundnare tillväxtlinierna. De äro närmast att förlikna vid de ornamentlinier, som pryda ytan af så många snäckskal och finnas äfven hos flera andra koraller.

Stolonrören. Tafl. VII fig. 17. Dessa bestå af en ganska stark yttervägg och sjelfva det inre röret är såsom hos de andra afdeladt genom golflika, smala, tvärlameller. De förefinnas isynnerhet på bottensidans sidokanter, men äfven och i synnerhet hos yngre exemplar på sidans midt och fortfara egentligen så länge som korallen ligger fästad, men äfven något längre. De gå vanligen till en tredjedel af totalhöjden, sällan så långt, som till halfva höjden. På insidan af bottenväggen i kalken ser man de öppningar, med hvilka de mynnat in. Der de finnas i mängd, sitta de i grupper.

Kalkens inre. Kalken bildas af fyra triangulära väggar, hvilka i bottnen mötas med sina spetsar. Till sitt djup är den mycket vexlande, dock så att den är mycket grundare hos mutatio prima än hos mutatio secunda, hos hvilken finnes

exempel på 20 m.m.:s djup mot korallens totallängd af 25 m.m. Då MILNE EDWARDS l. c. talar om fyra septalgropar, uppfattar han såsom sådana de fyra vinklarne der väggarne mötas; men det finnes inom kalken endast *en* septalgrop på uppsidans inre vägg, djupast i bottnen och förlängande sig som en smal ränna till uppsidans midt, der den omsluter det svagt utvecklade midtelseptum. Visserligen finnas fyra större septer, ett på midten af hvarje vägg, mera i ögonen fallande genom sitt läge än sin storlek. Den figur, som HAECKEL gifver i sina »Arabische Korallen» l. c., är dock mycket idealiserad. Hos intet af de talrika exemplar, som undersökts finnas så starkt utpreglade septer. En med verkligheten mera öfverensstämmande bild är lemnad på tafl. VII fig. 8. Hvad först bottensidans septer beträffar, så är dess midtersta eller primärseptum störst af alla i kalken. Stundom ser det ut, som skulle der vara en förening af eller utvidgning af flere i midten liggande septer, såsom hos Calceola, hvaribland äfven det egentliga primärseptum. Dess form är ganska egendomlig, skifformig, bredast mot kalkbrädden, men med öfre kanten snedt afskuren eller utbugtad i en svag, inåt gående båge, som i en trubbig vinkel möter den längre nedåtgående sidokanten, tafl. VII fig. 12. På den öfre kanten sitta små knottror liksom på de andra septerna, och dess nedre del intages af en elliptiskt förlängd insänkning med skrofig botten och tillspetsade ändar, tafl. VII fig. 20, fullkomligt homolog med en motsvarande ränna hos uppsidans midtelseptum, äfvensom hos Calceola (»cardinalgropen») och Rhizophyllum. Betydelsen af denna form finner sin förklaring i det sätt, hvarpå, såsom nedan beskrifves, operkelvalvelns stora septum artikulerar mot detta. Allt efter korallens storlek omgifves detta septum på ömse sidor af 14 till 16 smala septer, ordnade i par. Om man i ett väl bibehållet exemplar följer septalstrålarne från bottnen, ser man, att de äro fåtaliga till en början, men ungefär på midten af kalkens vägg klyfva sig i tvenne, af hvilka den ena nästan oförändrad löper ut mot kalkens kant och den andra mot samma kant vidgar sig till en vinklig, hakformig skifva (tafl. VII fig. 14), som står ställd snedt inåt mot midtelseptum i en vinkel, hvilken är spetsigare i mån af afståndet från midtelseptum. De triangulära skifvorna äro svagt utskurna på sin öfversta kant och den undre sänker sig snedt mot septum nedunder. Öfre kanten är ofta småknottrig och oregelbundet uppsvälld. De nedanför liggande septernas ås är nag-

gad och oregelbundet inskuren, eller belagd med små runda vårtor. Loculi äro mycket smala och grunda och i dem inskjuta temligen regelbundet septernas sidotaggar på bestämda afstånd, lemnande en svag fördjupning mellan sig, hvilken på vittrade exemplar ser ut som ett punktlikt hål. Likheten med de föregående slägtena är stor genom de punktrader, som då i loculi visa sig; tafl. VIII fig. 4. De tre öfriga sidornas midtelsepter äro alla mycket mindre än bottensidans, skjuta hvarken så långt fram eller upp som detta, utan äro nedsänkta i en ränna nedanför sidosepternas öfversta kammar. Högra och venstra sidans midtelsepter likna hvarandra fullkomligt till form och storlek, de framskjuta svagt, äro smala skifvor och svagt utbugtade i sin öfre kant; tafl. VII fig. 13. Uppsidans midtelseptum, tafl. VII fig. 18, ligger i en ränna, som är djupare än någon annan och nedåt omedelbart fortsätter sig i septalgropen. Detta septum, som stundom är dubbelt så stort som sidornas och ungefär hälften så stort som bottenseptum, har sin nedersta del smal och fin, och toppen, som ligger något under de omgifvande septernas kammar, är långdraget elliptisk och i midten försedd med en grund längdränna. För öfrigt varierar denna och sidornas så mycket, att knappast tvenne exemplar ha dem fullkomligt lika.

Angående septernas uppkomst och tillväxt kunna några upplysningar hemtas af mycket små exemplar och genom slipning af spetsarne på större (tafl. VII, fig. 9—11). Exemplar af 5 millim:s längd och 4 millim. i bredd vid kalkmynningen (tafl. VII, fig. 9) ligga utefter hela sin längd fastvuxna med bottensidan på sitt underlag, calceolalika till formen; öfre sidan på det afbildade exemplaret är delvis bortsprängd. På inre bottenväggens midt framskjuter det upptill tjockare, mot kalkens djup afsmalnande primärseptum omgifvet af tre till fyra smala septer, som bestå af småknölar, tvärt öfver hvilka gå sju tvärrynkor. På uppsidans innervägg synes ej något septum, ej heller på sidorna. Ett annat exemplar af 6 millim:s längd och 5 millim. i bredd vid kalken, tafl. VII, fig. 10, har på bottensidan ett primärseptum omgifvet af trenne mindre på ömse sidor och på uppsidan, som är lägre, tre små, lika stora septer i sin midt. Ett tredje exemplar, 7 millim. långt och 6 millim. i största bredden, tafl. VII, fig. 11, har på uppsidans innervägg ett starkt septum, hvilket är mycket kort, liksom nyss påbörjadt, som en liten tand i närheten af kalkens kant. Vid längd-

slipningar af öfre sidan på ett mindre exemplar, 19 mm. långt, hos hvilket förvandlingen af de äldsta polypariedelarne ej har gått så långt som hos de äldre, visar sig mot spetsen på ofvansidan intet primärseptum och endast några glesa golf. I den fina yttersta initialspetsen af knappast 1 millim:s bredd, finnes intet tecken till septer. I ett 20 millim. långt exemplar, som är särdeles tydligt ända ned till bottnen, gå visserligen fyra stora midtelsepter, men af dessa nå endast bottensidans till djupet, höger- och venstersidans nå ett litet stycke nedanför halfva väggen och uppsidans hinner endast halfvägs af dessa senares längd. Sidosepterna hos dessa små exemplar bestå af knöliga skleriter, mer eller mindre aflägsna från hvarandra, så att deras tillvaro endast ses af septalåsens knottrighet. Af hvad nu blifvit anfördt, torde tillräckligt tydligt framgå: 1) att polypariet till en början saknar septa, 2) att bottensidans septum är det först bildade och länge det enda, samt med allt skäl, både efter förhållandet hos denna art och många andra, kan kallas primärseptum, 3) att höger- och venstersidans midtelsepter dernäst bildas, 4) att uppsidans kommer senast, och 5) att bottensidans sidosepter förefinnas redan innan de andra sidornas midtelsepter uppträdt. Åsigten om fyra primära septer hos rugoserna är således icke hållbar, lika litet som fyra framstående septer förefinnas såsom en allmän regel. Endast hos Goniophyllum och Stauria är det fallet.

Utom af septalstrålarne täckes kalkbottnen, under dessa, af de bläddror, som uppskjuta på ytan och bilda en stor del af hela den inre massan. På ett oregelbundet vis genombrytas septerna och störas i sitt sammanhang med djupare liggande delar genom dessa bläddror, hvilka ofta misstagits för dissepiment, men icke äro det, emedan de vanligen sträcka sig oregelbundet öfver flera septer och dessas loculi, då deremot verkligt dissepiment är inskränkt mellan tvenne septer, i dessas loculus. Hos slägten såsom de Cystiphyllartade, äro septerna nemligen ofullkomligare, bilda icke oafbrutna skifvor, som fortsätta nedåt genom hela polypariet, utan äro nybildade på den bottenaflagring (= golf), hvilken basalmembranen tid efter annan afsöndrar. Derigenom att denna membran icke bildar hvarje nytt lager omedelbart på det närmast underliggande, utan har veckat och böjt sig i oregelbundna bågar ofvan detta, uppstå tomrum eller blåsor mellan de bläddror, som sammansätta tvenne närliggande lager, och det är på ytan af dessa som

septalstrålarna uppkomma. Hos Calceola har denna anförda ojemnhet och oregelbundenhet i bottenmembranens aflagringar öfvervunnits och hon visar tätt liggande, tunna lameller, samt endast då och då en efterdyning af det gamla tillvextsättet i de glesa, mycket aflägset liggande toma mellanrum, hvarpå KUNTH l. c. tafl. XIX, fig. 9 anfört exempel

Knoppning. Större grupper bildade genom knoppning ha hittills ej funnits. I några enstaka fall ser man på kalkens brädd knoppande småindivider. På ett exemplar utknoppa på bottensidans, högersidans och uppsidans vägg åtta små koraller.

Inre struktur. Till följd af de många vexlingarna i korallens tillvextsätt komma snitt tagna i alldeles samma riktning hos olika exemplar att bli mycket skiljaktiga från hvarandra. Än ligga de transversella kalklamellerna tätt på hvarandra, än ha de emellan sig bildat dessa bläddriga tomrum, som ger det hela ett cystiphyll-likt utseende. Tafl. VII fig. 19. I ett längdsnitt parallelt med bottenväggen äro septerna till en del inbäddade i en tät, compact massa, der mörkare längdstrimmor utmärka loculi, taggiga och sönderdelade af synapticulæ från septerna. På andra punkter åter, tafl. VIII fig. 5, äro loculi fyllda med klar kalkspat, således sekundär infiltration, och afdelade i tvärrum genom bågformiga, smala lameller, hvilka tvifvelsutan äro afsöndrade af bottenmembranen och stående i samband med golfbildningen och således ingalunda att betrakta som dissepiment, så mycket mer som man stundom ser en sådan lamell sträcka sig öfver flera septer. De likna då den bildning, som hos Cyathophyllerna uppstår i loculi. I dessa breda loculi synas inga tvärutskott från septerna.

Operkelapparaten, tafl. I fig. 1, består af fyra lock eller valvler, ett för hvarje sida af pyramiden. Dessa fyra lock bilda två par, så till vida som de hvarandra motsittande äro i det närmaste lika. De mötas med sina spetsar i kalkens centrum och emedan de, såsom nedanföre omtalas, i viss mån täcka hvarandra med sina sidokanter, så tillsluta de fullständigt kalkens mynning. Ett exemplar har alla fyra locken på sin ursprungliga plats och fastän tvänne af dem äro något brutna och nedsänkta i kalken, kan man dock utreda deras konturer och ytform. På ett annat exemplar sitta tre fullständiga lock och ett fragment af ett fjerde, samt dessutom finnas fem exemplar med tre lock fastsittande. Bottensidans lock, äfvensom uppsidans hafva en trapezoidisk kontur. Venstra och högra sidans lock äro båda

triangelformiga. Alla lockens sidokanter bilda en svag båge utåt, sällan äro de rätlinige. På sin öfre yta äro de insänkta genom en ränna, som går från nucleus till spetsen. Denna ränna är bred och med flat botten hos de trapezoidiska locken. Hos de triangelformiga bildar hennes genomskärning en trubbig vinkel. Den första och ursprungliga delen af bottenlocket eller dess nucleus är kretsformig, men omgifves snart af halfcirkelformiga tillväxtlinier och dessa åter af trapezoidala lager. De andra lockens nuclei äro redan från sin första början triangelformiga eller trapezoidala, detta senare hvad uppsidans lock beträffar. Genom dessa kring hvarandra liggande tillvextlinier ådagaläggеs tydligen lockens utvecklingssätt. Då locken under tillvexten hastigare ökas mot spetsen än vid basallinien, så kommer nucleus efterhand att ligga nedanför lockets medelpunkt och närmare basallinien än denna. Med undantag af tillvextlinierna märkes ingen annan skulptur på lockets yttre sida. Hos det fullständigaste exemplaret äro lockens storleksförhållanden så som följer:

	Basallinien.	Längd från basallinien till spetsen.
Bottenlocket	20 mm.	Något öfver 10 mm.
Venstra sidolocket	16 »	» 10 »
Öfversta sidans lock	15 »	» 10 »
Högra sidolocket	15 »	» 9 »

Bottenlocket är följaktligen det största och de andra locken aftaga i storlek i samma mån som de äro aflägsna från detta i riktningen från venster till höger. Det venstra sidolocket ligger med sin högra kant öfver bottenlockets venstra och täckes sjelft på samma sätt af öfversta lockets högra kant, under det att det högra sidolocket med sina båda sidokanter ligger öfver både öfversta sidans och bottensidans lockkanter. Bottenlocket ligger således under de tre andra locken, med sidokanterna under de båda sidolockens kanter och med sin stympade spets djupt under öfversta lockets spets. Det är mycket sannolikt, att bottenlocket är det äldsta af alla locken och att det till en början ensamt varit tillräckligt att sluta kalkens mynning, hvilken först varit kretsformig, såsom lockets nucleus, sedan blifvit halfcirkelformig och först på 9 mm:s afstånd från basalspetsen fullkomligt fyrsidig. Hvad som dessutom talar för en sådan oliktidig uppkomst af de olika locken, är den omständigheten, att de fyra midtelsepterna, de fulcra,

på hvilka lockens midtelsepta hvila, äro af olika längd i de små polyparierna eller med andra ord, tydligen visa sig bildas oliktidigt, bottensidans först, dernäst höger- och venstersidans och uppsidan senast. Af midtelsepternas längd kan man således sluta till den ordning, i hvilken valvlerna uppstått. Att dömma af valvlernas läge i spiral ofvan hvarandra skulle åter ordningen bli: bottensidans först, venstersidans, dernäst uppsidans och sist högersidans. Men troligen är det på det sätt som septerna visa.

Då Goniophyller förefinnas med fem sidor och en med till och med sex — tre stora och tre i hörnena mindre — kan det frågas, huruvida dessa haft lock af olika storlek för alla dessa sidor. Detta besvaras jakande och på ett fullt tillfredsställande sätt af det bevis, som lemnas genom det exemplar, hvilket blifvit afbildadt på tafl. IX, fig. 1. Man ser här ett exemplar, der bottensidan under korallens tillväxt åt venster brutit sig i en ny smal vägg, som genom mycket trubbig vinkel afviker från bottensidan. Båda dessa ha tillsamman en bredd af 28 mm., hvaraf på bottensidan komma 20 och på den mindre 8. Qvarsittande på kalkens bräddar äro fyra lock, hvaraf tre normala: bottensidans, venstra sidans och uppsidans. Emellan bottensidans och venstra sidans lock sitter det ab norma, lilla locket för den femte sidan, adventivsidan, inkiladt. Detta lock, hvars dimensioner äro 5 mm. i höjd, 7 mm. i bredd, är triangelformigt, högra sidan något insvängd och den venstra utsvängd, samt ytan oregelbundet gropig och försedd med tillväxtlinier. De båda omgifvande lockens angränsande sidokanter äro följaktligen hämmade i sin utveckling; bottensidans, som, enligt hvad ytans tillväxtlinier visa, haft normal utbildning till en bredd af 13 mm., har sitt venstra hörn snedt afstympadt och insvängdt i en kroklinie, och venstra sidans lock har sitt högra hörn afskuret af en rät linie. Dessa båda lock äro således försedda med en sida mer än vanligt, bottensidans med fem, venstersidans med fyra. Af adventivlockets inre sida har ej varit möjligt se något tydligt.

Hvad lockens inre sida beträffar, så kan man säga, att den i viss mening är en afspegling af den kalkvägg, vid hvilken den hvilar eller en fortsättning af dettas bildningar uppöfver kalkens bräddar. Liksom på kalkens väggar omgifves ett stort midtelseptum af mindre septa på sidorna, med förtätningar mot låskanten, i likhet med septerna i kalken, när dessa vidgats med kammar.

Bottenlocket, tafl. I, fig. 4, 5, 6, tafl. VI, fig. 18, 19, tafl. VIII, fig. 1, 2, har sitt mellersta septum högst i närheten af låskanten, der det bildar en i spetsig vinkel framskjutande, tunn skifva, som på sin utkant mot låset är urgräfd i en smal och grund ränna. Denna vidgar sig till den grop, i hvilken kalkens primärseptum hvilar, när operkelvalveln täcker mynningen. Yttersta låskanten är smal och tunn. De upphöjda valkar, som omgifva låsgropen, afsmalna mot skalets nedre sidohörn, med yttre sidan brant, den inre svagt sluttande, sänkande sig mot och öfvergående i den öfriga ytan. Dessa valkar bestå af gruppvis hopgyttrade knölar, hvilka äro mycket oregelbundet kantiga, och beströdda med en mängd små vårtor. Låga och smala septer fortsätta från dem mot kanterna, hos ett exemplar 14 på hvardera halfvan. Hela ytan, liksom septernas åsar, är fint småknottrig. I ett tre millimeter långt operkel äro septerna mest utvecklade vid låskanten och aftaga mot utkanterna. De äro der breda och sitta på upphöjda valkar. Den skrofliga valkbildningen, som är så tydlig hos de äldre locken, är homolog med septalkammarne hos Calceola, men uppnå hos Goniophyllum aldrig sådan regelbundenhet.

Uppsidans lock, tafl. VIII, fig. 3, är äfven trapezoidiskt, men skiljer sig från motsidans till det yttre genom sin jemförelsevis mindre storlek, genom sin nucleus, som redan från början är trapezoidisk och derigenom vittnar, att detta skal till sin tillkomst är det yngsta, samt uppstått sedan kalken blifvit fyrsidig. På insidan ter sig äfven den vigtiga olikheten, att midtelseptets tand mot låskanten icke afbrytes af någon grop, i hvilken motsvarande kalkväggs septum skulle hvila. Uppsidans midtelseptum är så djupt liggande i en rännlik insänkning och så smalt, att det alls icke skjuter upp och den smala, hvassa åsen af lockets midtelseptum ligger på detsamma. Utseendet stämmer för öfrigt med bottensidans.

Hvad venster- och högervalvlerna angår, så kan man till det yttre genom nuclei läge, och genom den stora oliksidigheten, skilja dem från hvarandra. Skalen hafva nemligen utvecklats starkare åt det håll, som ligger närmast bottensidan eller nedåt vid korallens läge på sistnämnda sida. De bilda följaktligen en mycket oliksidig triangel med nucleus ofvanför lockets medelpunkt och det venstra locket, tafl. VI fig. 15, 16, med sin högra hälft betydligt förlängd, samt det högra locket. tafl. VI

fig. 13, följaktligen med sin venstra sida långt utdragen. På detta kan man lätt skilja dem i det yttre. På insidan likna de hvarandra fullständigt, hafva ett större midtelseptum, mera afrundadt, än hvasst, samt på hvardera sidan derom vanligen 14 septer, som i par utgå från upphöjda knölar i låskanten. Primärseptum slutar äfven i en sådan knöl utan låsgrop. Från låskanten sedda äro dessa knölar urgröpta med en liten triangulär ränna. Att ingen grop här förekommer lika litet som hos uppsidans lock har sin grund i samma förhållande att ingen septalkam sticker fram långt nog från kalken för att deremot artikulera.

Hvad artikulationssättet beträffar, är i fig. 16 tafl. VII ett exemplar afbildadt efter ett fragment af korallens bottensida, mot hvilken ett stycke af bottenlocket ännu är fästadt. Operkelvalvelns midtelseptum ligger med sin utskjutande tandlika del tätt sluten till den utskärning, som bildar primärseptets öfre kam och hvilar i den ränna, som der finnes. Kalkseptets öfre kant ligger åter i gropen bakom tanden, i det närmaste såsom förhållandet är hos Calceola. Sidolamellerna på locket gripa in mellan sidosepternas öfre smala kammar. Midteltanden på de andra sidornas lock sitter nedsänkt i den stora fördjupningen ofvanför midtelsepterna i kalken.

En egendomlighet af stort intresse, som utmärkt denna ovanliga koralls lifsförhållanden, är, att det finnes säkra bevis på att operkelvalvlerna, än den ena, än den andra sidans, stundom fällts och antagligen ersatts med nya. Åtskilliga exemplar visa nemligen lock, som stannat qvar på sin plats, och att korallen fortsatt att växa vidare omkring och öfver dem. Tafl. V fig. 1, 2. Sådana qvarlemnade lock finnas för alla fyra sidorna, men mest på bottensidan. Intet exemplar har mer än ett invuxet lock. På det ställe, der ett sådant sitter, bildas vanligen en djup grop inåt. Locket har nemligen fastnat inåt böjdt och rundt omkring utanför, och öfver detta har korallen fortsatt sin tillvext. Fastän rätt många lösa lock till alla sidor hittats, är dock ännu icke något kändt, som med säkerhet kan anses för ett sådant, på korallens senare tillvextstadium, efter fällningen af ett äldre lock nybildadt. Man kunde vänta sig, att finna ett sådant mycket tunnt, samt på yttre sidan nästan utan några tillvextlinier.

Förekomst. Om artens förekomst på Gotland är redan ofvanföre taladt. I Irland är den låga mutatio prima funnen i

skiffrarne vid Ardaun och Kilbride, Cong, County of Galway, samt troligen äfven i England i Wenlockskiffern vid Dudley, ehuru den derifrån anförda möjligen är ungdomsformen af Gon. Fletcheri. De exemplar, som mr HOLL har från Malvern, torde dock höra hit. Han citerar dem från May Hill Sandstone i Gullet Wood, vid Eastnor Obelisken, samt från basen af Wenlockskiffern vid Wych.

2. **Goniophyllum Fletcheri.** EDW. H.

Tafl. VI fig. 10—12.

1851 *Goniophyllum Fletcheri* M. EDWARDS & HAIME, Polypiers Fossiles, Terr. pal. p. 405.
1854 — — MORRIS, Cat. Br. Foss. Ed. p. 55.
1854 — — SALTER, Siluria 2:d Ed. p. 244.
1855 — — M. EDW. H., British Fossil Corals p. 290, pl. 68 fig. 3, 3 a.
1860 — — IID. H. N. Cor. III, p. 398, Pl. G. 2, f. 2.
1861 — — FROMENTEL, Introd. à l'étude des Pol. foss. p. 293.
1867 — — DUNCAN, Siluria 4 Ed. p. 221, 510.
1873 *958Gonioph. pyramidale* SALTER, Catal. Cambr. Fossil. Mus. Cambridge p. 114. SALTER anser der G. Fletcheri identisk med den förre. Träsnittet vid sidan visar en figur af den verklige G. Fletcheri med ett idealiseradt operculum bestående af ett enda fyrkantigt stycke.
1876 *Gon. Fletcheri* FERD. ROEMER, Lethæa geognostica, tafl. 10 fig. 9 a—9 b.

Denna korall står så nära till G. pyramidale, att den, såsom SALTER velat, blifvit ansedd som en varietet dertill. Emellertid torde det hufvudsakligen på grund af den inre byggnaden vara skäl att hålla den skild.

Yttre form. Polypariet är smalt och långsträckt, oftast rakt, med hvassa hörn eller endast med mycket grunda rännor, bottensidan med stolonrör, hvilka i synnerhet utgå från sidokanterna och fortsätta upp till halfva höjden af sidan. Epithekan är fint och regelbundet tvärstrimmad. Svaga och glesa längdrynkor synas med den vanliga, större midtelvalken.

Kalkens mynning är i det närmaste af qvadratisk form, bottensidans kant icke alltid längst, djupet är ej stort i förhallande till längden. Hos ett nästan fullständigt exemplar af 30 m.m. längd går kalkens djup till 7 m.m. med största

diagonalen af 17 m.m. De stora midtelsepta likna i det närmaste dem hos Goniophyllum och af bottenväggens septum med dess utbugtning ofvantill, samt ränna på öfverkanten kan man med stor grad af sannolikhet antaga, att äfven denna form varit täckt med lock och att sådana en gång komma att hittas. Man bör ihågkomma, att många hundra exemplar af929 Gonioph. pyramidale hade funnits, innan det första locket upptäcktes och att sådana ännu höra till de största sällsyntheter i jemförelse med den vida allmännare korallen. Äfven öfre kanterna af sidosepterna äro i någon mån vidgade och vittna för tillvaron af operkelapparat. Septalgropen sittande på vanligt ställe är mycket grund och långsträckt.

Knoppning är mycket vanlig hos denna art och stora grupper af flera, ända till tre generationer ofvan hvarandra bildas derigenom. Knopparne uppstå på öfre kanten af kalkens sidoväggar, samt växa rakt upp.

Inre strukturen. Närmast ytterväggarne är byggnaden allt igenom solid och tät, sammansatt af septer med fyllda loculi, septerna korta, midten af korallen upptagen af bågiga golf och lameller liknande Cystiphyllernas, dels riktade strutformigt nedåt, dels horisontala. Dessa gå stundom in i loculi, hvilka då se ut som hos Cyathophyllerna. Den täta massa, som för öfrigt fyller loculi, har en egendomlig textur af tätt sittande, utåt och nedåt riktade fina mörka strimmor.

Förekomst. Enligt MILNE EDWARDS och de engelska författarne finnes arten vid Dudley i England, samt i Wenlock-skiffer vid Malvern. Mr JOHN GRAY i Hagley, som under många år med ifver samlat engelska öfversilurförsteningar och haft godheten flera gånger rikta Svenska Riksmuseum med gåfvor både af detta och andra fossilier, säger i bref, att den först fanns mycket sparsamt i grus från en jernvägstunnel vid Malvern. »In working the mines at Dudley there are what the miners call Crop Balls, sometimes small, others several yards and composed of fragments of fossils cemented together. They have been pot holes in the regular strata, filled up with broken pieces of rock and remains of fossils generally fragmentary and thence not worth breaking up. In occasionally finding one specimen of Gon. Fletcheri in such stone, the workmen were induced to search for more.» På detta sätt köpte mr GRAY mer än 1,000 exemplar af alla storlekar, utan att hitta ett enda operculum. Nu mera hittar man ej flera.

Bigsby i Thesaurus Siluricus uppräknar, p. 11, utom nu anförde arter äfven Goniophyllum zic-zac M'Coy, från Galway samt Gon. sp. ind. från Tasmania West. Den förre är en kägelformig Cyathophyll och om den senare lemnas ingen vidare upplysning.

II. Fam. **Aræopomatidæ.**

Denna familj skiljer sig från den föregående genom lockets vida enklare insida, på hvilket endast likformiga septer äro till finnandes, alla i det närmaste af lika storlek och utseende, intet större midtelseptum. I öfverensstämmelse dermed saknas i korallkalken så stora och framstående midtelsepter som Calceoliderna ega. Efter lockets utseende och beskaffenhet kan man inom familjen urskilja följande tre slägttyper, af hvilka den tredje i anseende till den fullständiga obekantskap, hvari man ännu sväfvar angående sjelfva korallen, må tills vidare förblifva obenämnd.

Gen. 1. **Aræopoma** n. gen. med fyra, tidtals affallande och genom nya ersatta triangulära lock, ett för hvar sida af den fyrsidiga, cystiphyllika korallen.

Gen. 2. **Rhytidophyllum** n. gen. med *ett* lock, som täcker en calceolalik korall.

} Operklets septer glest sittande, smala, trådfina strålar.

Gen. 3. **Gen. indet.** lock ensamt (?), halft elliptiskt, med breda, tättsittande septer på insidan.

Aræopoma n. gen.

(*ἀραιός*, tunn, *πῶμα* lock.)

Korallen enkel, utan knoppning, med stolonrörsbildning under första tillvexten, oregelbundet fyrsidigt pyramidisk eller prismatisk. Kalken utan tydliga primärsepter, alla septer vanligen nästan lika stora, bestående af trubbiga taggar. Inre strukturen cystiphyllartad med oregelbundna golf bildande blåslika tomrum emellan sig. Operkelapparaten sammansatt af fyra tunna valvler, en för hvar sida. Dessa äro oregelbundet triangelformiga med den inre ytan slät, samt omgifven af en smal

upphöjd bård, med några trådfina, svagt upphöjda septer, som parallelt med hvarandra löpa deröfver från basen till sidokanterna. Locken tidtals affallande och ersatta med nya.

Från Cystiphyllum skiljer detta slägte sig hufvudsakligen genom sin fyrsidiga form och genom sin operkelapparat.

Aræopoma prismaticum Lindstr.

Tafl. IV fig. 8—14, tafl. V fig. 5—12, 15—17.

1865 *Hallia calceoloides* Lindstr. Några iakttagelser öfver operkelbärande koraller i Öfversigten af Vet. Akad. Fhl. 1865 p. 288, pl. 31 fig. 12—13, der Aræopomas lock oriktigt hänfördes till denna art.

1868 *Cystiphyllum prismaticum* Lindstr. Om tvenne nya öfversiluriska koraller från Gotland. Öfversigt Vet. Ak. Förhandl. 1868, p. 421, pl. VI fig. 4—6.

1870 — — Id. om operkularbildningen hos några nutida och siluriska koraller i Öfvers. V.-Ak. Fhl. p. 923.

Yttre form. Två skilda varieteter af olika geologisk ålder förekomma. Den äldsta, nedan betecknad som »*forma primigena*», från de lägsta skifferbäddarne vid Wisby, den andra, *mutatio elongata* från de ofvanliggande kalkstensbäddarne i samma trakt.

Forma primigena, tafl. IV, fig. 12, tafl. V fig. 9. I sin första utväxt är denna nedtryckt, bredt pyramidal, fyrsidig, med mycket afrundade hörn. De exemplar, som fortfarit att tillvexa i denna form, hafva uppnått följande storleksförhållanden. Längd 25 millim., kalkens största diameter 25 millim., korta diametern 24 millim., diagonalen 23 millim. Ett annat exemplar är 23 millim. långt, längsta diametern 25, kortare diam. 23 millim. Men ett stort antal exemplar äro förlängda och utdragna på ett mycket oregelbundet vis, böjda, samt till och med vridna spiralformigt kring midtellinien. Ett sådant är 51 millim. långt, med 20 millim. i kalkens diameter. När korallen såsom i först anförda fallet vuxit regelbundet, är den otydligt prismatisk, närmande sig till cylindrisk. Vid öfvergången från initialstadiet uppstodo ofta de största oregelbundenheterna i tillväxten och epithekan är alldeles slät utan några längdrynkor. Hos de längre exemplaren äro sammansnörningar af omfånget ej sällsynta och det ser ut som om kalk låg inom kalk och det hela får derigenom ett visst fjälligt

utseende. Längdrynkorna äro, såsom vanligt hos Cystiphyllidæ, mycket skarpt uttryckta och framstående, samt mera afrundade och breda än bland andra koraller. I stället för den stora midtelvalken på bottensidan går en grund längdfördjupning, som svarar mot ett större septum på insidan. Denna korall tyckes hafva lefvat fri på bottnen af silurhafvet och endast någon kortare tid af sin första tillvaro varit fästad. Det finnes knappt några tecken till stolonrör, endast stundom några få korta utskott.

Mutatio elongata, tafl. IV fig. 8—11, är prismatisk, fyrsidig, förlängd, nästan jemnbred efter hela sin längd, länge fästad vid bottnen genom smala eller breda haklika stolonrör. Denna äldsta del af polypariet bildar mot den vida längre, yngre och stolonfria delen en trubbig vinkel, da den senare växer alldeles rak från detta nedre knä. Storleksförhållandena äro: längd 103 millim., bredd 18 millim. De tvärsöfver gående tillväxtlinierna äro talrika och djupt inskurna, så att konturen derigenom får ett tandadt utseende. Längdrynkorna finare och ej fullt så tydliga som hos den förra arten och det finnes äfven en grund och trång insänkning, som går ned midt på bottensidan, äfvensom på den motsatta. Utom dessa finnas talrika trådfina tvärstrimmor, hvilka äro att betrakta som ornamentering på ytan. Korallens fyrsidigt prismatiska form är mer eller mindre tydligt uttryckt, hos åtskilliga med oregelbunden växt, afrundad och cylindrisk.

Stolonrören äro breda och bandlika, korta, samt flere jemte hvarandra, samt vanligen öppna utan dissepiment.

Kalkens inre är lika föränderligt och oregelbundet som sjelfva korallen till sitt yttre. I somliga kalkar äro septalstrålarne väl utvecklade, i andra åter synas blott få spår och slutligen förekomma sådana, der alla septer hafva försvunnit och hela kalken är fylld med bläddror af olika storlek. På bottensidan är vanligen ett något framskjutande midtelseptum och de tre andra väggarne visa stundom septer, hvilka skjuta ut något mera än de andra. Om man ser ett septum från sidan, så visar det sig bestå af trubbiga tänder, ungefär 13 på ett afstånd af 10 millimeter, tafl. V fig. 7. Såsom vanligt hos Cystiphylliderna äro de ej sammanhängande och någon oafbruten skifva, som fortsätter från bottnen af kalken, finnes icke. Sedda i tunnt genomsnitt visa de ett egendomligt streckadt utseende, liksom sammansatta af strålar, mellan hvilka ligga

mörka streck, som dock ej äro förhanden hos alla. Allt efter det sätt, på hvilket septaltaggarne äro bibehållna blir utseendet i tvärsnitt olika. Än är der en klar nucleus omgifven af mörkare ämne och stundom råder fullkomlig likformighet. Tafl. V fig. 17. Tabulablåsorna äro små mot yttre väggen, stora och glest sittande i korallens midteldelar. Det nu anförda gäller om forma primigena. Hos mutatio elongata är kalken till sin kontur mera quadratisk, churu hörnen äro afrundade. Raderna af de taggiga septerna äro mera framstående längs med väggarne af den ganska djupa kalken, hvilken hos somliga exemplar når ett djup af 12 millim. på en totallängd hos korallen af 24 millim. Septet på midten af bottenytan är det mest framstående. Hos några äro äfven de andra väggarnes midtelsepter framskjutande. I allt är det ungefär 12 taggar på hvarje septum. Hos sådana koraller, som vuxit oregelbundet, äro tabulablåsorna rådande i kalkens botten och synas i sin stora oregelmässighet hafva alldeles förträngt eller afkortat septerna. Septalgrop är icke synlig hos något exemplar.

I längdsnitt, tafl. V fig. 16, äro tabulablåddrorna mera jemt fördelade och af mindre storlek; septalkanterna ej så tydliga.

Knoppning. Hos den äldre varieteten finnes icke ett enda exempel på knoppning, och hos den yngre äro de så sällsynta att endast i ett exemplar bland flera hundrade två små knoppar hafva anträffats.

Operkelapparaten. Tafl. IV fig. 8—11, 12, 13; tafl. V fig. 5, 6, 8—12. Af ett exemplar, som har operkelvalvler ännu fästade till hvar och en af sina fyra sidor långt nedanför kalken kan man sluta, att operklet bestod af fyra valvler. Ett exemplar är funnet med apparaten till en del ännu täckande kalkmynningen. Tre lock äro qvarsittande, bottensidans är störst och dess spets ligger dold under den motsatta valvelns, hvilken är något mindre. Den tredje valveln, högra sidans, har rubbats från sitt läge under dessa båda, samt krossats och endast ett hörn är synligt. Alla valvlerna likna hvarandra i det närmaste, churu de tillhöra olika sidor. De äro triangelformiga med afrundade hörn. Basalsidan är den längsta, rak eller svagt bågformig. Den inre eller öfre spetsen är mera spetsvinklig än sidohörnen. Utsidan är concav, stundom i mycket hög grad insänkt och hos flere är yttre kanten uppvikt och bildar sålunda ett bräm rundt omkring valveln. Ytan är för öfrigt slät, endast prydd med ytterst fina concentriska tillvextlinier, hvilkas innersta

kärna ligger excentriskt, närmare ena sidan än den andra. Detta synes antyda en benägenhet till en spiralanordning af valvlerna och deras delar, hvilken spiraltendens också tydligen är uttryckt i sjelfva korallens tillvextsätt hos denna art. Ibland synes utsidan på längden eller från basen mot öfre spetsen intryckt med 4—5 parallela fåror. På valvlernas insida finnes ett inre midtelfält, som omgifves af den uppvikta kantens smala bräm. Midtelfältet är mycket convext och på dess längd, mellan valvelns basallinie och spets, gå från 6 till 10 trådfina, i det närmaste parallela upphöjda septer, alla lika breda med slätt mellanrum af deras femfaldiga bredd. Nedersta basen vid valvelns låslinie är något knutigt ansvälld och septernas öfversta ända försvinner afsmalnande innan skalets kanter uppnås. I några exemplar saknas dessa linier helt och hållet. Smärre valvler äro halftelliptiska i omkrets och nästan släta. Hvad valvlernas tjocklek beträffar, finnas alla gradationer från de tjockaste af många lager på hvarandra, liksom flera valvler lödda på hvarandra, det innersta störst, till dem, som äro tunna som fjäll. Äfven visar sig stor oregelbundenhet i sådana tjocka skal, i det att innersta lagret är skildt från de yttre genom en klyfta. De tjocka skalen hafva sannolikt länge gjort tjenst. De, som äro både tunna och stora, äro nybildade. Hos denna art har nemligen liksom hos Goniophyllum pyramidale den egenheten varit radande, att djuret ofta fällt sina operkelvalvler. Detta bevisas tydligen deraf, att man på många exemplar finner dels hela valvler, dels fragment af dem fästade på ytterväggen af korallen, invuxna i denna i det läge, som de ursprungligen haft. Ett och samma exemplar är afteoknadt på tafl. IV fig. 8—11, der man på ett afstånd af 14 millim. från basalspetsen ser *tre* valvler i jemnhöjd, en på hvar sin sida, bottensidan, samt höger- och venstersidan. Uppsidan har 7 millim. högre upp ett lock fastvuxet, och bottensidan har utom det först omnämnda, dessutom 16 millim. ofvan detta ett fragment af ett andra lock. Storleken af ett lock går till 5 millim. i höjd från midten af basalkanten till spetsen, största bredden 8 millim. Till forma primigena har ännu icke något löst lock träffats, men att den äfven varit försedd med sådana, synes tydligt af exemplar, som hafva fällda lock, tafl. IV fig. 12 och tafl. V fig. 9, fastsittande på sina väggar. Då dessa endast äro kända till sitt yttre, hvilket fullkomligt liknar den yngre formens lock, kan man ej med visshet säga,

att de äfven till det inre öfverensstämma. Möjligen afvika de något, enär fragment, som troligen höra hit, äro tätare strimmiga, med naggade sidor på septerna.

Förekomst. Den äldre formen är mycket allmän längs med vestkusten af Gotland från Halls huk i norr, till Gnisvärd i söder, i den mjuka mergelskiffern, som der ligger lägst. Den yngre formen är lika allmän öfver samma område, men i den ofvanliggande kalkstenen. Utom Gotland har den aldrig funnits.

Rhytidophyllum nov. gen.

(ῥυτίς, rynka).

Korallen enkel, utan känd knoppning, calceolalik, med platt bottensida, svag septalbildning och, såvidt skönjas kan. cystiphyllartad struktur. Operklet en enkel valvel, på insidan försedd med sex till sju smala septalstrålar, med mångfaldigt bredare, släta mellanrum.

Rhytidophyllum pusillum n. sp.

Tafl. IX fig. 6—13.

Korallen enkel, konisk, med platt bottensida och halfelliptisk uppsida. Ytan slät, med några få tvärrynkor. I hörnen af bottensidan ses fragment af stolonrör. Kalkens mynning är halft elliptisk, med hvassa kanter, väggarne tvärrynkade genom några oafbrutet löpande afsatser. I djupet af kalken synas på bottenväggen tre oregelbundna, otydliga, septalika bildningar. Det enda exemplarets längd är 2,5 m.m. och bredd vid kalken 2 m.m.

Operklet. Dess form är transversel, bildande en half ellips med basallinien sällan rak, utan bågformigt i midten insvängd, så att hela konturen blir nästan njurlik. Utsidan är slät, endast med några concentriska tillvextlinier och oval nucleus. Insidan är tjock och upphöjd utefter lockets nedre hälft mot låskanten, samt sänker sig och afsmalnar mot kanterna, hvilka äro tunna och uppvikta. Det yttersta af låskanten, nedanför den valklika upphöjningen bildar äfven en smal tunn rand. Septalstrålarne tolf, eller sex på hvar sida om midtelaxeln, äro trådfina, svagt upphöjda och divergera mot den tunna öfverkanten. Lockets höjd är 2,5 m.m., samt bredd något öfver 3 millim.

Förekomst. I öfversta kalkstenslagret på Qvarnbacken vid Slite på Gotland i tunna mergelband, som äro inlagrade i kalkstenen. I motsats till förhållandet med de andra operkulatkorallerna inträffar med denna art, att medan locken äro jemförelsevis vanliga — omkring 20 stycken hafva på kortare tid erhållits — är af sjelfva korallen, som kan anses hafva burit sådana, endast ett exemplar hittills funnet.

Gen. et sp. indeterm.

Tafl. V, fig. 3—4.

Till okänd art och slägte hör det fragment af ett lock, som är afbildadt på taflan V fig. 3, 4, och som funnits på Lerberget på Stora Carlsön. Hela dess utseende vittnar om att det tillhört en helt annan slägttyp än de förra. Det håller i höjd 9 millim., i bredd 10 millim., och har troligen i fullständigt skick varit 15 millim. bredt. Följaktligen är det mycket på tvären utdraget och bildar i omkrets en halfellips. På midten är det mycket tjockt, aftagande mot kanterna och en smal, tunn list omgifver ytterst hela skalet. Utsidan är starkt convex, slät, med några få otydliga gropar och längdlinier. På insidan gå septerna longitudinelt, parallelt med hvarandra, hvartannant bredt och hvartannant smalt, med plattade åsar och så tätt sittande, att intet mellanrum finnes och att på anförde bredd rymmas 7 gröfre och 7 smalare septer.

———

I sammanhang med nu skildrade operkelförande koraller är det lämpligt äfven omtala ett par andra, till en del sedan länge kända koraller, hvilka befunnits kring sina yttre väggar och vid kalkens kant vara försedda med exothecala bildningar, i viss mån homologa med och i alla händelser jemförliga med operklerna hos de förra. Den allmännaste af dem är den, som bildar slägtet

Pholidophyllum Lindström 1870.

Synonyma slägten äro: *Tryplasma*, Lonsdale.
Acanthodes, Dybowski.
Acanthocyclus, Dybowski.

Korallen sammansatt, knoppande i fyrdelning af moderkalken, ytans längdrynkor hos enkla individer ordnade i par,

beklädda med rader af rhombiska fjäll, en rad fjäll för hvarje hälft af längdrynkan. Hos de i kolonier sammanträngda individerna saknas dessa fjäll; septerna sins emellan lika stora, loculi fyllda med likformigt stereoplasma, i midten af korallen talrika, oftast på regelbundet afstånd sittande tabulæ.

Detta från alla andra med sitt egendomliga yttre väl skilda slägte skulle egentligen bära namnet Tryplasma, men då detta namn grundades på en falsk karakter, enligt hvilken septal taggarne och septalskifvorna skulle vara genomborrade med rör, en uppfattning, hvartill taggarnes afbrutna bas gifvit upphof, har jag i Öfversigt Vet. Ak. Förhandl. 1870 p. 925 föreslagit det nya namnet, med hänsyftning på egendomligheten hos de yttre fjällen. DYBOWSKIS senare gifna slägtnamn, hvilka täcka fullkomligt enahanda former, bli följaktligen synonymer. Acanthodes är dessutom förr användt inom zoologien för en fossil fisk. [1])

Pholidophyllum tubulatum SCHLOTHEIM.

Tafl. I f. 7, 8, tafl. V, fig. 18—23, tafl. VI f. 2—4, tafl. VIII f. 6, 19, 20, tafl. IX fig. 2, 14, 15.

1813 *Tubiporites tubulatus* SCHLOTHEIM, LEONHARDS Taschenbuch für die gesammte Mineralogie, siebenter Jahrg. 1:e Abth. p. 37.
1820 — — ID. Petrefaktenkunde, p. 368, der det genom ett tryckfel står »subulatus», hvilket inses af originaletiketten i Universitetsmuseet i Berlin, der SCHLOTHEIMS egen, äldre handskrift har *tubulatus*. I samma museum finnes äfven samma art under manuskriptnamnet Madreporites calycularis SCHLOTHEIM, hvilket också BRONN i sin Nomenclator p. 1310 anmärkt, fastän arten icke tillhör Syringopora, såsom han menar.
1845 *Tryplasma articulata* (-um!) LONSDALE hos MURCHISON & VERNEUIL Russia vol. I pl. A fig. 8, 8 a—c pag. 613.
1845 *Tryplasma æquabilis* (-ile!) LONSDALE ibid. pl. A f. 7, 7 a.
1851 *Cyathophyllum ? Lovéni* EDW. H., Polyp. Foss. p. 364.
1851 *Palæocyclus Fletcheri* EDW. H., Pol. Pal. p. 205.
1854 *Cyathoph. Lovéni* MORRIS, Catal. Brit. Foss. p. 51.
1855 — — EDW. H., Brit. Foss. Cor. p. 280 pl. 66 fig. 2, 2 a.

---

[1]) De invändningar DYBOWSKI i Monogr. Zoanth. rug. Esthl. Dorpat 1874, p. 195, framställt mot bildandet af slägtet Pholidophyllum, synas, om jag förstår honom rätt, hvila derpå, att han förvexlar fjällen med spicula. Jag har aldrig ansett fjällen vara ett slags spicula.

1855 *Palæocyclus Fletcheri* EDW. H., Brit. Foss. Corals p. 248 pl. 57, fig. 3, 3 a—f.
1858 *Cyathophyllum Lovéni* FR. SCHMIDT, Geol. Estlands p. 233.
1860 *Omphyma fastigiatum* EICHWALD, Leth. rossica vol. I p. 547 pl. 29 fig. 11, b—c.
1860 *Cyathophyllum Lovéni* EDW. H., H. N. Cor. III p. 367.
1861 — — FROMENTEL, Intr. Et. Pol. foss. p. 295.
1866 — — DUNCAN, Siluria 4:de Ed. p. 510.
1867 *Cyathophyllum Fletcheri* DUNCAN, Trans. Roy. Soc. 1867 pt. II p. 652.
1867 *Campophyllum ? Lovéni* LINDSTRÖM, Nom. Foss. Gotl. p. 28.
—— *Heliophyllum Salteri* ID. ibid.
1870 *Pholidophyllum Lovéni* ID., Öfvers. Vet. Ak. Förh. p. 925.
1870 *Acanthochonium inversum* LUDWIG, Palæontographica, vol. 14 p. 145, tafl. 32 fig. 2 a—c.
1870 *Tæniocyathus, Tæniolopas spinosa* ID. Ibid. p. 187 pl. 47 f. 3a—3c.
1871 *Pholidoph. Lovéni* LINDSTR. Geol. Magaz. p. 125.
1873 *Acanthocyclus Fletcheri* DYBOWSKI, Monographie der Zoanth. Rugosa Estlands. p. 103.
1873 *Acanthocyclus catinulus* DYB., Monogr. p. 103, tafl. I fig. 10, 10 a—b.
—— ? *Acanthodes fasces* DYB. ibid. p. 109.
—— *Acanthodes cylindricus* DYB. ibid. p. 109, tafl. 1 fig. 11, 11 a—c.
—— *Acanthodes rhizophorus* ID. ibid. p. 111, tafl. I fig. 12 a—d.
—— *Acanthodes tubulus* ID. l. c. p. 114, tafl. I fig. 13, 13 a—b.
—— *Acanthodes Eichwaldi* ID. l. c. p. 116, tafl. II f. 1, 1 a—b.
1876 *Cyathophyllum radicula* ROMINGER, Palæontology of Michigan p. 109, pl. 39 f. 3.
1879 *Cyathophyllum pseudoceratites* QUENSTEDT, Petref.-kunde Deutschlands 1:e Abth., 6 Band. Korallen p. 415, pl. 156 fig. 105.
—— *Cyathoph. (Heliophyllum) Salteri* ID. l. c. p. 415 pl. 156 f. 106—10.
—— *Cyathoph. Lovéni* ID. l. c. p. 441, pl. 158 fig. 1—6.
—— *Cyathoph. pileolum* ID. l. c. p. 455 pl. 158 f. 23.
—— *Cyathoph. ablutum* ID. l. c. p. 455 pl. 158 f. 24.
—— *Cyathoph. flexuosum* ID. l. c. p. 447 pl. 158 f. 11—15, från Nordamerika, tillhör troligen också denna art.
1881 *Acanthodes borussicus* MEYER, Rugose Korallen in Schriften d. Physik. Oecon. Gesellsch. zu Königsberg, Jahrg. 1881, Abth. 1. Seite 10, tafl. V f. 3—6a.
1882 *Pholidophyllum Lovéni* G. VON KOCH, Mittheilungen über die Structur von Pholidophyllum Lovéni EDW. H. i Palæontographica Bd. 28, tafl. 43, fig. 4—22.

Det är mycket sannolikt, att följande namn äfven äro att hit hänföra, nemligen:

1837 *Turbinolopsis bina* LONSDALE, Sil. Syst. p. 692, pl. 16 bis fig. 5.
— — PHILLIPS, Pal. Foss. p. 4 pl. 1 f. 2.

1844 *Petraia bina* MAC COY, Syn. Sil. Foss. Ireland p. 60. — ID. Palæoz. Foss. p. 40. MORRIS, Catal. Brit. Foss. p. 62. DUNCAN, Siluria Ed. 4 p. 219, pl. 38 f. 3, samt fig. 53, 7 & 8. EDW. H., Brit. Foss. Corals p. 227.

Yttre form. Den långa och inveckladе synonymlistan, som ofvan lemnats, ådagalägger den stora föränderligheten i denna koralls yttre former, hvarigenom så många författare blifvit föranledda, att åtskilja hvad som i verkligheten tillhör en och samma art. Genom att undersöka ett betydligt antal exemplar från många lokaler öfvertygas man, att de alla bilda en gemensam art. I likhet med förhållandet hos åtskilliga andra Silurkoraller kan man här åtskilja åtminstone tvenne till sin geologiska ålder olika former: en »*forma primaria*» och en »*mutatio.*» Forma primaria från mergelskiffern vid Visby är bredt konisk, bredden ofta betydligare än längden, under det att i alla andra varieteter, äfvensom hos mutationen korallen är cylindrisk och jemnbred. Tafl. VIII fig. 20 visar forma primaria, fig. 19 mutationen. Genom stolonrör fästes den vid sitt underlag eller ock är den med hela sin bottensida fästad dervid. Stolonrören förekomma endast vid spetsen och äro här breda krampor eller hakar, hos några afdelade genom tvärgolf, hos andra åter smala, öppna rör. Längdrynkorna äro talrika, breda och af en för detta slägte egendomlig bildning. De sitta liksom i par, två likstora, skilda från hvarandra genom en smal ränna och genom en dubbelt så stor från omgifvande par. Tafl. V fig. 18. Såsom vanligt hos de palæozoiska korallerna äro de anordnade i tre fält. De större rännorna svara emot de större septerna och de smala rännorna mot de smärre septerna, de, som kunna kallas af andra ordningen. Tvärsöfver längdrynkorna gå fina zickzackformiga strimmor, oberoende af tillvextlinierna. Ytan af längdrynkorna betäckes af en ganska märkvärdig och vanligen affallande beklädnad af ytterst talrika och små fjäll, hvilka rätt mycket påminna om sådana operkelvalvler, som lemnats på sin plats på ytan af Aræopoma. Exemplar med denna betäckning qvarsittande öfver en större yta äro jemförelsevis sällsynta; dock hafva några tjog hittats. Af dessa kan man finna, att fjällen suttit ordnade i regelbundna rader långsmed längdrynkorna, tafl. V fig. 18, tafl. I fig. 7, hvart par med två rader fjäll, en för hvarje rynka i paret. De fjäll, som sålunda bilda tvenne rader på ett längdrynkpar, stöta emot hvarandra i en rät eller trubbig vin-

kel. Det är ytterst svårt att få en föreställning om ett sådant särskildt fjäll i dess fullständiga skick, då de vanligen äro slitna och vittrade och man hittills ej hittat något fullständigt. Afbildningar för att belysa deras utseende och bygnad äro lemnade på tafl. V, fig. 19—23, tafl. VI, fig. 2—4, samt tafl. VIII, fig. 6. Ett sådant fjäll bildar en plan eller svagt böjd skifva, af förlängdt oval eller päronformig kontur, smal och spetsig vid innersta fästepunkten och tilltagande i bredd utåt. Största längden går knappt till 1 millim. Den svagt convexa utsidan är glatt och slät eller, rättare sagdt, den har blifvit så genom vittring, då bevis finnas, att ytan pryddes med fina, vågiga streck, såsom synes i fig. 19, tafl. V. Insidan är delad i två fält, fig. 21, det närmare fästepunkten liggande är högre och skildt från det yttre och vida större fältet genom en i skarp vinkel ingående afsats. När man ser sådana fjäll i längdsnitt, tafl. VI f. 2, i deras naturliga läge fästade vid korallens yttervägg och inbäddade i bergart, får man en hel mängd olika bilder, allt efter som snittet träffat dem långsefter midtelaxeln eller på sidan eller i snedt läge. Att dömma af dessa skulle på utsidan äfven förekomma utskjutande afsatser och på inre eller uppsidan minst tvenne afsatser, en utom den nyssnämnde alldeles i närheten af fästepunkten. De sitta här temligen djupt inne i korallens vägg, liksom invuxna och omgifna af väggens tunna lager. De äro af klar, hvit färg, som starkt sticker af mot korallens grå. Ett tunnt snitt tvärt öfver den breda delen af ett fjäll ger under mycket stark förstoring en bild såsom i fig. 3 tafl. VI, der en smal, långsträckt ring af mörkt granuleradt ämne går parallelt med ytterkanterna och omsluter en mycket smal, innersta area af samma klara färg som det yttre. En del af denna korniga gördel är i ännu starkare förstoring framställd i fig. 4, der det mörka ämnet ligger i större och mindre, skarpt begränsade partier. Det förefaller här, såsom äfven hos andra koraller, att den calcit, som sammansätter dem, är af olika slag. Optiskt olika äro fjällen mot den egentliga korallen och man finner ofta, att lösligheten eller rättare motståndskraften mot vittring är väsendtligen olika, så att den ljusare, vid genomfallande ljus hvita calcitarten lättare löses än den mörka. Huru föränderlig en sådan yttre del af en korall är, liksom andra delar hos denna proteiska grupp, visar sig äfven på fjällen. Hos en korall, som vuxit oregelbundet, så att vid en böjning alla längd-

rynkor utplånats och yttre väggen blifvit fullkomligt slät, täckes denna af till form och storlek mycket olikartade plåtar, som ligga bredvid hvarandra, utan att tegellikt öfverlagra, endast vidrörande sig med sina polygona kanter, tafl. V, fig. 20. De äro sköldformiga, fem- till sjusidiga med en vårtlikt upphöjd midtelkärna, kring hvilken concentriska ringar antyda tillväxten. Tydligen äro dessa plåtar ombildade epithekalfjäll, hvilka antagit denna form, sedan de regelbundna längdrynkorna försvunnit.

Enär de ovala fjällen äfven sitta rundt omkring kalkens öfversta brädd, är det tydligt, att deras bildning skedde der genom afsöndring från någon af djurets mjuka delar, så mycket mer som deras spets ligger insänkt i korallens samtidigt bildade yttervägg. Det är klart, att om de förr varit rörliga, denna rörlighet gått förlorad efter inväxandet i korallväggen. I åtskillige fall blefvo de qvarsittande, men förlorade genom vittring och nötning mycket af sin form och ytvidd och i de flesta fall försvunno de genom att fällas. Om man då får dömma efter de exemplar, som finnas med en yttre beklädnad af sådana epithekalfjäll i fullständiga rader rundtom hela polypariet, så skulle på regelbundna tider nybildning af sådana alltjemt hafva egt rum i mån af korallens tillväxt. Om man för öfrigt får jemföra dessa epithekalfjäll med operkelvalvlerna hos Goniophyllum och Aræopoma och anse dem som operkelvalvler i minsta måttstock, hvilka ej förmått täcka hela kalkmynningen utan endast en kant deraf, så förefinnes dock den stora skilnaden, att de här regelbundet alltjemt förnyades och de äldre lemnades qvar orörligt fästade på sin bildningspunkt, under det att fällningen och nybildningen af lock hos de nyssnämnde slägtena var mycket oregelbunden och i ganska många fall synes hafva uteblifvit.

Afsatserna på fjällens inre yta häntyda på fästen för muskelpartier, hvarmed de i början hållits rörliga, innan de fast inlöddes i korallens vägg.

Hos de sammansatta polyparierna, der kalkarne sitta mycket tätt packade, så att de ofta äro i omedelbar beröring med hvarandra och följaktligen måst vexa polyedriskt, äro inga spår af epithekalfjäll: Men då det ej är någon anledning, att betvifla att sådana bildats längsmed kalkens mynning, måste de alltjemt hafva fällts, emedan icke någon plats fanns för dem att sitta qvar. Att epithekalfjäll verkligen bildats hos de sammansatta, visar det i fig 2, tafl. VI, framställda exemplet, som är hemtadt från ett

af tvenne ur en äldre kalk knoppande individer. Båda äro öfverallt på yttersidan täckta med fjäll och de äro så mycket aflägsnade från hvarandra, att de motstående fjällraderna ej mötas.

Hos de sammansatta äro längdrynkorna ej så tydligt dubbla som hos de enkla, alla hafva lika storlek.

Kalken. De ensliga korallerna hafva i regeln en mycket grund kalk; hos de sammansatta deremot blir den stundom så djup, att den når 12 mm. mot polypariets totallängd af 25 mm. Hos exemplar af 2 mm. längd, de minsta som hittills funnits, sprida sig redan omkring 20 taggiga septer kring kalkens rand. I utbildade kalkar finnas omkring 40 septer af första ordningen och mellan dessa lika många små, tafl. IX, fig. 2. Hvarje septum är taggigt af trubbiga tänder, hvilka äro störst på septets midt; på sidorna och i kanterna äro de beklädda med små, tätt sittande vårtlika knölar, tafl. I, fig. 8. Inskärningarne mellan hvarje tand förlänga sig genom en grund ränna på septets basaldel. Tänderna äro det ursprungliga hos septum och dettas skifva bildas genom ifyllande af ytterst tunna, vågformiga lag i mellanrummen. Septernas längd inåt i kalken är mycket vexlande. Hos den äldsta formen t. ex. (= Palæocyclus Fletcheri) sträcka de sig ofta, fast blott som upplösta taggrader. till midten af kalken. Hos andra åter äro de mycket korta och lemna innanför sig ett öppet, naket golf, som intager hela kalkens midt. Ingen septalgrop är synlig, ej heller några septa så framstående framför de andra, att de kunna få namn af primära.

Knoppning. Den ur kalken försiggående knoppningen sker i allmänhet på det sätt, att fyra nya kalkar bildas i en gammal kalk, såsom von Koch i sitt ofvan anförda arbete, i fig. 17—22, utförligt framställt det. De uppstå icke samtidigt, utan den ene efter den andre, växande ut från hvar sin vägg i det inre af kalken, till dess de mötas i kalkens midt, der de korsformigt sammanstötande väggarne sammanvuxit. På detta sätt bildas stora massor af denna korall, hvilken öfverallt på Gotland är en vigtig ingrediens i kalkstenens sammansättning.

Inre struktur. Längdsnitt midt igenom korallens midtelaxel visar, tafl. IX, fig. 14—15, på sidorna en tät vägg af tunna lameller, på hvilkens insida de ofta spetsiga och långa septaltaggarne skjuta in och uppåt. En mängd fina, mörka punkter beteckna på dem genomsnitt af de vårtlika upphöjningarne på deras sidoyta. Det stora mellersta rummet emellan de två sidosnitten genomdrages af ytterst smala och långt från hvarandra

sittande golf, som mer eller mindre afvika från den horisontela riktningen och sitta snedt. Septaltaggar synas stundom äfven på golfven. I tvärsnitt ligger den täta, yttre septalkransen som en gördel kring den inre klara, af kalkspat merändels bestående centrala delen. På ytan af septerna sitta klara, egendomligt stjernformiga, runda fläckar. Dessa, som mycket vexla till storlek, äro tvärsnitt af septaltaggarne med deras åt alla håll utstrålande vårtlika utskott. I loculi ligger ett grått, likformigt stereoplasma.

Storlek. Ensliga polyparier förekomma med en längd vexlande mellan 165 till 102 mm. Ett exemplar, som är 52 mm. långt, har 16 mm. i kalkdiameter. En stor sammansatt polypstock från Stenkumla på Gotland är 36 cm. lång och de särskilda polypieriterna endast med en bredd af 9 mm.

Förekomst. Inom Sverige förekommer arten på Gotland nästan öfverallt, både i den äldsta mergelskiffern och i den öfversta hårda kalkstenen. I mergelskiffern vid Visby finnes den korta äldsta formen (P. Fletcheri) samt äfven vid Westergarn. Den är dessutom funnen i den mergliga, öfversiluriska kalkstenen vid Bjersjö Lagård i Skåne med mycket väl utvecklade epithekalfjäll. I ryska Östersjöprovinserna finnes den på Ösel, Katripank, Lode. DYBOWSKIS Acanthodes tubulus, som är synonym med denna art, uppgifves af honom från Borkholm, men som det tyckes ur löst block. Dess förekomst i undersiluriska lager är mig för öfrigt icke kändt. I England är den hittad vid Dudley och Wenlock, från Nordamerika på St. Josephs Island i Lake Huron samt Perryville i Cincinnati, Mount Lebanon på Griffiths Island, från hvilka ställen jag i British Museum sett exemplar. MURCHISONS och LONSDALES ryska exemplar äro från östra sidan af nordliga Uralbergen vid Kavkafloden, samt från Petropavlovsk, de nordligaste ryska grufvorna vid Ural. Endast de engelska exemplaren från Dudley visade hos de utländske spår af epithekalfjällen. Exemplar från Hespiler, Guelph-Limestone, Canada, höra troligen hit eller till någon närstående art. Flera gånger är den funnen i de lösa blocken på Nordtysklands slätter. Genom sin vidsträckta horisontala utbredning, genom sin karakteristiska och från andra så afvikande byggnad, genom sin ymniga förekomst endast inom den öfversiluriska formationens bäddar, är den en af denna formations mest utmärkande koraller.

Denna art är ett af de många exemplen på den ofantligt stora formvexling, som korallerna dela med foraminifererna, och

det är ingen öfverdrift att säga, att de äro fullt ut lika proteiska som dessa, så att man stundom råkar i största villrådighet för artbegränsningen och endast tror sig se långa formserier. Utan tillgång till rikt och godt material ha åtskillige författare gång på gång såsom ny form beskrifvit denna vidt spridda och följaktligen mycket varierande form och detta, tyvärr, utan att rådfråga föregående författares arbeten och än mindre jemföra deras typexemplar med sina egna. Såsom synonymer med denna art uppställer MILNE EDWARDS, Hist. N. Cor. III, p. 367, åtskilliga författares arter såsom identiska, men hvilka tvifvelsutan icke äro det. Madrepora simplex LINNÉ Cor. Balt., fig. 4, är obestämbar och kan lika väl höra till någon Cyathophyllum. Lika svårt är det att efter PENNANTS figur i Phil. Tr., tome 49, p. 2, tab. 15, fig. 8, 9, afgöra identiteten. HISINGERS Cyathoph. flexuosum Leth. Suec., pl. 29, fig. 3, hör ej heller hit (såsom M. EDWARDS antager), utan föreställer, såsom originaltypen ådagalägger, Cystiphyllum cylindricum LONSDALE. Med afseende på identiteten af de af DYBOWSKI uppställda, ofvan anförda många arterna må följande kortligen anföras. Han uppställer dem i tvenne slägten Acanthodes och Acanthocyclus. Enda skilnaden är, att det förra slägtet har »Böden», hvilka ej omnämnas för det senare. Men sådana förefinnas hos de former DYBOWSKI uppställt i Acanthocyclus fullkomligt af enahanda art, liksom äfven septaltaggarne äro öfverensstämmande. Alldeles på liknande sätt förhåller det sig med de sju arter han fördelat på de två slägtena. Hos alla beskrifver DYBOWSKI samma karakterer, utan att kunna påvisa någon enda, som kunde berättiga till artåtskilnad. Likaledes förhåller det sig med de ofvan uppräknade, af QUENSTEDT beskrifna sex formerna, hvaribland till och med *en*, Cyathoph. ablutum, fått sin karakter genom sitt slitna och nötta utseende. G. MEYER säger, att hans Acanthodes borussicus skiljer sig från DYBOWSKIS Ac. Eichwaldi genom tabulæ, som nå till ytterväggen, samt genom de stora och föränderliga septaltaggarne. Nu är att märka, att MEYERS exemplar, efter hvad han sjelf säger, delvis varit nötta och rullade och i dylikt fall är det lätt få ett sådant snitt som det i fig. 3 c, der tabulæ gå ut till väggarne. För öfrigt variera exemplar från samma local i detta afseende, än med små taggar och tabulæ af stor vidd, än med stora, upprättstående taggar.

En annan länge känd form, hvilken har egt ett mycket egendomligt slags exothekal-bildning, är

Syringophyllum organum. L.

Tafl. VI, fig. 5—9.

För synonymi se ANGELIN & LINDSTRÖM Fragmenta Silurica, pag. 35. — Dessa exothekala bildningar, hvilka till sin rätta natur äro ganska gåtfulla, ligga, efter hvad man kan på åtskilliga exemplar finna, i vissa serier utanför och emellan de polypförande rören. De torde kunna uppfattas som ett egendomligt slags peritheca och bestå af sköldformiga fjäll med en bred rak kant, omböjd åt den convexa sidan, hvilken midt på står ut i en spets, under det att den andra sidan är skarpt tillbakaböjd. Nedanför midten afsmalnar fjället till en något trubbig spets. Dessa fjäll äro så små, att de nå endast 0,9 mm. i längd och 0,8 mm. i bredd. Lyckas man få ett snitt af dem, tafl. VI, fig. 5, synes i midten, der vidden är störst och der den convexa sidan skjuter ut i en spets, liksom ett tomrum i det inre eller fyldt med ett mörkare ämne än det klara, hvita fjället. Om man betraktar en på längden genomskuren stuff af Syringophyllum eller en, som vittrat på ytan, kan man icke undgå, att förvånas öfver den stora mängden af dessa små fjäll, hvilka tätt packade fylla alla mellanrum emellan polyprören. De ligga der merändels utan viss ordning omkastade. Men det saknas icke antydningar, tafl. VI, fig. 9, att de legat i rader efter hvarandra på de vida, kragformiga utbredningar, som omgifva rören och bilda de golfartade horisontela förbindelserna mellan dessa. Det är mycket sannolikt, att de legat inneslutna i någon mjuk väfnad, som afsöndrat dem och efter hvars upplösning de lemnats så omkastade. På sätt och vis vore detta peritheca att förlikna med den bläddriga, af idel små, uppåt convexa lameller sammansatta perithecan hos Galaxea. Det kan knappast betviflas, att dessa fjäll, så egendomliga de äro, verkligen tillhöra denna art och icke äro främmande, utifrån insköljda organismer. De hafva funnits i mängd inom alla undersökta exemplar, aldrig saknats, samt ej anträffats utanför denna korall tillsamman med någon annan.

Utom dessa nu beskrifna former hafva åtskillige författare såsom operkelbärande anfört följande.

1. *Fletcheria* upptages af ZITTEL i hans Handbuch der Palæontologie, sid. 235, såsom operkelbärande. »Ein rundlicher oder ovaler, concentrisch runzeliger Deckel vorhanden». Då han synes stödja denna uppgift på de skrifter jag 1866 och 1871 offentliggjort öfver de operkelbärande korallerna, måtte detta bero på något missförstånd. Redan i den första af dessa skrifter, »Några iakttagelser öfver Zoantharia rugosa», heter det uttryckligen, p. 292, i noten, att »på stycken af Favosites Forbesi och en ny art Fletcheria (Fl. clausa) ser man ej sällan många rör tillslutna af en locklik bildning bestående af concentriska tillvextringar. Detta falska lock är till sitt uppkomstsätt alldeles motsatsen till ett operculum. Det har tydligen vuxit från rörets kanter mot centrum, och de centrala lagren äro följaktligen yngst, hos de operkelförande deremot äldst. Man påträffar nemligen rör, der detta skenbara lock ännu icke hunnit blifva fyldt i midten. Vid slipningar ser man också, att det utgör en omedelbar fortsättning af sjelfva skalväggen och man kan icke urskilja någon gränslinie emellan båda». I en uppsats från år 1873, »Anteckningar om Anthozoa tabulata», uttalas, s. 10, åsigten, att de ej äro operkelbildningar, utan af en epithekal natur, en fortsättning af epithekan, som så småningom öfverkläder kalkmynningarne. Starkast utpräglad är denna företeelse hos den märkvärdiga Favosites turbinatus BILLINGS, der kalkarne efterhand regelbundet öfverdragas med epithekan. Dessutom hade efter närmare undersökning af »Fletcheria clausa» befunnits, att hon i verkligheten med afseende på septer, tabulæ, perforerade väggar och äfven epithekalbetäckningen på kalkmynningarne så fullständigt öfverensstämmer med öfrige Favositer, att ej något skäl förefinnes ställa henne utanför detta slägte. Slägtet Fletcherias sjelfständighet är dessutom ganska tvifvelaktig, då den enda arten Fl. tubifera starkt erinrar om vissa Cystiphyllvarieteter. Med afseende på Favosites (Fletcheria) clausus må tilläggas, att NICHOLSON i Tabulate Corals, p. 113, fört arten till HALLs Vermipora, men angående den tvifvelaktiga lämpligheten af denna åtgärd, är ej här rätta stället att anställa undersökning. I sammanhang härmed må omnämnas, att mycken oreda uppstått genom NICHOLSONS behandling af frågan om operkulum. Han, och de som i likhet med R. HOERNES m. fl. följa honom, hafva förblandat tre olika slags

bildningar med hvarandra, nemligen 1:o) verkliga operkler, 2:o) bryozoernas maculæ, samt 3:o) epithekaltillväxten hos Favositerna. Såsom synes af NICHOLSONS arbete »Structure and Affinities of the Genus Monticulipora» benämner han, sid. 54, dessa om hvartannat för opercula. Dessa olikartade bildningar skiljas dock från hvarandra på följande sätt.

Opercula. Sådana äro fritt rörliga lock, som tillväxa genom nybildande i ytterkanten af concentriskt mot första kärnan liggande aflagringar. De äro aldrig fastvuxna till *ett* stycke med den mynning, som af dem täckes.

Maculæ. Hos en hel mängd bryozoer täckes den gemensamma djurhuskolonien på regelbundna afstånd af tunna kalkhinnor, som fullständigt tillsluta en begränsad grupp af djurhus. De ega ett så karakteristiskt utseende, att endast dessas förekomst afgör, att sådana former som Monticulipora, Stellipora, m. fl. äro verkliga bryozoer. NICHOLSON kallar i sitt arbete stundom de små upphöjningarne med större djurhus, andra författares »monticula», för maculæ.

Epithekala hinnor. Hos Favositidæ täckes ofta kalkmynningen med en tunn hinna, bildad af concentriska eller nästan concentriska lager, hvilka tillväxa från kalkväggen mot mynningens midt, således alldeles motsatt operklernas sätt att vidga sin yta. Stundom äro dessa hinnor lemnade öppna och ofulländade i sin midt. De äro orörligt sammanvuxna med kalkväggen. Förhållandet hos Favosites turbinatus visar otvetydigt, att epithekans utvidgning förorsakar detta tillslutande af kalkarne.

Det är svårt, att fatta huru en bildning kan kallas operculum, när den, likt maculæ och epithekalhinnan, täcker hela mynningen och utbreder sig likformigt och oafbrutet öfver flera, samt är orörlig. Operklet är ett organ, som är förenligt med djurets fortfarande lif, maculan åter, eller epithekalhinnan, oförenliga dermed, emedan djurhusen och kalkarne deraf hermetiskt tillslutas och det inmurade individet dör, stängdt från ytterverlden. Att kalla sådana bildningar för operkler är lika olämpligt, som att kalla vissa Cyatophyllers benägenhet, att tillsluta sin mynning med tät epithekalbildning för operkelbildning.

2. *Cyathophyllum* (*Hallia*) *calceoloides* LINDSTRÖM. En och annan författare synes ännu vilja tillägga denna ett operculum, troligen på grund af den förmodan jag i arbetet af 1866 uttalade, att det operculum, som sedermera befanns tillhöra Aræo-

poma, skulle vara dennas, en förmodan, som blef rättad i en uppsats 1868. Så calceolalik denna Cyathophyll än är, har ännu icke något operculum till densamma hittats i de lager, der den är så ytterst allmän.

3. *Richthofenia Lawrenciana* (DE KON.) KAYSER. Denna är troligen samma form som DAVIDSON i bref en gång 1861 omtalat och hvarom säges i Iakttag. öfver Zoanth. rugosa, p. 290. »Mr TH. DAVIDSON har meddelat mig, att han har sett ett fossil från Indien, troligtvis ur stenkolsformationen, till sin yttre form liknande en Cyathaxonia med rotlika utskott och försedt med ett fullständigt qvarsittande lock». DE KONINCK beskref den som Anomia Lawrenciana[1]). Sedan återfanns samma fossil af RICHTHOFEN i Chinas Stenkolskalk och beskrefs af KAYSER[2]) som Brachiopod under ofvanstående namn. WAAGEN hade redan förut samma art ur Indiens Salt-rangebildning och lemnade öfver densamma[3]) en ganska utförlig beskrifning. Att dömma af denna skulle man förmoda, att man funnit en ny operkelbärande korall. Genom D:r WAAGENS godhet har jag haft tillfälle se några af hans exemplar från olika lokaler, samt de taflor, som äro ämnade att åtfölja den fullständiga beskrifningen i Records of Geological Survey of India, och så vidt jag kunnat finna, utan undersökning af det inre, är Richthofenia, såsom KAYSER ansett, en brachiopod af Productidernas familj och såsom det tyckes med slägtskaper närmast till Strophalosia. Det abnorma, koralllika utseendet hos det oproportionerligt mycket större ventralskalet återfinna vi hos andra stenkolstidens Productider, såsom Prod. proboscideus och Prod. ermineus och kanske skall en närmare undersökning af skalets inre byggnad hos dessa än den jag haft tillfälle utföra, ådagalägga fullkomlig öfverensstämmelse. Ett längdsnitt af ventralskalets rörlika förlängning hos Prod. proboscideus visar en bläddrig massa af cellulösa tomrum mellan små, hvälfda lameller.

4. *Chelodes Bergmani* DAVIDSON & KING[4]) ansågs af mig först tillhöra Trimerellidernas grupp och sändes derföre till nämnde författare, när de samlade material för sina beskrifningar. De funno emellertid, att den ej kunde räknas dit, utan säga de, p.

[1]) Descriptions of some Fossils from India, i Qu. Journ. Geol. Soc. 1863, p. 6, pl. IV, fig. 7—9.

[2]) Zeitschrift d. Deutsch Geol. Gesellsch., p. 351. 1881.

[3]) Ueber »Anomia Lawrenciana DE KON. i N. Jahrb. f. Miner. 1882, sid. 115.

[4]) »On the Trimerellidæ» i Quart. Journ. Geol. Soc. 1874, p. 167, pl. 18, fig. 14, 14 a, b, c.

168, »it is our opinion that Chelodes Bergmani is not a Palliobranch; we are strongly inclined to the belief that it belongs to a section of the Coelenterates, represented by Calceola and Goniophyllum». Men redan år 1867 hade BARRANDE i vol. III af sitt stora verk, på sid. 175, kortligen omnämnt och pl. 16, fig. 19—28 afbildat ett fossil af alldeles samma natur under namn af Chiton bohemicus. Sedan DAVIDSONS och KINGS arbeten utkommo hafva flere exemplar af Chelodes hittats på Gotland, äfvensom en andra art, och af dessa blir det tydligt, att fossilet verkligen är en Chitonid, såsom BARRANDE framställt, men allt för afvikande för att qvarstå i slägtet Chiton, hvadan allt skäl är för handen att upptaga den i ett subgenus *Chelodes* DAV.-KING. På Gotland finnes icke någon fossil korall, hvilken möjligtvis skulle hafva egt ett sådant operculum. De engelska författarne nämna visserligen icke uttryckligen, att de anse det som sådant, men att detta varit meningen, synes mig framgå af det sätt, hvarpå de framstält sin åsigt.

5. *Cystiphyllum lamellosum* GOLDF. ansågs af STEININGER[1]) som öfre skalet till hans Spherulites flabellaris, hvilken han visserligen ej antog vara en operkulat korall, men uppställer närmast efter Calceola bland Mollusques acéphales. Följaktligen har han ansett Cyst. lamellosum såsom homolog till det »mindre skalet», d. v s. operklet hos Calceola.

6. *Cyathophyllum quadrigeminum* GOLDFUSS af GUETTARD[2]) beskrifven såsom »Astroïtes à étoiles pentagones ou héxagones» etc. en korall, om hvilken han uttryckligen säger, att kalkarne (»étoiles») täckas af lock. Emellertid är det ganska svårt att endast med tillhjelp af hans figur och beskrifning öfvertyga sig om att korallen verkligen haft operkler. Det förefaller snarare som att densamma delvis blifvit jemnt afslipad till kalkarnes botten och att i vissa ännu en del af bottendjupet är qvar, så vidt man vågar dömma, utan att ha sett originalet. För öfrigt tyckes GUETTARD[3]) för sin åsigt om korallernas operkler ha tagit intryck af några äldre författares åsigter.

7. *Cyathophyllum mitratum.* Om denna är icke mera bekant än hvad som står i referatet af STEENSTRUPS föredrag i Oversigt Vid. Selsk. Forhandl. 1848, sid. 86, »Om Brachionopo-

[1]) Observations sur les fossiles du calcaire intermédiaire de l'Eifel i Mémoires de la Soc. Geol. de France, Tome 1, 2:e partie 1834, p. 366, 367.

[2]) Mémoires sur différentes parties des Sciences et Arts Tome III, 1770, p. 510, pl. 52, fig. 2.

[3]) Mém. d. Sciences et Arts Tome II, p. 212.

dernes og Cyathopyllernes Plads i Systemet» der det heter »fremviste han . . . en Cyathophyllum mitratum, hos hvilken et Brudstykke af Laaget var tilbage». I mergelskiffern vid Visby är denna art ytterst allmän, men hittills har aldrig funnits något, som kan anses för hennes operculum.

8. *Palæocyclus porpita L.* När LINNÉ i sitt arbete »Corallia baltica» för första gången beskrifver denna art under namnet »Madrepora simplex», säger han, sid. 20, slutligen: »Vulgo hæ Madræporæ venditantur pro semine vel fructu coralliorum, ex opinione fortassis quorundam eorum, qui corallia fungiformia his operculis quasi tegi arbitrantur. Sed ratio subest, cur vocemus hæc in dubium, quamvis deficiente vestigio baseos, qua solido cuidam adhærent corpori, non mirer scrupulum facile quibusdam hinc suboriri potuisse». Det är klart, att LINNÉ vid nedskrifvandet af detta hade alla små skifformiga, fungialika koraller i tankarne, såsom synes af hans synonymlista, der flere andra (Cycloliter o. d.) från yngre formationer sammanföras med denna. Hvilka författare han egentligen åsyftat, är svårt att veta och GUETTARD[1]) säger, att han ej känner, hvilka författare som menats. Men bland de i synonymien uppräknade torde sannolikt BÜTTNER vara den ende, på hvilken LINNÉS ord kunna tillämpas. I sin Coralliographia subterranea seu dissertatio de Coralliis fossilibus, Lipsiæ 1714 säger BÜTTNER, p. 25, § XLIV, vid sin Fossile Querfurtense: »Nisi egregie fallor, superior fungi marini pars est». Detta skall väl vara liktydigt med hvad BROMELL och LINNÉ kalla »*Capitulum* fungi cujusdam marini». För öfrigt hade BOERHAAVE i sin *Historia plantarum* pars prima, p. 27. Ed. Lond. 1738 vid Madrepora sagt: »foramina» (d. v. s. kalkmynningarne) olim clausa fuisse puto, sed cum matura fiat (sc. Madrepora), dat ex his semina sua, cum operculo ab his foraminibus secedit». Af »puto» synes, att BOERHAAVE här endast framställer en hypothes, utan grund af egen iakttagelse och förmodligen för att ådagalägga likheten med växter, till hvilka han räknade korallerna. LINNÉ vidhåller fortfarande sin ofvan anförda åsigt, då han i Syst. Nat. ed. XII, p. 1272 vid Madrep. porpita yttrar: »Hæc nequit esse semen madreporæ cujusdam; minus operculum aut impressio petrificata M. turbinatæ». Såsom man lätt kan finna af de äldre författarne, såsom t. ex. SCHEUCHZER Lithographia Helv. p. 33, sammanblandade dessa de fungieformiga korallerna med Nummulitherna och af dessas

[1]) Mémoires, Tome II, p. 212.

yttre likhet med en del gastropodoperkler torde i sin mån föreställningen om bådas operkelnatur hafva uppstått. GUETTARD som l. c. mycket noga skiljer mellan nummuliter och porpiter, anser ej de senare vara operkler utan sjelfva korallen. DONATIS Myriozoon, om hvilket han talar som bevis på en nutida operkelbärande korall, är en bryozo och kan således aflägsnas från bevisen. Vid Skandinaviska Naturforskaremötet 1860 i Köpenhamn, p. 677 af de tryckta förhandlingarne, fästade Prof. STEENSTRUP uppmärksamheten på »Cyclophyllum[1]) porpita som muligviis netop kun var Laaget af en Cyathophyll-form». Med någon tvekan hade äfven jag, i den förteckning öfver Gotlands Silurfossilier, som 1867 utkom under titel Nomina fossilium siluriensium Gotlandiæ, p. 28, satt i fråga, huruvida Palæocyclus porpita L. kunde vara operculum till Heliophyllum Salteri LINDSTR., d. v. s. den äldsta formen af Pholidophyllum tubulatum. Senare undersökningar hafva dock öfvertygat mig, att Palæocyclus måste vara en sjelfständig form, att hans septalbildning i väsendtlig mån skiljer sig från den hos Pholidophyllum, och att spår till att korallen varit med spetsen af sin epitheca fästad vid främmande föremål ej saknas.

Enligt BARRANDE i »Parallèle entre les dépôts Siluriens de de Bohême et de Scandinavie», p. 60, skulle ANGELIN för honom omnämnt Calceola »trouvée aussi bien dans la Reg. D. E. en Westrogothie, que dans la Reg. E de Gothland». Men i Sveriges undersilur har icke någon Calceola återfunnits och i de af ANGELIN efterlemnade samlingarne finnes ej heller något exemplar deraf.

Till de problematiskt operkelförande korallerna kommer slutligen *Tamiosoma* CONRAD, enligt ZITTEL Handb. Palæont. 1:r Bd, 2:te Abth., p. 86 och GABB Geol. Survey of California, Palæont. II, p. 61, pl. 18, »vielleicht zu den Korallen gehöriges Fossil». *Barettia* S. P. WOODWARD The Geologist 1862, p. 372, torde äfven af en eller annan betraktas såsom hörande till samma grupp som de operkelförande korallerna.

Närmare undersökning och rikare material erfordras för att afgöra, huruvida icke de följande i motsats till de föregående verkligen äro operkler till någon korall.

[1]) Här tydligen feltryckt för Palæocyclus, då någon Cycloph. porpita ej förekommer.

Crania Sedgwickii LEWIS, se DAVIDSON Monograph Brit. Fossil Silurian Brachiop., p. 83, pl. 8, fig. 25, 25 a, b från Englands Wenlock, anses af DAVIDSON snarast vara en korall, hvarmed han tvifvelsutan menar operculum till en sådan. I viss mån erinra insidans tvenne tandlika processer om de två stora valkar, som förekomma jemsides hos vissa exemplar af Rhytidophyllum. Under slägtnamnet Spongarium har MAC COY i Palæozoic Fossils, p. 42—44 beskrifvit fyra arter fossilier, Sp. æquistriatum, Ewdardsi, interlineatum och interruptum från Ludlow-bäddarne i England. De hafva alla den gemensamma karakteren, att med nära 1 tum i längsta diametern vara ytterst tunna ovala skifvor, hvilkas utsida hittills ensam är känd. Denna sida är försedd med smala strimmor af vexlande storlek och anordning hos de olika arterna, utstrålande från en i midten varande vårtformig upphöjning. Det vore icke omöjligt, att dessa som lock tillhört några större koraller, hvilka ännu återstå att upptäcka.

När STEENSTRUP i ofvan anförde uppsats »Om Brachionopodernes Plads» etc., sid. 21, fäster uppmärksamheten vid »den umiskiendelige Fals hos flere Former, hvori et haardt Legeme har sluttet, og hvori Laaget utvivlsomt har hvilet», måste man tillstå, att detta nog har mycken sannolikhet för sig och att man framdeles skall komma att upptäcka ännu flera operkelbärande former, såsom möjligen vissa Zaphrentisarter och andra.

Af de ofvanför lemnade artbeskrifningarne, torde tillräckligt visa sig, att så väl Calceoliderna som Aræopomatiderna i snart sagdt alla detaljer af sin byggnad öfverensstämma med förr kände, palæozoiska Cyathophyller eller s. k. Rugoser. Liksom hos dessa se vi ytan beklädd med längdrynkor, delade i tre, om icke fyra skilda fält och icke motsvarande septerna i det inre, utan mellanrumen emellan dessa. Gemensamt ha de vidare golf eller tabulabildningen, septer af vexlande form och storlek, bildade af en bladtunn centralskifva, omgifven af mer eller mindre tjockt, klart sklerenchym af helt annan färg. De egendomliga bihang, som länge kallats rötter, dessa utskott från kalkens öfversta läpp, som riktigast böra heta stolonrör, förefinnas hos de flesta. Ett vigtigt förenande organ är vidare den s. k. septalgropen, den djupa ränna, som hos många, såsom Cal-

ceoliderna och Omphymorna, förefinnas på uppsidan, hos andra åter, såsom Cyathophyllum, på bottensidan, och vanligen omsluter ett af de större septerna. Dessa öfverensstämmelser bilda af dem alla ett slutet helt, en grupp för sig, från hvilken egendomligheten af operkularbildningen ej kan afsöndra de former, som deraf utmärkas. Öfverensstämmelserna äro för stora och man måste till en och samma djurklass räkna såväl de operkelbärande, som de icke operkelbärande rugoserna. Frågan blir då till hviken djurklass de böra hänföras. Zoologerna äro alltjemt ännu långt ifrån att vara ense om deras systematiska plats och deras slägtskaper. Under det att de fleste synas vara benägna att sammanställa dem med Anthozoerna eller korallerna, gå andra så långt, att de icke vilja anse någon enda för korall och L. AGASSIZ antog till och med, att alla de palæozoiska former, som betraktats som koraller, således äfven de s. k. tabulaterna (Heliolites, Favosites m. fl.) icke voro Anthozoer utan Hydrozoer. Enligt hvad de tryckta förhandlingarne för Skandinaviska Naturforskaremötet i Köpenhamn 1860, s. 677, ge vid handen, yttrade Prof. STEENSTRUP, att »Paavisningen af Laaget hos Cyathophyllerne, til hvilke Calceola efter hans Mening burde henföres, var af stor Vigtighed, da det tilstrækkeligt godtgiör, at Cyathophyllerne ikke kunne være aktinieagtige Dyr eller virkelige Koraller». Liknande uttalanden om Rugosernas skiljande från korallerna gjordes af flere, dels i tryck, dels muntligen och i bref. S. P. WOODWARD kommer i »The Geologist» 1862, p. 372, till det resultat, att »we can only say that they are probably neither Brachiopoda nor Zoantharia» [1]). Af motståndarne till Rugosernas korallnatur har mycken vigt blifvit lagd vid deras inre struktur, deras tabula- och cystbildning, hvilken skulle skilja dem från anthozoerna och föra dem tillsamman med helt andra djurgrupper [2]). Det kan bevisas, att den cystiphyll-lika, af bläd-

---

[1]) Tillföljd af dylika kategoriska uttalanden af desse och andra framstående auktoriteter föranleddes jag, att i det första arbetet öfver dessa koraller, 1865, p. 292, så tillvida dela samma åsigt, som jag antog, att de skulle tillhöra en lägre typ än Anthozoerna eller i enlighet med L. AGASSIZ vara hydrozoer jemte alla tabulater, något som sedan visat sig sakna all grund.

[2]) Senast har D:r CHR. LYTTKEN i 4:e uppl. af »Dyreriget», 1882, p. 636, uttalat, att »Cyathophyllerne kan næppe regnes for virkelige Koralldyr». När han såsom stöd för denna sin åsigt anför, att: »Straalebladene ere hos disse Cyathophyller kun lave Folder» och att »Bægerets Bund er i en ganske anden Grad end hos Stjærnekorallerne opfyldt med Tværbunde og Blærevæv», så är detta skilnader i *grad*, för att begagna hans eget ord, icke i art. Det torde för öfrigt äfven ihågkommas, att nästan alla mesozoiska koraller visa »Straaleblad», som äro »lave Folder», och att

dror och hvälfda lameller sammansatta strukturen endast är en modifikation af de enklare tvärbottnarne (= golfven eller tabulæ), som mellan septerna genomdraga polypariet efter hela dess längd. Det är liksom att ett sådant golf bryter sig i en mängd smärre, hvilka hvälfva sig öfver hvarandra och åstadkomma denna blåsfylda struktur, hvilken för öfrigt ej heller saknas hos många af nutidens koraller. Hos flere kan dessa cysters direkta öfvergång från tabulæ påvisas. Men förekomsten både af tabulæ och cyster förlorar helt och hållet sin betydelse för bestämmandet af affiniteten, emedan liknande bildningar förefinnas hos de mest skilda djurklasser, såsom t. ex. gastropoder och hydrozoer, hvilka det ej fallit någon zoolog in att på den grunden förena och hvilka för öfrigt visa så stora skiljaktigheter, att tanken på en sådan förening aldrig hos någon kunnat uppstå. De klasser, inom hvilka sådana bildningar, utom hos anthozoerna, förekomma, äro följande. Bland hydrozoerna har Millepora de större rören afdelade genom talrika tvärbottnar och hon var just på grund deraf länge förenad med Heliopora och Porites. Hos flera bryozoslägten, så väl fossila som nutida, finnas tabulæ, något afvikande från Favositernas, med hvilka de ofta förblandas. Sådana ser man hos de palæozoiska Monticulipora, Chætetes och andra, samt hos nutidens Heteropora m. fl. Så väl cyster som glesa tvärgolf finnas hos några rörmaskar både palæozoiska, såsom Tentaculites, Cornulites och nutida. Bland brachiopoderna påträffa vi bland Productiderna så abnorma former som den redan ofvanföre omtalade Productus proboscideus, der ventralskalet är förlängdt till en lång cylinder, ofta fastvuxet med spetsen och till och med deladt i tvenne grenar. Denna förlängning visar sig vid längdslipning fylld med en blåsig väfnad, starkt påminnande om Cystiphyllernas. Det är sannolikt, att den närstående Productus ermineus äfven har en liknande struktur. Om den märkvärdiga Richthofenia med hennes så abnormt utvecklade ventralskal och hvilken rättast torde

dissepimentet äfven i hög grad öfverensstämmer med de palæozoiska formernas. I fall med hans uttryck »Straalefoldernes Ordning ofte strængt symmetrisk» menas anordning i tre eller fyra fält af ytterväggens längdvalkar, kan äfven en sådan spåras hos åtskilliga yngre, såsom Flabellum. Fyrtalet i septalanordningen visar sig noga taget endast hos Stauria bland de palæozoiska, men äfven hos Holocystis från öfre grönsanden. Hvarföre »den væsentligste Hindring for at hænføre dem til Koraldyrene som egne Ordener» skulle vara operklet, är svårt att inse, när ofvanför på samma sida i Dr. LYTTKENS bok, detta ej utgör något hinder för att räkna Primnoa till koralldjuren.

böra uppställas jemte slägtet Strophalosia, är äfven ofvanföre ordadt. Af en lamellibranchie, Ostrea cornucopiæ, har S. P. WOODWARD [1]) lemnat en figur på ett genomsnitt, hvilket ställdt tillsamman med ett dylikt af en Cystiphyllum skulle ådagalägga den förvånande likheten i anordningen af de inre lamellerna. Arter af flodmussleslägtet Aetheria erbjuda också sådana likheter och bland Hippuriterne i någon ringa mon slägtet Barrettia, samt äfven Radiolites, hvilka ock på grund häraf och andra förmenade homologier blifvit sammanstälda med Cyathophyllerna. Bland gastropoderna saknas ej heller prof på sådan struktur. Vermetus har i nedre delarne af sitt skal flere concava tvärgolf och likaledes de palæozoiska slägtena Euomphalus och Eccyliomphalus. Murchisonia och Loxonema ha såsom nutidens Magilus de äldsta vindlingarne fyllda med tät kalkaflagring. Hos den siluriska Capulus [2]) calyptratus SCHRENK bildas ytterväggarne af tunna lameller, som, lagrade utom hvarandra, lemna ofyllda, blåslika tomrum emellan sig. Bland pteropoderna ser man hos Conularia, hvilken bör räknas till dessa, en tunn tvärvägg afdela spetsen af skalet från det öfriga rummet, alldeles som förhållandet är hos den nu lefvande Triptera QUOY & GAIMARD (Cuvieria RANG). Hos Hyolithus är spetsen delad af flere tvärväggar. Det har ju till och med förekommit, att sådana koraller som Amplexus och Zaphrentis blifvit jemförda med Orthoceratiter och andra Cephalopoder till följd af tabulæ och septalgropen.

Särskildt har af STEENSTRUP stor vigt blifvit lagd på de homologier, som skulle erbjuda sig genom jemförelser emellan Cymospira och Cyathophyllerna. Han talar i uppsatsen »Om Brachionopodernes Plads» sid. 21, om »Cymospira og andre levende Serpulaformer, med hvis hele Skalbygning Cyathophyllernes stemmede væsenlig overens» [3]). Då det ej varit mig

[1]) Qu. Journ. Geol. Soc. 1855, p. 41.

[2]) Denna märkvärdiga snäcka bör rättast hänföras till familjen Phoridæ och der inom bilda ett eget nytt slägte. Hennes ymniga förekomst på Gotland i väl bibehållna exemplar har medgifvit utredandet af hennes struktur och slägtskap.

[3]) GUETTARD har i en Mémoire sur le rapport qu'il y a entre les Coraux et les Tuyaux marins, appelés communément Tuyaux vermiculaires et entre ceux-ci et les Coquilles i Hist. Ac. Sci. 1766, p. 114, vidrört nära nog samma ämne. Genom jemförelser och sammanställningar af Dentalium, Vermetus och Serpula med Tubipora kommer han, sid. 135, till det resultat, att »On ne peut guère méconnoître dans ces deux espèces de Tuyaux (neml. Serpula och Tubipora) un rapport avec les madrépores et les coraux et ils conduisent naturellement à lier ces corps les uns avec les autres: l'orgue de mer a même la couleur du corail rouge».

möjligt att skaffa exemplar af Cymospira (senare författares Pomatostegus och Spirobranchus) till direkt jemförelse, har jag, för bildandet af mitt omdöme i denna fråga, måst nöja mig med den nyaste, fullständiga beskrifning, som finnes öfver Serpuliderna, nemligen MÖRCHS Revisio critica Serpulidarum [1]). Der omtalas »Tverbunde» (= septa MÖRCH) hos arter af slägtet Spirobranchus och Pomatocerus. Han skiljer sig så till vida från STEENSTRUP, att då denne, sid. 19 l. c., talar om »Tverbunde, som dele den bagerste Del af Skallen i flere Rum», säger MÖRCH i sin inledning, sid. 349, att »der aldrig findes meer end een (neml. »Tverbund») ad Gangen, i det de ældre oplöses under Væxten». Men i den utförliga beskrifningen af Pomatocerus strigiceps MÖRCH, sid. 412, heter det deremot »septa interna, 2 vel 3 approximata» och skulle denna art i detta afseende mycket likna en Spirobranchus Semperi MÖRCH. Hos andra Spirobranchus-arter omtalas endast *ett* septum (här lika med tvärbotten»). I alla händelser skulle enligt MÖRCH »Tverbundene» ej vara så talrika som STEENSTRUP synes antaga. Dessutom ega dessa tvärbottnar en nära central, trattformig eller trestrålig öppning för djurets anus, omgifven af svaga, utstrålande fåror, en bygnad hvartill ingen motsvarighet finnes hos rugoserna. Den jemförelse MÖRCH anställer mellan de »meget regelmæssig smaakamrede» (= med cyster fyllda) sidokölarne hos Pomatocerus och tabulæ hos Pocillipora och Millepora, kan med större skäl göras med de om homologier starkt påminnande fossila Tentaculites och Cornulites-arterna.

Det kan ej förnekas, att i den mesozoiska tidens lager nästan alla spår af rugoser försvinna, samt att Montlivaltier, Thecosmilier och Astrææ, eller med ett ord aporoser företrädesvis intaga deras plats. Från Liasformationen har man visserligen anfört en eller annan Cyathopyll, såsom Cyathophyllum novum E. H. (Brit. Foss. Cor., p. 145, pl. 30, fig. 7), och från undre Ooliten en Zaphrentis Waltoni E. H. (Brit. Foss. Cor. p. 143, pl. 27, fig. 8), men dessa äro ganska osäkra och till sin natur ej tillräckligt utredda. Men med afseende på försvinnandet förhåller det sig alldeles på samma sätt med de andra palæozoiska former, hvilkas korallnatur genom deras obestridliga nära slägtskap till nu lefvande former, åtminstone nu mera ej af någon sättes i fråga. De så talrika Favositerna, som ega största grad af frändskap till nutidens Poritidæ, saknas helt och hållet under hela meso-

[1]) I Naturhistorisk Tidsskrift, 3:e Ræk. 3 hft. 1863.

zoiska tiden och först i tertiärtiden återkomma de. Med Helioliterna är det knappast samma förhållande, då det ej är troligt, att de representera Heliopora. Calostylis, på det närmaste beslägtad med nutidens Dendrophyllier, är, jemte ett par andra, under hela palæozoiska tiden representant för Eupsammiderna, af hvilka ännu inga arter träffats i mesozoiska lager äldre än kritan. Saknaden af rugoser i samma periods formationer är derföre icke absolut bevisande för deras utdöende med det tidsskiftet, då det ingalunda kan betvillas, att förenande mellanlänkar en gång funnits mellan Porites och Favosites, mellan Calostylis och Dendrophyllia, ehuru inga fossila lemningar efter sådana hittills hafva blifvit upptäckta. Man kan visserligen icke framvisa några former, hvilka, lika otvifvelaktigt som Dendrophyllia och Porites äro att betrakta som afkomlingar af de siluriska Calostylis och Favosites, skulle vara qvarlefvande rugoser i nutidens haf. De, hvilka man anfört såsom sådana, Duncania, Guynnia [1]), visa i få afseenden sådana karakterer som utmärka rugoserna. Holocystis elegans från öfre grönsandsformationen är en enstaka företeelse med outredda och dunkla slägtskapsförhållanden. Det synes snarare vara så, att en del af rugosernas karakterer återfinnes jemte sådana, som egentligen tillhöra de yngre korallformerna, och ser man närmare till, torde det ej vara alldeles omöjligt mellan båda finna sådana anslutningspunkter som göra det antagligast att verkligen äfven anse rugoserna som koraller.

Såsom en af de vigtigaste invändningarne mot ett sådant antagande har blifvit framställdt, att yttre gestalten hos vissa, t. ex. den fyrsidigt pyramidala Goniophyllum, är alltför mycket afvikande från den bland anthozoerna rådande cylinder- eller koniska formen. Utan att behöfva mer än erinra om de fullt ut lika mycket afvikande former, som de ovanligt bildade Diploctenierna visa, kunde det vara tillräckligt, att känna den af C. SEMPER i hafvet vid Filippinerna funna Rhodopsammia parallela [2]). Han afbildar af denna en varietet, hvilken knoppar ut från en vanlig form och bildar en fullständig fyrsidig pyramid liksom Goniophyllum. Han fann äfven ett trekantigt exemplar af Blastotrochus nutrix E. H. Men om hos dessa former den afvikande yttre gestalten i viss mån kan sägas vara en missbildning, är detta icke fallet med Flabellum Roissyanum M. EDW. & H., en

[1]) Se tillägget sid. 92.

[2]) Ueber Generationswechsel bei Steinkorallen und über das Milne Edwardsische Wachsthumsgesetz der Korallen i Zeitschrift für wissenschaftl. Zoologie 22:r Bd, 2:s Hft, 1872, p. 235.

miocen form från Möllersdorf och Baden vid Wien, samt från Dax i Frankrike, som regelbundet och normalt har en sexsidig pyramidisk form, och en dylik ega äfven andra arter i detta slägte, åtminstone under första utvexten. Hvad för öfrigt den ovanliga Calceolaformen angår, så eges den från första stund och under någon tid af tillvexten af de allraflesta palæozoiska koraller. De nya individer, som bildas genom knoppning, äro visserligen cylindriska, men de, hvilka efter all sannolikhet bildas derigenom att den ur ägget utkomna, fritt svärmande larven fäster sig och bildar korall kring sig, äro i regeln halfkoniska med en platt bottensida och en hvälfd uppsida, således af fullkomligt samma utseende som hos Calceola, Rhizophyllum, Cyathophyllum calceoloides och några få andra. Det märkliga är nu, att desse senare framhärda i ungdomsformen, äfven sedan de blifvit fria från underlaget, under det att det stora flertalet växer upp i cylinderformen. Men i detta sätt, hvarpå första tillvexten sker, skilja sig de palæozoiska från flertalet af de yngre. Medan hos de förra initialspetsen eller den unga individen är trådsmal, och småningom vidgar sig, liknande ett maskrör, fästa sig Aporoserna vid en bred, skifformigt utbredd bas, den unge korallen är från första början en cylinder. Endast några få af dessa, såsom Flabellum och »Turbinoliæ», torde derifrån göra undantag och genom initialspetsens form närma sig till rugoserna.

Hvad den så karakteristiska stolonrörsbildningen beträffar, återfinna vi den endast och allenast hos några mesozoiska, tertiära och recenta koraller, men ingalunda hos några andra djurgrupper, då man dermed icke gerna kan förblanda rör- och taggbildningar hos vissa abnorma Producti och Strophalosiæ. Sådana koraller äro Heterotrochus vegetans HAIME (H. N. Cor., pl. G. 2, fig. 4), den recenta Rhizotrochus, äfvensom arter af slägtet Flabellum. Möjligtvis är äfven sidoknoppningen hos Blastotrochus att tolka i samma riktning. Hos Rhizangia brevissima finnas stoloner, som afsöndrat sclerenchymatös väfnad, på hvilken talrika knoppar sedan utskjutit, under det att hos den nutida, närstående Cylicia stoloner visserligen i rikt mått äro förhanden, men icke hårdna.

En af de vigtigaste och mest i ögonen fallande skilnaderna mellan de palæozoiska rugoserna och senare tiders bägarkoraller består just i de s. k. rugæ, af hvilka gruppen fått sitt namn och hvilka ofvanföre är taladt. Alla arter af slägtet Flabellum, fossila och lefvande, hvilka jag haft tillfälle att under-

söka, visa längdvalkar fullkomligt i likhet med rugoserna[1]: på ytterväggen ett ingående veck, midt emot septum, och en utskjutande valk der loculus finnes; costæ, i likhet med öfriga recenta korallers, saknas. En tertiär korall från Syd-Australien, det af tre arter bestående slägtet Conosmilia DUNCAN (Ann. Mag. N. Hist. ser. 3, vol. 16 p. 184) öfverensstämmer äfven fullständigt med rugoserna i afseende på längdvalkarnes läge till septerna. Men både Flabellum och Conosmilia ha septalanordningen alldeles liksom öfrige, sexstrålige koraller och förena således egendomligheter från de palæozoiska och senare tidernas koraller.

Septerna bestå hos de palæozoiska af en midteldel, en tunn lamell, som på sidorna omgifves af senare tillkommet sclerenchym. På alldeles samma sätt bildas de hos de recenta[2]). Och i likhet med förhållandet hos dessa beklädas sidorna med taggar, vårtor och andra utväxter, som skjuta in i loculi och der bilda det synapticulaartade dissepimentet. Äfven cyster och tabulæ förekomma på samma sätt som hos rugoser och aporoser. Man har lagt stor vigt på att aporoserna skulle till en början ha sex septer och rugoserna endast fyra. Men i sjelfva verket förhåller det sig med dessa senare, hos alla, der det lyckats få mycket små exemplar eller der goda snitt af initialspetsen vunnits, på det sätt, att flera septer uppträda redan hos de minsta, såsom Palæocyclus porpita af 1,3 mm. med 20 septer, eller ock endast ett enda septum, hvilket synes vara det vanliga och iakttagits hos flera slägten. Äfven hos Goniophyllum, der fyrsidigheten är så tydligt uttryckt, är bottensidans septum det enda, som i förstone visar sig. Stauria torde vara det enda slägtet, der fyrtalet i septalanordningen redan från början uppträder och sedan fortfar. Någon sådan fyrtalets tydlighet, som tecknats hos Omphyma turbinata på den af KUNTH lemnade figuren 3, tafl. 18, i hans uppsats om »Wachsthumsgesetz der Zoantharia rugosa» förefinnes ej, icke ens på det exemplar, som ligger till grund för teckningen och hvilket förvaras i Berliner Universitetets

---

[1]) MOSELEY i sitt arbete öfver Challengerexpeditionens koraller, sid. 166, säger om Flabellum patagonicum: »There are no costæ, but in most of the specimens there occur shallow furrow-like depressions formed by slight infoldings of the wall along the lines which might be occupied by the primary and secondary costæ». Med alldeles samma ord skulle man kunna beskrifva utsidan hos snart sagdt hvilken Rugos som helst.

[2]) Contributions to the Actinology of the Atlantic Ocean, s. 16. Vet. Ak. Handl. B. 14, häft. 2.

Mineralie Kabinett. Ännu starkare har denna anordning blifvit framställd hos ZITTEL i Handbuch der Palæontologie 1:r Bd, p. 230. För öfrigt uppträda långt senare, såsom under öfre grönsandsformationen, sådana former som Holocystis med fyra stora septer och utan bevisad slägtskap med någon af de palæozoiska.

Äfven den karakteristiska septalgropen, genom hvilken bilateralismen blir så tydligt uttryckt, har sin motsvarighet hos nutida arter. STEENSTRUP har i Oversigt af Danske Vidensk. Selsk. Förhandl. 1856, s. 47, beskrifvit en märkvärdig anthozo, Sphenopus marsupialis, hvilken har en lucka i sin lamellkrans, i det att på en punkt en ränna, väl så bred som afståndet mellan tre lameller, intager dessas plats. Hade Sphenopus varit en sclerenchymbildande korall, skulle ovilkorligen denna ränna hafva uppenbarat sig som en fördjupning i skelettet, förvånande lik septalgropen hos en Zaphrentis eller någon annan korall. Hos Cerianthus återfinner man en fullkomligt likartad ränna, och HÆCKEL har ock, i sin »Generelle Morphologie», Bd II, s. LIV, ställt Cerianthus från de öfriga actinieartade anthozoerna i en egen grupp närmast rugoserna.

Den hufvudsakligaste invändningen har dock varit operklets förekomst, ett organ, som förmenades ej vara kändt hos någon enda korall. I uppsatsen »Om operkularbildningen hos korallerı», Öfvers. Vet. Ak. Handl. 1870 p. 923, fästades uppmärksamheten vid, att flere nu lefvande anthozoer af Gorgonidernas afdelning verkligen äro försedde med operkelapparat. KÖLLIKER beskref redan 1866 i sina »Icones Histiologicæ, 2:te Abth., 1:s Heft p. 135», hos arter af slägtena Primnoa och Paramuricea ett operculum sammansatt af åtta valvler. Hos Primnoa lepadifera L. utgöras de fasta delarne af tre slag. Förutom den för hela polypsamlingen gemensamma, delvis förkalkade axeln, hafva de särskilda polyperna två slags spicula, ett mindre, tafl. VIII, fig. 8, liggande inom kroppens mjuka delar, samt ett annat slag, yttre, som täcker hela kroppen och äfven bildar operkelapparaten. De förre äro spindelformiga, jemntjocka och likna närmast dem, som KÖLLIKER l. c. pl. XIX, fig. 5, afbildat hos Verrucella. De äro färglösa och opaka. Pterogorgia citrina har enligt preparat äfven sådana kalkkroppar. MILNE EDWARDS, H. N. Cor. vol. I, p. 136, tyckes anse, att dessa spicula endast skulle finnas i coenenchymet, hvilket dock ej är fallet, åtminstone hos Primnoa

Ytans kalkspicula äro breda och likna fjäll af mycket olika storlek. De på polypens yttre, från coenenchymet vända sida sittande äro störst och på den sidan äro de öfversta, som bilda nästan hela mynningen, störst, de nedersta minst. Alla dessa äro ordnade i tre par, tegelformigt lagda ofvan hvarandra med sin öfre kant. På den mycket kortare insidan af polypkalken sitta endast helt få, mycket små fjäll. Kalkens mynning tillslutes af en fullständig, pyramidalisk operkelapparat, bestående af åtta valvler (»petites écailles» M. EDWARDS l. c.), tafl. VIII, fig. 7. Af dessa äro de på polypariets utsida belägna störst och de inåt, mot coenenchymet sittande, minst. Den största, yttersta, tafl. VIII, fig. 9—10, är bredt triangulär, nära 2 m.m. i längd, svagt insänkt mot spetsen med sidokanterna obetydligt uppböjda. På inre sidan går en stark midtelköl från spetsen till basen, åt ena sidan förtätad eller förstärkt genom en parallel ås. Denna valvel, liksom de öfriga, har en smalare, skaftlik, basaldel, med hvilken den sitter fästad innanför de yttre kroppsfjällen. De öfriga valvlerna, som i storlek aftaga med afståndet från den nu omnämnda, täcka hvarandra med sin inre kant, på sådant sätt, att på ena sidan om den största triangulära tre täcka hvarandra och på andra sidan fyra. De två innersta minsta möta hvarandra, kant i kant, utan att täckas. Dessa alla äro mycket mera oregelbundna än den först beskrifna valveln och knappast tvenne hvarandra lika. Såsom synes af figurerna äro de långsträckta skifvor med upphöjning eller förtätning i ena kanten och dessutom med taggiga utskott. Dessa valvler öppnas och slutas på spetsiga flikar, antagligen med starka muskler, hvilka omgifva djurets tentakler och munöppning. De kunna dock icke anses som fullt homologa bildningar med Calceolidernas och Aræopomatidernas operkler, deras bildnings- och tillväxtsätt är så olika, men de visa oss dock, att inom Anthozoernas stora klass i detta afseende finnas motsvarigheter och att en liknande bildning uppstått inom flere grupper deraf. Liksom Calceoliderna och Aræopomatiderna visa hvar sin operkeltyp, kommer med Gorgoniderna en tredje typ till dessa. Fullkomligt ogrundadt är, att med KUNTH[1]), liksom efter honom NICHOLSON[2]) och

---

[1]) Ueber Analoga des Deckels der Zoantharia rugosa bei lebenden Korallen. Zeitschr. d. deutsch. Geol. Gesell., 1870, p. 24.

[2]) Manual of Palæont. 1, p. 217.

GOSSELET[1]) se ett homologon i den skedformiga skifva, hvarmed ena kanten af kalken hos Cryptohelia pudica har vidgat sig. Äfven om icke en undersökning visade detta orörliga bihang vara något helt främmande för operkularbildningen, kan ingen vidare jemförelse komma i fråga, sedan MOSELEY visat, att Cryptohelia ej tillhör anthozoerna, utan är en hydrozo. Det mjuka organ, hvilket afsöndrade locket, kan man tänka sig såsom en bred, muskulös flik, hvilken fortsatte omedelbart från koralldjurets öfre kant, således hos några endast *en* flik, hos andra fyra eller stundom flera. Dessa flikar måste, att dömma af de intryck de lemnat efter sig på insidan af Calceolidernas lock, haft sina mesenterialveck liksom polypen inom kalken, samt föröfrigt i det närmaste liknat den vägg, från hvilken den utgått.

Hvad som eger en afgörande vigt vid frågan om huruvida rugoserna äro koraller eller icke, är den omständigheten att de allra flesta förekomma i sammansatta grupper eller kolonier, d. v. s. fortplantat sig genom calicinal knoppning, alldeles i öfverensstämmelse med de nyare tidernas aporoser. Deremot har ej något liknande kunnat påvisas hos någon enda af de grupper, med hvilka man jemfört rugoserna. Här är ej rätta stället, att ingå i en detaljerad beskrifning öfver dessa knoppningssätt, utan må det endast i korthet nämnas, att både hos rugoser och aporoser knoppningen sker från djupet af kalkens botten, eller på dess sidor från septerna, eller ock såsom hos perforaterna från den utbredning rundt om kalken, som kallats brämet. Egendomligt är förhållandet hos vissa arter, att de, såsom t. ex. Pholidophyllum tubulatum, forma primaria aldrig anträffats knoppande, men deremot mutationen i närmast högre lager i stor ymnighet af rikt knoppande kolonier. Goniophyllum pyramidale finnes på Gotland mera sällan med knoppar, den närstående G. Fletcheri i England deremot nästan alltid. Det vore våld mot naturen, att, såsom några författare velat, i våra systemer aflägsna de knoppande formerna från de icke knoppande och uppställa dem ej blott i skilda arter och slägten, utan till och med i skilda ordningar[2]).

---

[1]) Esquisse géol. du Nord de la France 1:r Fascic. p. 53, der det till och med vid tal om Calc. sandalina, p. 53, heter: »on a constaté un couvercle de même nature chez Cryptelia pudica».

[2]) Se härom FROMENTEL Polyp. fossiles, p. 43, samt DUNCAN Third Report on Brit. Foss. Corals i Brit. Assoc. Rep. 1871 p. 136, hvilken der biträder den förres åsigter.

Till ett förtydligande af de operkelbärande korallernas uppträdande i tiden må å motstående sida befintliga tabell tjena. Häraf framgår

att tillsammans 13 arter, fördelade på sju slägten, nu äro kända;

att ingen form är känd från undersiluriska tiden;

att från den öfversiluriska tiden ej mindre än elfva arter, fördelade på sex slägten, hittills funnits;

att den devoniska formationens äldsta och näst äldsta afdelning innehålla en art hvar, tillhörande tvänne olika slägten;

att en och samma art uppträder i tre af silurformationens öfver hvarandra närmast liggande lager, och tre arter i tvenne närmast på hvarandra följande lager;

att den äldsta devonformen är på det närmaste beslägtad med den yngsta mutationen af den siluriska Rhizoph. gotlandicum;

att de nå sitt maximum med 11 arter i den afdelning af öfversilurformationen, som närmast svarar mot engelska Wenlock.

Det torde ej vara för mycket vågadt, att i vissa fall, såsom med Goniophyllum pyramidale, Rhizophyllum gotlandicum, Rh. elongatum, Aræopoma prismaticum, Pholidophyllum tubulatum, påstå, att man i dessas i olika lager ofvan hvarandra förekommande former ser varieteter eller mutationer, som stå i genetiskt sammanhang. Att sålunda den äldsta kända lilla Goniophyllum i den röda mergeln vid Visby efterföljts af en vida större mutation i den grå mergeln och att denna åter öfvergått i den långsträckta, djupkalkade, andra mutationen, som är den enda i den ofvanliggande kalkstenen, kan väl knappast betviflas. Och på samma vis förhåller det sig icke blott med ofvan nämnde operkelbärande koraller, utan äfven med flere andra. Ptychophyllum patellatum, som är allmän i mergelskiffern såsom den stora typiska formen, öfvergår i kalkstenen till en mycket mindre, väl åtskild mutation. Omphyma subturbinata, i Wisby-mergeln och i mergeln på Stora Carlsö så jättelik och stor, har i kalkstenslagret efterföljts af en mycket mindre och smalare form. På samma vis är det med Cystiphyllum cylindricum, Polyorophe glabra och andra. Under tiden då kalkstenens aflagring pågick, hafva några arter utvecklats till storlek i omfång och längd, såsom Goniophyllum, Pholidophyllum och Rhiz. gotlandicum, under det att hos sådana som nyssnämnde Omphyma och Ptychophyllum-

Devon.	Mellersta Devon i Eifel, Belgien, England, Spanien.				Calceola sandalina.			
	Devonien inférieur de Néhou.				Rhizophyllum Gervillei.			
Öfver Silurformationen.	Kalksten vid Visby. Slite, Lau, Dudley i England, Niagaraformationen i N. Amerika, Shenzi i China.	Gonioph. pyramidale mut. secunda.	Gonioph. Fletcheri.	Platyph. sinense.	Rhiz. gotlandicum. mutatio. Rh. elongatum. Rh. attenuatum. Rh. australe. Rh. tennesseense.	Aræop. prismaticum mut. elongata.	Rhytidophyllum pusillum.	Pholidophyllum tubulatum, mutatio.
	Mergelskiffern vid Visby, Petesvik, Habblingbo, samt Galway, Irland.	G. pyramidale mut. prima.			Rhizophyllum gotlandicum. forma primaria.	Aræopoma prismaticum forma primigena.		Pholidoph. tubulatum, forma primaria.
	Röda mergelkalken vid Visby.	Goniophyllum pyramidale, primigena.						
Under Silur.	Ölands öfversta kalksten.	Den af BARRANDE, efter ANGELIN, i Parallèle Dépôts sil. de Bohême et de Scand. p. 60 cit. Calceola från Vestergötland har ej återfunnits.				En korall, ännu ej fullständigt känd, från Ölands yngsta kalk, har åtskilliga karakterer gemensamma med Pholidophyllum och är möjligen en stamform till detta slägte.		

Med rak linie antydes genetisk förbindelse mellan formerna, med punktlinie förmodad affinitet.

arter de yngre mutationerna bli mindre och svagare, än de i den äldre mergelskiffern förekommande. Men en närmare utredning af dessa märkliga förhållanden, hvilken ligger utanför omfånget af denna uppsats, kan först företagas, sedan mera material insamlats och noggrant granskats.

Med afseende på den plats de operkelbärande korallerna intaga inom Anthozoernas klass, i förhållande till de icke operkelbärande rugoserna, må, så vidt ämnets ej ännu nog utredda skick medgifver, anmärkas, att de ej bilda någon afsöndrad grupp för sig i motsättning till de öfrige. Förhållandet blir jemförelsevis sådant som inom andra djurklasser t. ex. Gastropodernas, der operkelbärande slägten stundom få sin naturliga uppställning vid icke operkelbärande. De tvenne ofvan i detta arbete beskrifna grupperna ega frändskaper åt skilda håll, så att Calceoliderna helst må närmas åt den grupp af rugoser, som innesluter slägtena Omphyma och Chonophyllum, under det att Aræopomatiderna med sin vida svagare septalbildning och sitt öfvervägande cystdissepiment ha sina närmaste slägtskaper bland Cystiphyllerna. Pholidophyllum afviker från båda och tyder med sin septalbildning åt helt andra slägten.

Tillägg.

Sid. 40. I ett under tryckningen af detta ark mottaget bref från Akademiker FRIEDR. SCHMIDT, dat. Petersburg d. 28 Dec. 1882, säges: »In einer neu angekommenen Sendung vom Silur des Altai sind deutliche Exemplare eines Rhizophyllum enthalten». På annat ställe torde nu ej utförbar redogörelse för detta fynd komma att lemnas.

Sid. 84. *Duncania.* Den på tafl. VII, fig. 14, afbildade, egendomliga inskärningen på öfre septalkanten hos Goniophyllum återfinnes hos Duncania och Haplophyllia, men utan spår till operkel. Duncania ligger vanligen fästad utefter en̄a sidan, hvilken således är utplattad, och mot denna utgå från kalken, tätt ofvan hvarandra, breda krampor (»crampons»), erinrande om dem hos flere Cyathophyller och Cystiphyller.

FÖRKLARING TILL FIGURERNA.

TAFL. I.

Goniophyllum pyramidale His.

Fig. 1. Ett exemplar af *mutatio prima* från kalkmynningen, med höger-, venster- och uppsidans operkularvalvler fullständiga och den fjerde, bottensidans, ofullständig och krossad.

» 2. Exemplar af *forma primigena* sedt från hörnet mellan bottensidan och venstra sidan. Hela korallen med de qvarsittande operklen bildar en dubbelpyramid.

» 3. Detsamma sedt ofvanifrån.

» 4. Bottensidans lock af *mutatio secunda*.

» 5. Detsamma förstoradt från insidan.

» 6. Detsamma från låskanten med det i midten uppskjutande största septet.

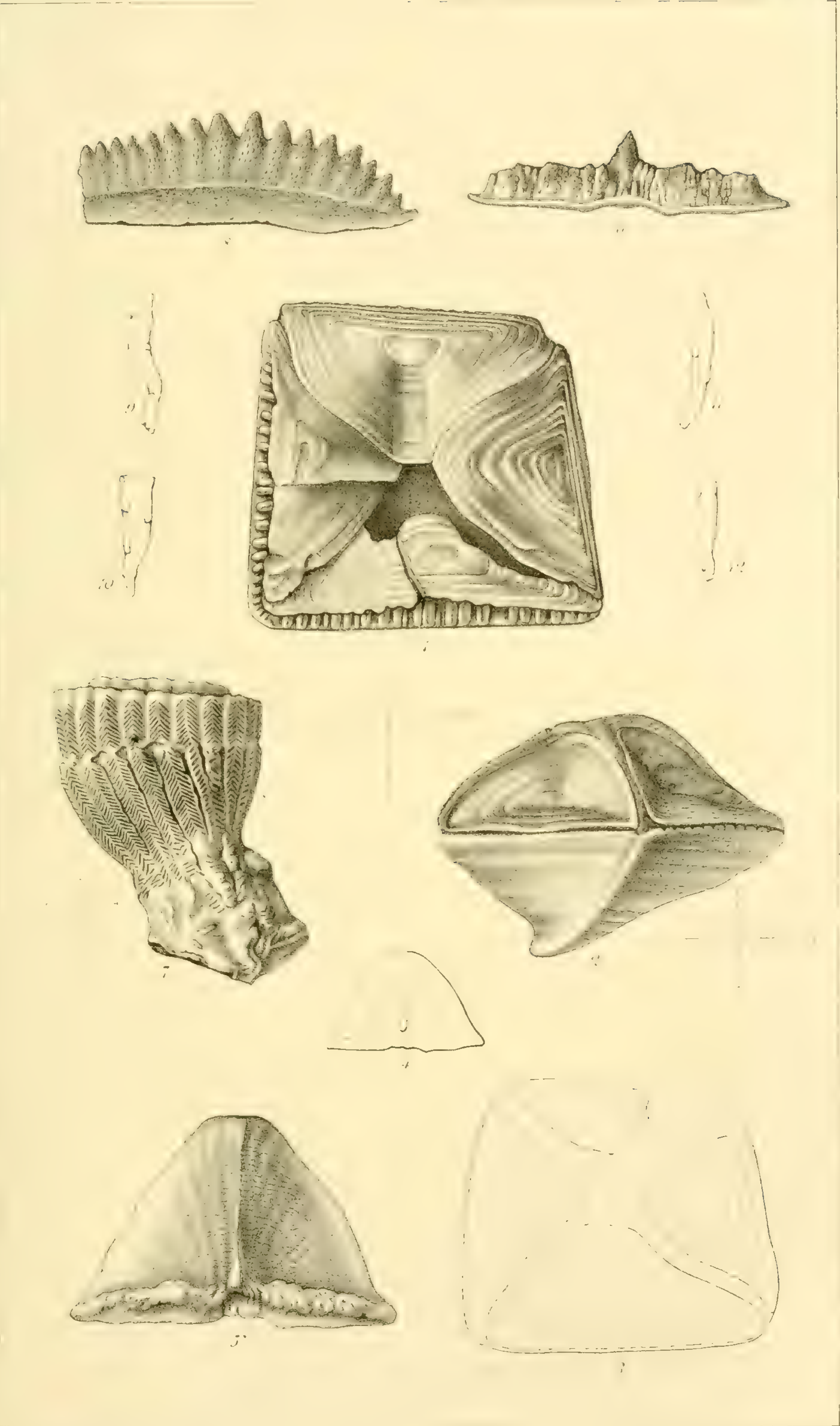
Pholidophyllum tubulatum Schlotheim.

» 7. Polypariet från sidan med märken efter de afnötta epithekalfjällens baser på längdrynkorna.

» 8. Ett septum sedt från sidan i förstoring.

Rhizophyllum elongatum n.

9—12. Konturer af åtskilliga exemplar från bottensidan, i naturlig storlek.



A. M. Westergren del. f. 1_8

TAFL. II.

Rhizophyllum elongatum n.

Fig. 1—3. Kalkar i omvändt läge, med bottensidan uppåt, för att visa knopparne i gradvis utveckling, i fig. 1 & 2 små bägare utan septer, i fig. 3 utvecklade med primärseptum.

» 4. Kalk inom kalk, egendomlighet i tillvextsättet, icke knoppning.

» 5. Operklet från utsidan.

» 6. Detsammas insida.

» 7—9. Ett och samma operkel från bottensidan, från venstra sidan, samt midtför, visande den koniska form, det stundom antager.

» 10. Ett operkel från insidan.

» 11. Annat exemplar från utsidan.

» 12. Operkelbildning till kalkar liknande fig. 4.

» 13. Tunnt tvärsnitt. De vid bottensidan sittande rören äro af stolonrör; inuti korallen synas i hörnen mot bottensidan rör af knopparne.

» 14. Tunnt längdsnitt nära bottenytan. Man ser upptill den icke fullt genomslipade epithekan, samt i midten, ända ned, primärseptet. Åt båda sidorna synas smala, af tvärväggar afdelade rör, fem på venstra sidan, tre på den högra, inbäddade i cystmassan. Dessa äro längdsnitt af knoppar.

» 15. Längdsnitt af ett smalt polyparium, för att visa, huru detta i början, liksom knopparne, har ett dissepiment af enkla, konkava tvärgolf, inneslutna inom en ytterst tjock yttervägg.

» 16. Förstoring af de nedersta tre kamrarne hos föregående längdsnitt. Genom sekundära aflagringar ha såväl golfven som innerväggen förtätats. De ljusa lagren äro kalkspat, de derpå liggande, mörka, småtaggiga, gyttringar af mikroskopiska kristaller, antagligen någon manganförening. Den innersta, klara kärnan, som fyller kamrarne, är ren kalkspat.

» 17. Längdsnitt af ett polyparium, parallelt med bottensidan, närmare midten. Tre smala knopprör ligga inbäddade på venstra sidan och ett på den högra, detta och det öfversta midtemot ovanligt långa och smala.

18. Ett sammansatt polyparium sedt från polypieriternas bottensida. Man urskiljer tre generationer, knoppande ur hvarandra.



C. Hedelin del.

TAFL. III.

Rhizophyllum gotlandicum FERD. ROEMER.

Fig. 1. Ett lock från insidan, med låskanten starkt förtätad genom länge fortsatt aflagring. Nat. st.
» 2. Ett lock från utsidan. Nat. st.
» 3. Längdsnitt af ett lock vid midtelaxeln.
» 4. Ett fullständigt exemplar, obetydligt förstoradt, med påsittande operculum.
» 5. Tvärsnitt af en mindre korall.
» 6. Längdsnitt från bottensidans midt till den convexa uppsidan. Bottensidan högre och med gröfre cyster.
» 7. Midtelpartiets basaldel på lockets insida; det stora septum, på sidorna omgifvet af tvenne mindre septer, som omsluta låsgropen. På sidosepterna ses synapticulæ i loculi. Till höger midtelseptet, från sidan sedt.
» 8. Detaljer af ett annat midtelseptum hos locket, sedt midtför.
» 9. Detsamma från sidan.
» 10. Längdsnitt af ett polyparium med tjockväggige cyster.
» 11. Insidan af ett väl bibehållet lock, mycket förstoradt. Utanför låskanten utskjuter en bryozokoloni, som betäcker utsidan.
» 12. Kalkens bottenvägg med cyster under utbildning.

Rhizophyllum elongatum n.

» 13,15,16. Ett och samma exemplar, sedt snedt från sidan (fig. 13), från uppsidan (fig. 15) och från bottensidan (fig. 16).

Rhizophyllum tennesseense F. ROEMER.

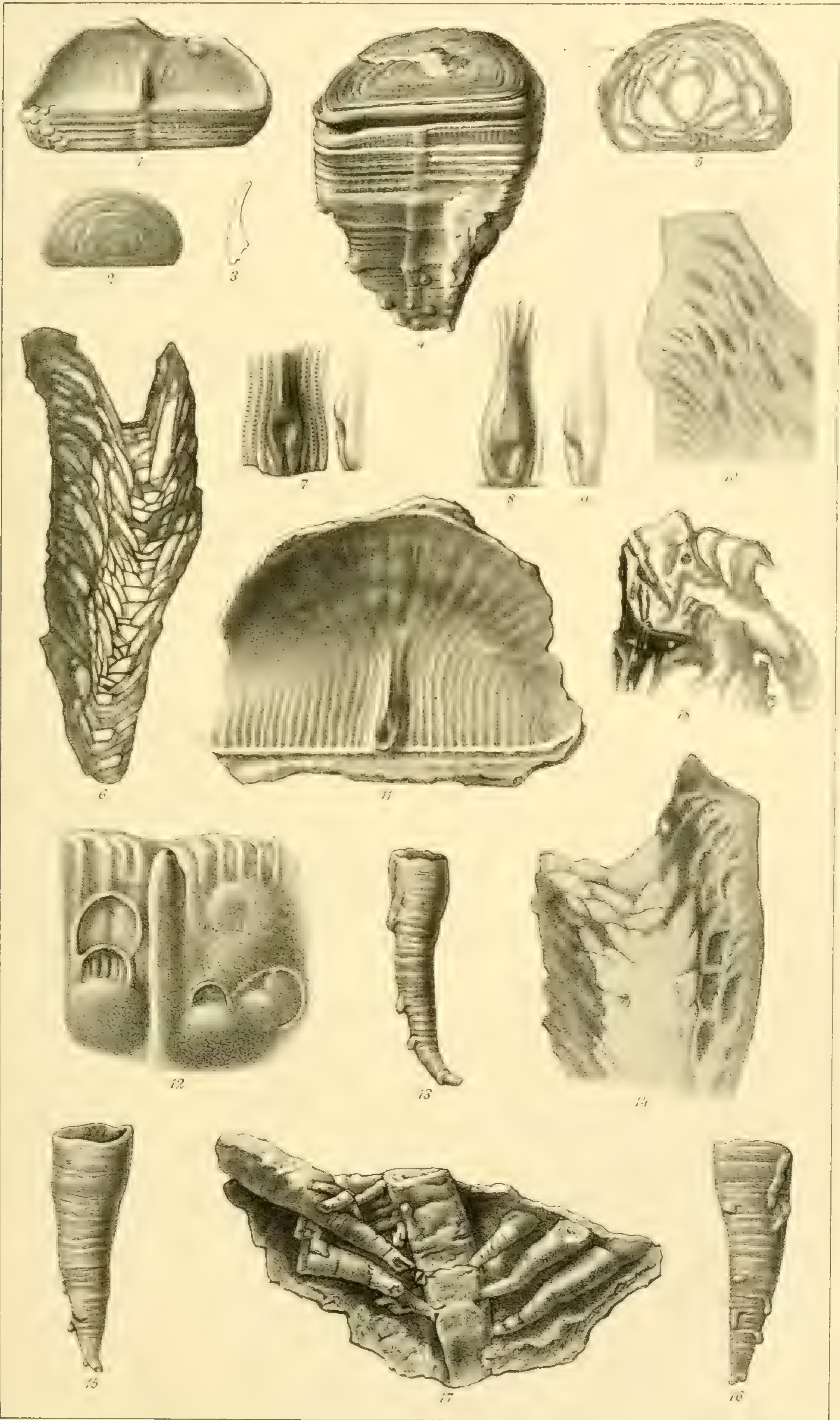
» 14. Längdsnitt mellan bottensidan och uppsidan. Tabulæ och cyster i midten ytterst glesa och sparsamma, nedtill förstörda.

Rhizoph. attenuatum LYON.

» 17. Ett polyparium, som förökts genom stolonrörens förvandling till polyparier. Från bottensidan.

Rhizoph. gotlandicum F. ROEMER.

» 18. Stolonrör genomskuret på längden att visa dess inmynnande i kalken, samt fyllning med sklerenchym.



C. Hedelin del. f. 1_3, 5_17; Widing del. f. 4.

Lith. W. Schlachter, Stockholm

TAFL. IV.

Rhizophyllum elongatum n.

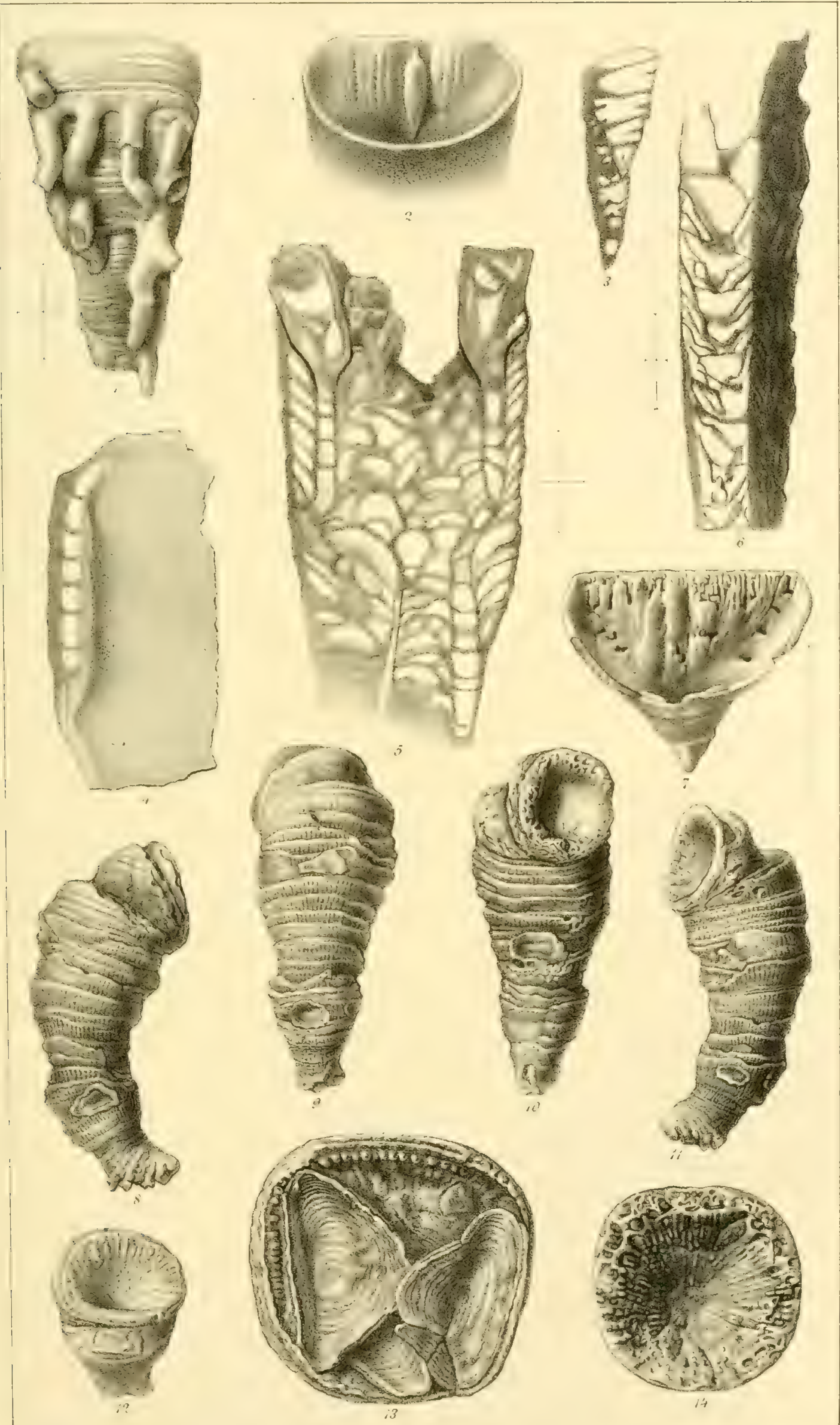
Fig. 1. Bottensidan af ett exemplar med talrika stolonrör, af hvilka somliga sluta blindt mot skalet, andra förgrena sig.
» 2. Kalk sedd snedt från uppsidan för att visa bottensidans inre vägg med starkt utbildadt midtelseptum.
» 3. Spetsen af ett litet polyparium i längdsnitt, rätvinkligt mot bottensidan. Bottensidans sklerenchym mycket starkt utbildadt, tabulæ nästan horisontala.
» 4. Längdsnitt af ett stolonrör vid bottensidan.
» 5. Längdsnitt parallelt med bottensidan, visande huru tvenne knoppar ligga inneslutna i cystmassan och upptill i moderkorallens kalk vidga sig som två bägare, samt blifva fria. Nedtill i midten synes primärseptet.
» 6. Längdsnitt i rät vinkel mot bottensidan. Denna tät, mörk.

Rhizophyllum gotlandicum Ferd. Roemer.

» 7. Bottensidans inre vägg med hål efter stolonrörens inre mynningar.

Aræopoma prismaticum n.

» 8—11. Ett och samma exemplar för att visa de fällda och fastvuxna locken på olika sidor; fig. 8 från högra sidan med ett stort lock nedtill, fig. 9, bottensidan med två lock, ett nedtill och ett högre upp mot mynningen, fig. 10, från ofvansidan med ett stort lock på midten, fig. 11 från venstra sidan med ett mindre lock nedtill.
» 12. Forma primigena från ofvansidan med invuxet lock.
» 13. Kalk sedd ofvanifrån med två nästan fullständiga lock, bottensidans och uppsidans, på sin plats och den högra sidans krossadt under dessa. Af mutationen.
» 14. Kalk af forma primigena, sedd ofvanifrån.



G. Liljevall del. f. 13; C. Hedelin del. f. 1–12, 14.

TAFL. V.

Goniophyllum pyramidale His.

Fig. 1. Ett exemplar från bottensidan med invuxet lock. Nat. storleken. Mut. secunda.
» 2. Konturerna af samma exemplar sedt från högra sidan.

Genus et species indeterminatæ.

» 3. Fragment af operculum till okänd korall från insidan. Stora Carlsö.
» 4. Detsamma utifrån.

Aræopoma prismaticum n.

» 5. Operculum från utsidan.
» 6. Detsamma på insidan.
» 7. Kontur af ett septum i kalken, sedt från sidan.
» 8. Ett operculum från sidan, visande oregelbunden tillvext.
» 9. Forma primigena med invuxet lock midt på uppsidan.
» 10. Ett operculum utifrån, visande dess successiva tillvext.
» 11. Ett mindre operculum från insidan.
» 12. Ett operculum från utsidan, visande dess öfvervägande tillvext mot ena kanten.

Rhizophyllum elongatum n.

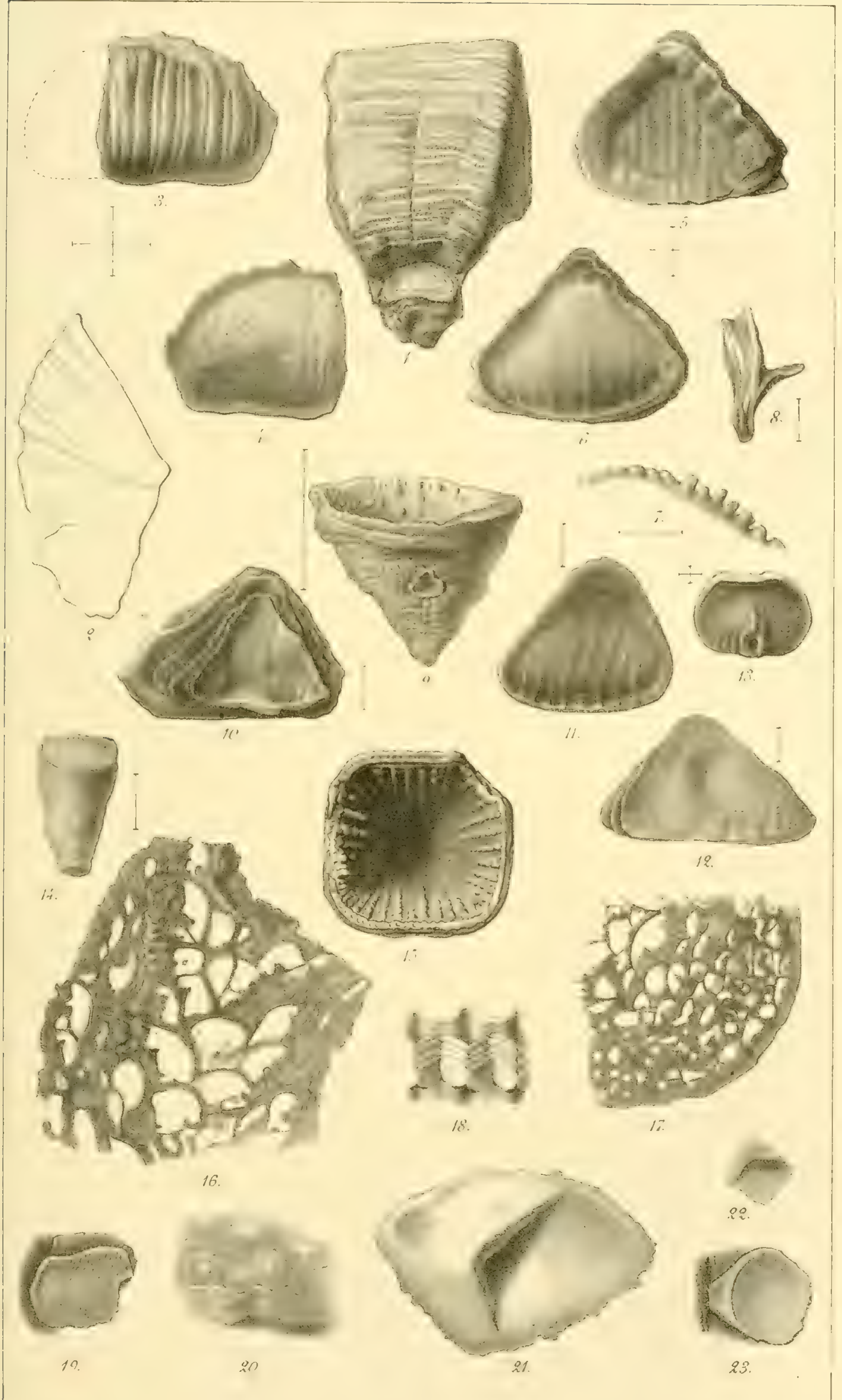
» 13. Ett mycket litet operculum från insidan.
» 14. Exemplar med påsittande lock från uppsidan.

Aræopoma prismaticum n.

» 15. En kalk sedd ofvanifrån af mutatio.
» 16. Förstoradt längdsnitt, rätvinkligt mot bottensidan. De ljusa taggraderna på venstra sidan härröra af äldre, invuxna septer.
» 17. Ett segment af ett tvärsnitt.

Pholidophyllum tubulatum Schlotheim.

» 18. En del af utsidan af ett polyparium med dess fjäll i deras vanliga läge.
» 19. En del af utsidan till ett sådant fjäll i stark förstoring.
» 20. En del af toppen till en korall med missbildade och sammanvuxna fjäll.
» 21. Ett något vittradt fjäll från insidan. Exemplaret från Bjersjölagård i Skåne.
» 22. Inre spetsen af ett fjäll från insidan.
» 23. Ett invuxet fjäll, med insidan vänd utåt.



C. Hedelin del

Lith. W. Schlachter, Stockholm.

TAFL. VI.

Goniophyllum pyramidale His.

Fig. 1. Mutatio secunda med qvarsittande operkelapparat, från uppsidan och venstersidan, i naturlig storlek.

Pholidophyllum tubulatum Schloth.

» 2. Förstoradt längdsnitt af ytterväggen till en sammansatt korall med fjällen qvarsittande, deri invuxna, samt inbäddade i mergelskiffer.
» 3. Tvärsnitt af ett fjäll i stark förstoring.
» 4. Ett parti deraf ytterligare starkt förstoradt.

Syringophyllum organum L.

» 5. Exothecalfjäll i genomsnitt, inbäddade i mergelskiffer, sedda i stark förstoring.
» 6—8. Ett sådant fjäll, fig. 6, från convexa sidan, fig. 7, från den concava, fig. 8, sedt från sidokanten eller i profil.
» 9. Den kragformiga utbredningen mellan tvenne kalkar med fjällen in situ.

Goniophyllum Fletcheri Edw. & H.

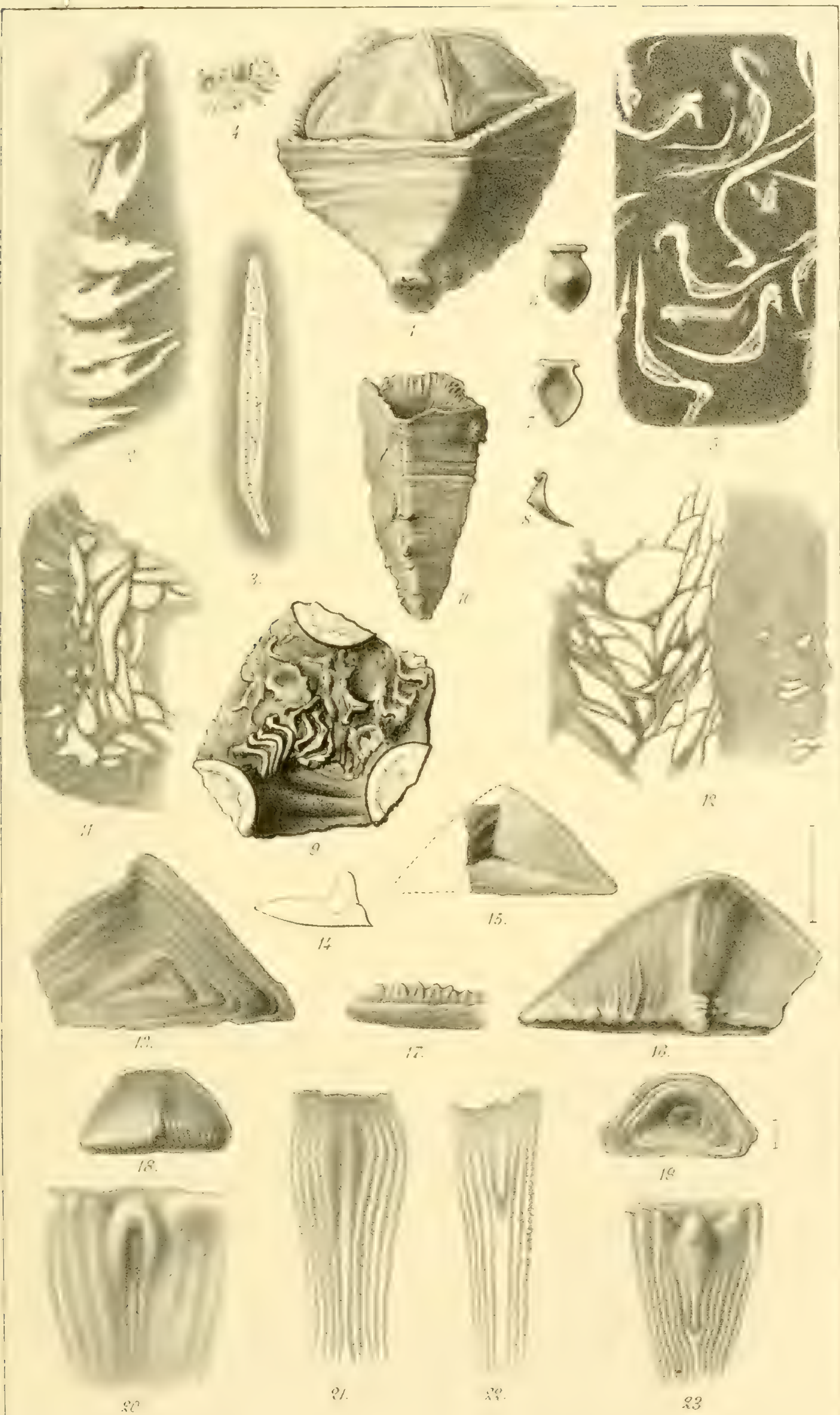
» 10. Ett polyparium i naturlig storlek.
» 11. Del af ett tvärsnitt.
» 12. Del af ett längdsnitt i rät vinkel mot bottenytan.

Goniophyllum pyramidale His.

» 13. Ett högerlock från utsidan.
» 14. Kontur af ett bottenlock, längdsnitt efter midtelaxeln.
» 15. Ett vensterlock utifrån.
» 16. Ett vensterlock på insidan.
» 17. Nedre kanten af detsamma.
» 18. Ett bottenlock på insidan från mycket ungt individ.
» 19. Detsamma utifrån, med innersta tillvextringen kretsformig.

Calceola sandalina Lamarck.

» 20. Midtelpartiet på bottensidans innervägg.
» 21. Längdsnitt af ett dylikt ett stycke inifrån väggen.
» 22. Ett annat längdsnitt i samma riktning från annat individ, med bredt primärseptum, som klyfver sig upptill och i »cardinalgropen» upptager ett nybildadt mindre septum.
» 23. Midtelparti af ett annat exemplar med nybildadt klubblikt septum ofvanför det klufna primärseptet.



C Hedelin del. f. 1_4, 10_23,
G Liljevall del. f 5_9

Lith. I. Schlachter Stockholm

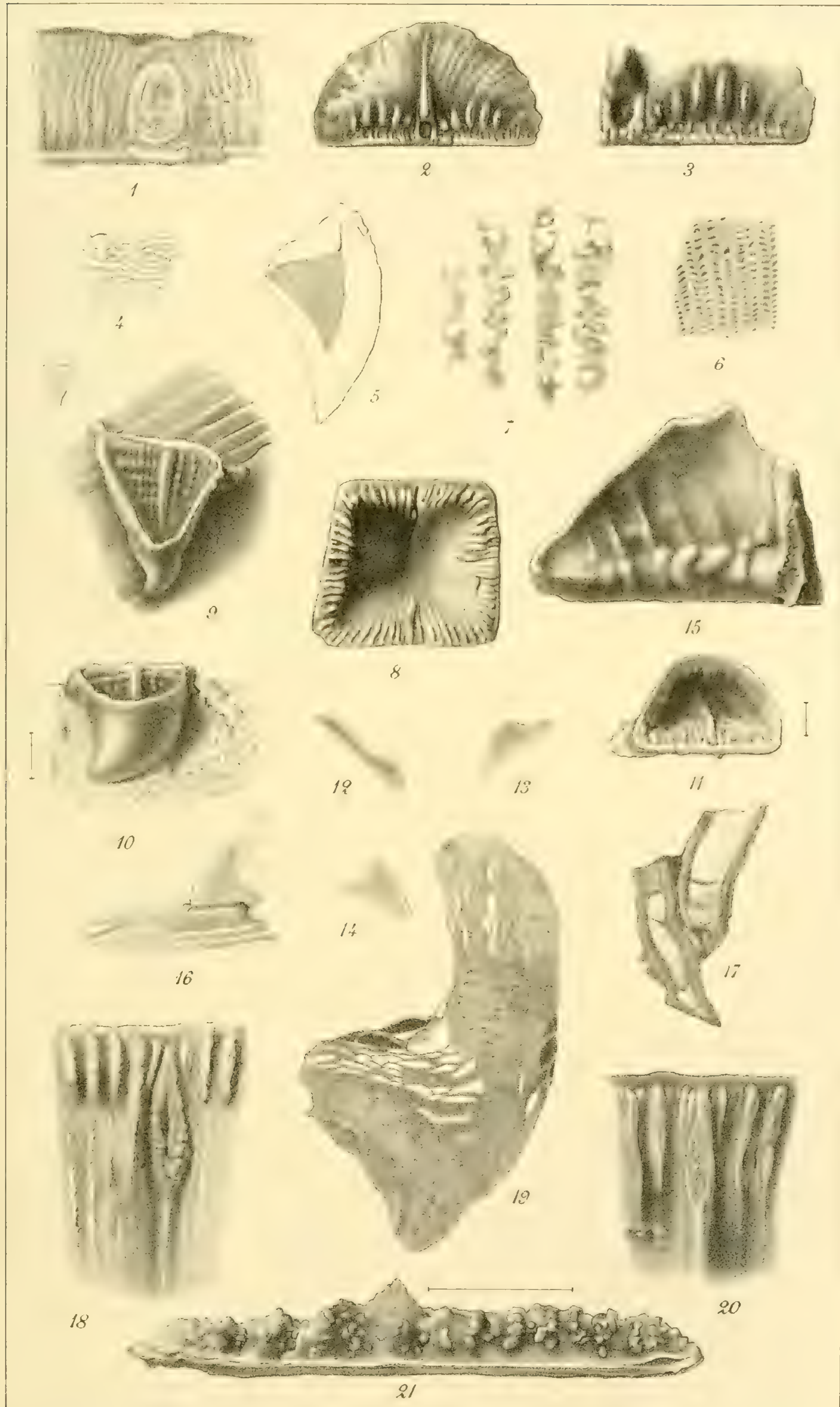
TAFL. VII.

Calceola sandalina Lamarck.

Fig. 1. Tvärsnitt vid bottenväggen, i förstoring.
» 2. Ett operculum från insidan. Den hvita, flammiga fläcken upptill på venstra sidan härrör af sekundär incrustation.
» 3. Högra sidans nedre kant i förstoring för att visa septalkammarnes utseende, samt låsgropen och septalbihangen.
» 4. Parti af ett längdsnitt från bottensidan till uppsidan visande valkarne på septernas sidor eller de synapticulaartade utskotten från dem. De mörka linierna äro fördjupningarne emellan dem.
» 5. Längdsnitt af korallen med locket påsittande för att visa huru detta artikulerar mot den förra.
» 6. En del af bottensidans innervägg, svagt förstorad, för att visa huru loculi af de från båda sidor inskjutande synaptiklerna få sitt egendomliga utseende.
» 7. Längdsnitt taget djupare under ytan. De hvita septernas taggiga kanter skjuta in i de mörka loculi, som visa andra synaptikler djupare ned.

Goniophyllum pyramidale His.

» 8. En kalk ofvanifrån.
» 9. Ett ungt exemplar fästadt på en vittrad Cystiphyll med primärseptum, samt bottensidans sidosepter utbildade. Kontur i naturliga storleken bredvid.
» 10. Ett annat exemplar med samma septer.
» 11. Ett något mindre, sedt midtför mynningen, bottensidans septer utbildade, svaga spår till midtelsepter åt höger- och venstersidorna, samt på uppsidan.
» 12. Profil af bottensidans midtelseptum.
» 13—14. Profiler af sidosepternas öfversta kam.
» 15. Venstra hälften af ett vensterlocks insida, förstorad.
» 16. Bottenlockets midtelseptum in situ fästadt mot rännan i bottensidans midtelseptum.
» 17. Längdsnitt af ett par stolonrör, förstorade.
» 18. Midten af uppsidan i kalken med största septet och dess elliptiska ränna i septalgropens förlängning.
» 19. Längdsnitt af ett polyparium från bottensidan till uppsidan.
» 20. Midten af bottensidan i kalken med primärseptet och dess ränna.
» 21. Låskanten af ett högerskal. Midtelseptets nedersta kant sönderbruten.



C. Hedelin del. Lith. W. Schlachter, Stockholm.

TAFL. VIII.

Goniophyllum pyramidale HIS.

Fig. 1. Uppsidans lock utifrån.
» 2. Bottensidans lock inifrån.
» 3. Uppsidans lock inifrån.
» 4. En del af inre kalkväggen, visande de af synapticulæ punkterade loculi.
» 5. Tunnslipadt längdsnitt nära bottensidans yttervägg.

Pholidophyllum tubulatum SCHLOTH.

» 6. Längdsnitt af ett fjäll.

Primnoa lepadifera L.

» 7. Ett polyparium ofvanifrån, med tillsluten operkelapparat.
» 8. Spicula från kroppens inre.
» 9—10. Den största, ytterst liggande operkelvalveln inifrån med dess midtelås, samt från sidan.
» 11. Den andra sidovalveln i ordningen från den förra, på insidan.
» 12. Insidan af sidovalveln närmast den första.
13. Kontur af densamma sedd från basen.
» 14. Ett polyparium sedt från sidan, inåt något fragmentariskt.

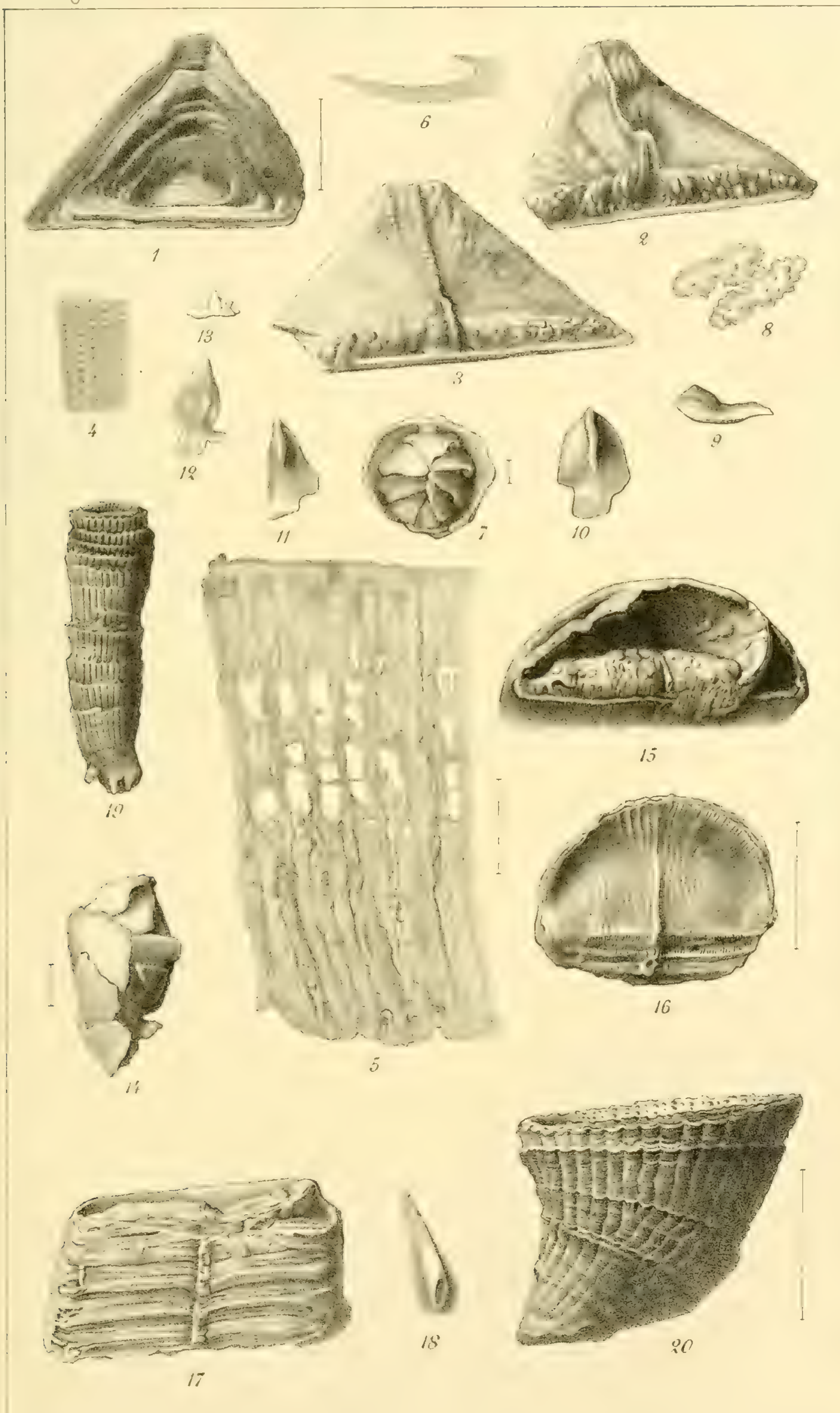
Rhizophyllum Gervillei BAYLE.

» 15. Kalken ofvanfrån.
» 16. Operklet från insidan.
» 17. En del af korallen från bottensidan.
» 18. Primärseptum förstoradt.

Originalen till dessa äro gipsafgjutningar från M. HENRI DOUVILLÉ.

Pholidophyllum tubulatum SCHLOTHEIM.

» 19. Mutationens korall i naturlig storlek.
» 20. Forma primaria.


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20

TAFL. IX.

Goniophyllum pyramidale His.

Fig. 1. Femsidig korall med ursprungligen fem lock, hvaraf finnas qvar tre regelbundna: botten-, venster- och uppsidans, samt den femte adventivsidans lock emellan botten- och venstersidans.

Pholidophyllum tubulatum Schlotheim.

» 2. Halfva kalken med septalstrålarne, sedd ofvanifrån.

Rhizophyllum tennesseense Ferd. Roemer.

» 3. En något vittrad kalk med svag septalbildning och starka cyster. Septalgropen sittande något snedt, icke midtför primärseptet såsom vanligt.

» 4. Kalk med starkt utbildadt primärseptum och sidosepter.

» 5. Förstoring af primärseptet i n:o 3.

Rhytidophyllum pusillum n.

» 6. Korallen sedd från uppsidan.

» 7. Kalken sedd midtför.

» 8. Ett operculum från utsidan.

» 9. En kalk snedt uppifrån för att visa bottensidan med dess otydliga septer.

» 10. Ett operculum från insidan.

» 11. Ett dylikt utifrån.

» 12. Ett annat operculum inifrån.

» 13. Ett annat med septerna nästan outbildade.

Pholidophyllum tubulatum Schloth.

» 14. Längdsnitt af forma primaria.

» 15. Längdsnitt af mutationen. De små, mörka punkterna på sidorna af de genomskurna septa äro hos båda af de vårtlika upphöjningarne på septerna.



C. Hedelin del. Lith. W. Schlachter, Stockholm

Index.

De kursiverade äro synonymer.

Rättelser.

				Står:	*Läs:*
Sid.	4,	rad 11	nedifr.,	hennes	hans.
»	6,	» 9	»	hennes	hans.
»	7,	» 1	uppifr.	får följande lydelse: »primärseptum uppträda högra och venstra sidans, samt det på ofvansidans innervägg senast.»	
»	41,	» 4	nedifr.,	synes	synas.
»	70,	» 18	»	kändt	känd.
»	74,	» 12	»	flera	flera mynningar.
»	78,	» 8	»	Barettia	Barrettia.

(Tryckningen slutades i Januari 1883).

BIHANG TILL K. SVENSKA VET.-AKAD. HANDLINGAR. Band 7. N:o 5.

ON

ANNELID REMAINS

FROM

THE SILURIAN STRATA

OF

THE ISLE OF GOTLAND

BY

GEORGE JENNINGS HINDE.

WITH THREE PLATES.

COMMUNICATED TO THE R. SWEDISH ACADEMY OF SCIENCES
SEPT. 13, 1882



STOCKHOLM, 1882.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Such an intimate connection exists in the invertebrate fauna of the Silurian Strata of North America, England and Scandinavia, that from the occurrence of any particular group of invertebrate organisms in the rocks of this period in any one of these countries, we may confidently expect that similar or very closely allied forms will also be met with in the same strata in the other two areas. This belief induced me, two years since, to pay a visit to the Isle of Gotland, with the view of ascertaining if there existed in the undisturbed Silurian strata of that island, so renowned for the exceeding richness and perfect preservation of its fossil Corals, Crustacea and Brachiopoda, any of those minute remains of Annelids, which I had discovered in the Silurian rocks of Canada and England. My hopes of finding similar fossils in Gotland were confirmed by the fact, which I have mentioned in my paper on the Annelid Jaws of Canada [Quart. Jour. Geol. Soc. Vol. 35 p. 370] that an undoubted example of these minute bodies had been figured by PANDER from the Silurian rocks of the Island of Oesel [Monogr. d. foss. Fische des Sil. Systems des Russ.-Balt. Gouvernements p. 72 Pl. 4, f. 16 a, b, c, d.] and they were realized, when on visiting Prof. G. LINDSTRÖM at Stockholm, I was shown some shale from Wisby in which fragments of Annelid Jaws were clearly exposed. Further than this, Prof. LINDSTRÖM communicated to me the noteworthy fact that his predecessor, the late Prof. ANGELIN, had discovered some of these fossils in Gotland, many years since, and, what is still more important, that he recognised their true characters. In a letter to Prof. LINDSTRÖM dated Wisby, June 19, 1864, ANGELIN remarks as follows: »De små haklika partierna som du i stor mängd trakterade mig med från Vattenfallet vid Wisby, och som, för öfrigt, anträffas öfverallt på Gotland — äro lemningar af Annelider — käkar deraf och hudbeklädnad.» »The small hooked fragments from the

waterfall near Wisby, of which you furnished me with great numbers, and which, moreover, are met with throughout Gotland, are the remains of Annelids — the Jaws and cutaneous coverings.» — Professor ANGELIN had also figured two or three examples of these minute jaws in one of the quarto plates of fossils which had been prepared for the press, but unfortunately were never published, so that there can be no doubt that the objects which he refers to in his letter to LINDSTRÖM were really the remains of these animals. Prof. LINDSTRÖM writes me that he has been unable to discover, amongst the papers left by ANGELIN, any descriptions whatever relating to these figured specimens. The fact however is clearly established, that to the late Prof. ANGELIN is due the credit of being the first to recognize the true characters of these small fossil jaws, and it gives me great pleasure to be able to bring forward publicly this fresh proof of the knowledge and discernment of this able palæontologist.

On reaching Gotland I found, on my first searching expedition, some few portions of the minute black jaws in strata of blue marly shales exposed in the bed of a small stream just outside the town of Wisby. There were also traces of them in the cliffs to the south of Wisby, but it was not until reaching an exposure of low shelving rock on the flat shores between Klintehamn and Fröjel that I met with them in any abundance. The rock at this place is a blueish flaggy calcareous shale, frequently fissile. The jaws were more abundant in one particular thin bed, which contained besides numerous examples of Beyrichia and other species of Ostracoda, and a well marked species of Chonetes described and figured as Ch. cingulata by LINDSTRÖM in his paper on the Brachiopoda of Gotland in Öfvers. Vet. Ak. Förhandl. 1860 p. 374 fig. 19. At every stroke of the hammer, the fresh surfaces brought to view, displayed one or more specimens of the jaws, and I spent two days at this spot in breaking up and examining the fissile slabs strewn on the shore, so as to secure as complete a collection as possible of these minute fossils, for, though very numerous, a large proportion became fractured in the process of reducing the rocky matrix, and only occasionally could a perfect specimen be obtained. There is a striking resemblance in the petrological characters of these Fröjel beds and those of the Cincinnati group in Canada, which are similarly filled

with Annelid remains, and these animals appear to have favoured the soft muds of the sea bottom which are now hardened into calcareous shales and flags. I also noticed that many of the rock-surfaces are covered with irregular track-like markings which may have been produced by the burrowing of these creatures in the mud.

In addition to these specimens from Fröjel, I also obtained numerous others from a small quantity of decomposed shale from the neighbourhood of Wisby, which Prof. LINDSTRÖM very kindly gave me. This I carefully prepared by washing and sifting, and then examined with a strong lens. To my great satisfaction this material proved exceedingly rich in these small jaws, there was a great variety of forms, and they are preserved in such perfect condition, that their characters can be as readily studied as those of recent annelids.

In appearance the fossil annelid jaws from Gotland resemble, in every respect, those from the corresponding strata in North America and England; they are of a blackish tint, and the surface is smooth and polished. I have not been able definitely to determine the present chemical constitution of these small bodies, but it appears to consist of mineral components, in which carbonate of lime is absent, for nitric acid produces no effect on them. It is not improbable that the original chitin has been, in part at least, replaced by carbonaceous material.

These jaws are now scattered irregularly throughout the rock, entirely detached from each other; in no single instance have I discovered the different plates which constitute the jaw-apparatus of the animal in their natural relative positions, although this occurs in the case of the fossil Jurassic annelids from Solenhofen which have been described by Prof. EHLERS [Paleontographica Bd. 17 p. 145.] But though thus detached, these fossils give no indication of having suffered from abrasion and transport, and it seems to me that the disturbance in position which they have undergone may not improbably be attributed to the small ostracoda abounding in the same beds, which, by preying upon the soft parts of the annelid after its death, and thus consuming the muscles which held the jaws in position, rendered them liable to be separated from each other by the slightest movement of the water.

It is a curious circumstance that out of hundreds of examples of these detached jaws, I have not been able to detect a single specimen, which, from its form, can be referred to the so termed *under* jaws in the existing representatives of the order. And yet if we may judge from the close resemblance of many of the fossil forms to constituent portions of the *upper* jaw in the living forms, there seems good reason for supposing that the Silurian annelids also possessed the equivalent under, as well as the upper jaw plates. In existing species, the plates of the under jaw are frequently of a more calcareous composition than those of the upper, and thus would naturally have been supposed more likely to have been preserved than the mostly chitinous upper jaws; and such is really the case in those examples of annelids from Solenhofen, as stated by EHLERS [Palæontogr. Bd. 17 p. 149] who remarks that »The under-jaw and its cutting piece are always best preserved, probably because these contain deposits of calcite»; whilst the chitinous upper jaws in the same specimens have disappeared in the fossilization, and are only known by the impressions which have remained. In the Silurian strata on the other hand, a somewhat reverse process appears to have taken place, for the chitinous *upper* jaw plates have been perfectly preserved, whilst there are no traces of the *under* jaws. It is true that the under jaws are frequently smaller, and also from their lighter tint, would be less conspicuous than the plates of the upper jaws, and consequently more liable to escape notice; but from the very close scrutiny which I bestowed on the material in which the upper jaws were so numerous, it is very improbable that any of the under jaws could have been present in it without being detected. Further, a similarly conspicuous absence of the under jaw plates also ocurred in the specimens from the English and Canadian Silurian, for amongst these, there was but a single form *Arabellites quadratus,* HINDE [Quart. Jour. Geol. Soc. Vol. 35 pl. 19 f. 14] which I referred to a portion of the under jaw, and this differs so much from the normal forms of the under jaws in existing annelids, and has, moreover, the same dark chitinous appearances characterizing the distinctive upper jaw plates, that I am now disposed to doubt the correctness of my former reference of it to an under jaw plate.

A glance at the forms represented on the plates will at once show how greatly these Gotland annelid remains resemble those from the Silurian and Devonian strata of North America and England, which I have described and figured in the Quarterly Journal of the Geological Society for 1879 and 1880. The majority of the specimens can be placed in the same species; others differ in small details of structure, whilst there are a few distinctive forms, which appear here for the first time. On the whole the Gotland examples are decidedly smaller than those from England and America. The largest specimen which I have discovered is scarcely 2 mm. in length, whilst the smallest jaw plates do not exceed 0,3 mm. On comparing the figures accompanying this paper, with those of my previous papers, it will be necessary to take into account the much larger scale to which the former have been drawn, for in order to convey a just idea of the relative dimensions, and to allow of adequate representation of the smaller forms, I have delineated them all on the same scale of 28 diameters. The Silurian Annelids, if one may judge from a comparison of their jaw plates with those of existing Errantia, would not have been more than 7 to 10 cm. in length, and thus perhaps of nearly corresponding dimensions, or, if anything, rather smaller, than the majority of the existing commoner forms of the order.

The freedom from the matrix, and the perfect preservation of these Gotland examples afford greater facilities for making a comparison with the jaw apparatus of existing annelids than could have been obtained from the American and English specimens, which had, as a rule, but one surface exposed. The Gotland examples exhibit both the upper and under surfaces, so that it is possible to ascertain the characters of both in the same specimen.

Scarcely a doubt can be entertained that these various fossil jaw plates, with one or two exceptions, belonged to Annelids whose nearest representatives in the existing seas are comprised in the family of the Eunicea. Such is the opinion which Prof. Ehlers, the principal authority on living Annelids, has communicated to me after an examination of some of the Gotland specimens which I submitted to him. This family of the Nereidea, as is well known, is distinguished from the other allied families of the order by the possession of a jaw armature consisting of several distinct chitinous

toothed plates of different forms and sizes, attached to the jaw-sac in close proximity to each other. Prof. EHLERS, in his exhaustive monograph on the »Borstenwürmer», has divided this family into two principal groups, in one of which, the *Eunicea labidognatha*, the separate plates in the half of each upper jaw are very unequally formed, and so placed with regard to each other, that in the resting position, the smaller pieces are arranged in a semicircle round the larger; whilst in the other group, the *Eunicea prionognatha*, the exsertile jaw-plates in the half of each upper jaw are more or less similar and arranged in a row behind each other. To some of the principal jaw plates in existing annelids, distinctive names have been assigned by EHLERS and CLAPARÈDE, but at present, so far as I am aware, no equivalent English terms for these organs have been used, and I propose therefore to employ the following corresponding terms; (1) Supports = *Träger*, EHLERS; *Support*, CLAPARÈDE. (2) Pincers = *Zange* EHLERS; *Pince*, CLAP. (3) Large dental plate = *Zahnstücke*, EHLERS; *Pièce dentaire*, CLAP. (4) Paragnaths = *Säge-platten* EHLERS: *Paragnathes*, CLAP.

The resemblance of many of the fossil specimens to these distinctive jaw plates is so clear, that there is no difficulty in determining their relative positions in the jaw apparatus, but at the same time it is quite impracticable to determine, with any reasonable approximation, the particular detached plates which were associated together to complete the jaws of the fossil annelid. This difficulty is at once manifest if an attempt is made for example, to reconstruct from these detached fossil jaw plates, the jaw armature of an annelid resembling the existing genus *Eunice*. We find that there are several of the fossil plates closely resembling the large dental plate and also the paragnaths of the upper jaw, but the halves of the under jaw are wanting, and there are no fossil jaws to correspond closely to the supports and the pincers of the upper jaw, which are present in an existing *Eunice*. It is possible that these missing pieces may have been originally present, though they have not yet been discovered, but considering the numbers of the other plates which are present, the absence of these particular portions renders it very uncertain whether the jaw apparatus of these Silurian annelids was composed of as many plates as that of the existing genera to which they appear nearest allied. Until some complete forms

are discovered, showing the constituent plates of the jaw-armature in their relative positions, which, judging from my own experience, seems at present unlikely, we shall have to be content with a description of these detached jaw plates based upon their nearest resemblances to those of existing forms. The references to the genera will have to be regarded as merely provisional, until further discoveries allow a more correct classification to be adopted. Notwithstanding this hindrance to a satisfactory arrangement, the number and variety of these fossil jaws plainly indicate that this family of Annelids had attained to as great a development in the Silurian period, as in the present time, and although their remains have been so rarely discovered in the periods intervening between the Silurian and the present, the resemblance of these microscopic fossils to the chitinous jaws of recent forms is sufficiently clear to establish a genetic relationship between them.

Annelida Polychæta.

Genus EUNICITES, Ehlers.

Eunicites simplex, Hinde. Pl. 1 f. 1—4.

1879. *Eunicites simplex*, Hinde. Quart. Jour. Geol. Soc. Vol. 35 p. 376. Pl. 19 f. 2.

These jaws have the form of simple elongated hooks, with rounded or obtuse basal ends, they gradually curve forwards and the extremities are blunted. There is a large, somewhat oval aperture at the proximal end for the insertion of the muscle; the jaw appears to be hollow quite to the point. In size these jaws vary between 0,51 and 1,44 mm. in length, and 0,1 and 0,3 mm. in width. Examples similar to these are present in the Canadian Silurian and the Carboniferous of Scotland. In general form these jaws approach closest to the pincers (Zange) of the existing genus *Eunice;* but they differ therefrom in the absence of an articulating surface at the proximal end, by which the pincers in the existing forms are connected with the supports. The specimens are not uncommon. I have only found them in material from Wisby.

Eunicites, sp. Pl. 1 fig. 5.

Small compressed spatula shaped bodies with rounded, somewhat inflated front margins, the proximal end hollow,

somewhat narrower than in front. The central portion in front is depressed. Length 0,67 mm.. width 0,18 mm. All the specimens are incomplete at the distal ends. The only portions of the jaw apparatus to which these small bodies can with any probability be referred are the Supports (Träger). They are comparatively abundant and very uniform in size.

Locality. Wisby; Fröjel.

Eunicites cristatus, HINDE. var. Pl. 1 fig. 6.

1879. *Arabellites cristatus*, HINDE. Quart. Jour. Geol. Soc. Vol. 35 p. 378. Pl. 19 f. 7.

Jaw consisting of a compressed, rudely triangular, hollow plate with a short obliquely extended shank, the upper or free surface is slightly concave; the free margin is furnished whith a series of about 12 rounded denticles of which the first is usually smaller than those immediately succeeding. Length 1,06, width 0,83 mm. In general form the examples resemble the Canadian species, but the denticles are relatively shorter. In my description of the Canadian examples I placed them under *Arabellites;* but a further study of existing species of *Arabella* and *Eunice* induces me to regard these and similar forms, in which the primary denticle of the jaw is not developed into a prominent hook, as more closely resembling the large dental plates (Zahnstücke) of *Eunice*, than of Arabella. All the examples met with belong to the right half of the jaw-sac.

Locality. Fröjel.

Eunicites hebes, n. Pl. 1 figs. 7, 8, 9.

Jaw plates elongate, slightly concave on the upper surface, widest at the anterior margin which is slightly incurved. straight or rounded and is extended to form a short blunted shank: the posterior extremity is obtusely rounded; the free edge carries a series of 13 to 15 rounded blunted denticles, which project but slightly from the border of the plate. Variable in size, a fairly large example is 0,96 mm. long by 0,54 wide; whilst a small example is only 0,4 by 0,24 mm. Figs. 7 and 8 are large dental plates of the left side, whilst fig. 9 belongs to the right side of the jaw-sac.

Locality. Wisby.

Eunicites contractus, n. Pl. 1. fig. 10.

Jaw plate somewhat crescentiform, with a slightly concave upper surface, the anterior margin slightly rounded and extended to a small pointed shank; the outer lateral margin curved in front, and then nearly straight to the blunted posterior extremity; the free margin is curved and is furnished with a series of 8 to 10 triangular blunted denticles, very irregular in size, the fourth in the series being the largest. Length 1,23, width 0,81 mm. This jaw is distinctly characterized from the preceding large dental plates by its relative shortness and more prominent denticles. Rare.

Locality. Fröjel.

Eunicites serrula, HINDE. Pl. 1, figs. 11, 12.

1880. *Staurocephalites serrula,* HINDE. Quart. Jour. Geol. Soc. Vol. 36 p. 376. Pl. 14, figs. 18—20.

Jaw plates oblong, flat or having the oblique anterior margin slightly incurved, widest in front and gradually diminishing towards the posterior end which is blunted or slightly truncate. The lateral margins usually straight; the free margin carries a regular series of triangular pointed denticles, 11 to 17 in number. A fairly large example is 1 mm., in length, and 0,35 mm. in width. Though generally smaller in size, the specimens correspond closely in form with the examples from the English Wenlock, which, in my former paper, I erroneously included in the genus *Staurocephalites;* I now regard them as more probably unpaired dental plates of Eunicites. They are fairly abundant.

Locality. Wisby and Fröjel.

Eunicites coronatus, HINDE. Plate 1, fig. 13.

1679. *Eunicites coronatus,* HINDE. Quart. J. G. Soc. Vol. 35 p. 381. Pl. 20, fig. 9.

Jaw semilunar in outline, consisting of a hollow arched plate, with a wide, open base next the jaw-sac, on the summit of the plate is a strong curved ridge, carrying a series of about 11 rounded blunted denticles. Length of fairly large example 1,36 mm., breadth 0,58 mm. The resemblance of these jaw plates to the paragnaths of the existing genus *Eunicea* is so close, that there is every probability they occupied a similar position in the jaw armature of the palæozoic forms.

The Gotland examples correspond closely with those from the Clinton series of Canada, and also with those from the Wenlock series of the West of England. The forms are abundant.

Locality. Wisby.

Eunicites coronatus, varieties a, b. c. Pl. 1, figs. 14, 15, 16.

Besides the very regularly formed examples of *E. coronatus*, there are other jaw plates evidently of the same character but differing in detail. It is just possible that they may be paragnaths of distinct species of Eunicites, but for the present I prefer to regard them as varietal forms of *E. coronatus.*

Var. a fig. 14. This form is less strongly arched, the greatest breadth is nearer one end, and the opposite end is more prolonged, than in *E. coronatus.* The primary denticle is missing, the three following are relatively large, triangular and blunt; these are succeeded by a series, 6 to 8 in number, of minute rounded denticles. Length 0,76; width 0,54 mm. This variety, in some respects, resembles the *Eunicites chiromorphus*, H. from the Clinton series of Canada.

Var. b. fig. 15. Jaw plate slightly arched, the basal portion somewhat prolonged and contracted; the ridge nearly straight and furnished with about 10 triangular blunted denticles of different sizes. Length of crest 1; width of plate 0,83 mm.

Var. c. fig. 16. Jaw plate triangular, slightly arched, the base is extended into a curved shank, the crest has a regular series of triangular denticles 7 in number. Length of crest 0,58 mm., width 0,67 mm.

The above varieties are all rare forms.

Locality. Wisby and Fröjel.

Eunicites pusillus, n. Plate 1, figs. 17—20.

Jaw plates diminutive, hollow and arched; triangular in outline and carrying 7 to 10 denticles on the free margins. In one form (fig. 18) the plate is strongly arched and there is a conical projecting denticle at each end of the toothed crest. These jaw plates are evidently paragnaths and differ from *E. coronatus*, principally in their smaller proportions and contracted bases. The length and breadth are about

equal, and vary in different specimens between 0,2 and 0,5 mm. The forms are rare.

Locality. Wisby and Fröjel.

Genus ŒNONITES, Hinde.

Œnonites aspersus, Hinde. Pl. 1, figs. 21, 22, 22a.

1880. *Oenonites aspersus*, Hinde. Quart. Jour. Geol. Soc. Vol. 36 p. 373. Pl. 14 figs. 7, 8.

The jaw plate is rudely oblong, flat or slightly concave on the free surface, with a prominent conical tooth in front, which is more or less oblique to the plane of the jaw plate. The posterior extremity is obliquely truncate with a spoon-shaped central depression and a small lateral flange. The outer lateral margin is curved in front and then becomes nearly straight. The inner or free lateral margin is nearly straight, and its edge carries a closely set series of minute pointed crenulations, occasionally the anterior two or three are somewhat larger than the rest of the series. The under surface is convex and there is an elongated aperture near the posterior end for the insertion of the muscle. The jaw appears to be completely hollow quite to the base of the front tooth. A large specimen is 1,84 by 0,54 mm. and the smaller examples are about half the dimensions of the larger. The specimens are numerous, and they closely correspond with the forms from the English Wenlock and Ludlow beds, but in these latter, the posterior flange appears to have been broken off.

Locality. Wisby and Fröjel.

Œnonites major, Hinde. Plate 1, figs. 23, 24.

1879. *Eunicites major,* Hinde. Quart. Jour. Geol. Soc. Vol. 35 p. 374. Pl. 18 f. 1.

Jaw oblong to triangular in outline, widest in the central portion; tho upper or free surface concave, the anterior extremity incurved and terminating with a prominent curved hook, the posterior extremity obtuse, the outer lateral margin somewhat inflated, curved anteriorly; a slight jutting out elbow in the centre from which the margin extends nearly straight to the posterior end. The free lateral margin is nearly straight, and is provided with a series of stout triangular denticles,

directed backwards; the anterior denticles are frequently blunted by wear. The under surface of the jaw exhibits a deep angular cavity extending from the posterior end to about two-thirds of its length; the front portion is arched over. The examples are abundant. A large specimen is 2 mm. in length; an average specimen measures 1,3 by 0,47 mm. This jaw is similar to forms from the Cincinnati series of Toronto, and the English Wenlock, which, judging from the under surface of the specimens, I had placed under *Eunicites*, but these perfectly free Gotland specimens appear to resemble closer the jaws of the existing Oenone.

Locality. Wisby.

Œnonites naviformis, Hinde. Pl. 2, figs. 25—30.

1880. *Oenonites naviformis,* Hinde. Quart. Jour. Geol. Soc. Vol. 36 p. 372. Pl. 14 f. 3.

Jaw oblong or somewhat triangular in outline, depressed in the centre; the anterior margin slightly incurved and terminating in a prominent, pointed, conical tooth, which is more or less oblique to the jaw-plate; the front part of the outer lateral margin is rounded, in the centre is a small blunted process and then the margin tapers to the obtuse or truncate posterior extremity. The inner or free lateral margin is straight or slightly arched, and carries a series of small denticles, 10 to 13 in number. The under surface of the jaw is similar to that of *Oe. major*, and has a deep furrow extending for two-thirds of its length, whilst the front portion is arched over. The forms are all minute and vary between 0,47 and 0,76 mm. in length and about 0,2 mm. in width.

Locality. Wisby.

Œnonites curvidens, Hinde. Plate 2, figs. 31, 32.

1879. *Oenonites curvidens*, Hinde. Quart. Jour. Geol. Soc. Vol. 35 p. 376. Pl. 18 f. 7.

Jaw triangular in outline; upper surface slightly concave, the anterior margin incurved and with a sharply pointed conical tooth oblique to the jaw plate. The outer lateral margin is curved in front; in the central portion is an inflated, obliquely directed, process; posterior to this the margin has an open curve, and then becomes nearly straight to the obtuse extremity of the jaw. The free lateral margin is nearly straight and carries about 14 conical denticles. Length 0,8; width

0,29 mm. This form differs from the preceding mainly in the more prominent lateral projection and the tapering of the posterior end of the plate. The Gotland examples are all smaller than the type form from the Cincinnati series at Toronto.

Locality. Wisby.

Œnonites parvulus, n. Plate 2, fig. 33.

Jaw elongate; narrow, compressed, the anterior margin has a pointed conical tooth nearly in the same plane with the jaw-plate; the outer lateral margin is sligthly curved, the inner or free margin is straight and has about 14 denticles. The posterior end is obtuse. The under surface next the jaw-sac has a long open furrow. Length 0,49; width 0,1 mm A rare form.

Locality. Wisby.

Œnonites radula, n. Plate 2, figs. 34, 34 a.

Jaw plate triangular in outline, the upper surface slightly concave, the upper portion of the outer margin is curved and extends forwards in a conical pointed tooth, which is bent inwards. The centre of the outer margin is acutely pointed, from this to the pointed extremity the margin is straight. The free margin is nearly straight, and has a series of 12 to 14 minute conical denticles. The under surface has a deep open hollow extending for nearly two-thirds of its length. An average specimen is 0,81 mm. long, and 0,38 wide. The triangular form of the plate readily distinguishes this from any of the preceding forms. The examples are not uncommon.

Variety cristula. Plate 2, fig. 35.

This differs from the preceding in possessing a projecting flange in the lower half of the jaw and the denticles spring from the edge of a low vertical crest. Its proportions are similar to the preceding.

Locality. Wisby and Fröjel.

Œnonites securis, n. Plate 2, fig. 36.

Jaw plate roughly triangular in outline, the upper surface is nearly plane, the front portion is curved and continued into an upward projecting shank; the anterior tooth curved; the free margin has a series of 10 to 14 minute conical denticles; at the posterior extremity it is slightly curved

and has a smooth edge. Length of toothed edge 0,63 mm.; breadth 0,45 mm. Rare.

Variety: basalis. Pl. 2, fig. 37. In this form the shank is widely expanded, there is also a slight flange in front of the denticles and these are carried on a low vertical crest. There are also some examples with the dentated crest and flange and with the shank narrow, similar to that of fig. 36.

Locality. Wisby.

Œnonites? spiniger, n. Plate 2, figs. 38—41, 41 a.

Small triangular plates, with straight or slightly curved free margins, furnished with from 5 to 9 conical denticles. A robust spine springs from the lower portion of the plate and projects obliquely outwards. Both right and left plates are present. The length of the toothed margin varies between 0,38 and 0,54 mm. and the width of the plate between 0,3 and 0,45 mm. The examples are rare. This form of jaw is very distinct from any other of these fossils, nor have I met with any recent annelid jaws with which it can be compared; consequently I have placed it only provisionally under Oenonites.

Locality. Wisby.

Genus ARABELLITES, Hinde.

Arabellites hamatus, Hinde. Pl. 2, figs. 42, 43, 44.

1879. *Arabellites hamatus,* Hinde. Quart. Jour. Geol. Soc. Vol. 35, p. 377. Pl. 18, f. 12.

The main portion of the jaw plate is oblong and prolonged forwards into a robust curved hook which is directed obliquely inwards. The posterior extremity is obliquely truncate with a knob-like elevation near the outer edge and in front of this is a spoon-shaped depression; the margin is smooth and rounded, and appears to have rested on the upper surface of the underlying 'Supports'. In some examples there is a slight flange in front of the denticles. The outer lateral margin is gently curved, smooth and slightly inflated. The free lateral surface is nearly straight and is furnished with from 10 to 13 minute conical denticles, at its proximal end the edge is smooth. The under surface has an obliquely ovate aperture near its posterior end; the jaw is hollow quite

to the anterior hook, but the cavity is inclosed by a flattened convex plate. The specimens vary between 0,7 and 1,1 mm. in length, and from 0,2 to 0,3 mm. in width. They vary slightly from the typical example of the species from the Cincinnati series of Canada, but the variations are not greater than those which are present in some of the Canadian specimens. There can be no doubt of the similarity of these jaws to the »pincers» in the existing *Arabella.* The jaws which were figured in the unpublished plate of silurian fossils, by Prof. ANGELIN (figs. 20 to 23) appear to belong to this species. The examples are somewhat rare.

Locality. Wisby and Fröjel.

Arabellites fastigiatus, n. Pl. 2, fig. 45.

This jaw is in outline similar to the preceding; but it possesses a strong ridge which extends from the posterior extremity across the plate, and is then continued forwards on the outer lateral margin quite to the end of the hook. In front of the ridge, and continuous with it, is a rounded furrow. The free margin has a series of 12 denticles, the anterior four are compressed, triangular and spring from the margin of the plate, the next following are on the edge of a small vertical ridge. The under surface is concave and open as far as the junction of the hook with the plate. Length 1,28 mm.; width 0.4 m. m. The form is rare; but both right and left jaws are present, and alike exhibit the distinctive feature of the longitudinal ridge and furrow.

Locality. Wisby.

Arabellites contractus, HINDE. Pl. 2, figs. 46, 46 a.

1880. *Arabellites spicatus, var. contractus,* HINDE. Quart. Jour. Geol. Soc. Vol. 36, p. 375. Pl. 14, f. 14, 15.

Jaw plate oblong, convex, widest in front and extended forwards into a stout hook which is obliquely curved inwards. The posterior margin obliquely truncate with a spoon shaped depression close to the dental ridge. The outer lateral margin gently curved and slightly inflated. There are about 10 recurved conical denticles on the edge of a slight ridge which is nearly vertical to the plate. The under surface exhibits in the lower half a wide open concavity, bordered by convex ridges; the front portion is arched over and convex. Total length 1,1; width 0,57 mm. The specimens very closely re-

semble the type forms from the English Wenlock. It is somewhat rare and all the specimens which I have met with are left forms.

Locality. Wisby.

Arabellites spicatus, HINDE. Plate 2, figs. 47—49.

1880. *Arabellites spicatus,* HINDE. Quart. Journ. Geol. Soc. Vol. 36 p. 374. Pl. 14 f. 13.

Jaw plate sub-rhomboidal, longitudinally concave and extended forwards into a stout obliquely curved hook; the exterior lateral margin is elevated and thickened; the posterior margin incurved; on the free margin is a thickened ridge extending backwards beyond the main portion of the plate, and supporting on its edge a series of 10 stout conical recurved denticles, which are nearly at right angles with the plate. The under surface of the plate is hollow and open as far as the commencement of the hook. A large specimen is 1,3 mm. by 0,57 wide, whilst a small one measures 0,6 by 0,36 mm. in width. It is a rare form; I have only found specimens belonging to the right side of the jaw apparatus. In the Gotland examples, the spur which projects from the posterior margin of the Wenlock shale forms is not developed, but in other respects the similarity to the typical forms is very close. This jaw appears to represent the »pincers», though there is no indication of any attachment to supports below, as in the normal types of the existing genus Arabella.

Locality. Wisby.

Arabellites anglicus, HINDE. Plate 2 figs. 50, 50a, 51.

1880. *Arabellites anglicus,* HINDE. Quart. Jour. Geol. Soc. Vol. 36 p. 275 Pl. 14 fig. 17,

Jaw plate elongated, the upper surface longitudinally concave; the front margin curves inwards and terminates in a stout curved hook which is oblique to the plate. There is a stout, blunted shank which projects obliquely downwards and outwards, below this the lateral margin curves to the truncated posterior extremity. The free margin immediately below the hook is deeply curved and minutely crenulated, it then becomes sligthly arched and carries a series of 8 stout conical denticles. The under surface has an elongated curved aperture near the posterior end; in front of this the under

surface is convex. The length in different examples varies between 0,81 mm. and 1,3 mm., and the width between 0,45 and 0,67. The examples are abundant, but they are all left forms. These jaws appear to correspond with the large dental plate (Zahnstücke) of the existing genus Arabella. The similarity is very close to the type specimens from the English Wenlock and Ludlow.

Locality. Wisby and Fröjel.

Arabellites arcuatus, Hinde. Plate 2 figs. 52, 52a.

1879. *Arabellites similis var. arcuatus.* Hinde. Quart. Jour. Geol. Soc. Vol. 35 p. 385. Pl. 20 fig. 20.

Jaw crescentiform, the upper surface slightly concave; an oblique pointed shank extends to below the middle of the plate; the lower portion of the exterior lateral margin is slightly curved and with a linear ridge, the front portion of the free lateral margin is arched inwards; there is a single prominent conical tooth which is preceded by two minute denticles and followed by a series of 8 to 10 conical pointed recurved ones. The under surface has an elongated curved aperture similar to that of the preceding form, in front of this, the surface is convex. Length 0,58 mm. by 0,29 mm. in width. This form is very rare; it agrees closely with the type, from the Devonian of Canada, but it is much smaller.

Locality. Wisby.

Arabellites angustus, n. Plate 2 fig. 53.

Jaw narrow, elongate; the upper surface nearly flat; the anterior margin thickened, incurved, and prolonged downwards into a short blunted shank; below this, the margin is curved to the obtuse posterior extremity. In front is a stout conical tooth, succeeded by two minute denticles, then follows a second prominent tooth, below which, to the posterior extremity the slightly curved margin has 10 closely set minute conical denticles. The under surface has a narrow aperture extending from the lower end as far as the shank. Length 0,63 mm., width 0,31 mm. This jaw is of the same character as the preceding, but it is much narrower, and the shank is shorter.

Locality. Wisby.

Arabellites concinnus, n, Pl. 3, fig. 54.

Jaw triangular in outline, concave in the central portion; the front margin is thickened and extended obliquely downwards into a short curved shank, below this the lateral margin is gently curved. The free lateral margin is arched and has the edge curved over below; it carries a series of 12 conical pointed recurved denticles, the three anterior of these are in the same plane as the plate; those following on the curved edge are at right angles to it. The under surface is hollow nearly the entire length of the jaw. Length 0,63 mm. width 0,29 mm. It is a rare form, and differs from the preceding principally in the character and position of the denticles.

Locality. Wisby.

Arabellites ferox, n. Pl. 3, figs. 55, 55a.

Compare *Arabellites crenulatus.* HINDE. Quart. Jour. Geol. Soc. Vol. 35 p. 379. Pl. 19, fig. 9.

Jaw plate triangular with a stout, nearly straight shank projecting at right angles from the anterior margin. The end of this shank, in perfect examples, has a slight incurved process. The outer lateral margin is nearly straight, on the free margin are five very prominent claw-shaped denticles, between which are similar smaller ones. The under surface of the plate is hollow. Length along the free margin 0,65 mm.; width to the end of the shank 0,6 mm. This jaw is of the same character as *A. crenulatus* from the Cincinnati series of Toronto, and differs therefrom mainly in the form and position of the denticles.

There are other jaws evidently of the same character as the above, but differing in detail sufficiently to be regarded as varieties. It seems probable that these minute forms correspond to the smaller dental plates (Säge-platten) of the existing genus Arabella.

var. a. Pl. 3, fig. 56. In this form the shank is conical and slightly curved; the anterior tooth is relatively very long, straight, conical and pointed, there is a minute denticle in front and four behind it, the lower part of the jaw plate is wanting.

var. b. Pl. 3, fig. 57. In this variety the shank is short and slightly curved inwards, the free margin is slightly arched and carries 7 conical, pointed, slightly curved denticles. The length and breadth nearly equal, about 0,33 mm.. This variety

resembles somewhat *A. obtusus* from the Wenlock shales (Q. Jour. Geol. Soc. Vol, 36. Pl. 14, fig. 16) but differs in the form of the denticles.

var. c. Pl. 3, fig. 58. The jaw plate triangular, with a nearly flat upper surface; the shank is small and incurved. The free margin has three blunted denticles, followed, after a short interval, by 7 very minute ones. Length 0,45 mm.; width 0,31 mm.

Locality. Wisby.

Arabellites uncinatus, n. Plate 3, figs. 59—63.

Jaws consisting of a stout, simple, conical or compressed, straight or curved hook, with an elongated, narrow, hollow base, at right angles to the direction of the hook. The hook itself is hollow, and continuous with the cavity inclosed by the base. The base is only extended in the direction towards which the hook is curved. In one specimen (fig. 63) there is a small projecting spur extending below the hook. The hook itself varies in length between 0,24 and 0,7 mm., whilst the base in the different specimens is generally a little longer than the hook; in one specimen however it is half as long again, and measures 1 mm. The examples are numerous.

This jaw resembles in form, though relatively much larger, the distal jaw in the mouth armature of *Arabella (Oenone) maculata*, EDWARDS sp.; a similar form also occurs in existing species of Oenone and allied genera. In the jaw apparatus of *Halla parthenopeia*, DELLE CH. (of which a specimen has been kindly presented to me by Prof. EHLERS) the terminal jaw of the series consists of a simple hook (with but a slightly extended base), similar to these fossil forms.

Locality. Wisby.

Genus LUMBRICONEREITES EHLERS.

Lumbriconereites obliquus, EICHWALD sp. Pl. 3, figs. 64—67.

1854. *Sphagodus* obliquus, EICHWALD. Bull. de la Soc. Imp. d. Nat. de Moscou p. 110, Taf. 2 f. 10.

1856. *Aulacodus obliquus,* PANDER. Monog. d. foss. Fische d. Sil. Sys. d. Russ. Balt. Gouv. p. 72, Taf. 4 f. 16 a, b, c, d.

1879. *Eunicites contortus,* HINDE. Quart. Jour. Geol. Soc. Vol. 35 p. 375. Pl. 18, fig. 4.

1879. *Eunicites clintonensis.* HINDE. Ib. p. 381. Pl. 19, f. 21.

1880. *Lumbriconereites basalis,* HINDE. Ib. Vol. 36, p. 376.

Jaws triangular in outline, consisting of a basal flange with an oblique ridge, on the summit of which are the denticles. The right and left jaw plates differ from each other. In the left forms, the oblique tooth-bearing ridge springs from the outer lateral margin of the basal plate, which is only exposed on the inner side of the ridge. This basal plate is concave immediately beneath the oblique ridge, and has a stout upward projecting shank in the middle of its length, and below this, the plate rapidly contracts to the posterior end. The oblique dental ridge is curved in front and then becomes nearly straight, it has a series of 15 to 18 denticles, of which the anterior two or three are more prominent and curve inwards, those following are rounded or conical and directed backwards. The anterior denticles are frequently worn down so that they appear as mere hollow stumps.

In the right jaw plate the basal flange is wider, nearly flat, and extends on both sides of the toothed ridge. The central portion of the inner margin has a thickened prominence which, however, does not project into a shank as in the left jaw plate. The dental ridge is nearly vertical to the basal flange, and extends longitudinally down it. The character and number of the denticles correspond with those of the left jaw plate. The under surface of both right and left jaws has the anterior portion arched over and gently convex, below this to the posterior extremity the jaw is hollow, and open, so that even the hollow bases of the denticles can be distinguished. In the left jaw plate the under surface of the shank also exhibits a concavity. These jaws are from 1,7 to 2,1 mm. in length, and about 0,7 mm. in extreme width. They are very abundant.

Though these right and left jaws occur quite detached from each other, I regard them as belonging to the same species from the fact of their correspondence in dimensions and in the character of the denticles whilst the differences in the form of the basal flange and the position on it of the dental ridge, are limited to the right and left forms respectively. The perfect preservation of these Gotland specimens has enabled me to determine, that in some of the Canadian forms but partially exposed on the rock surface, the toothed ridge was supported on a basal flange; whereas I had regarded it as the edge of the jaw plate itself, and thus placed these forms

under *Eunicites.* The resemblance of the figures given by PANDER of the *Sphagodus obliquus* of EICHWALD to the Gotland forms, when viewed in a certain position, leaves no doubt in my mind that the Gotland specimens are similar to this species, which was obtained from the Silurian strata of the Isle of Oesel, and referred somewhat doubtfully by PANDER to fish teeth. Some examples also from the English Wenlock which I placed under *Lumbriconereites basalis*, I now find properly to belong to this species, but the original type of *L. basalis* from the Clinton series of Canada is a much larger form and the size and position of its anterior tooth lead me to regard it as belonging to a different species.

Locality. Wisby and Fröjel.

Lumbriconereites perdentatus, HINDE. Pl. 3, figs. 68—71.

1879. *Eunicites perdentatus,* HINDE. Quart. Jour. Geol. Soc. Vol. 35 p. 375. Pl. 18. fig. 6.

Jaws minute elongate, in general form resembling the preceding species, but with a less development of the basal flange, which, in the right jaw plates, is limited to the lower half of the jaw. The dental ridge is slightly curved and has from 14 to 17 denticles, the anterior are larger, and, in some examples, acutely pointed; the following ones are conical and directed backwards. As a rule the jaws belonging to the right half are larger than those of the left half of the jaw apparatus. An average example is 0,65 mm. length by 0,25 mm. in width. The Gotland specimens are smaller than the type from the Cincinnati series of Toronto, but so far as I can determine from the Canadian forms, which are only partially exposed, they otherwise correspond. From the preceding species they differ in the character of the basal flange and in their much smaller dimensions.

Locality. Wisby.

Lumbriconereites spatiosus, n. Plate 3, figs. 72, 73, 73a.

Jaw subrhomboidal in outline, with a wide subquadrate, convex basal flange, which is exposed on both sides of the dental ridge. On the outer margin the flange projects upwards as a short spine, below this it runs nearly straight to the extreme posterior end of the jaw. The inner margin of the flange only extends for about two thirds of the length of the jaw, and is then obliquely truncate. The toothed ridge has

a slight curve both in front and at the lower end, it traverses the flange in a diagonal direction. There are from 14 to 17 denticles, the three anterior are larger, more rounded and blunter than those succeeding, which, in some specimens, are acutely pointed. The under surface exhibits a deep hollow, except in front where it is arched over. Both right and left jaws are present and the two halves differ very slightly from each other. An average example is 1 mm. in length and 0,56 mm. in width. The specimens are numerous.

Locality. Wisby.

Lumbriconereites falciformis, n. Pl. 3, figs. 74—77.

Under this term I include a small group of jaws which agree in possessing a curved or nearly straight toothed ridge, and a small straight or curved shank, which is either at right angles or oblique to the ridge. The under surface, except the shank, is usually hollow. It is probable that they are secondary dental plates (Säge-platten) of the jaw apparatus, and belong to more than one species.

Var. a, fig. 74. This form has a conical shank which projects, nearly at right angles, from the anterior of the toothed ridge. The ridge is slightly curved, triangular in section; on its crest are 8 to 10 denticles; the anterior ones are worn down and blunted, the following are conical, acute, and directed backwards. Length 0,85 mm.; breadth, to the end of the shank, 0,67. Rare.

Var. b, fig. 76. The shank is diminutive and curved, the toothed ridge curves completely over, there are about 13 denticles, those in front are minute and blunted, whilst those at the extremity are conical and projecting. Length 0,54; width 0,3 mm.

Var. c, fig. 77. The shank is elongated, rod-shaped, and at right angles to the triangular jaw plate; the toothed ridge is depressed; there are 9 denticles, the first two larger and more blunted than the following, which are conical and directed backwards. Length 0,38; width 0,31 mm.

Var. d, fig. 75. In this form the shank projects obliquely; the toothed ridge is gently curved and there is a series of rounded denticles on its crest, 10 to 14 in number. Length 0,51; width 0,225 mm.

Locality. All these varieties are from Wisby and they are very rare.

In the subjoined list of the forms herein described and figured, I have indicated by marks in the different columns, those forms which also occur in the Wenlock and Ludlow series of the West of England and in the Cincinnati, Clinton and Devonian strata of Canada. From this list it will be seen that of the 41 different forms from Gotland, there are 15 which also occur either in England or Canada. In the English Wenlock are 9 forms and in the Ludlow 2, which are common to Gotland. In the Cincinnati series of Canada, there are 6 forms which occur in Gotland, and two of these are also common to the English Wenlock. In the Clinton series of Canada are found 4 of the Gotland forms, whilst a single form is common to the Devonian of Canada. As a rule it may be stated that the jaws which are also present in England and Canada, are, with one or two exceptions, the most abundant forms in Gotland, whilst those which are limited to Gotland are of rare occurrence. From the examples figured, some idea may be formed of the abundance and variety of the errant annelids in the Silurian seas, particularly when it is remembered that these jaws have all been obtained from the surface of a few square metres of rock at Fröjel and from about a kilogramme of decomposed shale from Wisby.

		Gotland.	England.		Canada.		
		Silur'n.	Wen.k.	Ludlow.	Cincin.	Clinton.	Devon.
1	Eunicites simplex	×			×		
2	» sp	×					
3	» cristatus	×			×		
4	» hebes	×					
5	» contractus	×					
6	» serrula	×	×				
7	» coronatus	×	×			×	
8	» » var. a.	×					
9	» » var. b.	×					
10	» » var. c.	×					
11	» pusillus	×					
12	Oenonites aspersus	×	×	×			
13	» major	×	×		×	×	
14	» naviformis	×	×				
15	» curvidens	×			×		
16	» parvulus	×					
17	» radula	×					
18	» » var. cristula	×					
19	» securis	×					
20	» » var. basalis	×					
21	» ? spiniger	×					
22	Arabellites hamatus	×			×		
23	» fastigiatus	×					
24	» contractus	×	×				
25	» spicatus	×	×				
26	» anglicus	×	×	×			
27	» arcuatus	×					×
28	» angustus	×					
29	» concinnus	×					
30	» ferox	×					
31	» » var. a.	×					
32	» » var b.	×					
33	» » var c.	×					
34	» uncinatus	×					
35	Lumbriconereites obliquus	×	×		×	×	
36	» perdentatus	×				×	
37	» spatiosus	×					
38	» falciformis var. a.	×					
39	» » var. b.	×					
40	» » var. c.	×					
41	» » var. d.	×					

Explanation of the plates.

All the figures have been drawn by means of the Camera lucida and to the same scale of 28 diameters.

Plate I.

Fig. 1—4. Eunicites simplex, H. Pincers?
5. » sp. Support?
6. cristatus, H. Large dental plate of the right side.
7, 8. » hebes, H. Left form of large dental plate.
9. The same. Dental plate of the left side of jaw apparatus.
10. Eunicites contractus, H. Left dental plate.
11, 12. serrula, H. Unpaired dental plates.
13. coronatus. H. Paragnath.
14. var. a. Paragnath.
15. var. b. Paragnath.
16. » var. c. Paragnath.
17—20. » pusillus, H. Paragnath.
21. Oenonites aspersus, H. Jaw plate of the left side.
22. The same. »Right» jaw plate, upper surface.
22 a. The same. Under surface of the same, showing the aperture for the insertion of the muscle.
23. Œnonites major, H. »Left» jaw plate; upper surface.
24. The same. Under surface.

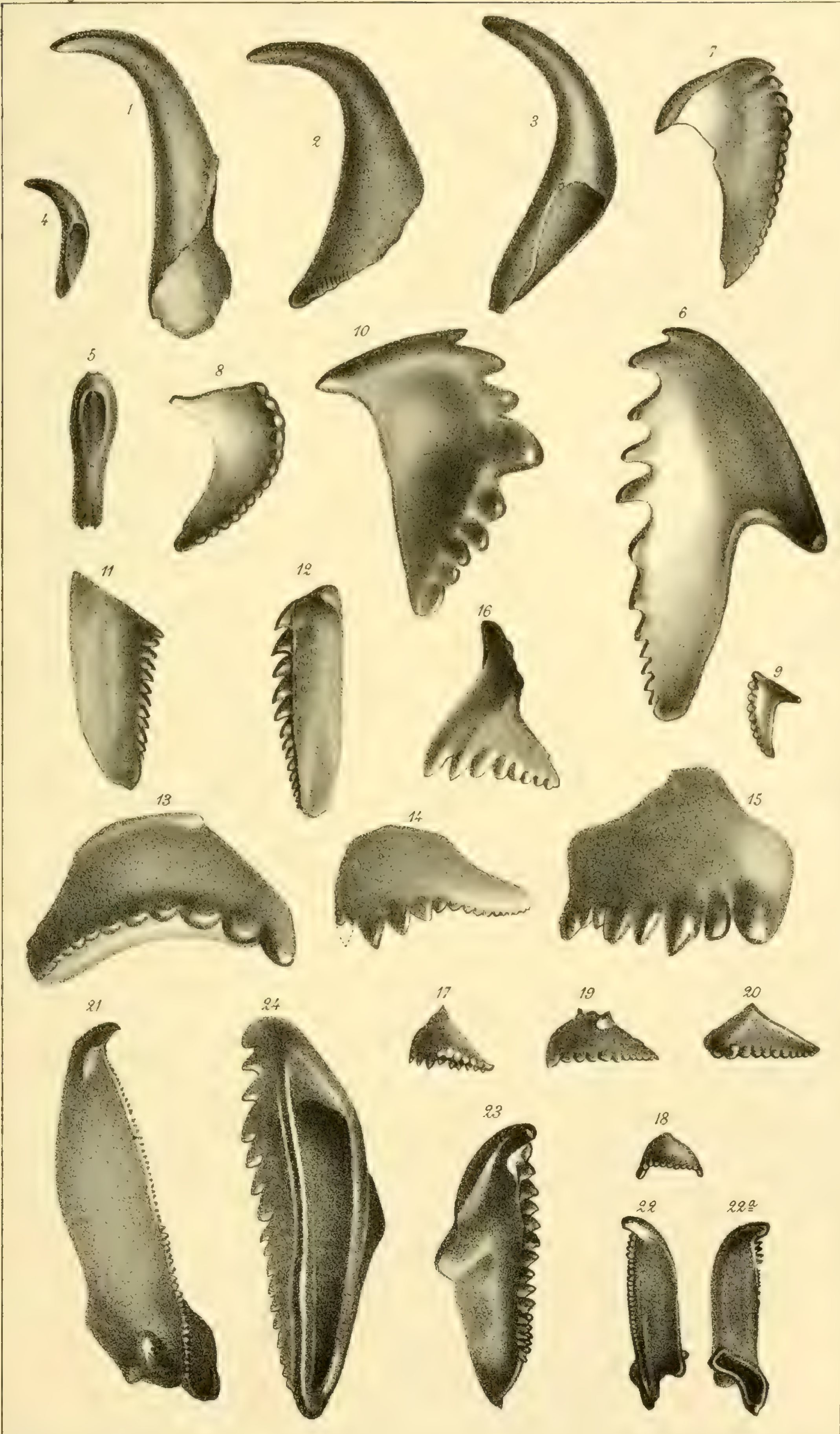
Plate II.

Fig. 25. Œnonites naviformis, H. Left jaw showing upper surface.
26. The same. Under surface.
27. The same. »Right» jaw; upper surface.
28. The same. Left jaw; upper surface.
29, 29 a. The same. Upper and under surfaces of the same specimen.
30. The same. Jaw of the left half; upper surface.
31, 32. Œnonites curvidens, H. Jaws of the right half of the jaw-apparatus; showing the upper surfaces.
33. Œnonites parvulus, H. »Right» jaw; upper surface.
34, 34 a. » radula. Upper and under surfaces.
35. » radula, var cristula. Upper surface.
36. » securis, H. Jaw plate of left side; upper surface.
37. » » var. basalis. »Left» jaw-plate; upper surface.
38—40. »? spiniger, H. Right and left forms, showing the upper surface.
41, 41 a. The same. Upper and under surface of the same specimen.
42. Arabellites hamatus, H. Pincer of the left side. upper surface.

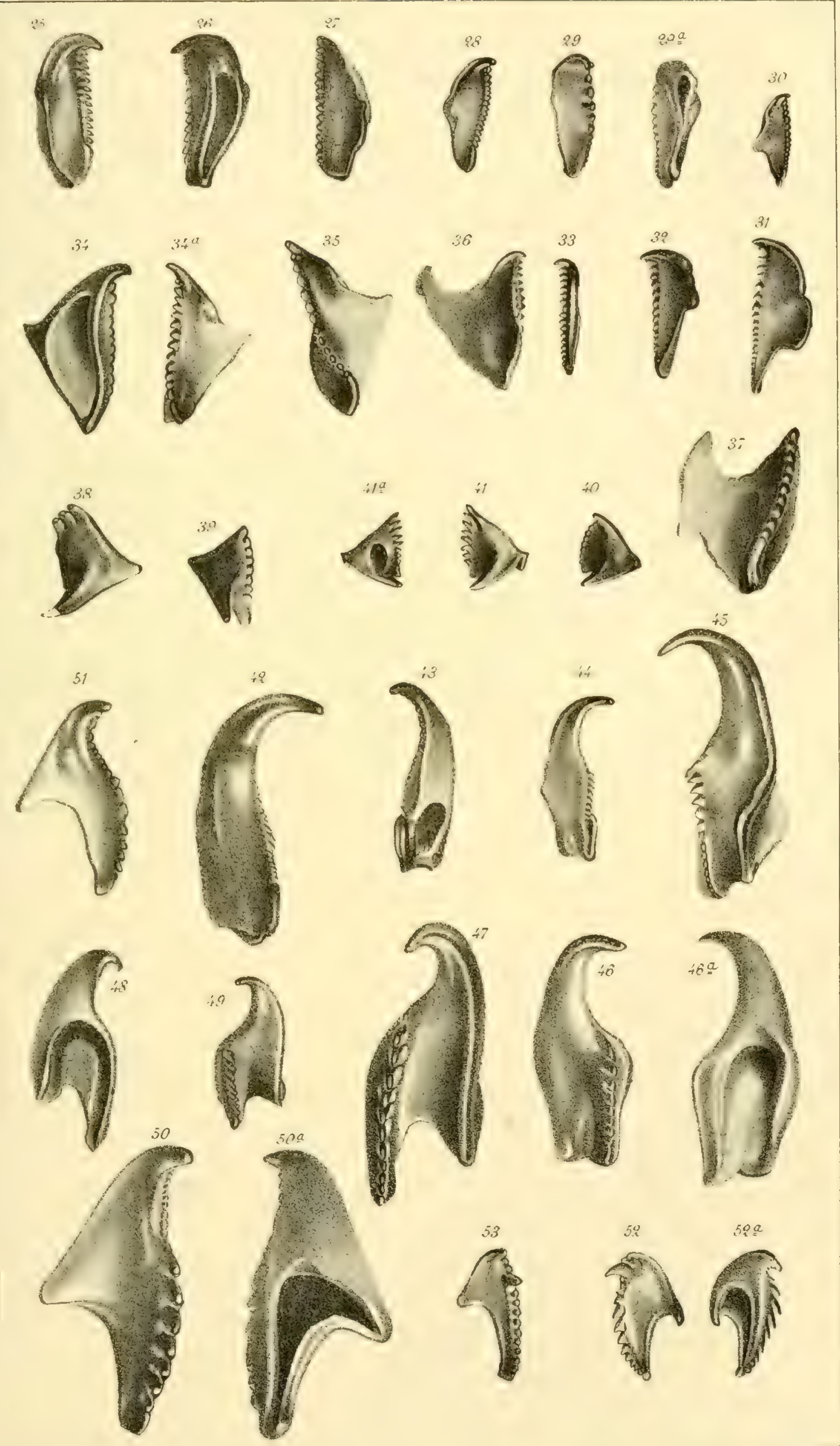
Fig. 43. The same. Under surface, showing the aperture for the insertion of the muscle.
44. The same. Pincer of the left side; upper surface.
45. Arabellites fastigiatus, H. Pincer of the right side.
46. Arabellites contractus, H. Pincer of the left side, upper surface.
46 a. The same. Under surface.
47. Arabellites spicatus, H. Pincer of the right side, upper surface.
48. The same. Under surface.
49. The same. Upper surface.
50. Arabellites anglicus, H. Large dental plate of the left side; upper surface.
50 a. The same. Under surface.
51. The same. Large dental plate of the left side; upper surface.
52. Arabellites arcuatus, H. Dental plate of the right side; upper surface.
52 a. The same. Under surface.
53. Arabellites angustus, H. Secondary dental plate of the left side; upper surface.

Plate III.

Fig. 54. Arabellites concinnus, H. Secondary dental plate of the right side; upper surface.
55. Arabellites ferox, H. Secondary dental plate of the left side; upper surface.
55 a. The same, Under surface.
56. The same, var. a. Upper surface.
57. The same, var. b. Upper surface.
58. The same var. c. Upper surface.
59—63. Arabellites uncinatus, H. Distal jaw plates.
64. Lumbriconereites obliquus, Eichwald, sp. Large dental plate of the left side; upper surface.
65. The same. Large dental plate of the right side; upper surface.
66. The same. Under surface.
67. The same. Left dental plate; under surface.
68, 69. Lumbriconereites perdentatus, H. Large dental plates of the right side; upper surface.
70, 71. The same. Dental plates of the left side; upper surface.
72. Lumbriconereites spatiosus, H. Large dental plate of the left side; upper surface.
73. The same. Right dental plate; upper surface.
73 a. The same. Under surface.
74. Lumbriconereites falciformis, H. var. a. Secondary dental plate of the right side; upper surface.
75. The same, var a. Right dental plate; upper surface.
76. The same, var. b. Right dental plate; upper surface.
77. The same, var. c. Right dental plate; upper surface.

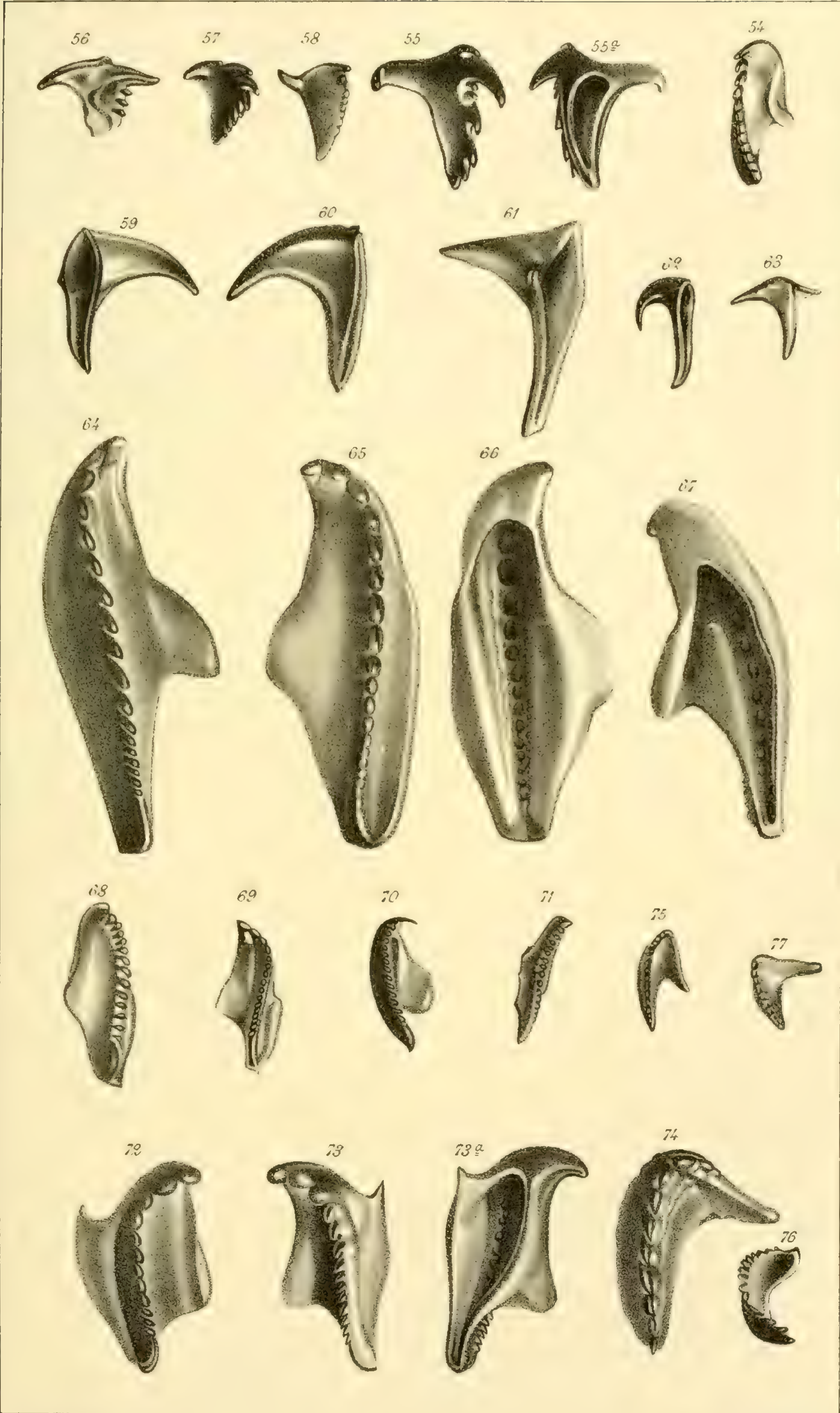


A. B. Woodward del. Lith. W. Schlachter, Stockholm



A. B. Woodward del.

Lith. W. Schlachter, Stockholm.



A.B. Woodward del. Lith. W. Schlachter, Stockholm

BIHANG TILL K. SVENSKA VET.-AKAD. HANDLINGAR. Band 7. N:o 6.

UEBER

INNERE POLARISATION IN DEN NERVEN

VON

D:r ROBERT TIGERSTEDT.

MIT 4 TAFELN.

MITTHEILUNG VOM PHYSIOLOGISCHEN LABORATORIUM DES CAROLINISCHEN INSTITUTS IN STOCKHOLM.

DER K. SCHWED. AKAD. DER WISS. MITGETHEILT DEN 13. SEPTEMBER 1882.

STOCKHOLM 1882.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Nachdem PELTIER eine Polarisation des Muskels nachgewiesen hatte [1]), zeigte DU BOIS-REYMOND im Jahre 1856, dass man an den thierischen Geweben, mit Einschluss der Nerven und Muskeln, der inneren Polarisirbarkeit als einer weit verbreiteten Eigenschaft begegnet.[2]) Später (1867) wies er nach, dass diese Polarisirbarkeit an den Nerven und Muskeln unvergleichlich stärker ist als an anderen mit Elektrolyten getränkten Halbleitern, sowie dass die Stärke der Polarisation mit der Dauer der Durchströmung wächst, indem sie sich einer Grenze nähert. Diese Polarisation konnte von zweierlei herrühren. Es konnte äussere Polarisation sein, an der Grenze des Muskels und des Thones der Elektroden, zweitens innere Polarisation des Muskelgewebes selbst. Dass die erste Ursache hier einer bemerkbaren Wirkung fähig sei, sah er doch als unwahrscheinlich an. Dagegen erwies er die innere Polarisirbarkeit dadurch, dass er zwischen den Elektroden des polarisirenden Stromes die Elektroden zur Bussole so anlegte, dass, bei geschlossenem Kreise des polarisirenden Stromes, die Bussole keine Wirkung von Seiten des Muskels erfuhr. Nachdem bei offenem Kreise der Bussole der polarisirende Strom hinlänglich lange durch den Muskel geflossen war, wurde durch eine Wippe der Kreis des polarisirenden Stromes geöffnet, der der Bussole geschlossen: es erfolgte ein Ausschlag im umgekehrten Sinne von dem des polarisirenden Stromes im Muskel. Die nämlichen Erfahrungen, wie am Muskel, machte DU BOIS-REYMOND auch am Nerven.[3])

Inzwischen hatte MATTEUCCI gleichartige Erfahrungen gemacht. In mehreren der Akademie der Wissenschaften zu

---

[1]) DU BOIS-REYMOND, Untersuchungen über thierische Electricität, I, 1848, S. 376 folg.
[2]) DU BOIS-REYMOND, Gesammelte Abhandlungen, I, S. 19.
[3]) DU BOIS-REYMOND, Gesammelte Abhandlungen, II, S. 191—193.

Paris eingereichten Abhandlungen von den Jahren 1860—1867 berichtete er über seine hieher gehörigen Ermittelungen.[1] Seine Versuchsmethode war ziemlich fehlerhaft und konnte unmöglich exakte Resultate geben. Er beschreibt dieselbe folgendermassen. »Lorsque le passage du courant a duré un certain temps, depuis quelques secondes jusqu'à 25—30 minutes, on enlève le nerf avec un support formé d'une lame de gutta-percha, et on le porte en contact des coussinets du galvanomètre, dont l'homogénité a été reconnue d'avance».[2] Ausser dem Nachweis der Polarisation, sowie dass dieselbe nach einem von ihm nicht näher ermittelten Gesetze mit der Stärke und der Zeitdauer des Stromes zunimmt, will er gefunden haben, dass die elektromotorische Kraft der Polarisation viel stärker in der Nähe des positiven als in derjenigen des negativen Poles ist.[2] Um dieses zu beweisen, wird folgender Versuch von ihm mitgetheilt. Er liess durch ein aus zwei Nerven bestehendes Präparat den Strom (8—10 Daniell) beliebige Zeit (25—30 Minuten und länger) gehen. Nachher wurden die beiden Nerven abgeschnitten und in den Galvanometerkreis in umgekehrter Richtung nach einander eingeführt. Es zeigte sich jetzt als Differenz der Polarisation in den beiden Nerven ein zu Gunsten einer stärkeren Polarisation am positiven Pole sprechender Strom.[4] Dass ein in solcher Weise angestellter Versuch gar nichts beweist, ist ohne Weiteres einleuchtend. Im Gegensatz dazu hatte Du Bois-Reymond gefunden, dass wenn man dem zu untersuchenden Halbleiter entlang mit den in beständigem Abstande gehaltenen Schneiden der Elektroden des Galvanometerkreises rückt, man, unter sonst gleichen Umständen, stets einen gleich starken negativen Ausschlag erhält.[4]

Im Anschluss an seine Untersuchungen über den Elektrotonus machte Hermann ungefähr zu derselben Zeit neue Ermittelungen über die innere Polarisation der Nerven. Zu den betreffenden Resultaten Du Bois-Reymonds legte er Beobachtungen über den Zeitverlauf der Polarisation, welche

[1]) Matteucci, Comptes rendus de l'académie des sciences, T. 52, S. 231—235, 1861; T. 56, S. 760—764, 1863; T. 65, S. 151—156, 1867.
[2]) Matteucci, Comptes rendus, T. 52, S. 232, 1861.
[3]) Matteucci, Comptes rendus, T. 65, S. 154, 1867.
[4]) Du Bois Reymond, Gesammelte Abhandlungen, I, S. 15. (Das Original ist vom Jahre 1856).

zeigten, dass diese mit stetig abnehmender Stärke mehrere Minuten anhält und fast nie ganz spurlos verschwindet, so dass zu einem neuen Versuche mit derselben Nervenstrecke gewöhnlich die Compensation zu Hülfe genommen werden muss, um die Nadel auf Null zu bringen.[1]) Die Resultate HERMANNS über die ausserhalb der Elektroden stattfindende elektrotonische Nachwirkung brauchen wir für die vorliegende Untersuchung nicht zu berücksichtigen.

Seitdem hat, meines Wissens, kein Forscher die Frage von der inneren Polarisation der Nerven an und für sich zu einem eingehenden Studium aufgenommen. Dennoch scheint eine Eigenschaft, die in den Nerven und Muskeln im Vergleich mit andern feuchten Leitern so ausgeprägt hervortritt, eines Studiums verdient zu sein. Vielleicht könnten hiedurch neue und wichtige Gesichtspunkte ermittelt werden über die Art, wie diese Gewebe gegen den electrischen Strom reagiren.

Die Untersuchungen, welche hier mitgetheilt werden, berühren nur die Nerven; theils scheinen diese vorläufig das grössere Interesse darzubieten, theils wirken die Zusammenziehung des Muskels und dessen davon bedingte Lageveränderung störend auf die Untersuchung ein. Wahrscheinlich gelten für die innere Polarisation des Muskels dieselben Gesetze wie für diejenige des Nerven. Eine künftige Untersuchung wird dieses näher kennen lehren.

Bei meinen Versuchen wurde der polarisirende Strom zum Nerven mit denselben Elektroden geführt, durch welche der Polarisations-Strom zur Bussole geleitet wurde. Hierdurch bezweckte ich, dass die erhaltenen Ergebnisse unmittelbar angewendet werden konnten auf diejenigen Erscheinungen, welche bei Reizversuchen mit dem konstanten Strom hervortreten.

Die Versuchs-Anordnung war die folgende.

Von der Batterie, *B*, (Taf. 1, Bild 1) geht der polarisirende Strom durch ein als Nebenleitung angebrachtes Rheochord, *Rh*, zu einer Pohlschen Wippe, W_1, und davon durch einen Queck-silber-Schlüssel, *Q*, und einen MORSE'schen Tangent, *T*, zum Nerven, *NN*, von wo er zur Wippe zurückgeht, u. s. w. Durch den zweiten Arm des Tangents wird der Strom zur Bussole, *G*, geleitet. Der Ruhestrom des Nerven ist gewöhnlicher

[1]) HERMANN, Untersuchungen zur Physiologie der Muskeln und Nerven. III. Berlin 1868. S. 71—74.

Weise durch einen runden Compensator, *CC* (im Schema als eine Saite gezeichnet), compensirt.

Eine Feder, *f*, hält den einen Arm, t_1, des Tangents gegen die Platte, *a*, gedrückt; dabei ist der Contact, t_2—*b*, zum Galvanometer offen. Wird dieser durch einen Druck auf dem zweiten Arm, t_2, des Tangents geschlossen, so wird der Contact t_1—*a* geöffnet. Die beiden Contacte t_1—*a* und t_2—*a* sind äusserst sorgfältig von einander isolirt; eine 14 Mm. dicke Platte aus Ebonit trennt t_1 und t_2; die Bodenplatte des Tangents ist durchgeschnitten, und *a* und *b* von einander isolirt durch ein Lager von Pech. In dem Schema (Taf 1, Bild 1) zeigen die herausgezogenen Linien und die ungeschwänzten Pfeile die Bahn und die Richtung des polarisirenden Stromes an; die punktirten Linien und die geschwänzten Pfeile dagegen Bahn und Richtung des zur Bussole abgeleitetcten Stromes.

Eine Möglichkeit für den polarisirenden Strom in die Leitung zum Galvanometer einzubrechen giebe es somit nicht. Du Bois-Reymond hat aber gefunden, dass eine solche Isolirung bei Anwendung starker Ströme nicht ganz genügend ist, weil dessen ungeachtet, ganz besonders wenn die Luft feucht ist, ein schwacher Zweig vom polarisirenden Strom sich zur Bussole schleichen kann.[1]) Dieser Uebelstand hat doch nicht störend auf meine Untersuchungen einwirken können. Erstens benutzte ich nähmlich ausschliesslich nur ziemlich schwache Ströme: die stärksten waren von 3 Meidinger'schen Batterien mit 20,000 Rheokordeinheiten in der Nebenleitung. Zweitens wurden meine Arbeiten durch trocknes Wetter begünstigt, in Folge dessen lange Zeiten hindurch keine Einwirkung auf den Galvanometer von dieser Fehlerquelle bemerkt werden konnte. Aber auch als der Feuchtigkeitsgrad der Luft grösser war und somit während des Offenseins der Leitung zum Galvanometer eine Wirkung des Stromes auf diesem hervortrat, war dennoch diese Wirkung bei 3 Meidinger und 20,000 Rheokordeinheiten in der Nebenleitung nicht grösser als 0,2, höchstens 0,3 Sc.; bei 3 Meidinger und 10,000 Rheokordeinheiten 0,1—0,2 Sc.; bei 4,000 Rheokordeinheiten nur 0,1 Sc.; bei 2,000 Rheokordeinheiten konnte keine Wirkung bemerkt werden. Die durch diese Quelle möglicherweise aufkommenden Fehler liegen somit, wie eine Durchsicht der

---

[1]) Du Bois-Reymond, Untersuchungen ueber thierische Elektricität. II Th. 1 Abth. 1848. S. 496 folg.

Versuche darthut, ziemlich vollständig innerhalb der allgemeinen Grenzen der Versuchsfehler.

Als Elektroden benutzte ich in den meisten Fällen Du Bois-Reymonds grosse unpolarisirbaren Elektroden.

Der Polarisationsstrom wurde mittels eines gedämpften und aperiodischen Galvanometers bestimmt. Die Entfernung des Fernrohres vom Spiegel des Instrumentes betrug 4400 mm.

Um die Ströme stärker zu erhalten, wandte ich in allen Versuchen die beiden, neben einander gelegten *nn. ichiadici* eines Frosches (*Rana temporaria*) an.

In allen Versuchen wurde eine Batterie von 3 Meidingerschen Elementen angewandt.

Die Versuche wurden folgendermassen ausgeführt.

Die Nerven werden präparirt und auf die Elektroden gelegt, während der Schlüssel Q heraufgehoben und somit der Strom zum Nerven geöffnet ist. Der eigene Strom des Nerven wird so genau wie möglich kompensirt. Dies gethan, wird, während der Tangent gegen b gedrückt ist, der Schlüssel, Q, geschlossen; im gegebenen Augenblicke wird der Tangent losgelassen und die Feder drückt nun den Arm t_1 gegen a: der polarisirende Strom ist geschlossen. Darauf wird, nachdem der polarisirende Strom während einer gegebenen Zeit auf den Nerven eingewirkt hat, der Arm t_2 gegen b gedrückt: die Leitung des polarisirenden Stromes ist dann geöffnet und der Polarisationsstrom giesst sich zum Galvanometer.

Um die Zeit zu bestimmen, während welcher der polarisirende Strom durch den Nerven ging, habe ich einen halbe Sekunden schlagenden Metronom benutzt. Nach einigen Versuchen hatte ich eine genügende Uebung, die nöthigen Bewegungen mit dem Tangente auszuführen, gewonnen; folgende Versuche mögen zur Probe angeführt werden.

Versuch I. 3 Meidinger, 1,000 Rheokordeinheiten als Nebenleitung; der Strom geschlossen während 5″; Spannweite der Elektroden 11 Mm.

N:o.	Ausschlag.
1	2,0.
2	2,4.
3	2,4.
4	2,4.
5	2,4.
Mittel	2,32.

Mittlere Variation 0,13.

Versuch II. 3 Meidinger, 1,000 Rheokordeinheiten als Nebenleitung; der Strom geschlossen während 5″. Spannweite der Elektroden 10 Mm.

N:o.	Ausschlag.
1	2,7.
2	2,95.
3	2,8.
4	2,6.
5	2,75.
	Mittel 2,76.

Mittlere Variation 0,092.

Versuch III. 3 Meidinger, 1,000 Rheokordeinheiten als Nebenleitung; der Strom geschlossen während 5″; Spannweite der Elektroden 10 Mm.

N:o.	Ausschlag.
1	3,95.
2	3,9.
3	3,6.
4	3,9.
5	3,95.
	Mittel 3,86.

Mittlere Variation 0,104.

Die Zeit, welche zwischen dem Öffnen des polarisirenden Stromes und der Schliessung des Galvanometerkreises verstreicht, habe ich mittels eines Depretz'schen Signals zu bestimmen versucht. Die folgende Tabelle enthält die hierbei gefundenen Zeiten:

N:o.	Zeit. Sekunden.
1	0,029.
2	0,019.
3	0,018.
4	0,025.
5	0,024.
6	0,027.
7	0,032.
8	0,032.
9	0,032.
10	0,025.
11	0,025.
12	0,032.
13	0,033.
14	0,040.

N:o.	Zeit. Sekunden.
15	0,031.
16	0,041.
17	0,032.
18	0,037.
19	0,037.
20	0,032.
21	0,030.
22	0,036.
23	0,027.
24	0,023.
25	0,021.
26	0,021.
27	0,021.
28	0,021.
29	0,022.
30	0,023.
31	0,023.
32	0,023.
33	0,023.

Das Mittel dieser Versuche ist 0,028 Sekunden; die mittlere Variation beträgt 0,005 Sekunden.

Nach MAREY[1]) fordert im DESPRETZ'schen Signal die Magnetisirung eine Zeit von $\frac{1}{200}''$ und die Demagnetisirung $\frac{1}{300}''$. Von diesen Zeiten müsste, wie eine einfache Ueberlegung darthut, die erste von den jetzt gefundenen Zahlen subtrahirt und die zweite zu ihnen addirt werden. Wir können diese Zeiten als einander kontrabalancirend auffassen und haben somit gefunden, dass die Zeit, welche zwischen dem Oeffnen des polarisirenden Stromes und der Schliessung des Galvanometerkreises verstreicht im Mittel 0,028 Sekunden mit einer mittleren Variation von 0,005 Sekunden beträgt. Die Extreme sind 0,018 und 0,041 Sekunden. Im Allgemeinen können wir also sagen, dass die betreffende Zeit *höchstens* zwischen 2 und 4 Hunderttheilen einer Sekunde schwankt, eine Variation, welche für meinen Zweck als ganz geringfügig angesehen werden muss.

---

[1]) MAREY, La méthode graphique dans les sciences experimentales. Paris 1878. S. 476.

Meine Untersuchung über die Gesetze der inneren Polarisation im Nerven hat sich zunächst auf die drei folgenden Hauptfragen ausgedehnt:

1) Die Abhängigkeit der Polarisation von der Stärke des polarisirenden Stromes;

2) Die Abhängigkeit der Polarisation von der Zeit, während welcher der polarisirende Strom geschlossen gewesen ist;

3) Der Zeitverlauf der Polarisation.

In den Versuchsprotokollen bedeuten:

Rh — die Anzahl der Rheokordeinheiten in der Nebenleitung;

E — die Spannweite der Elektroden;

Z — die Zeit, während welcher der Strom geschlossen gewesen ist;

Sc — der Galvanometer-Ausschlag in Scalentheilen.

1. Die Abhängigkeit der Polarisation von der Stärke des polarisirenden Stromes.

Bei den hierauf bezüglichen Untersuchungen liess ich bei jedem einzelnen Versuche den Strom jedesmahl während einer gleich langen Zeit durch den Nerven gehen und verstärkte ihn nach und nach von einem Minimum (3 Meidinger, Rh = 100) an, bis zu einem Maximum (3 Meidinger, Rh = 20,000), wobei ich die Stärke des polarisirenden Stromes so langsam abstufte, dass keine plötzlichen Veränderungen in der Stärke der Polarisation stattfinden konnten. Die Stromstärken, welche ich benutzte, waren, durch die Anzahl der Rheokordeinheiten in der Nebenleitung ausgedrückt: 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1,000, 1,500, 2,000, 2,500, 3,000, 3,500, 4,000, 4,500, 5,000, 6,000, 7,000, 8,000, 9,000, 10,000, 12,000, 14,000, 16,000, 18,000, 20,000. Das gegenseitige Verhältniss dieser Stromstärken bestimmte ich mittels des Galvanometer-Ausschlages, wobei der Hauptstrom durch den Nerven ging und ein Zweig davon mittels eines Siemens'schen Rheostates zum Galvanometer abgeleitet wurde. Um hiebei die Einwirkung der Polarisation des Nerven möglichst auszuschliessen, liess ich bei jeder Bestimmung den Strom in zwei Richtungen durch den Nerven gehen und nahm von den erhaltenen Ausschlägen das Mittel. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle verzeichnet:

N:o	Rheokord-Einheiten in der Nebenleitung.	Stromstärke. Sc.	Rh. 100= 1.
1.	100.	1,65.	1,0.
2.	200.	2,65.	1,6.
3.	300.	3,65.	2,2.
4.	400.	4,65.	2,8.
5.	500.	5,4.	3,3.
6.	600.	6,25.	3,8.
7.	700.	6,9.	4,2.
8.	800.	7,65.	4,6.
9.	900.	8,25.	5,0.
10.	1,000.	8,85.	5,4.
11.	1,500.	11,35.	6,9.
12.	2,000.	13,3.	8,1.
13.	2,500.	15,0.	9,1.
14.	3,000.	16,3.	9,9.
15.	3,500.	17,35.	10,5.
16.	4,000.	18,2.	11,0.
17.	4,500.	19,05.	11,5.
18.	5,000.	19,7.	11,9.
19.	6,000.	20,85.	12,6.
20.	7,000.	21,75.	13,2.
21.	8,000.	22,35.	13,5.
22.	9,000.	22,7.	13,8.
23.	10,000.	23,15.	14,0.
24.	12,000.	24,0.	14,5.
25.	14,000.	24,85.	15,1.
26.	16,000.	25,65.	15,5.
27.	18,000.	26,3.	15,9.
28.	20,000.	26,6.	16,1.

Diese Werthe sind nebst den entsprechenden Rheokordeinheiten in die folgenden Versuchsprotokolle aufgenommen. Sie sind auch als Abscissenwerthe für die zuhörigen Curven benutzt (Taf. II); in denselben entspricht in der Abcisse 1 Centimeter die Einheit der Stromstärke (Rh = 100); in den Ordinaten bedeutet jeder Millimeter einen Galvanometer-Ausschlag von 0,2 Scalentheile.

Die Tabelle I fast eine Anzahl von hiehergehörigen Versuchen zusammen.

Tab. I.

N:o.	Rh.	Stärke.	Sc. Versuch. 1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
1	100	1,0	0,5	0,5	0,45	0,3	0,45	0,5	0,3
2	200	1,6	0,7	0,75	0,8	0,75	0,8	0,8	0,9
3	300	2,2	0,9	0,8	0,9	0,8	1,1	1,25	—
4	400	2,8	1,0	1,15	1,2	1,05	1,5	1,6	1,6
5	500	3,3	1,25	1,45	1,55	1,3	1,75	1,95	—
6	600	3,8	1,45	1,62	1,7	1,4	1,9	2,15	—
7	700	4,2	1,6	1,9	1,85	1,65	2,1	2,4	—
8	800	4,6	1,85	2,1	2,15	1,9	2,45	2,65	2,9
9	900	5,0	1,9	2,15	2,3	1,95	2,55	2,9	—
10	1,000	5,4	2,1	2,2	2,45	2,1	2,75	3,2	3,5
11	1,500	6,9	2,85	3,1	3,2	3,1	3,7	4,2	—
12	2,000	8,1	3,25	3,9	3,95	3,65	4,45	5,1	5,3
13	2,500	9,1	3,7	4,4	4,65	4,1	5,2	5,6	—
14	3,000	9,9	4,3	4,55	4,8	4,55	5,5	6,2	6,8
15	3,500	10,5	4,45	5,0	5,1	4,95	5,95	6,7	—
16	4,000	11,0	4,7	5,25	5,55	5,2	6,4	7,25	—
17	4,500	11,5	4,85	5,5	5,7	5,45	6,7	7,7	—
18	5,000	11,9	5,1	5,7	6,1	5,75	7,0	7,9	8,4
19	6,000	12,6	5,5	6,1	6,4	6,2	7,45	8,45	—
20	7,000	13,2	5,85	6,4	6,9	6,6	7,65	9,0	—
21	8,000	13,5	6,0	6,65	7,0	6,75	8,0	9,15	—
22	9,000	13,8	6,4	6,8	7,35	7,0	8,3	9,8	—
23	10,000	14,0	6,4	6,8	7,5	7,3	8,45	9,8	10,3
24	12,000	14,5	6,7	7,1	7,6	7,5	8,95	10,2	—
25	14,000	15,1	6,8	7,1	7,9	7,5	9,2	10,4	—
26	16,000	15,5	7,0	7,3	8,0	7,95	9,35	10,8	—
27	18,000	15,9	7,1	7,5	8,4	8,4	9,5	11,1	—
28	20,000	16,1	7,3	7,8	8,4	8,6	9,7	11,4	11,6

Anmerkung. Die Spannweite der Elektroden betrug beim

Versuch 1 .... 30 Mm;
» 2 .... 35 »
» 3 .... 25 »
» 4 .... 30 »
» 5 .... 30 »

Versuch 6 .... 25 Mm;
» 7 .... 25 »

In sämmtlichen Versuchen war $Z = 5''$.

Um die bei den einzelnen Versuchen sich darstellenden Unregelmässigkeiten gegen einander zu kompensiren, habe ich aus den Versuchen 1—6 [1]) das Mittel berechnet, um somit die Ergebnisse aller hier aufgenommenen Versuche in ein einziges zusammenzufassen. Die hierbei gefundenen Zahlen sind:

N:o.	Stärke des Stromes.	Sc.
1.	1,0.	0,45.
2.	1,6.	0,77.
3.	2,2.	0,96.
4.	2,8.	1,25.
5.	3,3.	1,54.
6.	3,8.	1,70.
7.	4,2.	1,91.
8.	4,6.	2,18.
9.	5,0.	2,29.
10.	5,4.	2,47.
11.	6,9.	3,36.
12.	8,1.	4,05.
13.	9,1.	4,61.
14.	9,9.	4,97.
15.	10,5.	5,36.
16.	11,0.	5,72.
17.	11,5.	5,99.
18.	11,9.	6,26.
19.	12,6.	6,69.
20.	13,2.	7,07.
21.	13,5.	7,26.
22.	13,8.	7,61.
23.	14,0.	7,71.
24.	14,5.	8,02.
25.	15,1.	8,15.
26.	15,5.	8,40.
27.	15,9.	8,67.
28.	16,1.	8,87.

[1]) Den Versuch 7 habe ich bei diesen Berechnungen nicht angewandt, weil die darin eingehenden einzelnen Bestimmungen allzu wenige sind.

Die Curve *a* Taf. II ist nach diesen Zahlen konstruirt.

Aus diesen Bestimmungen geht hervor, dass

innerhalb der bei meinen Versuchen angewandten Stromstärken die Polarisation des Nerven aufs nächste direct proportional ist der Stärke des polarisirenden Stromes.

2. Die Abhängigkeit der Polarisation von der Zeit, während welcher der polarisirende Strom geschlossen gewesen ist.

Um dieses zu untersuchen, wendete ich bei jedem Versuch dieselbe Stromstärke an und liess den Strom ungleich lange Zeit durch den Nerven gehen, bez. 1, 3, 5, 10, 20, 45, 60, 90, 120, 180 und bei einigen Versuchen 240 Sekunden, wonach der Galvanometerkreis unmittelbar geschlossen wurde.

Eine Anzahl Versuchsprotokolle ist in der Tabelle II verzeichnet.

Tab. II.

N:o.	Z.	4 Sc. Versuch.						
		8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
1	1	1,3	1,2	1,45	1,2	1.6	1,5	1,5
2	3	1,9	2,05	2,2	2,1	3,0	2,7	2,6
3	5	2,15	2,55	2.4	2.5	3,5	3,5	3,3
4	10	2,5	2,9	2,65	3,0	4,35	4,6	4,3
5	20	2,95	3,6	3,2	3,7	5,2	5,7	5,05
6	30	3,15	3,9	3,5	4,15	6,0	6,1	6,15
7	45	3,45	4.05	3,7	4.5	6,6	6.5	6.6
8	60	3,65	4,65	3,85	4,75	6,6	6,9	7,0
9	90	3,95	4,85	4,4	5,3	7,0	7,2	7,35
10	120	4,1	5,1	4,75	5,75	7,35	7,5	7,65
11	180	4,8	5,2	—	5,9	7,7	8,35	7,7
12	240	—	—	—	6,2	7,9	9,0	—

Anmerkung. Die Spannweite der Elektroden und die Stromstärke waren beim

Versuch 8 .... Rh. = 1,000;
» 9 .... E = 25 Mm; » = 1,000;
» 10 .... E = 15 » » = 1,000;
» 11 .... E = 30 » » = 1,000;
» 12 .... E = 30 » » = 2,000;

Versuch 13 .... E = 20 Mm; Rh. = 1,000;
» 14 .... E = 23 » » = 1,000;

Die Ergebnisse dieser Versuche sind graphisch wiedergegeben auf Taf. III Curve 8—14; in der Abscisse bedeutet 0,5 Millimeter 1″; in den Ordinaten entspricht 1 Millimeter einem Galvanometer-Ausschlag von 0,2 Scalentheilen.

Die Curve *b* auf Tafel III ist gleichwie die entsprechende auf Tafel II konstruirt nach dem Mittel aller hieher gehörigen Versuche, um die unvermeidlichen Schwankungen der einzelnen Bestimmungen gegen einander möglichst zu kompensiren. Die dazu gehörigen Zahlen sind:

N:o.	Z.	Sc.
1	1.	1,39.
2	3.	2,37.
3	5.	2,84.
4	10.	3,47.
5	20.	4,20.
6	30.	4,71.
7	45.	5,06.
8	60.	5,34.
9	90.	5,72.
10	120.	6,03.
11	180.	6,61. [1])

Aus allen diesen Versuchen geht hervor, dass

wenn der polarisirende Strom während ungleich langer Zeit auf dem Nerven bei übrigens denselben Verhältnissen einwirkt, so nimmt die Polarisation des Nerven zu; dieselbe steigt im Beginn schneller und später immer langsamer, schliesslich äusserst langsam ihrem Maximum sich nähernd.

3. Der Zeitverlauf der Polarisation.

Nachdem der polarisirende Strom geöffnet worden ist, bleibt die Polarisation nur kurze Zeit auf ihrer Höhe, und sinkt dann sehr schnell herab. Sie hält doch, wie schon HERMANN fand, lange Zeit darnach an, obgleich in sehr herabgsetzter Stärke, und man ist dadurch genöthigt, immer zwischen je zwei Versuchen die zurückbleibende Polarisation zu com-

[1]) Die Werthe für einen Stromesschluss von 240″ sind nicht in das Mittel aufgenommen, weil sie nur in drei Versuche eingehen.

pensiren, weil man sonst niemals zu Ende mit einem Versuch kommen würde.

Um eine nähere Kenntniss des Zeitverlaufes der Polarisation zu erhalten, verfuhr ich folgendermaassen. Ich liess einen Strom bestimmter Stärke während einer gegebenen Zeit durch den Nerven gehen. Darnach öffnete ich bei *Q* (siehe das Schema) den polarisirenden Strom, und schloss nun nach ungleich langer Zeit den Galvanometerkreis. Hierdurch lernte ich die zurückbleibende Polarisation kennen. Ich machte die Versuche solcher Art, dass ich zuerst, ganz wie bei den vorher beschriebenen Versuchen, den Galvanometerkreis augenblicklich nach dem Öffnen des polarisirenden Stromes schloss. Ferner schloss ich den Galvanometerkreis 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, u. s. w. Sekunden, nachdem der polarisirende Strom geöffnet worden war. Bei diesen Versuchen ging also der Strom immer gleich lange Zeit durch den Nerven, der Galvanometerkreis wurde aber ungleich lange Zeit nach dem Öffnen des Stromes geschlossen.

Diese Versuche sind mit den einfachen Mitteln, die ich besass, schwerer auszuführen als die vorigen, weil die Stärke der Polarisation, ganz besonders während der ersten Sekunden nach dem Öffnen des Stromes, sehr schnell abnimmt und somit der Galvanometerkreis mit sehr grosser Genauigkeit im rechten Augenblicke geschlossen werden muss. Die in der Tabelle III mitgetheilten Versuche geben dennoch eine ganz zureichende Vorstellung von der Art und Weise, wie die Polarisation in den Nerven abklingt.

Tab. III.

N:o.	Z nach dem Öffnen des Stromes.	Sc. Versuch.						
		15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.
1	0	5,15	6,55	7,0	7,8	7,15	7,4	11,7
2	1	3,0	3,8	4,1	4,25	4,4	5,0	9,5
3	2	2,3	3,1	2,6	2,2	2,3	4,3	7,5
4	3	1,8	2,4	2,35	1,75	1,65	2,3	4,4
5	4	1,7	1,9	2,0	1,25	1,4	1,8	3,5
6	5	1,55	1,5	1,8	0,7	1,15	1,5	3,05
7	6	1,15	1,5	1,5	0,65	1,0	1,15	2,65

N:o.	Z nach dem Öffnen des stromes.	Sc. Versuch.						
		15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.
8	7	0,75	1,3	1,35	0,55	0,75	—	—
9	8	0,6	1,05	—	—	—	1,05	1,7
10	9	0,6	1,0	—	—	—	—	—
11	10	0,6	0,9	1,1	—	—	0,9	1,6
12	12	—	—	—	—	—	—	1,5
13	15	—	—	—	—	—	—	1,05
14	20	—	—	—	—	—	—	0,7
15	30	—	—	—	—	—	—	0,6

Anmerkung. Bei allen Versuchen war der polarisirende Strom 10 Sekunden geschlossen. Die Spannweite der Elektroden und die Stromstärke waren beim

Versuch 15	E = 30	Mm;	Rh = 2,000.
» 16	E = 30	»	» = 4,000.
» 17	E = 25	»	» = 3,000.
» 18	E = 25	»	» = 4,000.
» 19	E = 20	»	» = 4,000.
» 20	E = 30	»	» = 2,000.
» 21	E = 30	»	» = 3,000.

Diese Versuche sind graphisch wiedergegeben in den Curven 15—21, Taf. IV; in der Abscisse bedeuten je 5 Mm. 1 Sekunde nach dem Öffnen des Stromes; in den Ordinaten entspricht 1 Mm. einem Galvanometer-Ausschlag von 0,2 Scalentheilen.

Die Curve *c* auf der Tafel IV ist durch das Mittel der Versuche 15—20[1]) konstruirt nach demselben Gesichtspunkte wie die entsprechenden Curven auf den Tafeln 1 und 2. Die zugehörigen Zahlwerthe sind die folgenden:

N:o.	Z Nach dem Öffnen des Stromes.	Sc.
1	0.	6,84.
2	1.	4,09.

[1]) Der Versuch 21 ist hierbei nicht angewandt, weil der Unterschied der Galvanometer-Ausschläge zwischen ihm und den anderen Versuchen allzu gross erscheint.

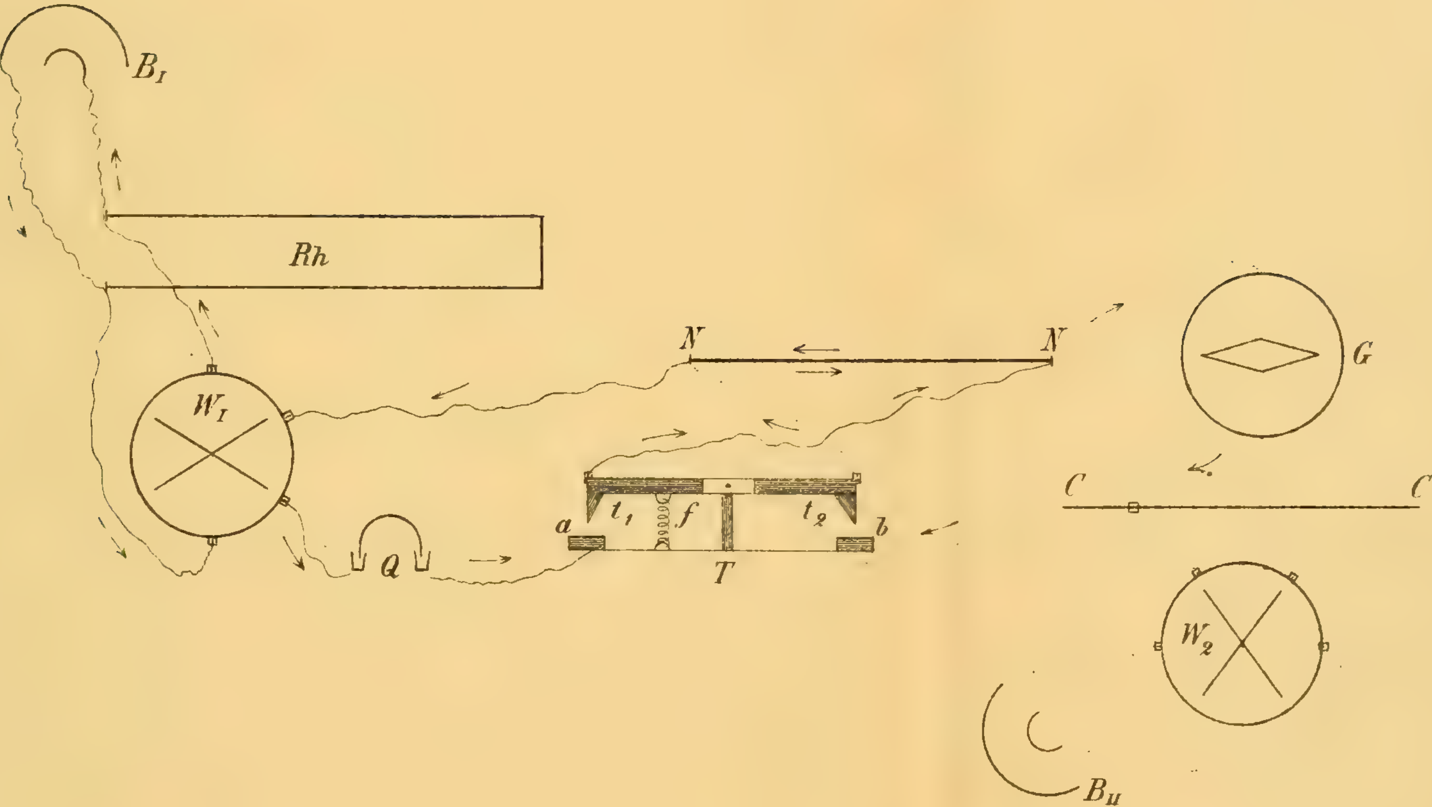
N:o	Z Nach dem Öffnen des Stromes.	Sc.
3	2.	2,80.
4	3.	2,04.
5	4.	1,68.
6	5.	1,37.
7	6.	1,16.
8	10.	0,88.

Aus allen diesen Versuchen geht hervor, dass *wenn der polarisirende Strom geöffnet wird, die Polarisation augenblicklich ihren höchsten Werth erreicht und darnach unaufhörlich herabsinkt; dieses Herabsinken geschieht im Beginn sehr schnell, später aber immer langsamer, so dass die Polarisation noch lange Zeit nach dem Öffnen des polarisirenden Stromes anhält und nur asymptotisch sich dem Nullpunkte nähert.*

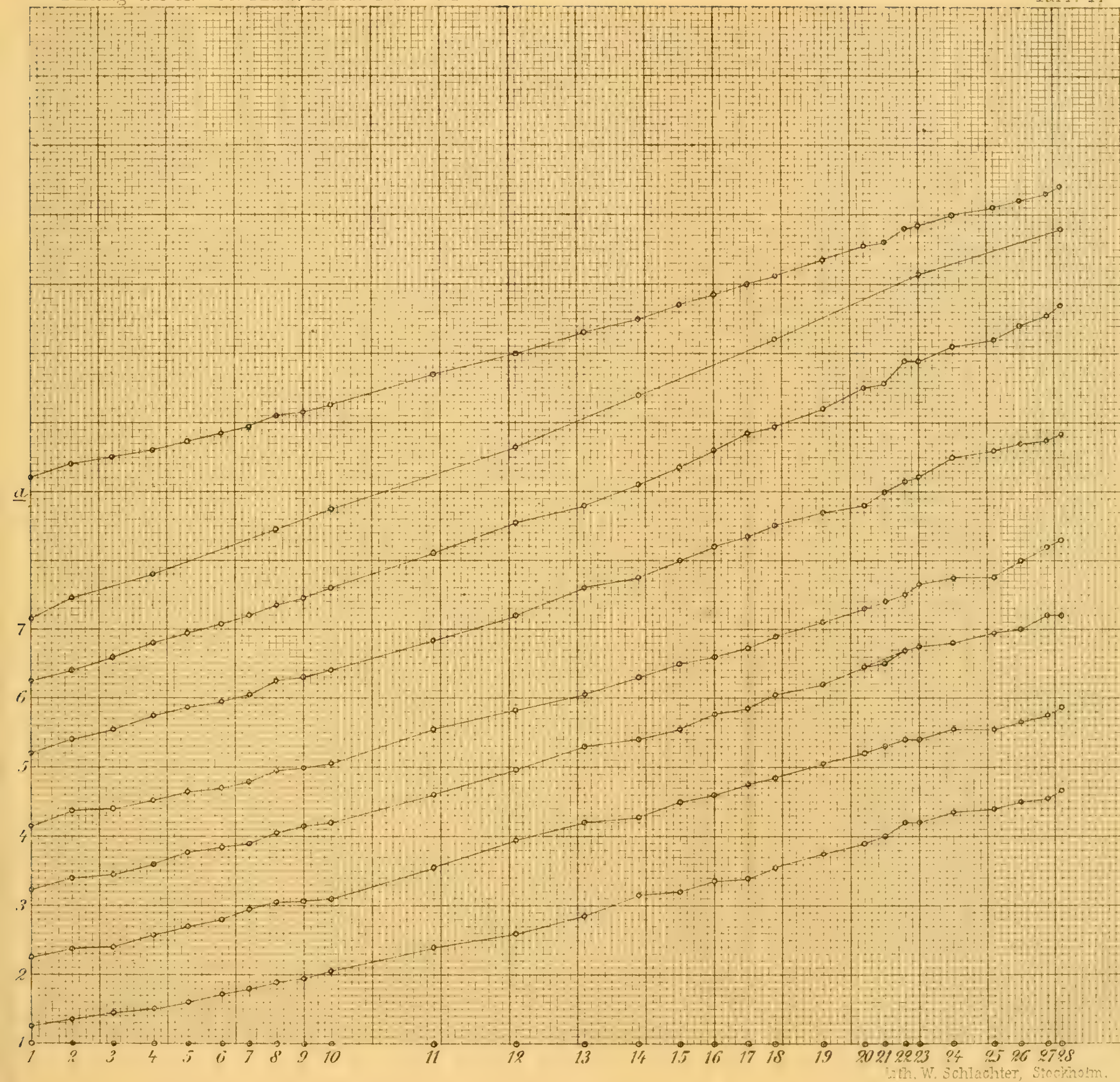
Erklärung der Tafeln.

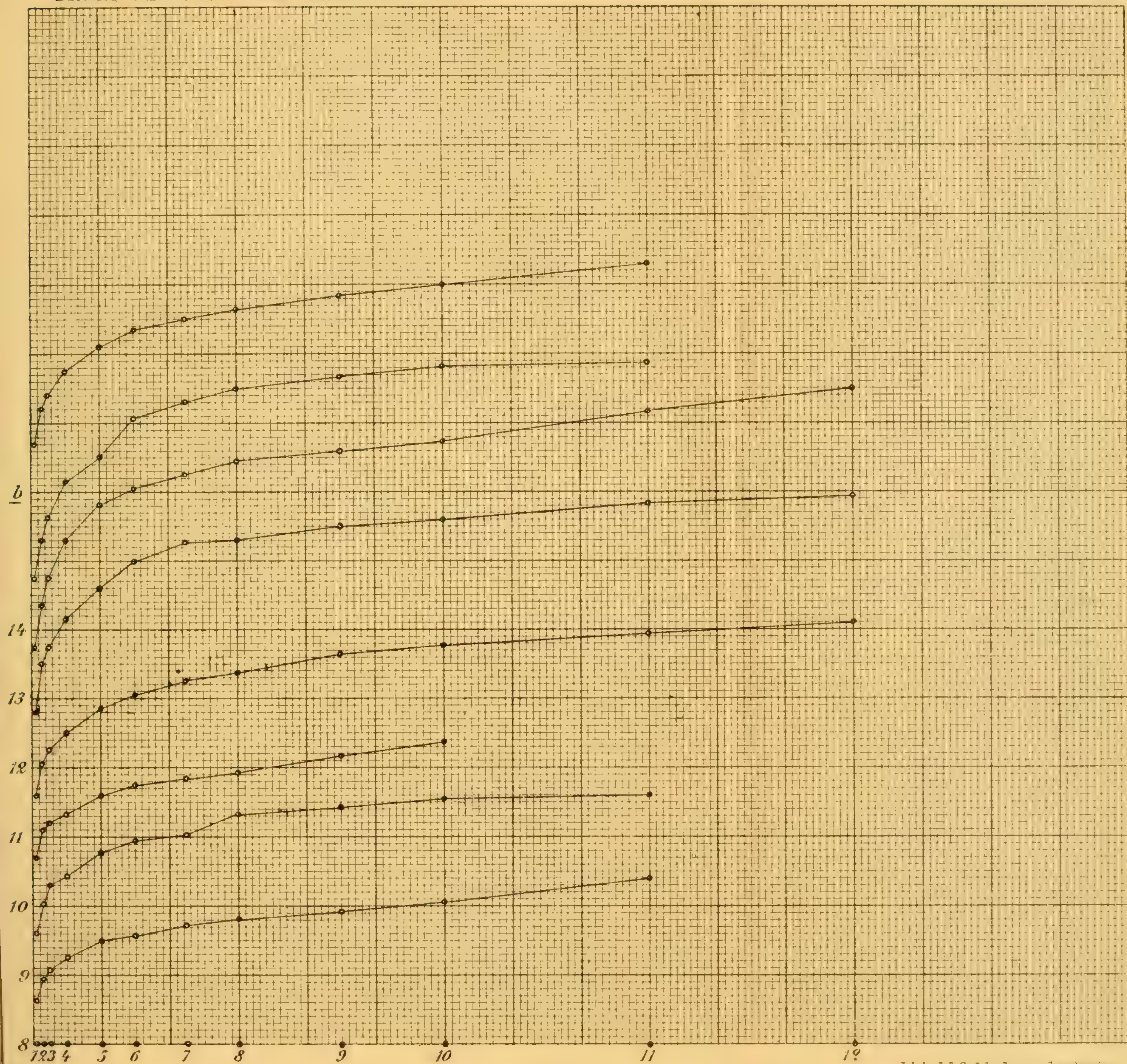
Taf. 1. Die Versuchs-Anordnung.
Taf. 2. Graphische Darstellung der Versuche 1—7 und *a*.
Taf. 3. Graphische Darstellung der Versuche 8—14 und *b*.
Taf. 4. Graphische Darstellung der Versuche 15—21 und *c*.

Auf den Taf. 2—4 sind die jeder Curve zugehörigen Abcisse mittels der Nummer des betreffenden Versuches bezeichnet.

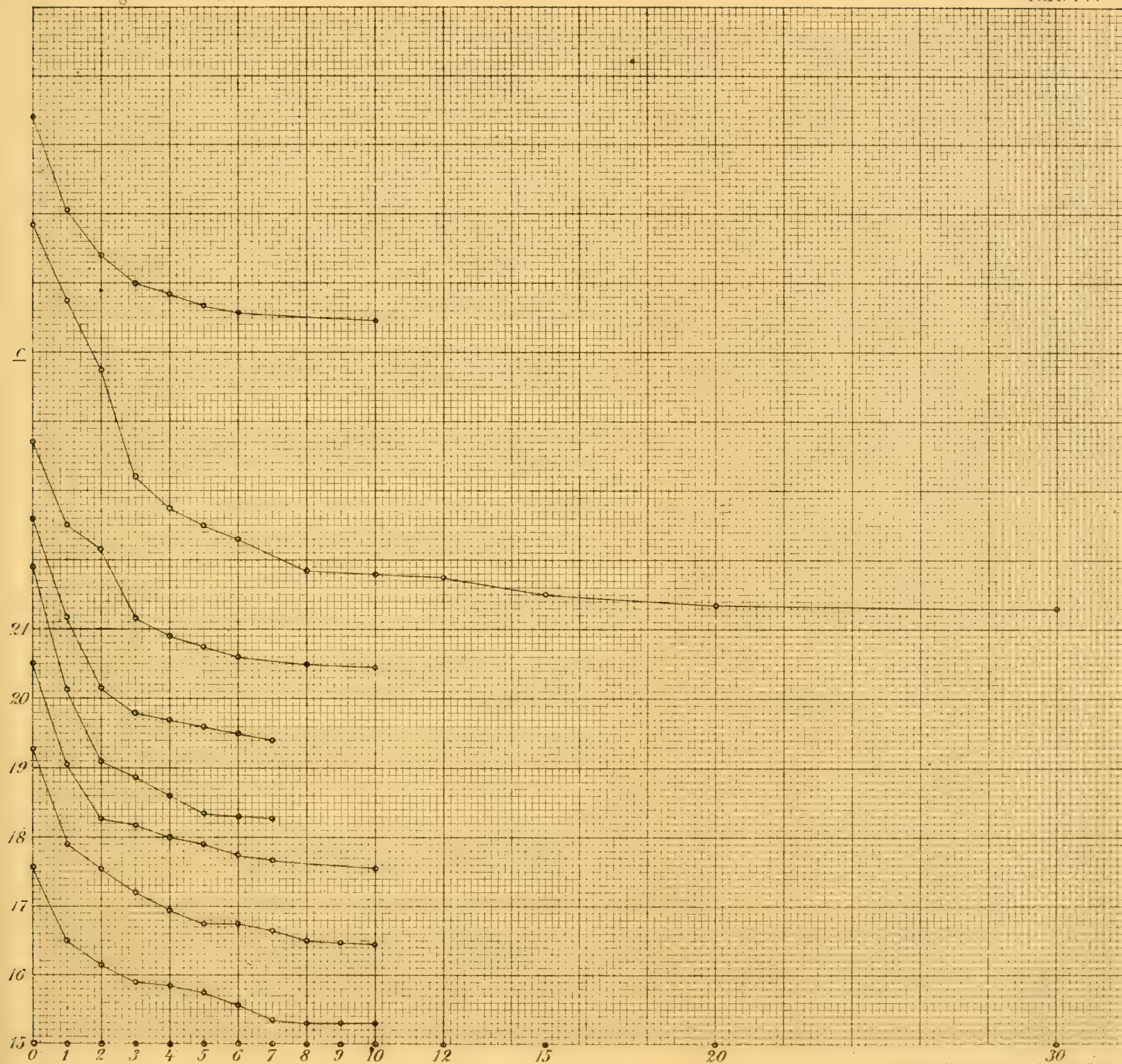


Lith. W. Schlachter, Stockholm


d
7
6
5
4
3
2
1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28



Lith. W. Schlachter, Stockholm.


C
21
20
19
18
17
16
15
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
12
15
20
30

BIHANG TILL K. SVENSKA VET.-AKAD. HANDLINGAR. Band 7. N:o 7.

ZUR

THEORIE DER OEFFNUNGSZUCKUNG

VON

D:r ROBERT TIGERSTEDT.

MIT 1 TAFEL.

MITTHEILUNG VOM PHYSIOLOGISCHEN LABORATORIUM DES CAROLINISCHEN INSTITUTS IN STOCKHOLM.

DER K. SCHWED. AKAD. DER WISS. MITGETHEILT DEN 13. SEPTEMBER 1882.

STOCKHOLM 1882.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

I.

Durch die unermüdlichen Arbeiten Du Bois-Reymonds, Pflügers sowie mehrerer anderer Forscher ist über die erregende Einwirkung des electrischen Stromes auf den Nerven ein ausserordentlich reiches Material von aufs genaueste bestätigten Thatsachen gesammelt worden. In grösster Kürze können sie in folgende Sätze zusammengefasst werden.

1. Nicht der absolute Werth der Stromdichtigkeit in jedem Augenblicke ist es, auf den der Bewegungsnerv mit Zuckung des zugehörigen Muskels antwortet, sondern die Veränderung dieses Werthes von einem Augenblicke zum andern, und zwar ist die Anregung zur Bewegung, die diesen Veränderungen folgt, um so bedeutender, je schneller sie bei gleicher Grösse vor sich gingen, oder je grösser sie in der Zeiteinheit waren (Gesetz von Du Bois-Reymond[1]).

2. Wenn der Strom geschlossen wird, wirkt er mit seinem negativen Pol erregend; wenn er geöffnet wird, wird der Nerv am positiven Pole gereizt.[2])

3. Während der Strom geschlossen ist, ist die Erregbarkeit des Nerven in der Nähe des positiven Pols geschwächt, in der Nähe des negativen Pols verstärkt.[2])

4. In den ersten Augenblicken nach dem Oeffnen des Stromes ist die Erregbarkeit des Nerven am positiven Pol verstärkt und am negativen Pol geschwächt.[2])

Einen grossen Theil dieser Thatsachen fasste Pflüger in seinem bekannten Gesetze zusammen: Erregt wird eine

[1]) Du Bois-Reymond, Untersuchungen über thierische Elektricität, I, Berlin 1848, S. 258—259. (Das Original ist v. J. 1845).

[2]) Pflüger, Untersuchungen über die Physiologie des Electrotonus, Berlin 1859; — v. Bezold, Untersuchungen über die electrische Erregung der Nerven und Muskeln, Leipzig 1861.

gegebene Nervenstrecke durch das Entstehen des Katelectrotonus und das Verschwinden des Anelectrotonus, nicht aber durch das Verschwinden des Katelectrotonus und das Entstehen des Anelectrotonus[1]). Ferner zeigte er, wie durch dieses Princip das Zuckungsgesetz, so wie er dasselbe gefunden hatte, mit grösster Einfachheit sich herleiten liess.

Die Thatsache, dass der Strom *beim Schliessen* mit dem negativen Pol reizend wirkt, steht mit einer Menge rein physikalischer Thatsachen in Zusammenhang. So zeigt sich, z. B., das electrische Licht im Inductionsfunken *nur* am negativen Pol. Im luftleeren Raum ist der negative Pol von einem schönen violetten Licht ganz und gar umgeben, während der positive Pol nur einen Strahlenkranz purpurfarbenen Lichtes aussendet. Die Temperatur des violetten Lichtes ist höher als diejenige des purpurfarbenen. Im Voltabogen erscheint constant das Licht zuerst am negativen Pol, während der positive noch finster ist; bald erwärmt sich auch dieser, die Ueberführung kleinster Theilchen beginnt, u. s. w. (NEEF, RUHMKORFF, DESPRETZ, MOIGNO[2]).

Wir haben somit von anderswoher erhaltene Analogien, welche lehren, dass wenigstens in einigen Fällen der electrische Strom gerade an seinem negativen Pol seine kräftigste Wirkung ausübt. Gleichfalls giebt es Thatsachen, welche als Analogien zu den bei den beiden Polen während des Stromschlusses auftretenden Erregbarkeitsveränderungen dienen können. MATTEUCCI[3]) und nach ihm FLEISCHL[4]) haben nämlich gefunden, dass, wenn die Nerven mit schwachen ($^4/_5$ $^0/_{00}$ FLEISCHL) Alkalilösungen behandelt werden, ihre Erregbarkeit steigt, und dass sie sinkt bei Behandlung mit schwachen ($^3/_4$ $^0/_{00}$ FLEISCHL) Säuren. Nun weiss man ja, dass der Strom an seinem positiven Pol Säuren und an seinem negativen Alkalien abscheidet. Wir haben somit hier eine völlige Uebereinstimmung zwischen den durch den constanten Strom hervorgerufenen Erregbarkeitsveränderungen und denjenigen, welche durch die entsprechenden Electrolyten erzeugt werden. Zu diesen Thatsachen kann noch eine alte, von GUSTAV CRUSELL gemachte Beobachtung herbeigezogen

---

[1]) PFLÜGER, a. a. O., S. 456.
[2]) DAGUIN. Traité élémentaire de physique, III, Paris & Toulouse 1879, S. 472—473.
[3]) MATTEUCCI, Comptes rendus de l'académie des sciences, T. 65, s. 155, 1867.
[4]) FLEISCHL, Archiv f. Anatomie und Physiologie, 1882, S. 17 f.

werden, nach welcher die organischen Gewebe vom positiven Pol, wahrscheinlich in Folge der Säurebildung, coagulirt werden, und dass vom negativen Pol, wahrscheinlich durch das Alkali, das gebildete Coagulum wieder aufgelöst wird, oder mit anderen Worten, der positive Pol macht das Gefüge der organischen Gewebe fester, der negative Pol übt eine dieselben lösende Wirkung aus.[1])

Analogien sind aber nicht dasselbe wie identische Thatsachen. Obgleich wir von anderen Gebieten Erscheinungen nachweisen können, die gleichartig denjenigen sind, welche wir beim Studium der Wirkung des Stromes auf den Nerven kennen lernen, können wir diese jedoch nicht als einander völlig gleich setzen und somit auch keine wirkliche und vollständige Theorie derjenigen Erscheinungen aufstellen, welche hervortreten, wenn der Strom geschlossen wird und durch den Nerven geht. Dennoch scheinen diese und andere dergleichen Analogien nicht ganz ohne Werth zu sein, denn sie geben jedenfalls eine, obschon unbedeutende Möglichkeit über den einfachen Sachverhalt, wie er unmittelbar durch die Versuche gegeben ist, hinaus zu kommen.

Ganz anders verhält es sich mit *der Oeffnungserregung* und den übrigen beim Oeffnen des Stromes hervortretenden Erscheinungen. Wir können, meines Wissens, nicht von an-

[1]) G. CRUSELL, Ueber den Galvanismus als chemisches Heilmittel gegen örtliche Krankheiten. St. Petersburg, 1841, S. 14 folg. Unter den Versuchen CRUSELLS mag der folgende hier angeführt werden: »Wenn man in das Auge eines lebenden Thieres, vermittelst einer durch die Hornhaut hineingesteckten Nadel, den galvanischen Strom einer kleinen zusammengesetzten Batterie *hineinleitet*, so entsteht, nachdem der Strom eine halbe oder ganze Minute oder auch länger, je nach der Stärke der Batterie, gewirkt hat, oft sogleich, oder doch spätestens nach einigen Tagen, eine Trübung der Pupille, zuweilen verbunden mit theilweisem Gerinnen der wässerigen Feuchtigkeit. — Wenn man auf dieselbe Art aus dem Auge einen galvanischen Strom *herausleitet*, so entsteht sogleich eine starke Entwickelung von Gasblasen, und im Fall das Auge vorher der Einwirkung des eintretenden Stromes ausgesetzt war, gewöhnlich eine deutliche Verminderung der Trübung und des Coagulum, welche beide, wenn nämlich der Versuch von keiner bedeutenden Entzündung begleitet wird, innerhalb ein paar Wochen beinahe verschwinden» (CRUSELL, a. a. O: S. 18—19). Ich habe den Versuch folgendermassen wiederholt. Ich nahm den Strom von einer Batterie von 5—6 Meidingerschen Elementen. Wenn ich den positiven Pol an der Hornhaut eines eben getödteten Frosches und den negativen irgendwo am Rumpf anlegte, zeigte sich nach wenigen Augenblicken eine deutliche Trübung der Hornhaut; veränderte ich jetzt die Richtung des Stromes, so dass der negative Pol an der Hornhaut ruhte, entstand sogleich eine reiche Entwickelung von Gasbläschen: wurden diese fortgenommen, trat die Hornhaut fast ebenso klar und durchsichtlich, wie vorher, hervor.

deren Gebieten denselben gleichartige Thatsachen aufweisen, und die berühmte Formulirung PFLÜGERS, dass das Verschwinden des Anelectrotonus reizt, ist ganz einfach nichts anderes, als eine sehr präcise und exacte Umschreibung des Sachverhalts; sie sagt aber nichts darüber hinaus und führt uns somit keinen Schritt in das Verständniss des Wesens der Erscheinung.

Schon in den frühesten Zeiten der Elektrophysiologie erweckte die Oeffnungszuckung die Aufmerksamkeit der Forscher, und schon VOLTA versuchte eine theoretische Erklärung derselben zu finden. Weder ihm, noch seinen Nachfolgern glückte es aber eine den Forderungen der Wissenschaft genügende Theorie zu geben, und seine Ansichten, sowie diejenigen von PFAFF, LEHOT, ERMAN, MARIANINI und die früheren von MATTEUCCI können jetzt nur ein historisches Interesse beanspruchen[1]).

Wichtiger als diese scheint die Ansicht PELTIERS zu sein. Er erklärt die Oeffnungszuckung bei directer Muskelzuckung durch die Polarisation des Muskels, worüber er sich folgender Weise ausspricht. »On doit à M. RITTER — sagt er — puis à M. DE LA RIVE la connaissance de ce fait: qu'un arc métallique formant un circuit hydroélectrique par son immersion dans deux liquides séparés devient un couple voltaïque et produit un courant en sens inverse d'autant plus énergique que le métal est plus inaltérable. On avait pensé d'abord qu'une polarisation moléculaire de tout l'arc était la cause de ce contre-courant; mais il a été reconnu depuis qu'il n'y avait que les bouts immergés qui jouissaient de cette faculté, et qu'elle était due à une couche d'oxigène au pole positif, et une d'hydrogène au pôle négatif. La même cause produit les mêmes effets sur la grenouille: la patte positive se charge d'oxigène et la négative d'hydrogène. Le contre-courant se démontre en plongeant les pattes dans deux tasses ou aboutit le fil d'un galvanomètre très-sensible . . . Plus la pile sera forte, plus le temps du courant sera long, plus les pattes seront chargées . . . Ce qui est vrai pour une grenouille entière l'est encore pour un muscle, pour une portion de muscle, etc.»[2]).

[1]) Siehe die ausführliche Darstellung bei DU BOIS-REYMOND, Untersuchungen über thierische Elektricität, I, Berlin 1848, S. 307—402.

[2]) DU BOIS-REYMOND, Untersuchungen über thierische Elektricität, II, 2. Berlin 1860, S. 378 folg. Vergl. auch I, S. 377 folg. Das Original von PELTIER ist v. J. 1834.

Du Bois-Reymond, der die Richtigkeit der von Peltier gefundenen Thatsachen durch eigene Untersuchung constatirte [1]), machte gegen dessen Erklärung der Oeffnungszuckung geltend, dass es nicht leicht war einzusehen, wie daraus die Oeffnungszuckung erklärt werden konnte, da doch diese Ladungen Peltiers, um einen Strom hervorzubringen, allem Anscheine nach eine geschlossene Kette brauchen dürften, diese Bedingung aber eben durch das Oeffnen verloren ginge. [2]) Gegen diese Einwendung Du Bois-Reymonds kann doch bemerkt werden, dass die Ladungen des Muskels einen geschlossenen Kreis durch innere Ausgleichung bilden können.

Alles dieses gilt nur von der durch unmittelbare Muskelreizung hervorgerufenen Oeffnungszuckung, kann aber ohne Weiteres auf die allem Anscheine nach völlig identische Oeffnungszuckung durch Reizung des Nerven angewandt werden.

Die Ansicht Peltiers wurde von Matteucci aufgenommen, aber nicht weiter fortgeführt. Er begnügte sich nur darauf hinzudeuten, dass durch die innere Polarisirbarkeit des Nerven die Oeffnungszuckung erklärt werden konnte, ohne im Mindesten einen Versuch zu machen zu zeigen, wie daraus alle die Oeffnungszuckung charakterisirende und sie begleitende Erscheinungen abgeleitet werden konnten [3]). Man hatte auch nicht die innere Polarisirbarkeit des Nerven näher und eingehend genug studirt, um einen wirklichen Paralellismus zwischen derselben und der Oeffnungszuckung aufstellen zu können. Es ist darum erklärlich, dass diese Aussprache keine weitere Berücksichtigung unter den Physiologen fand.

Kamen so die Pflüger'schen Untersuchungen, welche in so grosser Ausdehnung ihr Gepräge auf die heutige allgemeine Nervenphysiologie gesetzt haben. Die Auffassung Pelügers von der Oeffnungszuckung ist seitdem fast ohne Einwendung geltend gewesen, obgleich dieselbe, wie schon hervorgehoben worden ist, keine Erklärung der Erscheinungen, sondern nur eine elegante Formulirung der Gesetze derselben giebt.

Eine merkwürdige Theorie hat ungefähr zu derselben Zeit Chauveau aufgestellt. Nach ihm ist die physiologische Wirkung der Electricität nichts anderes als »le resultat d'un

[1]) Du Bois-Reymond, a. a. O., I, S. 377—382.
[2]) Du Bois-Reymond, a. a. O., S. 381.
[3]) Matteucci, Comptes Rendus, T. 65, 1867.

ébranlement mécanique imprimé aux molécules placées sur le passage des courants.[1])» Der constante Strom wirkt im Allgemeinen erregend nur durch »un courant accessoire instantané, à haute tension, par lequel il débute;» sowie durch »un deuxième courant accessoire instantané, à haute tension, par lequel il se termine.[2])» Von diesen Strömen geht der erste in derselben Richtung wie der Reizstrom, und der zweite in einer demselben entgegengesetzten Richtung. Die Wirkung des letzteren wird durch den Polarisationsstrom unterstützt.[3])

In späteren Zeiten hat, meines Wissens, nur H. MUNK eine wirkliche Theorie der Oeffnungszuckung aufzustellen versucht. Seine theoretische Anschauung geht von dem PORRET'schen Phänomen aus und wird vom Verfasser selbst folgendermassen dargestellt. »Die Erregung des Nerven in Folge des electrischen Stromes ist bedingt einmal durch die Fortführung der Nervenflüssigkeit unmittelbar durch den Strom und sodann auch durch die Flüssigkeitsrükkehr zu den vorher an Flüssigkeit verarmten Nervenstellen nach der Unterbrechung des Stromes; indem diese Bewegungen der Nervenflüssigkeit über die extrapolare Nervenstrecke nach dem Muskel hin sich erstrecken, wird die Muskelzuckung herbeigeführt durch die — gleichviel wie gerichtete — Bewegung der Nervenflüssigkeit, sobald diese mit einer gewissen Grösse und einer gewissen Geschwindigkeit bis zum Muskel hin sich fortgepflanzt hat.[4])» MUNK will somit sowohl die Schliessungs- als auch die Oeffnungszuckung als von einer mechanischen Reizung bedingt erklären. Es ist jedoch unmöglich sich vorzustellen, dass die cataphorische Kraft eines schwächsten Stromes, der eben eine Muskelzuckung hervorruft, genügend gross wäre und mit zureichender Plötzlichkeit hervortreten sollte, um eine solche Wirkung haben zu können. Die in diesem Zusammenhang bezüglich der Erregbarkeitsveränderungen durch einen constanten Strom von MUNK ermittelten Thatsachen, welche diese Auffassung stützen sollten, stimmen auch nicht mit den durch vorhergehende und nachfolgende Untersuchungen gefundenen Ergebnissen überein. Auch hat er niemals die ausführliche Darlegung seiner Theorie veröffenlicht. Wir brauchen daher dieselbe nicht weiter zu berücksichtigen.

[1]) CHAUVEAU, Journal de la Physiologie III, N:o IX, Janvier 1860, S. 52.
[2]) CHAUVEAU a. a. O., S. 61, 66.
[3]) CHAUVEAU, a. a. O., S. 70.
[4]) H. MUNK, Archiv für Anatomie, Physiologie etc., 1866, S. 383.

II.

Gewisse Erscheinungen, welche ich bei meiner Untersuchung über die durch den constanten Strom in den Nerven hervorgerufenen Erregbarkeitsveränderungen beobachtete[1]), veranlassten mich zu untersuchen, ob nicht dennoch die innere Polarisirbarkeit des Nerven die wahre Ursache der Oeffnungserregung abgeben konnte. Ich nahm deshalb zuerst eine eingehende Untersuchung über die innere Polarisation des Nerven[2]) vor und fand bald eine überraschende Uebereinstimmung zwischen den Eigenschaften derselben und den Bedingungen für das Hervortreten der Oeffnungszuckung.

Die Hauptgesetze der inneren Polarisation des Nerven sind folgende:

1. Bei Anwendung von bis zu 3 Meidinger'schen Elementen ist die Polarisation aufs nächste direct proportional der Stärke des polarisirenden Stromes.

2. Wenn der polarisirende Strom während ungleich langer Zeit auf den Nerven bei übrigens unveränderten Verhältnissen einwirkt, so nimmt die Polarisation zu; dieselbe steigt im Beginn schneller und später immer langsamer, schliesslich äusserst langsam ihrem Maximum sich nähernd.

3. Wenn der polarisirende Strom geöffnet wird, erreicht die Polarisation augenblicklich ihren höchsten Werth und sinkt darnach unaufhörlich herab; dieses Herabsinken geschieht im Beginn sehr schnell, später aber immer langsamer, so dass die Polarisation noch lange Zeit nach dem Oeffnen des polarisirenden Stromes anhält und nur asymptotisch sich dem Nullpunkte nähert.

Die zwei Hauptbedingungen für die Stärke der Polarisation decken sich vollständig mit denjenigen der Oeffnungszuckung, von welcher man ja längst weiss, dass sie im ersten Raume eine Function der Stärke und der Schliessungsdauer des polarisirenden Stromes ist. Aber auch das dritte Gesetz

---

[1]) TIGERSTEDT, Bihang till K. Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar, Bd. VI, N:o 22, S. 45, auch in den Mittheilungen vom physiologischen Laboratorium des Carolinischen Instituts in Stockholm, Erstes Heft, S. 45. 1882.

[2]) TIGERSTEDT. Bihang till K. Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar, Bd. 7, N:o 6, auch in den Mittheilungen vom physiol. Laborat. in Stockholm, Zweites Heft. 1882.

der Polarisation macht sich in dem Hervortreten der Oeffnungszuckung auf eine sehr merkwürdige Weise geltend. Weil nach dem Oeffnen des polarisirenden Stromes die Polarisation noch eine nicht ganz unbeträchtliche Zeit zurückbleibt, muss, nachdem die Oeffnungszuckung bei Anwendung eines stärkeren Stromes, *A*, einmal hervorgetreten ist, sie auch bei einem schwächeren Strom, *B*, erscheinen, wenn nur dieser Strom bald genug nach dem Oeffnen des stärkeren Stromes *A* geschlossen wird. Denn zu der von dem Strome *B* hervorgerufenen Polarisation, welche an und für sich nicht genügend gross ist, um eine Oeffnungszuckung hervortreten zu lassen, addirt sich die vom Strome *A* zurückgebliebene Polarisation, und diese Summe kann dann stark genug sein, um eine Zuckung auszulösen. Ferner muss unter solchen Verhältnissen die Oeffnungszuckung um so sicherer erscheinen und um so grösser ausfallen, je schneller der zweite Strom *B* nach dem Oeffnen des Stromes *A* geschlossen wird.

Diese Erscheinungen sind sehr leicht bei Reizungsversuchen zu beobachten. BIEDERMANN beschreibt dieselben vollkommen so, wie sie nach der obigen Auseinandersetzung hervortreten müssen. Er fand nämlich, dass »unmittelbar nach Ablauf einer durch einen stärkeren Strom ausgelösten Oeffnungszuckung auch das Verschwinden vorher nur bei Schliessung wirksamer, schwacher Ströme erregend wirkt und zwar in fast gleichem Grade wie die Oeffnung des starken Stromes. Dieser Reizerfolg nimmt aber schon nach kurzer Zeit an Grösse ab und verschwindet, wenn der Nerv hinreichend lebenskräftig war, nach wenigen Minuten der Ruhe vollständig. Diese eigenthümliche Nachwirkung ist unter sonst gleichen Umständen um so anhaltender, je länger vorher der stärkere Strom einwirkte und je weniger lebenskräftig der Nerv war.[1])»

In sehr eleganter Weise kann man mit einer und derselben Stromstärke auf ein gewöhnliches Nerven-Muskelpräparat den vollständigen Paralellismus zwischen der Oeffnungserregung und der Polarisation demonstriren. Ich habe solche Versuche folgender Weise ausgeführt. Ich liess einen Strom bestimmter Stärke während ungleich langer Zeit durch den

---

[1]) BIEDERMANN, Wiener Sitzungsberichte, Math.-naturwiss. Classe. Dritte Abtheilung, Bd. 83, S. 328, 1881.

Nerven fliessen. War diese Durchströmungszeit sehr kurz, trat nur die Schliessungszuckung hervor, war sie länger, zeigte sich auch die Oeffnungszuckung. Wenn ich, unmittelbar nachdem eine Oeffnungszuckung erschienen war, den Strom wieder schloss und denselben sehr schnell nachher aufs Neue öffnete, und den Versuch auf solcher Weise mehrere Mal nach einander wiederholte, so erhielt ich jetzt eine ganze Reihe von Oeffnungszuckungen, welche nach und nach an Grösse abnahmen und zuletzt ganz aufhörten, um wieder zu erscheinen, sobald ich den Strom längere Zeit auf den Nerven einwirken liess. Bei diesen Versuchen traten also in den Oeffnungszuckungen alle die Erscheinungen hervor, welche ich vorher in dem Galvanometer kennen gelernt hatte. Ich werde einige Versuchsbeispiele hier mittheilen, um die Frage näher zu beleuchten.

In den Versuchsprotocollen bedeutet

Z^1 — die Zeit des Stromschlusses in Secunden;

Z^2 — die Zeit zwischen der Oeffnung des Stromes und der nachfolgenden Schliessung;

OZ — die Grösse der Oeffnungszuckung.

Der Muskel schrieb mit einem federnden Schreibarm auf den mit sehr grosser Regelmässigkeit sich bewegenden Cylinder eines MAREY'schen Registrirapparates. Die Vergrösserung der Muskelzuckungen war etwa 3.5 mal. Als Electroden wurden natürlich nur unpolarisirbare angewandt.

Versuch I. 2 Meidinger, 500 Rheochordeinheiten in der Nebenleitung; aufsteigender Strom.

N:o	Z^1	Z^2	OZ
1	0.5		0
		0.4	
2	0.4		0
		0.5	
3	0.4		0
		0.4	

N:o	Z^1	Z^2	OZ
4	0.4		0
		0.4	
5	1.8		0
		0.7	
6	3.5		0
		0.7	
7	3.0		0
		0.6	
8	5.4		0
		0.7	
9	6.4		3.5
		0.8	
10	1.0		2.1
		0.7	
11	0.6		2.2
		0.6	
12	0.5		2.0
		0.6	
13	0.5		0
		0.6	
14	0.5		0
		0.6	
15	0.5		0
		0.5	
16	0.4		0
		0.5	
17	0.4		0
		0.5	
18	1.9		0
		0.7	
19	5.0		2.9
		0.7	
20	0.6		2.9
		0.6	
21	0.5		0
		0.5	
22	0.5		0
		0.5	
23	0.5		0
		0.5	
24	7.2		5.5

Versuch II. 2 Meidinger, 800 Rheochordeinheiten in der Nebenleitung; aufsteigender Strom.

N:o	Z^1	Z^2	OZ
1	0.3		0
		0.3	
2	0.2		0
		0.3	
3	0.2		0
		0.3	
4	0.2		0
		0.3	
5	0.2		0
		0.3	
6	0.2		0
		0.3	
7	1.6		eben merkbar
		0.6	
8	5.1		2.8
		0.7	
9	0.5		2.0
		0.5	
10	0.4		2.6
		0.5	
11	0.3		2.3
		0.4	
12	0.3		1.8
		0.4	
13	0.3		1.5
		0.4	
14	0.3		1.2
		04	
15	0.3		2.2
		0.4	
16	0.2		1.1
		3.0	
17	0.2		0
		0.6	
18	0.2		0
		0.6	
19	0.3		0
		0.6	
20	0.2		0
		0.6	
21	0.2		0
		0.6	
22	0.2		0
		0.6	

N:o	Z^1	Z^2	OZ
23	1.7		0
		0.7	
24	3.9		2.3
		0.6	
25	0.4		1.8
		0.5	
26	0.4		1.5
		0.5	
27	0.5		2.6
		0.5	
28	0.4		1.9
		0.5	
29	0.3		1.9
		0.5	
30	0.3		2.2
		0.5	
31	0.2		1.8
		0.5	
32	0.3		0.5
		0.4	
33	0.2		0.5
		0.5	
34	0.2		eben merkbar
		0.5	
35	0.2		eben merkbar
		0.5	
36	0.2		0.9
		2.5	
37	0.1		0
		0.9	
38	0.3		0.9
		4.4	
39	0.2		0.9
		0.8	
40	0.3		0
		0.5	
41	0.4		0
		0.5	
42	0.3		eben merkbar
		0.4	
43	0.3		0.7
		0.4	
44	0.3		eben merkbar
		0.4	
45	0.3		0
		0.4	
46	1.6		1.0
		0.7	
47	0.9		1.0

Versuch III. 2 Meidinger, 500 Rheochordeinheiten in der Nebenleitung; aufsteigender Strom.

N:o	Z^1	Z^2	OZ
1	0.3		0
		0.5	
2	0.3		0
		0.5	
3	0.2		0
		0.5	
4	0.2		0
		0.5	
5	1.9		eben merkbar.
		0.8	
6	6.8		1.8
		0.6	
7	0.3		0
		0.5	
8	0.2		0
		0.5	
9	0.2		0
		0.6	
10	14.9		5.0
		0.8	
11	0.3		1.5
		0.6	
12	0.2		eben merkbar.
		0.5	
13	0.2		eben merkbar
		0.4	
14	0.2		0
		0.5	
15	0.2		eben merkbar
		0.5	
16	0.2		0
		0.4	
17	0.2		0
		0.5	
18	0.2		0
		0.5	
19	0.2		0
		0.5	
20	11.6		7.1
		0.6	
21	0.3		2.7
		0.4	
22	0.2		0.9
		0.4	

N:o	Z^1	Z^2	*OZ*
23	0.2		0.5
		0.4	
24	0.2		0.4
		0.4	
25	0.2		0.5
		0.4	
26	0.2		eben merkbar
		0.4	
27	0.2		0
		0.4	
28	0.2		0
		0.4	
29	0.2		eben merkbar
		0.4	
30	0.2		0
		0.4	
31	0.2		0
		0.4	
32	0.2		0
		0.4	
33	0.2		0

Versuch IV. 2 Meidinger, 1000 Rheochordeinheiten in der Nebenleitung; aufsteigender Strom.

N:o	Z^1	Z^2	*OZ*
1	0.4		0
		0.4	
2	0.4		0
		0.4	
3	0.3		0
		0.4	
4	0.3		0
		0.4	
5	0.3		0
		0.4	
6	0.3		0
		0.4	
7	0.3		0
		0.4	
8	0.3		0
		0.4	
9	3.4		1.0
		0.8	
10	10.9		2.6
		0.6	

N:o	Z^1	Z^2	OZ
11	0.3		1.0
		0.4	
12	0.2		1.0
		0.4	
13	0.2		eben merkbar
		0.4	
14	0.2		eben merkbar
		0.4	
15	0.3		eben merkbar
		0.4	
16	0.2		eben merkbar
		0.4	
17	2.7		2.2
		0.7	
18	0.6		1.4
		0.6	
19	0.5		1.3
		0.4	
20	0.5		0.6
		0.6	
21	0.6		1.1
		0.5	
22	0.5		0.8
		0.5	
23	0.3		eben merkbar
		0.5	
24	0.2		eben merkbar
		0.5	
25	0.2		eben merkbar
		0.5	
26	1.1		eben merkbar
		0.8	
27	0.7		eben merkbar
		0.8	
28	1.0		1.1
		0.8	
29	13.2		5.4
		0.7	
30	0.2		1.6
		0.4	
31	0.2		1.1
		0.3	
32	0.2		eben merkbar
		0.3	
33	0.1		eben merkbar

Versuch V. 2 Meidinger, 1970 Rheochordeinheiten in der Nebenleitung; aufsteigender Strom.

N:o	Z^1	Z^2	OZ
1	0.4		0
		0.5	
2	0.3		0
		0.5	
3	0.3		0
		0.5	
4	1.4		0
		0.8	
5	3.2		1.8
		1.0	
6	1.0		2.2
		0.7	
7	0.3		2.2
		0.7	
8	0.4		1.3
		4.7	
9	0.3		0
		0.5	
10	0.3		0
		0.5	
11	0.3		0
		0.4	
12	0.3		0
		0.4	
13	0.3		0
		0.4	
14	0.3		0
		0.4	
15	8.3		3.4
		0.9	
16	0.5		5.1
		0.5	
17	0.4		3.2
		0.5	
18	0.4		2.8
		0.5	
19	0.4		1.6
		0.5	
20	0.3		1.4
		0.5	
21	0.3		1.4
		0.4	
22	0.3		1.3
		0.4	

N:o	Z^1	Z^2	OZ
23	0.3		eben merkbar
		0.4	
24	0.3		1.0
		0.4	
25	0.3		1.0
		0.5	
26	0.3		1.4
		0.4	
27	0.3		0
		0.4	
28	0.3		eben merkbar
		0.5	
29	0.2		eben merkbar
		0.5	
30	0.2		eben merkbar
		0.5	
31	0.2		eben merkbar
		0.5	
32	0.2		1,7
		0.5	
33	0.2		eben merkbar
		0.5	
34	0.2		eben merkbar

Diese Versuche sind so genau wie möglich nach den Originalen auf der Tafel wiedergegeben.

Die unter den Muskelcurven gezogene Linie bezeichnet die mittelst eines electrischen Signals angegebenen Zeiten des jedesmaligen Stromschlusses. Eine Länge von 1 Centimeter bedeutet in den Curven eine Zeit von 1.47 Sekunden. Die Curven sind von rechts nach links zu lesen.

Wir haben also gesehen, dass in Bezug auf die Grunderscheinungen ein vollständiger Paralellismus zwischen der Polarisation und der Oeffnungszuckung besteht. Aber auch in den Eigenschaften zweiter Ordnung zeigt sich eine wahrhaft auffallende Uebereinstimmung.

Bei Behandlung der Nerven mit einer alkoholischen Kochsalzlösung fand BIEDERMANN, dass die Oeffnungszuckung nicht nur stärker wurde, sondern auch, dass sie bei einer Stromstärke, die vorher dazu ganz unzureichend war, hervortrat.[1]) Meiner-

[1]) BIEDERMANN, a. a. O., S. 321. Die von BIEDERMANN zugleich gefundene Verspätung der Oeffnungszuckung interessirt uns hier vorläufig nicht.

seits habe ich gefunden, dass die Polarisirbarkeit des Nerven bei Behandlung mit alkoholischer Kochsalzlösung steigt bis zu 1.5 Mal ihrer ursprünglichen Stärke, wie die folgenden Versuche darthun. Sie sind ganz nach derselben Methode wie meine früheren Versuche über die innere Polarisation ausgeführt[1]). Ich wendete eine mit 10 % Alkohol versetzte 0.6 % Kochsalzlösung an und suchte mit grösster Genauigkeit auf die Electroden dieselbe Nervenstelle nach wie vor der Alkoholbehandlung zu bringen.

Versuch VI. 3 Meidinger, 1000 Rheochordeinheiten in der Nebenleitung; Zeit des Stromschlusses 5″; Spannweite der Electroden 8 Mm.

1. Vor der Einwirkung des Alkohols.

N:o	Ausschlag
1	2.8
2	2.95
3	3 0
4	2.95
5	3.0
Mittel	2.94
Mittlere Variation	0.064

2. Nach der Einwirkung des Alkohols während 1 Minute.

N:o	Ausschlag
6	3.8
7	4.4
8	4.35
9	4.45
10	4.2
Mittel	4.24
Mittlere Variation	0.192

Versuch VII. 3 Meidinger, 1000 Rheochordeinheiten in der Nebenleitung; Zeit des Stromschlusses 5″; Spannweite der Electroden 20 Mm.

1. Vor der Einwirkung des Alkohols.

N:o	Ausschlag.
1	3.1
2	3.2
3	3.1
4	3.2
5	3.4
Mittel	3.2
Mittlere Variation	0.08

[1]) TIGERSTEDT, Bihang till K. Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar, Bd. 7 N:o 6, auch in den Mittheilungen vom physiol. Laborat. in Stockholm, Zweites Heft. 1882.

2. Nach der Einwirkung des Alkohols während 1 Minute.

N:o	Ausschlag
6	4.8
7	4.9
8	5.0
9	4.7
10	5.0
Mittel	4.88
Mittlere Variation	0.094

Versuch VIII. 3 Meidinger, 1000 Rheochordeinheiten in der Nebenleitung; Zeit des Stromschlusses 5″; Spannweite der Electroden 8 Mm.

1. Vor der Einwirkung des Alkohols.

N:o	Ausschlag
1	5.2
2	5.2
3	5.2
4	4.9
5	4.7
Mittel	5.08
Mittlere Variation	0.144

2. Nach der Einwirkung des Alkohols während 1 Minute.

6	7.2
7	6.7
8	6.8
9	6.8
10	6.6
Mittel	6.82
Mittlere Variation	0.152.

Auch hier geht also die Veränderung der Polarisirbarkeit des Nerven in derselben Richtung wie das Hervortreten der Oeffnungszuckung: ganz dieselben Erscheinungen, welche BIEDERMANN bei Reizung der mit Alkohol behandelten Nerven in der Muskelzuckung sah, treten bei Untersuchung der Polarisation in dem Galvanometer auf.

In einer sehr bemerkenswerthen Abhandlung hat neuerdings GRÜTZNER unter anderen Fragen auch das Hervortreten der Oeffnungszuckung bei Reizung verschiedener Nervenstellen

studirt.[1]) Wir werden hier vorläufig ganz absehen von den Ergebnissen Grützners über die Bedeutung des eigenen Stromes des Nerven für die Oeffnungszuckung und notiren hier nur, dass bei seinen Versuchen bei Reizung des Plexus die Oeffnungszuckung sowohl bei aufsteigender als absteigender Stromesrichtung hervorgetreten war, wenn der Schieber seines Rheochordes (er benutzte ein einsaitiges Rheochord, derselben Construction wie für Compensations-Versuche angewandt wird) 80 bis 140 Mm. vom Nullpunkte stand, während bei Reizung des Nerven in der Mitte zwischen dem Abgang der Oberschenkeläste und der Theilung in den beiden Endzweigen, sowie bei Reizung nahe dem Knie, in den meisten Fällen die beiden Oeffnungszuckungen noch nicht bei 1000 Mm. Abstand des Schiebers vom Nullpunkte sich zeigten.[2]) Ist die Oeffnungszuckung von einer Polarisation des Nerven bedingt, so muss, ceteris paribus, die Polarisirbarkeit des Plexus grösser sein, als die der niederen Nervenstrecken.

Dies ist auch der Fall. Ich machte die hierher gehörigen Versuche solcher Art, dass die beiden zusammengebundenen *nn. ischiadici* eines und desselben Frosches auf die Electroden gelegt und verschiedene Strecken der Nerven dem polarisirenden Strom ausgesetzt wurden. Da dieselben Electroden und dieselbe Stelle von ihnen bei jedem Versuche angewandt wurden, und da gleichfalls die Spannweite immer unverändert war, muss deutlich der grössere oder kleinere Ausschlag, welcher bei Prüfung verschiedener Nervenstellen sich zeigte, offenbar von der Nervenstrecke selbst und von nichts anderem bedingt gewesen sein. Mit anderen Worten, die Polarisirbarkeit des Nerven ist verschieden in verschiedenen Punkten seines Verlaufs. Worauf dieses beruht, ist von keiner Bedeutung für die vorliegende Frage, denn hier handelt es sich nur darum, ob ein Paralellismus zwischen der Polarisirbarkeit und den Resultaten Grützners sich auffinden lässt. Ich gehe einige Versuchsbeispiele hier mitzutheilen. Ich habe die Polarisirbarkeit eines jeden Nervenpräparates an drei verschiedenen Stellen geprüft, nämlich: I. Plexus, II. die Gegend des Abganges der Oberschenkeläste, III. den niedersten Theil des Nerven.

---

[1]) Grützner, Archiv für die gesammte Physiologie, Bd. 28, S. 130—178, 1882.

[2]) Grützner, a. a. O. S. 163—165.

Versuch IX. 3 Meidinger, 1000 Rheochordeinheiten in der Nebenleitung; Zeit des Stromschlusses 5″; Spannweite des Electroden 8 Mm.

I.

N:o	Ausschlag
1	2.8
2	2.95
3	3.0
4	2.95
5	3.0
Mittel	2.94
Mittlere Variation	0.056

II.

N:o	Ausschlag
6	1.1
7	1.0
8	1.25
9	1.25
10	1.20
Mittel	1.16
Mittlere Variation	0.088

III.

N:o	Ausschlag
11	1.05
12	1.15
13	1.0
14	1.0
15	1.1
Mittel	1.06
Mittlere Variation	0.052

Versuch X. 3 Meidinger, 1000 Rheochordeinheiten in der Nebenleitung; Zeit des Stromschlusses 5″; Spannweite der Electroden 10 Mm.

I.

N:o	Ausschlag
1	4.8
2	5.3
3	5.25
4	5.1
5	5.15
Mittel	5.12
Mittlere Variation	0.136

II.

N:o	Ausschlag
6	3.1
7	3.3
8	3.25
9	3.2
10	3.4
	Mittel 3.25
	Mittlere Variation 0.08

III.

11	1.15
12	1.40
13	1.35
14	1.40
15	1.35
	Mittel 1.33
	Mittlere Variation 0.072

Versuch XI. 3 Meidinger, 1000 Rheochordeinheiten in der Nebenleitung; Zeit des Stromschlusses 5″; Spannweite der Electroden 10 Mm.

I.

N:o	Ausschlag
1	4.7
2	4.9
3	4.9
4	4.9
5	5.0
	Mittel 4.88
	Mittlere Variation 0.072

II.

6	3.45
7	3.7
8	4.0
9	3.65
10	3.8
	Mittel 3.72
	Mittlere Variation 0.144

III.

N:o	Ausschlag
11	2.1
12	2.15
13	2.1
14	2.1
15	2.15
Mittel	2.12
Mittlere Variation	0.024

Versuch XII. 3 Meidinger, 1000 Rheochordeinheiten in der Nebenleitung; Zeit des Stromschlusses 5″.

I.

N:o	Ausschlag
1	4.35
2	4.35
3	4.35
4	4.2
5	4.2
Mittel	4.29
Mittlere Variation	0.072

II.

6	2.4
7	2.25
8	2.5
9	2.5
10	2.4
Mittel	2.41
Mittlere Variation	0.072

III.

11	1.3
12	1.45
13	1.50
14	1.75
15	1.75
Mittel	1.55
Mittlere Variation	0.160

Diese Versuche dürften zureichend sein, um die Uebereinstimmung zwischen der Polarisirbarkeit verschiedener Nervenstrecken und den Resultaten GRÜTZNERS nachzuweisen.

Worauf diese verschiedene Polarisirbarkeit beruht, kommt, wie ich schon hervorgehoben habe, bei der Frage, welche uns jetzt beschäftigt, gar nicht in Betracht. Wahrscheinlich hat sie ihren Grund, mindestens zum grössten Theil, in dem besseren Leitungsvermögen der dickeren Nervenstrecken. Ob auch andere Umstände dabei von Bedeutung sind, habe ich nicht zu ermitteln versucht.

Wir haben also nicht bloss in den Grunderscheinungen, sondern auch in denjenigen zweiter Ordnung einen sehr merkwürdigen Paralellismus zwischen der Oeffnungszuckung und der Polarisation gefunden. Es kann somit nicht als zu kühn bezeichnet werden, wenn ich als Ursache der Oeffnungszuckung die Polarisation ansehe.

Die Oeffnungszuckung wäre somit nichts anderes als eine durch das Auftreten des Polarisationsstromes hervorgerufene Schliessungszuckung.

Es ist selbstverständlich, dass die absolute Grösse des Polarisationsstromes nicht gegen diese Theorie als Einwendung herbeigezogen werden kann. Die erregende Wirkung eines Stromes ist ja nicht von dessen Stärke an und für sich, sondern von der Steilheit, womit er ansteigt, bedingt. Darum ist z. B. die Wirkung eines Inductionsschlages auf den Nerven so viel stärker als die Wirkung des constanten Stromes. Der Polarisationsstrom, welcher ja schon während des Durchganges des polarisirenden Stromes existirt, muss bei der Oeffnung desselben mit fast gleicher Steilheit wie ein Inductionsschlag ansteigen und somit trotz seiner geringen absoluten Stärke dennoch erregend wirken. Von dieser Seite kann also, soviel ich einsehen kann, keine Einwendung gegen meine Theorie gemacht werden. Wenn der Kreis des Reizstromes geöffnet wird, so wird im selben Augenblick, auch wenn der polarisirende Strom nicht durch eine Nebenschliessung dem Nerven zugeführt war, der Polarisationsstrom zum Kreise durch die indifferenten Nervenhüllen geschlossen.

Um diese theoretische Anschauung, sowie ihr Leistungsvermögen noch weiter zu prüfen, werden wir jetzt untersuchen, ob von diesem Ausgangspunkte aus alle die beim Oeffnen des polarisirenden Stromes hervortretenden, mit Sicherheit constatirten Erscheinungen eine einfache und ungezwungene Erklärung erhalten können.

III.

Der Grundgedanke meiner Theorie der Oeffnungszuckung ist, alle die bei der Oeffnung eines polarisirenden Stromes hervortretenden Erscheinungen auf jene, welche beim Schliessen des Stromes sich zeigen, zurückzuführen. Wenn dieses einmal gelungen ist, dann bleibt, um eine wirkliche Theorie der Wirkung des electrischen Stromes auf den Nerven aufstellen zu können, nur übrig die Schliessungserregung und die ihr zugehörigen Erscheinungen wissenschaftlich zu erklären. Mit einem Wort, es gilt jetzt zu untersuchen, ob wirklich alle beim Oeffnen des Stromes gefundenen Thatsachen vollständig mit den bei der Schliessung des Stromes sich darbietenden Erscheinungen übereinstimmen.

Gleichwie der polarisirende Strom beim Schliessen seine erregende Wirkung am negativen Pol ausübt, geschieht die Reizung beim Oeffnen am positiven Pol: denn dahin fällt jetzt der negative Pol des Polarisationsstromes. Und gleichwie während des Stromschlusses der positive Pol des polarisirenden Stromes eine Hemmung ausübt, so muss sich beim Oeffnen des Stromes eine Hemmung beim negativen Pol zeigen, denn hier liegt jetzt der positive Pol des Polarisationsstromes. Hiervon ausgehend kann man das Zuckungsgesetz mit grösster Leichtigkeit theoretisch feststellen.

Die meisten Physiologen der Jetztzeit sind wohl darin überein, das Zuckungsgesetz in seiner allgemeinsten Form nach dem bekannten Schema Pflügers auszudrücken.

Das Gesetz der Zuckung[1]).

Stromstärke	Aufsteigender Strom	Absteigender Strom
Schwacher Strom	S. Zuckung O. Ruhe	S. Zuckung O. Ruhe
Mittelstarker Strom	S. Zuckung O. Zuckung	S. Zuckung O. Zuckung
Starker Strom	S. Ruhe O. Zuckung	S. Zuckung O. Schwache Zuckung [oder Ruhe]

[1]) Pflüger, Untersuchungen über die Physiologie des Electrotonus. Berlin 1859, S. 454.

Wenn meine Deutung der Oeffnungszuckung richtig ist, so müssen beim Oeffnen eines herabsteigenden Stromes ganz dieselben Erscheinungen wie beim Schliessen eines aufsteigenden Stromes, und umgekehrt, beim Oeffnen eines aufsteigenden Stromes ganz dieselben Erscheinungen wie beim Schliessen eines absteigenden hervortreten. Eine Ausnahme muss nur das erste Stadium der Stromstärke machen, weil hier der Strom noch nicht die Intensität, um eine Polarisation genügender Stärke zu erzeugen, erlangt hat. Das nachfolgende Schema wird eine Uebersicht dieser Verhältnisse erlauben; in dasselbe ist aus schon angeführten Gründen das erste Stadium weggelassen.

I.

Stromstärke	Oeffnung eines absteigenden Stromes	Schliessung eines aufsteigenden Stromes
Mittelstarker Strom	Zuckung	Zuckung
Starker Strom	Ruhe oder schwache Zuckung	Ruhe

II.

Stromstärke	Oeffnung eines aufsteigenden Stromes	Schliessung eines absteigenden Stromes
Mittelstarker Strom	Zuckung	Zuckung
Starker Strom	Zuckung	Zuckung

Wie man sieht, ist die Uebereinstimmung so vollständig, wie die Theorie es fordert.

Um nun das Zuckungsgesetz von meinem Gesichtspunkte aus zu deduciren, nehme ich an, dass in dem Polarisationsstrom das Verhältniss der gegenseitigen Stärke der Reizung und der Hemmung ganz dasselbe ist wie in anderen Strömen, und dass also, nach der Pflüger'schen Anschauung, bei einer

gewissen Stärke desselben die Reizung stärker ist als die Hemmung, während bei einer grösseren Stärke die Hemmung zureichend stark werden kann, um eine höher angebrachte Reizung vom Muskel abzuhalten.

Die Ströme, welche nach dem Zuckungsgesetz PFLÜGERS als schwache bezeichnet werden, sind dann natürlicher Weise diejenigen, welche nicht zureichend stark sind, um eine genügend grosse Polarisation in dem Nerven hervorzurufen, und welche daher von keiner Oeffnungszuckung begleitet sind.

Wird die Stärke des polarisirenden Stromes oberhalb dieser Grenze gesteigert, so entsteht eine Polarisation, welche von zureichender Intensität ist, um beim Oeffnen des Stromes eine Muskelzuckung zu erzeugen. Zwar hat die durch den Polarisationsstrom hervorgebrachte Erregung, falls der polarisirende Strom in absteigender Richtung durch den Nerven fliesst, den positiven Pol, welcher ja eine Hemmung ausübt, zu passiren. Diese Hemmung ist aber hier noch allzuschwach, um die Fortpflanzung der Erregung zum Muskel zu hindern, gleichwie ein aufsteigender polarisirender Strom von schwacher und mittlerer Stärke bei Schliessung die bei dem negativen Pol stattfindende Erregung vom Muskel nicht abhalten kann.

Die starken Ströme sind dadurch charakterisirt, dass die an ihrem positiven Pole stattfindende Hemmung stärker als die von ihrem negativen Pol ausgehende Reizung ist. Bei der Schliessung eines absteigenden Stromes ist dies von keiner Bedeutung; dagegen vermag, beim Schliessen eines aufsteigenden Stromes, diese Hemmung die am negativen Pol geschehende Erregung ganz vom Muskel abzuhalten.

Wenn der polarisirende Strom aufsteigend ist, so ist der Polarisationsstrom absteigend. Wie stark er auch durch Verstärkung des polarisirenden Stromes immer werden mag, so muss er doch immer eine Muskelzuckung hervorrufen, denn es giebt ja kein Hinderniss für die Fortpflanzung der am negativen Pol stattfindenden Erregung bis zum Muskel.

Anders verhält es sich, wenn der polarisirende Strom absteigend ist. Dann ist der Polarisationsstrom aufsteigend, und die Erregung hat den positiven Pol zu passiren. Je stärker der polarisirende Strom ist, desto stärker werden auch der Polarisationsstrom und die Hemmung an seinem positiven Pol. Um aber die Erregung ganz vom Muskel abzublenden, muss jedoch die Stärke der Polarisation eine ganz bedeutende sein.

Die Erfahrung lehrt auch, dass die absteigende Oeffnungszuckung lange nicht verschwindet bei einer Stromstärke, welche genügend ist um die aufsteigende Schliessungszuckung vollständig aufzuheben. Ja noch mehr, es kommt oft vor, wie es PFLÜGER in seinem ursprünglichen Schema des Zuckungsgesetzes hervorgehoben hat, dass die absteigende Oeffnungszuckung gar nicht verschwindet. Dieses beruht natürlich darauf, dass der Polarisationsstrom dazu nicht genügend stark wird.

Von hervorragender Bedeutung für das Verschwinden der absteigenden Oeffnungszuckung ist wahrscheinlich auch die von vorhergehenden Reizungen zurückgebliebene Polarisation. Bei Versuchen über PFLÜGERS Zuckungsgesetz bringt man, wie bekannt, ziemlich bald die aufsteigende Schliessungszuckung zum Verschwinden. Es erübrigt dann nur die absteigende Oeffnungszuckung auch zum Verschwinden zu bringen, um das ganze Gesetz demonstrirt zu haben. Wenn man jetzt die Stärke des polarisirenden Stromes nach und nach vergrössert, so wechselt man wohl in den meisten Fällen nicht mehr unaufhörlich die Richtung des Stromes in den Nerven, sondern prüft nur die Einwirkung des absteigenden Stromes, da man ja für die aufsteigende Stromrichtung schon das ganze Gesetz kennen gelernt hat. Jede solche Reizung mit absteigendem Strom lässt aber einen in entgegengesetzter Richtung gehenden Polarisationsstrom zurück: die Summe aller dieser zurückgebliebenen Polarisationsströme macht zuletzt die Polarisation genügend stark, um die absteigende Oeffnungszuckung aufzuheben.

Meine Theorie erklärt also in sehr einfacher Weise alle die in dem Zuckungsgesetze zusammengefassten Thatsachen und macht es auch unmittelbar verständlich, warum »der verschwindende Anelectrotonus ein ungleich schwächerer Reiz ist als der entstehende Katelectrotonus», denn der Polarisationsstrom ist ja immer schwächer als der polarisirende, und beide reizen den Nerven in ganz ähnlicher Weise, das heisst an ihrem negativen Pol.

Wenn wir festhalten, dass auch die Oeffnungszuckung durch die Schliessung eines Stromes (des Polarisationsstromes) entsteht, können wir dem Zuckungsgesetze eine ganz einfache Formulirung geben. Wir brauchen nämlich nur *zwei* Stromstärken anzunehmen:

1) **Schwache Ströme** — *bei welchen die Erregung am negativen Pol stärker als die Hemmung am positiven ist;* und

2) **Starke Ströme** — *bei welchen die Erregung am negativen Pol schwächer als die Hemmung am positiven ist.*

Durch diese Eintheilung haben wir das ganze Zuckungsgesetz ausgesprochen, wenn wir nur dabei uns erinnern, dass ein jeder polarisirende Strom eine Polarisation in dem Nerven hervorbringt, sowie dass jeder Strom, um eine Erregung auszulösen, von einer gewissen Stärke sein muss.

Während der Strom geschlossen ist, ist die Erregbarkeit des Nerven sowohl extra- wie intrapolar in der Gegend des positiven Pols herabgesetzt und in der Gegend des negativen erhöht. In den ersten Augenblicken nach dem Oeffnen des Stromes, das heisst während noch der Polarisationsstrom von genügender Stärke ist, zeigt sich am negativen Pol (= dem positiven Pol des Polarisationsstromes) die Erregbarkeit vermindert, und am positiven Pol (= dem negativen Pol des Polarisationsstromes) verstärkt. Gleichwie der Polarisationsstrom selbst, sind auch die Erregbarkeitsveränderungen nach dem Oeffnen des polarisirenden Stromes sehr flüchtiger Natur. Die Uebereinstimmung der Thatsachen mit der Theorie kann hier nicht schlagender sein.

Nachdem beim positiven Pol des Polarisationsstromes das Herabsinken der Erregbarkeit vorübergegangen ist, zeigt der Nerv während einer gewissen Zeit in seiner ganzen Ausdehnung eine erhöhte Erregbarkeit: diese Erscheinung muss als die wahre und einzige Nachwirkung des electrischen Stromes aufgefasst werden.

Auch der Umstand, dass bei Reizungsversuchen an lebenden Thieren und nicht freipräparirten Nerven im Allgemeinen nur Schliessungs-, nicht aber Oeffnungszuckungen hervortreten, ist nach meiner Theorie leicht zu erklären: weil der Strom mit grösster Leichtigkeit sich in alle möglichen Bahnen verzweigen kann, geht er mit so kleiner Dichtigkeit durch den Nerven, dass die Polarisation nicht genügend stark werden kann, um eine Zuckung auszulösen. Nur wenn sehr starke Ströme angewandt werden, ist dies möglich (BRENNER[1]).

Die Versuche von CLAUDE BERNARD, SCHIFF und VALENTIN, welche als Beweis des Fehlens der Oeffnungszuckung bei Reizung »lebender Nerven» vielfach citirt werden, sind bei genauerer Prüfung gar nicht stichhaltig. Es ist unmöglich, exacte Er-

[1]) S. HERMANN, Handbuch der Physiologie I, 1, S. 63, 1879.

gebnisse zu erhalten, wenn man, wie VALENTIN es that, die Electroden ohne weiteres in den Oberschenkel eines unpräparirten Thieres hineinsteckt; der Stromzweig, welcher dann den Nerven trifft, muss immer sehr schwach sein[1]). Eine wie grosse Stromstärke CLAUDE BERNARD, oder richtiger ROUSSEAU, welcher die betreffenden Versuche ausgeführt hat, benutzte, ist nirgends angegeben[2]). CHAUVEAU, welcher die Ergebnisse CLAUDE BERNARDS constatirt, thut dies nur mit dem Zusatz, dass bei Anwendung stärkerer Ströme die Oeffnungszuckung dennoch hervortritt. Ueber die Stärke der Ströme giebt auch CHAUVEAU nichts an; er versichert nur, dass die Oeffnungszuckung schon erscheint bei Strömen, welche die normalen Eigenschaften des Nerven gar nicht verändern[3]); wie daraus das Fehlen der Oeffnungszuckung bei unversehrten Nerven abstrahirt werden kann, ist mir unbegreiflich. Auch SCHIFF giebt nichts darüber an, wie er seine Versuche ausführte und welcher Stromstärke er sich bediente. Seine Behauptungen können daher nicht als ein Beweis für das Fehlen der Oeffnungszuckung bei Reizung ungeschädigter Nervenstämme gelten, um so weniger als er selbst sagt, dass sein Gesetz allgemein gültig ist, »wenn die Dauer des Stromes nicht allzusehr ausgedehnt wird;» etwas später gesteht er auch zu, dass man »durch bedeutend verstärkte Stromkräfte» die zweite oder dritte Stufe im »lebenden Nerven» hervorrufen kann[4]). Also sind auch nach SCHIFF die »lebenden Nerven» nicht ganz unempfindlich für den Oeffnungsreiz. Wir können somit den von den genannten Forschern bezüglich der Oeffnungszuckung behaupteten Gegensatz der »lebenden» und geschädigten Nerven nicht als durch untadelhafte Versuche bewiesen ansehen.

---

[1]) VALENTIN, Die Zuckungsgesetze des lebenden Nerven und Muskels. Leipzig u. Heidelberg 1863.

[2]) CLAUDE BERNARD, Leçons sur la physiologie et la pathologie du systeme nerveux. I, Paris, 1858, S. 185.

[3]) CHAUVEAU, Journal de la physiologie. N:o X, Avril 1860, S. 283. »Il est positif qu'à l'état physiologique, le passage des courants dans les nerfs musculaires ne provoque de contractions qu'au moment de la fermeture du circuit, soit quand les courants marchent dans le sens centrifuge, soit qu'ils suivent la direction centripète. Mais il est bien entendu, que c'est à la condition d'agir avec des piles suffisamment faibles; autrement la double contraction se manifeste, *même avec des courants, qui sont loin d'être assez forts pour altérer les propriétés des nerfs, et cela quand les conditions physiologiques, dans lesquelles on se place, ne laissent rien à désirer.*» — (Die Cursivirung ist von mir).

[4]) SCHIFF, Lehrbuch der Physiologie des Menschen. I, Lahr 1858—59; S. 80—81.

Bei den zahlreichen Versuchen, welche ich über das Zuckungsgesetz an noch mit dem Rückenmark in Verbindung stehenden Nerven gemacht habe, habe ich nimmer ein Fehlen der Oeffnungszuckung beobachtet, wenn eine solche zu erwarten und der Versuch untadelhaft angestellt war.

Ebensowenig wie die Gesetze DU BOIS-REYMONDS und PFLÜGERS den zuweilen auftretenden Schliessungstetanus ohne weitere Annahme erklären können, kann meine Theorie den Oeffnungstetanus deuten, obgleich sowohl der eine wie der andere aller Wahrscheinlichkeit nach dieselbe Ursache haben. Die wahrscheinlichste Erklärung ist, nach meinem Dafürhalten, diejenige von ENGELMANN[1]), nach welcher sowohl der Oeffnungs- wie der Schliessungstetanus von einer latenten Reizung des Nerven, durch Temperatureinflüsse, Vertrocknung, u. s. w. bedingt sind. Freilich ist diese Reizung an und für sich nicht genügend, um einen Tetanus hervorzurufen, aber sie wird es, wenn in gewissen Nervenstrecken die Erregbarkeit gesteigert ist, das heisst nach dem Schliessen des Stromes in der Nähe des negativen Pols und nach dem Oeffnen in der Nähe des positiven (= des negativen Pols des Polarisationsstromes). Diese Erklärung mag vollständig genügend sein oder nicht, die Hauptsache ist jedenfalls, dass der Oeffnungstetanus als vollständig gleichwerthig dem Schliessungstetanus aufgefasst wird, und weiter will ich in dieser Abhandlung nicht gehen, als alle die beim Oeffnen des Stromes hervortretenden Erscheinungen mit denjenigen beim Schliessen des Stromes zu paralellisiren Wie die Theorie es fordert, geht in dem Oeffnungstetanus die Erregung vom negativen Pol des Polarisationsstromes aus.

Mit grosser Einfachheit werden die VOLTA'schen Abwechselungen durch meine Theorie erklärt. Man weiss, dass, wenn ein schwacher Strom in dieselbe Richtung wie ein anderer den Nerven vorher durchkreisender Strom geschlossen wird, die Wirkung sehr bedeutend zunimmt, weil jetzt der erregende Punkt desselben auf eine mit erhöhter Erregbarkeit begabte Nervenstelle fällt. Wird dagegen ein schwacher Strom in eine entgegengesetzte Richtung geschlossen, so wird die Wirkung schwächer, weil dann der erregende Punkt auf eine mit herabgesetzter Erregbarkeit ausgerüstete Nervenstelle

[1]) ENGELMANN, Archiv für die ges. Physiologie, III, S. 411 folg., 1870.

fällt[1]). Wir werden sehen wie von diesem Gesichtspunkte aus die VOLTA'schen Abwechselungen erklärt werden können.

Wir nehmen an, dass der polarisirende Strom aufsteigend ist, weil diese Richtung das Hervortreten des Oeffnungstetanus begünstigt, welches wieder seine Erklärung darin findet, dass der Polarisationsstrom jetzt absteigend wird und die Erregung also keinem Hinderniss bei ihrer Fortpflanzung bis zum Muskel begegnet. Wenn jetzt die von ENGELMANN nachgewiesenen Umstände wirksam sind, entsteht beim Oeffnen des Stromes anstatt einer einfachen Muskelzuckung ein Tetanus. Wird der polarisirende Strom, ehe der Tetanus aufgehört hat, wieder in die vorige Richtung geschlossen, so wird durch den polarisirenden Strom der Polarisationsstrom aufgehoben: der Tetanus erlischt. Während der Strom jetzt zum zweiten Mal geschlossen ist, erzeugt er einen neuen Polarisationsstrom, welcher beim Oeffnen einen Tetanus wieder hervorruft. Wird die Richtung des Stromes jetzt umgekehrt und der Strom wieder geschlossen, so addirt sich dem Polarisationsstrome ein in derselben Richtung gehender Strom, dessen negativer Pol mit dem negativen Pol des Polarisationsstromes zusammenfällt: der Tetanus muss zunehmen. Die VOLTA'schen Abwechselungen sind also nothwendige Consequenzen meiner Theorie.

Hiermit habe ich die Uebereinstimmung zwischen allen den wichtigsten beim Oeffnen eines polarisirenden Stromes hervortretenden Erscheinungen und den entsprechenden beim Schliessen des Stromes auftretenden nachgewiesen. Es erübrigt noch, um die Theorie einer letzten Probe auszusetzen, zu untersuchen, ob dieselbe mit den neuesten Ermittelungen BIEDERMANNS und GRÜTZNERS in Uebereinstimmung steht.

GRÜTZNER hat in einer sehr genauen Untersuchung[2]) die grosse Bedeutung des eigenen Stromes des Nerven für das Resultat der electrischen Nervenreizung nachgewiesen. Er hat alle die Erscheinungen, welche BUDGE, PFLÜGER, FLEISCHL und HERMANN bezüglich der Erregbarkeit verschiedener Nervenstellen kennen gelehrt, durch die Wirkung des Nervenstroms erklärt, indem er bewies, dass der Strom eines gewöhnlichen Nervenpräparats an verschiedenen Stellen in verschie-

---

[1]) Vergl. GRÜTZNER, Archiv für die ges. Physiologie, Bd. 28, S. 143 folg. 1882.

[2]) GRÜTZNER, a. a. O., S. 130—178.

dener Richtung geht, und dass somit die erregende Wirkung eines Stromes durch den Nervenstrom verstärkt oder geschwächt wird, je nachdem diese beiden Ströme in gleicher oder in entgegengesetzter Richtung im Nerven laufen.

Im Zusammenhang mit diesen Untersuchungen glückte es ihm auch die hervorragende Bedeutung des Nervenstromes für das Auftreten der Oeffnungszuckung unter gewissen Verhältnissen nachzuweisen. Angenommen, dass wir mittelst eines aufsteigenden Stromes einen abgeschnittenen Nerven nahe dem Querschnitt reizen. Dann geht der Reizstrom in einer dem Nervenstrom entgegengesetzten Richtung, und eine der folgenden drei Möglichkeiten muss stattfinden: der Reizstrom ist schwächer als der Nervenstrom, er ist gleich stark oder er ist stärker. Ist er schwächer oder ebenso stark wie der Nervenstrom, kann keine Schliessungszuckung erscheinen, sondern die Schliessungszuckung entsteht nur, wenn der Reizstrom stärker ist als der Nervenstrom. Wie verhält sich aber die Oeffnungszuckung? Wenn der Reizstrom schwächer ist als der Nervenstrom, geht während der ganzen Zeit des Stromschlusses ein schwacher absteigender Strom durch den Nerven. Wenn der Reizstrom geöffnet wird, steigt der Nervenstrom plötzlich zu seiner vollen Stärke. Sein negativer Pol trifft jetzt eine Nervenstelle, welche, durch den während des Stromschlusses stattfindenden absteigenden Strom, sich in einem Zustande erhöhter Erregbarkeit befindet. Durch diese erhöhte Erregbarkeit wird der Oeffnungsreiz genügend stark, um eine Muskelzuckung hervorzurufen. Ist der Reizstrom ebenso stark wie der Nervenstrom, so wird dieser aufgehoben; beim Oeffnen des Stromes tritt der Nervenstrom in voller Stärke hervor; er trifft jetzt aber keine mit erhöhter Erregbarkeit begabte Nervenstelle: der Oeffnungsreiz ist an und für sich allzu schwach um eine Zuckung zu erzeugen. Wird der polarisirende Strom noch ferner verstärkt, so überwindet er den Nervenstrom und erzeugt eine Polarisation, welche bald in Verein mit dem in derselben Richtung gehenden Nervenstrom die Oeffnungszuckung hervorruft.

Grützners Auffassung, dass die zuerst erscheinende Oeffnungszuckung von dem Nervenstrom bedingt ist, scheint vollständig sicher bewiesen durch die von ihm in der Reihe der Oeffnungszuckungen aufgedeckte Lücke. Dass die später in der Serie auftretenden Oeffnungszuckungen, über deren Ursache Grützner sich gar nicht ausgesprochen hat, nicht dem Ner-

venstrom ihr Hervortreten schuldig sind, ist ohne weiteres einleuchtend, wenn man der stattfindenden Verhältnisse eingedenk ist. Aber es ist leicht zu verstehen, warum nach der Lücke die Oeffnungszuckungen immer stärker werden. Der Polarisationsstrom tritt jetzt hinzu und dessen Stärke wächst mit derjenigen des Reizstromes.

Nehmen wir wieder an, dass ein absteigender Strom durch den abgeschnittenen Nerven in der Nähe des Querschnittes geleitet wird. Dieser Strom muss schon bei sehr schwacher Stärke eine Zuckung hervorrufen, weil er sich zu dem in derselben Richtung gehenden Nervenstrom addirt. Als Belege dafür siehe die Versuche bei Grützner, a. a. O. S. 163 und 167. Wenn die Stärke des Reizstromes immer grösser wird, so werden auch die Zuckungen immer stärker bis zum Maximum und keine Lücke lässt sich in ihrer Reihe voraussehen oder nachweisen. Beim Oeffnen des Stromes geht der Polarisationsstrom in einer derjenigen des Nervenstromes entgegengesetzten Richtung. Wir können darum in diesem Falle erst dann eine Oeffnungszuckung erhalten, wenn der Polarisationsstrom stärker als der Nervenstrom geworden ist. Dass dies wirklich der Fall ist, ist aus den Versuchen Grützners a. a. O. Seite 163 ersichtlich.

Grützner fand ferner, dass der niedere Theil des Frosch-ischiadicus einen aufsteigenden Nervenstrom darbietet. Bei Reizung dieser Stelle muss also die aufsteigende Oeffnungszuckung später als die absteigende sich zeigen, indem im letzteren Falle der Nervenstrom sich dem Polarisationsstrome addirt, während im ersten Falle die beiden Ströme in entgegengesetzter Richtung laufen. Dies ist auch das Ergebniss Grützners. Er erhielt bei Reizung des niedersten Theiles des Nerven die absteigende Oeffnungszuckung bei resp. 60, 45 und 690 Mm. Entfernung des Rheochordschiebers, während er die aufsteigende Oeffnungszuckung in ersterem Falle bei 360 Mm. Entfernung und in den zwei anderen noch nicht bei 1000 Mm. erhielt (a. a. O. Seite 164). Ganz nach demselben Gesetz wie bei Reizung in der Nähe des Querschnitts, wo der Nervenstrom absteigend ist, fand er bei Reizung in der Nähe des Muskels, wo der Nervenstrom aufsteigend ist, in der Reihe der Oeffnungszuckungen eine Lücke (a. a. O. S. 173).

Wo der Nerv stromlos ist, das heisst in seiner Mitte, ist, in welcher Richtung auch der Reizstrom durch den Nerven

gehen mag, kein Unterschied in der für das Hervortreten der resp. Schliessungs- und Oeffnungszuckung nöthige Stromstärke vorauszusehen. Dass auch dies der Fall ist, beweisen die Versuche GRÜTZNERS (a. a. O. Seite 164—165).

Die von GRÜTZNER gefundenen Resultate streiten also nicht gegen meine Theorie der Oeffnungszuckung, sondern abgeben vielmehr neue Beweise für die Richtigkeit derselben; ausserdem weisen sie eine neue Ursache der Oeffnungszuckung bei gewissen Verhältnissen nach, welche bisher nur flüchtig von den Forschern berührt worden waren. Da sie genauer als vorher gezeigt haben, dass der Nervenstrom zuweilen von genügender Stärke ist um eine Muskelzuckung auszulösen, haben sie eine andere Stütze meiner Theorie gegeben, indem sie noch einmal bewiesen haben, wie die absolute Stärke eines Stromes von geringfügiger Bedeutung für das Hervortreten einer Muskelzuckung ist im Verhältniss zu mehreren anderen Umständen, im ersten Raume die Steilheit des Ansteigens, ferner der Erregbarkeitszustand, u. s. w.

Schon oben habe ich hervorgehoben, wie einige von BIEDERMANN gefundenen Thatsachen aufs Nächste mit meiner Theorie übereinstimmen. Seine Abhandlung bringt übrigens eine Menge neuer Resultate, welche zum grossen Theil ihre Erklärung durch die Ergebnisse GRÜTZNERS erhalten. Hier ist es nur nöthig zu untersuchen, in wiefern die Ermittelungen BIEDERMANNS bezüglich des Oeffnungstetanus und dazu gehöriger Erscheinungen für die Oeffnungszuckung als von einer Polarisation bedingt das Wort reden. Eins der merkwürdigsten Ergebnisse BIEDERMANNS ist die verspätete Oeffnungszuckung (O. Z. II, BIEDERMANN), welche er nach Behandlung des Nerven mit alkoholischer Kochsalzlösung und mit Kalisalze erhalten und als in nächster Beziehung zum Oeffnungstetanus stehend aufgefasst hat. Die Gründe, welche er dafür anführt, scheinen völlig überzeugend zu sein und geben einen neuen Beweis für die bekannte Erklärung ENGELMANNS. Eine unmittelbare Beziehung dieser verspäteten Oeffnungszuckung zu der gewöhnlichen giebt es nicht, wie BIEDERMANN selbst hervorhebt. Die Hauptsache ist dass auch in diesem Falle die Erregung vom positiven Pol (= negativen Pol des Polarisationsstromes) ausgeht, und dass die Polarisirbarkeit des Nerven nach Alkoholbehandlung zunimmt.

Bisher habe ich ausschliesslich die bei vollständiger Oeffnung des Stromes hervortretretende Zuckung berücksichtigt. Es giebt aber noch eine andere auch als Oeffnungszuckung bezeichnete Erscheinung, welche sich zeigt, wenn ein polarisirender Strom sehr plötzlich geschwächt wird, ohne jedoch bis Null zu sinken. Diese Zuckung habe ich gar nicht studirt und die darüber zur Zeit vorliegenden Untersuchungen sind nur allzu dürftig um eine Theorie derselben aufzustellen zu erlauben. Wir wissen ja nicht einmal mit Sicherheit wovon die dabei wirksame Reizung ausgeht, ob vom positiven oder vom negativen Pol. Da Grützner in seiner Abhandlung (a. a. O. Seite 143) sich damit zu beschäftigen erklärt hat, habe ich eine Untersuchung darüber nicht beginnen wollen.

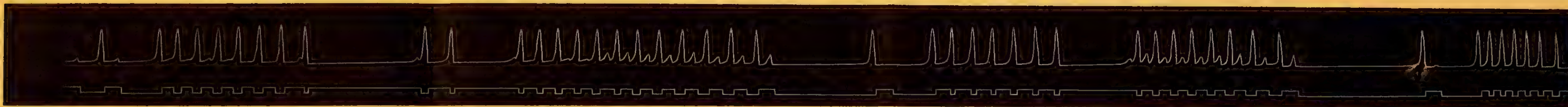
Wenn wir also von der durch eine plötzliche Schwächung des Stromes hervorgerufenen Oeffnungszuckung absehen, so sprechen, wie ich es zu zeigen gesucht habe, *alle* bis jetzt mit Sicherheit bestätigten Thatsachen einstimmig dafür, dass

die Ursache der Oeffnungszuckung und aller beim Oeffnen eines polarisirenden Stromes stattfindenden Erscheinungen der Polarisationsstrom und, in gewissen Ausnahmen, der Nervenstrom ist.

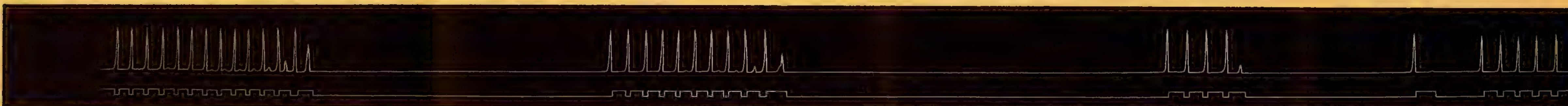
Versuch I



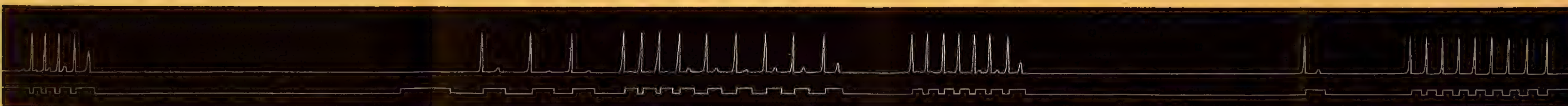
Versuch II



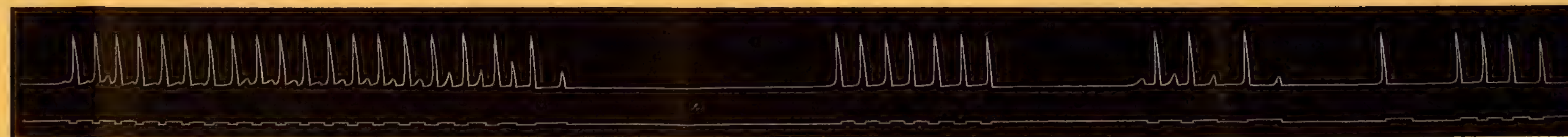
Versuch III



Versuch IV



Versuch V



Lith. W. Schlachter, Stockholm

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band. 7. N:o 8.

UNDERSÖKNINGAR

ÖFVER

SVENSKA BYGGNADSMATERIALERS VÄRMELEDNINGSFÖRMÅGA

AF

S. A. ANDRÉE.

MED EN TAFLA.

MEDDELADT DEN 13 SEPTEMBER 1882.



STOCKHOLM, 1882.
KONGL. BOKTRYCKERIET
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

De här afhandlade undersökningarna hafva blifvit utförda af Ingeniören S. A. Andrée efter uppdrag af K. Vetenskaps-Akademien och på dess bekostnad.

Principen för den apparat, hvilken för dessa undersökningar blifvit konstruerad och begagnad, är följande: Materialet formas till en skifva, af hvars båda med metalliskt öfverdrag försedda hufvudytor den ena utsättes för en ström af ånga, under det att den andra befinner sig uti intim beröring med is, af hvars smältning den genomgångna värmemängden beräknas.

Anordningen är följande (se fig. 1): Materialet *A*, omslutet af en kautchukring *B*, täcker öfra öppningen af det med bomull omgifna, cylindriska rummet *C*, dit ånga inledes genom röret *D* och silen *E* från reservoiren eller kokkärlet *F*. Det kondenserade vattnet rinner tillbaka till *F* genom röret *G*, som mynnar nära kokkärlets botten; afloppsångan bortgår genom röret *H*.

För bestämning af ångans temperatur ingår en termometer genom röret *I* nära under skifvan i ångrummet. Genom rören *Z* utsläppes luften vid experimentets början.

På materialets öfre yta hvilar iscylindern *K*, innesluten i röret *L*, hvars öfre mynning tillslutes med ett vattentätt påskrufvadt lock *M*, och som på alla sidor är omgifvet af is i rummet *R*, på det att värmetillförsel på annan väg än genom skifvan må förhindras. Från rummet *L* afledes genom ett smalt rör *m* det vatten, som bildar sig vid isens smältning, och uppsamlas i ett underställdt graderadt kärl, hvarefter det väges. För att underlätta vattnets afrinnande inskjuter genom locket *M* ett annat rör *N*, hvilket nedtill slutes af en ventil *v* (en kautschukremsa) och vid hvars öfre ända är applicerad en tryckblåsa *T* af kautchuk, vid hvars sammanpressning lufttrycket i cylindern drifver ut vattnet genom röret *m*. Till förekommande af den yttre isens för hastiga smältning är äfven på det öfre kärlet anbragt ett skyddande bomullshölje *N*. Genom hålen *o* uti metallbottnen *a* bortrinner öfver plåten *b* och genom pipen *c* det slaskvatten, som härflyter af isens smältning i det yttre kärlet. De båda å ömse sidor om skifvan

och kautchukringen befintliga hufvuddelarne af apparaten äro förenade och sammanskrufvas fast medelst 8 st. skrufvar *s*, vid hvilkas åtdragning fullständig tätning åstadkommes icke blott vid ytorna *e* och *f* utan äfven vid skifvans periferi. Ty omkring kautchukringen löpa tvenne smala ringar *i i* af metall, hvilka hindra kautchukmassan att vid sammantryckningen gifva sig undan åt yttersidan, och i stället tvinga den inåt mot kanten af skifvan. Mellanrummet utanför kautchukringen fylles med bomull. .

De material, som skulle undersökas, behandlas på det sätt, att sedan de med all den noggrannhet ämnets beskaffenhet medgaf bearbetats till den önskade formen — skifvor af c:a 85 mm. diameter och 14 mm. tjocklek — samt blifvit vägda och uppmätta, hvarvid tjockleken bestämdes med sferometer, beklăddes de på båda sidor med stanniolblad, som voro något större än skifvan och hvilkas öfverskjutande kanter ombőjdes, hvarefter en pappersremsa af ej fullt samma bredd som skifvans tjocklek klistrades rundt omkring densamma. [1]) Skifvan fick derefter lufttorka under åtminstone 6 till 7 veckor. Såväl före som efter försöket vägdes skifvan för att vinna säkerhet om, att ingen fuktighet genom något förbiseende fått tillfälle att intränga i densamma, ty detta utöfvar såsom

[1]) Då stanniolens fästande är en af de största svårigheter, som möta vid dessa försök och lätt förorsaka mycken tidsförlust, må det nämnas, att endast ett enda af alla de bindemedel, som försöktes, gjorde fullgod tjenst neml. s. k. FOULKES cement, (hvilket kan erhållas hos de flesta minuthandlare). Gummilösning, klister af råg-, hvete- och potatesmjöl, kautchuklösning, ägghvita, damarafernissa, gummilacka. kopalfernissa m. fl. visade sig oanvändbara vid så hög temperatur som 100°. Stanniolen rengöres från fett medelst eter eller sprit, och det uppvärmda cementet strykes sedan på såväl stanniol som skifva, hvilka derefter hopläggas och tryckas fast tillsamman (först vid midten, sedan mot kanterna), så att stanniolen noga sluter an efter skifvan och öfverflödigt bindemedel aflägsnas. Är skifvan af ett väl ledande material, så bör den vara lindrigt uppvärmd. när den skall klistras, emedan eljest bindemedlet stelnar och ett tjockt samt ojemt lager af detsamma qvarblifver under stanniolen. Icke sällan inträffar, att i följe af den starka upphettningen på värmesidan stanniolbladet derstädes småningom lossnar, hvilket då straxt visar sig derigenom att isens smältning försiggår med aftagande hastighet i st. f. att vara konstant. Stundom händer ock, att på ett snabbt aftagande följer en häftig ökning af vattenmängden. Felet består i sådant fall deruti att genom något hål på stanniolen en del af det vatten, som vid smältningen bildar sig, suges in uti skifvan, hvilket har till närmaste följd en minskning i aftappningens storlek, som dock snart efterträdes af en ökad smältning, emedan skifvans ledningsförmåga hastigt ökas, när den blir fuktig. Det är gifvet, att inga med dylika fel behäftade värden äro användbara.

nedan skall visas ett betydligt inflytande på ledningsförmågan hos materialet.

Innan jag öfvergår till en framställning af de resultat, som med denna anordning hafva erhållits, må jag först meddela den kritik apparaten undergått, i syfte att erhålla kännedom om tilläfventyrs befintliga felkällor.

I första rummet synes det vara att frukta, det värme möjligen tillkommer genom ledning utefter den öfre apparathalfvans metalliska bottenring, och derifrån sprider sig upp efter den inre cylinderns väggar, hvilket värme kan komma antingen från luften i rummet eller genom skrufvarne från det undre, upphettade partiet. För att hindra en värmetillförsel på denna väg äro såväl röret som locket på insidan öfverdragne med en beklädnad af kautchuktyg — regnkapptyg — fästad medelst en lösning af kautchuk i kloroform, genom hvilken anordning åstadkommes, att hela värmemängden i rörväggen fullständigt upptages af den utanför varande ismassan. Ty särskilda försök hafva visat, att om en iscylinder göres så, att den fullkomligt passar och derför med någon svårighet nedgår i röret, samt ånga af 100° får strömma genom ångrummet, så är ännu efter 2 timmars förlopp iscylinderns diameter icke märkbart förändrad, [1]) hvilket ådagalägger, att ingen värmetillförsel egt rum genom rörväggen.

Vidare skulle man kunna förmoda, att någon värmetillförsel försiggår genom de båda metallrören n och m, hvilka utmynna i det inre rummet. Att så likväl icke kan vara förhållandet särskildt hvad röret n beträffar, visar sig emellertid deraf, att ifall detta rör ersättes med ett annat af glas, så ändras derigenom icke smältningen eller värmetillförseln, hvilket dock, enär metallen leder cirka 160 gånger bättre än glaset, borde vara fallet, om värme inträngde på denna väg. Att luftcirkulationen i röret ej heller är af någon betydelse har åstadkommits dels genom att gifva detsamma en helt liten diameter och dels genom att tillsluta dess nedre ända med en ventil, som hindrar luftens tillträde till isrummet, hvar-

[1]) Man finner detta deraf, att om iscylindern lyftes upp från skifvan, så hänger den qvar hvar som helst i röret genom friktionen mot väggarne, hvilket ej kunde vara fallet, om diametern blifvit mindre än förut. Den skifva, som vid ett sådant försök skiljer isrummet från ångrummet bör naturligen vara af ett temligen dåligt ledande material t. ex. trä, emedan isen i annat fall inom kort fullständigt smälter i följe af värmetillförseln genom skifvan.

jemte den omständigheten att luftmassan i röret afkyles underifrån väsentligen hindrar värmetillförseln genom cirkulation. Aftappningsröret *m* är likaledes mycket smalt och är tillika öfverdraget med ett kautchukrör ända till mynningen, hvarigenom det hålles afkyldt genom ledning från det yttre isrummet, hvarest det, liksom också röret *n*, är blottadt och i omedelbar beröring med isen. Nedre ändan af afloppsröret är för öfrigt alltid tillsluten af en vattendroppe, hvilken i följe af kapillariteten qvarhålles vid mynningen.

De värmetillskott, som på något af de anförda sätten möjligen framtränga till isen, torde derföre vara så obetydliga, att den afvikelse, som de tillsammans föranleda, helt och hållet ligger inom observationsfelens gränser.

Frågar man sig åter, huruvida någon förlust af värme möjligen kan vara att befara, vill det förefalla sannolikt, att en värmeförlust åt sidorna kan uppkomma, emedan hos skifvan medeltemperaturen under försöket är $+50^c$, hvilket är c:a 33 grader mer än luftens temperatur i rummet. Utan tvifvel skulle så ock vara fallet i händelse skifvans kant vore blottad, men det inses lätt, att i kautchukringen är temperaturen i hvarje horizontal sektion noggrannt densamma som i samma sektion hos skifvan, och den nödvändiga förutsättningen för en afledning åt sidorna, nemligen temperaturdifferens, förefinnes i sjelfva verket icke. Blott vid yttre kanten af bomullspackningen torde nämnvärda oregelbundenheter vara för handen. Ehuruväl man således a priori kan inse, att någon afsevärd förlust af värme icke kan uppstå, har jag dock sökt ett experimentelt bevis derpå. Klart är nemligen, att om skifvans medeltemperatur ej vore högre än luftens i rummet, så kan icke heller någon värmeförlust af ofvannämda beskaffenhet förefinnas. Således om man i stället för vattenånga använder t. ex. eterånga, hvars temperatur vid 760 mm. tryck är $+34{,}8^\circ$, då medeltemperaturen hos skifvan är $+17{,}4^\circ$ samt experimenterar i ett rum der luften likaledes har denna temperatur, bör värmegenomgången ej störas hvarken genom afledning eller tillkomst från sidorna. Inledes sedermera vattenånga i st. f. eterånga bör en värmeförlust, om den förefinnes, visa sig uti en minskning af ledningskoefficienten *C*. Vidstående siffror visa, att en sådan minskning icke inträffar.

Material.	C bestämd med Eterånga.	C bestämd med Vattenånga.	Diff.
Tangentiel Fur	0,125.	0,128.	+ 0,003.
Radiel Gran	0,085.	0,084.	— 0,001.
Tegel	0,557.	0,563.	+ 0,006.

Med *C* betecknas den värmemängd, uttryckt i kilogram-värme-enheter, hvilken per timme och qv.-meter genomgår en vägg af 1 meters tjocklek, ifall temperaturskillnaden mellan väggens båda ytor är 1° Celsius.

På grund af hvad som här ofvan blifvit anfördt, synes det alltså, som skulle den ifrågavarande apparaten väl motsvara sitt ändamål och gifva värden, hvilka ej äro behäftade med andra eller större fel, än som vid värmeundersökningar af detta slag svårligen torde kunna undvikas. Emellertid må jag ej med tystnad förbigå en omständighet, hvilken i någon mån möjligen kan inverka på apparatens känslighet, nemligen att vid hvardera af de begge ytor, mellan hvilka värmet öfvergår, häftar under hela processen ett vätskelager, genom hvilket värmet skall passera och hvilka vätskelager, såsom varande dåligt ledande, måste antagas nedsätta värdet å koefficienten *C*, ifall deras inflytande ej tages med i räkningen eller elimineras i sjelfva anordningen. Det förra kan icke göras redan derför, att frågan om storleken af vätskornas värmedningsförmåga ännu icke är till fullo utredd, hvaremot det sednare kan i någon mån åstadkommas derigenom, att ett ständigt ombyte af vätskelagren eger rum t. ex. medelst omröring.[1] För detta ändamål är röret *n* böjdt i form af en vef, och vid dess nedre ända är fastsatt en gaffel *o*, hvars tvenne tänder tvinga iscylindern att medfölja och glida mot skifvans öfre yta, när vefven vrides omkring, hvarigenom en förnyelse af det öfre vattenlagret åstadkommes, under det att mot skifvans undre sida ångan bringas att utströmma genom silen *E*, så att dervarande vattenlager af henne oupphörligt skjutes mot kanten eller åtminstone bringas i en liflig rörelse.

---

[1] PÉCLET, som uppvisat hvilket stort inflytande ett orörligt vätskelager kan utöfva, fann vid sina försök, att ifall värmet öfvergick från en i mindre liflig rörelse varande vätska till en annan genom en metallskifva, dennas ledningsförmåga var i det aldra närmaste utan inflytande på processen, hvilket visade sig på det sätt, att han erhöll samma värde på ledningsförmågan hos skifvor af olika metaller. PÉCLET, Traité de la chaleur, del 1, sid. 387 och följ.

Ehuru det var sannolikt, att detta försigtighetsmått var tillräckligt för de dåligt ledande material, som förelågo till undersökning, var det likväl af vigt att förvissa sig om, det man ej komme för nära den öfre gräns, der vattenlagrens inflytande började att i högre grad göra sig gällande. För att utröna detta gjordes försök dels med en skifva af bly — tätheten 10,72 — den enda metall hvars ledningsförmåga af PÉCLET bestämdes, och dels med en skifva af smidesjern — tätheten 7,88. Resultatet blef, att blyets ledningskoefficient i medeltal af 4 försök var 13,68, ett värde som nära nog sammanfaller med det af PÉCLET angifna 13,83, samt att för smidt jern ledningskoefficienten var 20,40 d. v. s. ungefär 50 % större än den för bly. Det är anmärkningsvärdt, att omsättningen i de båda vattenlagren är betydligt lifligare vid denna apparat, der is och ånga användes, än i PÉCLETS, der vatten begagnades. Under det att PÉCLET för vinnande af samma resultat måste förnya vattenlagren icke mindre än 1600 gånger per minut, roterade iscylindern med en hastighet af endast c:a 70 hvarf, och ändock icke blott framträdde tydligt den stora skilnaden i metallernas ledningsförmåga, utan det synes äfven, som vore den, relativt PÉCLETS försök, bristande lifligheten i omröring på något sätt fullständigt ersatt.

För att finna huru härmed förhöll sig, togs till en början i betraktande tillståndet vid den yta, der ångan verkade, och detta på följande sätt. I enlighet med fig. 3 anordnades ett termoelektriskt element på det sätt, att en jernplåt *a* hopböjdes till en i båda ändar öppen cylinder, som tillika hade en längs efter gående öppning, i hvilken en kopparremsa *b* inpassades och fastlöddes, så att den utgjorde en del af cylinderväggen. Vid den med cylinderplåten sammanhängande jernplåtsremsan *c* fastlöddes en annan kopparremsa *d*, hvilken sednare lödning böjdes, så att den befann sig i cylinderns inre, hvarefter, sedan i rörets ändar insatts ett par korkar med till- och afloppsrör, en ström af ånga leddes genom cylindern. Den inre lödningen antager då fullständigt ångans temperatur, men på inre cylinderväggen afsätter sig vatten i följe af värmeförlusten utåt. Om nu detta kondensationsvatten verkligen hindrade ångans tillträde till cylinderväggen, så borde dennas och den deri befintliga lödningens temperatur i följe af vätskelagrets ringa ledningsförmåga blifva ej obetydligt lägre än den inre lödningens, hvilken temperaturdifferens af en i led-

ningen införd spegelgalvanometer skulle angifvas. Men vid det försök som med denna anordning gjordes visade sig denna skilnad ej öfverstiga 0,2°. Då redan i följe af värmeförlusten utåt väggens och lödningens medeltemperatur måste vara mindre än ångans, så är det uppenbart, att vattenlagrets inflytande måste vara mycket ringa, hvilket torde härleda sig deraf, att det icke är kontinuerligt, utan består af tätt sittande droppar, mellan hvilka ångan utan hinder kan verka på den metalliska ytan och gifva den sin temperatur, som i följe af metallens stora ledningsförmåga meddelas äfven till de delar, hvilka för ögonblicket täckas af vattendroppar. Orsaken härtill kan möjligen vara den, att i följe af den höga temperaturen vattnets adhesion vid metallen är betydligt förminskad, och följaktligen vätskans benägenhet att bilda droppar kan i förökad grad göra sig gällande, så att derigenom större eller mindre partier af ytan oupphörligt befrias från vatten och blifva blottade. Det visade sig ock, att då i följe af ofvanstående resultat silen borttogs ur apparaten och ångan inleddes från sidan genom afloppsröret, så att den ej ens strömmade mot skifvans yta, föranledde ej detta någon minskning i den genomgående värmemängden. Hela det fel, som vidhäftande vatten kan föranleda, är alltså att söka på den sidan der isen befinner sig.

Någon särskild undersökning häraf har emellertid ej blifvit gjord, emedan de förutnämnde experimenten med metallskifvorna tillräckligt ådagalade, att ett värmeutbyte fullt jemförligt med det, som genom användning af häftig omröring kunnat erhållas, verkligen försiggick. Men det må likväl framhållas, att den vätskelamell, som befinner sig mellan skifvan och isen, icke är i hvila ett enda ögonblick, äfven om iscylinderns rotation icke försatte den i rörelse. Ty den öfverliggande ismassans tryck tvingar det vatten, som bildar sig vid smältningen, att i en kontinuerlig ström flyta längs efter skifvan med en hastighet, som är större ju bättre värmeledande materialet är. Och emedan denna passage är mycket trång, kan en sådan strömning svårligen försiggå utan en temligen kraftig rubbning af det vattenlager, som häftar vid skifvan, åt hvilket derföre meddelas en rörelse, som synes vara tillräckligt liflig att förmedla värmets snabba öfvergång. Denna strömning längs efter skifvan blir naturligtvis lifligare, ifall mellanrummet minskas,

d. v. s. trycket på isen ökas t. ex. genom belastning. Det har ock visat sig, att ett par kilograms belastning tillräckligt ersätter iscylinderns rotation, men denna har dock befunnits lämpligare att använda, och detta af skäl, som i det följande skola anföras.

När apparatens egenskaper sålunda voro tillräckligt kända, började den egentliga undersökningen af byggnadsmaterialen, hvarvid beräkningen af ledningskoefficenten skedde med användning af den bekanta formeln:

$$W = c\frac{Ta}{l} \cdot \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (1)$$

deri W betyder den per timme genomgångna värmemängden, c den sökta koefficienten eller det tal, som angifver huru många kilogr. v. e. som per timme och qvadratmtr genomgå en vägg af 1 meters tjocklek, ifall ytornas temperaturskilnad är 1° C., T ångans temperatur, a skifvans area i qv.-meter, l skifvans tjocklek i meter. Tages isens smältningsvärme att vara 79,25 samt l och a räknas i cm och qcm samt ifall g betyder det antal gram vatten, som på m minuter bilda sig, så finner man lätt

$$C = \frac{475{,}5}{T} \cdot \frac{l}{a} \cdot (g/m).$$

Det första material, som gjordes till föremål för undersökning var *Trä*, som undersöktes med hänsyn till ledningsförmågan såväl tangentielt[1]) till årsringarnes som ock i radiel och longitudinel rigtning. Skifvorna, som dervid användes, voro på följande sätt skurna ur blocket. Det tangentiela träet erhölls genom att utskära en platta AB (fig. 4), hvars snittytor framgingo å ömse sidor om midten, och ur hvilken sedan utskars en rund skifva, med iakttagande af att dennas medelpunkt förlades midt emellan plattans kärnlinie och kanten. Den radiela skifvan förfärdigades ur samma platta AB och togs på samma sida om dess kärnlinie, som den tangentiela, hvarvid tillgick så, att plattan söndersågades längs efter i ribbor med samma bredd ab, bc, cd o. s. v., som var något större än skifvans tillämnade tjocklek, hvilka

[1]) Tangentiela och radiela ledningen skedde vinkelrätt mot trädets längdrigtning, hvaremot den longitudinela var parallel med trädets kärnlinie.

ribbor derefter limmades tillsammans med de ytor, hvilka blifva vända mot hvarandra, om alla ribborna å fig. tänkas vridna ett fjerdedels hvarf åt samma håll. Midt på den så uppkomna plattan utskars derefter den runda skifva, som vid försöket begagnades. Skifvan af longitudinelt trä hade före söndersågningen uttagits på sätt den prickade cirkeln i fig. 4 antyder. Hvad som med detta tillvägagående åsyftades var naturligtvis att på ledningsförmågan i de tre rigtningarne erhålla noggrannare jemförelsevärden än dem, som kunnat vinnas genom ett mindre noggrannt förfarande, ty värdena blifva icke fullt komparabla, ifall de ej erhållits från trä ur samma stycke samt ur delar deraf, hvilka äro hvarandra mycket närbelägna. Träblocket, hvarur de tagas, bör ock derför vara af en diameter och längd, som blott är ungefär 3 gg försöksskifvornas diameter.

De erhållna resultaten visa följande tabell i hvilken *d* betyder egentliga vigten och *c* värmeledningskoefficienten:

Trädslag.	Rigtning.	d.	c.
Furu	tangentielt	0,49	0,087
»	»	0,62	0,123
»	»	0,65	0,126*
»	radielt	0,59	0,130*
»	»	0,60	0,131
»	longitudinelt	0,62	0,404*
Gran	tangentielt	0,43	0,079
»	radielt	0,44	0,085
»	longitudinelt	0,44	0,315
Ek	tangentielt	0,79	0,198
»	radielt	0,79	0,226
»	longitudinelt	0,78	0,405

Oaktadt den försigtighet, som vid förfärdigandet blifvit iakttagen, hafva likväl — såsom synes — furuskifvorna ej erhållit så närliggande värden på täthetcrna, som varit önskligt. De med * märkta siffrorna tillhöra nemligen skifvor ur samma stycke. Vid gran och ek deremot är likformigheten temligen tillfredsställande, och förhållandet mellan ledningsförmågan i de olika rigtningarne erhålles omedelbart ur de ofvanstående talen. I afseende på furu åter kunna dessa förhållandetal ej omedelbart beräknas, ty skilnaden i täthet mellan samhöriga skifvor är för stor att tillåta en di-

rekt jemförelse, isynnerhet då täthetens inflytande uppenbarligen är mycket betydande. Jag har sökt att kringgå denna svårighet genom att medelst en empirisk formel uttrycka c i funktion af tätheten d. En sådan formel, hvilken närmevis återgifver ofvanstående värden,

är $$c = k.\ d^{4/3}$$

deri k betecknar en konstant. Genom insättning af tabellvärdena på d finner man enligt denna formel följande medelvärden på k:

		Gran.	Furu.	Ek.
Vid ledning tangentielt till årsringarne	k =	0,243	0,222	0,271
» » radielt » »		0,254	0,261	0,309
longitudinelt » »		0,930	0.759	0,564

hvaraf följer att förhållandet mellan ledningsförmågorna i olika rigtningar är för

		tangentielt	radielt	longitudinelt
Gran	=	1 :	1,05 :	3,83
Furu	=	1 :	1,18 :	3,42
Ek	=	1 :	1,14 :	2,08

Såsom synes skilja sig gran och furu af samma täthet ej synnerligen mycket från hvarandra i afseende på ledningsförmågan i radiel och tangentiel rigtning; ty värdena på k falla hvarandra temligen nära. Och då vid praktiska beräkningar något afseende på, huruvida ledningen sker radielt eller tangentielt, svårligen kan eller behöfver göras, så torde medeltalet af dessa 4 värden på k lemna en fullt tillräcklig noggranhet för beräkning af värmeförlusten vid byggnader uppförda af gran eller fur. Detta medelvärde är 0,243 eller, afkortat, 0,25 och man kan följaktligen beräkna ledningskoefficienten ur formeln

$$c = 0{,}25\ d \sqrt[3]{d}$$

Ledningsförmågan i longitudinel rigtning spelar härvid blott en underordnad rol, hvarför den ej bör tagas i betraktande vid bestämmande af värdet på k. Dessutom må anmärkas, att det trä, som vid försöken blifvit användt, endast varit *lufttorkadt*, hvarigenom jag naturligen åsyftat att vinna siffror, som så nära som möjligt motsvarade de i praktiken gemenligen förekommande fall.

Karmarsch[1]) uppgifver som medelvärden å tätheten hos lufttorkadt *gran*, *fur* och *ek* resp. 0,43, 0,58, 0,79 hvaremot svara följande medelvärden å ledningsförmågan hos

Gran	0,081
Furu	0,120
Ek	0,290

De ofvan anförda relativtalen öfverensstämma icke med dem, hvilka af Péclet[2]) blifvit angifna, men ligga deremot nära dem, som framgå ur de försök, hvilka af Knoblauch[3]) enligt Senarmonts metod blifvit anstälda, och som erhållas genom qvadrering af axelproportionerna i värmeellipserna. Relativtalen äro enligt

	Péclet.	Knoblauch.	Föreliggande försök.
Gran	1 : 1,83	1 : 3,24	1 : 3,83
Fur	——	1 : 3,24	1 : 3,42
Ek	——	1 : 2,10	1 : 2,08

Orsaken till variationerna kan i någon mon vara olikhet i struktur hos de undersökta partierna, men torde, hvad Péclet angår, vara den, att Péclet icke vid alla försöken öfverklädde materialets ytor med metallblad, utan endast genom tryckning åstadkom kontakt vid öfvergångsställena.

Af dessa relativtal framgår, att de högväxta och smäckra trädslagen leda värmet relativt bättre longitudinelt än de kortare och gröfre, och det synes icke osannolikt, att yngre träd på samma sätt skilja sig från äldre af samma slag. Samtlige af mig undersökta stycken tillhörde träd af en sådan ålder, att de väl lämpade sig för användning såsom byggnadsmaterial i form af gröfre bjelkar eller plank. Anmärkas må ock, att Péclet och Knoblauch ej rätt tydligt angifva, huru vida ledningen vinkelrätt mot fibrerna skedde tangentielt eller radielt, samt att de af mig använda skifvorna *endast voro lufttorkade*.

För undersökningen af byggnadstegel anskaffades material från olika delar af landet (tegelbrukens namn återfinnas i nedanstående tabell). Alldenstund tegel i allmänhet icke är fullt lika hårdt brändt inuti som vid ytorna,

---

[1]) *Karmarsch* Handb. der Mechan. Tecknologie 1; pag 602.
[2]) *Péclet* Traité de la chaleur Tom. 1; 406.
[3]) *Knoblauch* Pogg. Ann. Bd. CV.

togos skifvorna icke parallelt med desse, utan sedan stenen afbrutits vid midten *ab* utarbetades ur den ena halfvan en diagonalt liggande och med stenen lika bred platta *bc* med tjocklecken *l*, hvaraf sedan den runda försöksskifvan tillverkades (i fig. är stenen ritad så, att *ab* är dess minsta dimension). Dervid blottades merendels mindre håligheter i teglets inre, hvilka för att bereda stöd åt stanniolen, utfyldes genom igjutning af gips, hvarefter skifvan, på sätt som förut blifvit nämndt, bekläddes med stanniol samt lemnades att torka under några veckor. — Till en början anstäldes försöken på det sätt, att iscylindern stillastående fick hvila på skifvan och ofvanpå belastades med en blyvigt för att göra vätskelagret tunnare och samtidigt tvinga vattnet mellan skifvan och isen till en lifligare strömning. Denna metod måste dock snart öfvergifvas, ty det visade sig att öfver de små håligheter, hvilka, om än till ett ringa antal, likväl alltid förefunnos i teglets yta under stanniolen, isen smälte långsammare än eljest, i följe hvaraf på densamma bildade sig talrika små spetsiga förhöjningar, hvilka icke blott minskade värmegenomgången, derigenom att de hindrade en god beröring mellan isen och skifvan, utan äfven, i mån som smältningen fortgick, blefvo större och slutligen tryckte sönder stanniolen, som täckte håligheterna[1]). Vatten inträngde då genast och skifvan blef för en längre tid obrukbar. Derigenom att iscylindern medelst vefven sattes i rotation omkring sin axel, undveks visserligen denna svårighet ganska lätt, men tvenne andra trädde i dess ställe. Den ena var att genom gnidningen stanniolen nu i stället slets sönder vid alla förhöjningar på skifvan, hvilka förhöjningar lika litet som håligheterna kunde fullständigt undvikas; ty teglet kan icke poleras, och i följe deraf framsticka städse från dess yta öfverallt de skarpa hörnen af de sandkorn, hvilka alltid förekomma i detta material. Det blef då nödvändigt att belägga skifvan med ytterligare

[1]) Detta låter förmoda, att ledningsförmågan hos metaller i väsentlig grad beror af den behandling de förut undergått, så att resultat, hvilka erhållas t. ex. vid försök med metaller i trådform, ej äro fullt comparabla med dem, som erhållas annars, exempelvis när metallen är gjuten.

ett lager stanniol på öfre sidan, hvilket ock skedde, och fästes detsamma medelst en lösning af kautchuk i kloroform. Faran för sönderslitning var derigenom häfd, men rotationen åtföljdes äfven af den mycket oväntade företeelsen, att koefficienten i allmänhet föll i stället för att ökas, d. v. s. den genomgångna vämemängden blef mindre än då cylindern var stillastående. Differensen var då så pass stor, att den med säkerhet låg utom observationsfelens gränser. Att minskningen icke härledde sig af kautchuklagret syntes deraf, att då försök gjordes med de skifvor, hvilkas stanniol förut bestått profvet, erhölls med stillastående cylinder samma värde på koefficienten som förut, då stanniolen var enkel. Orsaken till sänkningen hade således sammanhang med sjelfva rotationen, och befans slutligen vara den, att skifvans ojemnheter vid rotationen åstadkommo ringformiga fördjupningar på isens liggyta, som derigenom längs efter betydande ytvidder icke längre berörde skifvan utan befann sig på ett afstånd från densamma, hvilket var lika stort som höjden af den ojemnhet, hvilken slipade ur försänkningen. Följden blef en otillräcklig anslutning, ett tjockare och i mindre liflig rörelse befintligt vattenlager, samt i sista hand koefficientens märkbara förminskning. Det inses lätt, att denna olägenhet nästan fullkomligt aflägsnas genom att ändra cylinderns rörelse från roterande till fram- och återgående, d. v. s. låta den med en lämplig utslagsvinkel oscillera kring sin längdaxel. Då försöken anstäldes på detta sätt, visade sig ock genast, att icke blott minskningen försvann, utan den väntade förhöjningen i c erhölls äfvenledes. Nedanstående tabell upptager de värden å ledningsförmågan hos tegel, som på anförda sätt hafva erhållits. Första kolumnen innehåller namnet på tegelbruket, i den andra finnes angifvet hurupass väl brändt teglet vid afsyning befans vara, den tredje angifver tätheten, och den fjerde innehåller de för c funna värdena.

Fabriksort.	Beskaffenhet.	d.	c.
Ramnäs	Lösbrändt	1,880	0,591
Ramnäs	Ordinärt	1,866	0,620
Hallsberg	Ordinärt	1,833	0,585
Qvicksund	Ordinärt	1,816	0,531
Brogård	Lösbrändt	1,795	0,476
Sätra	Ordinärt	1,786	0,570

Fabriksort.	Beskaffenhet.	d.	c.
Kiholm	Ordinärt	1,785	0,473
Qvicksund	Lösbrändt	1,784	0,437
Gustafsvik	Ordinärt	1,771	0,554
Slagsta	Ordinärt	1,767	0,544
Oxie	Ordinärt	1,758	0,511
Ed	Lösbrändt	1,754	0,422
Lomma	Ordinärt	1,730	0,631
Mehede	Ordinärt	1,727	0,454
Mehede	Lösbrändt	1,718	0,478
Brogård	Ordinärt	1,712	0,444
Vestervik	Ordinärt	1,686	0,449
Slagsta	Lösbrändt	1,685	0,495
Bjurröd	Ordinärt	1,568	0,539
Aronsberg	Ordinärt	1,558	0,423
Aronsberg	Lösbrändt	1,555	0,383
Glumslöf	Ordinärt	1,514	0,509

Af denna tabell synes det som vore de tätare tegelsorterna äfven mera vämeledande, ty om man tager medelvärdena för de tätheter, som ligga mellan 1,50—1,60, 1,60—1,70, 1,70—1,80, 1,80—1,90, äfvensom medeltalen af deras motsvarande koefficienter, så erhålles för

d.	c.
1,85	0,58
1,76	0,50
1,69	0,47
1,55	0,46

Men fastän vid ett stort antal försök en dylik regelbundenhet synes framträda, visa dock de talrika och delvis mycket betydande afvikelser, som i tabellen återfinnas, att tätheten blott ger en osäker ledning för bedömande af en tegelsorts värmeledningsförmåga, hvilken antagligen i väsentlig grad beror äfven af andra fysikaliska egenskaper hos teglet. Bränningens inflytande synes vara den, att koefficienten ligger lägre vid det lösbrända än vid det ordinärt brända teglet af ungefärligen samma täthet och samma material. Ehuruväl med profven från Mehede ett annat resultat erhållits, tala dock försöken med tegel från Ramnäs. Aronsberg och Qvicksund för sannolikheten af en mindre ledningsförmåga hos tegel med lösare bränning. Med hän-

syn till de föreliggande variationerna, kan man svårligen gifva ens ett någorlunda fixt medelvärde å ledningskoefficienten för tegel. Det öfvervägande antalet af de i tabellen upptagna tegelsorterna har dock sin täthet mellan 1,70—1,80, och medeltalen af dessas täthet och ledningsförmåga torde derför kunna betraktas såsom närmevärden, användbara för de vanligast förekommande praktiska beräkningarne. De äro

$$d = 1{,}76 \quad c = 0{,}50$$

Péclet[1]) angifver för d = 1,85 c = 0,51 för bränd lera. Enligt ofvanstående tabell är för d = 1,85 c = 0,58, en afvikelse, som efter all sannolikhet beror deraf, att det tegel, som här användes, icke är endast bränd lera, utan äfven innehåller sand, hvilken, såsom af försöken med Lommacement framgår, betydligt höjer ledningsförmågan. Af samma orsak torde äfven i allmänhet tegelsorternas olika ledningsförmåga i en väsentlig grad vara beroende. Medeltalet å c för tätheten 1,55 torde vara något för högt, beroende deraf, att antalet tegel med denna täthet varit jemförelsevis ringa.

De eldfasta teglen hafva, möjligen iföljc af den starkare bränningen, en betydligt större ledningsförmåga än byggnadsteglen, såsom synes af nedanstående tabell, deri äfvenledes det lösbrända teglets mindre ledningsförmåga framträder.

Fabriksort.	Beskaffenhet.	d.	c.
Höganäs	Ordinär	1,748	0,756
Höganäs	Lösbränd	1,713	0,616
Bjuf	Ordinär	1,676	0,895
Bjuf	Lösbränd	1,613	0,732
Stabbarp	Ordinär	1,999	0,854

På samma sätt undersöktes äfven ledningsförmågan hos gips och sandsten, men längre kunde denna metod icke fullföljas, emedan ett säreget hinder mötte, hvilket framtvingade användandet af ännu ett annat sätt för undersökningen. Det visade sig nämligen, att vid vissa ämnen, såsom granit, kalksten m. fl., bindemedlet icke förmådde fasthålla stanniolen vid materialet, enär redan vid klistringen gasblåsor bildade sig under stanniolen, hvilka hastigt tilltogo i storlek och snart helt och hållet lossade metallbladet från skifvan. Då det icke lyckades mig att hindra denna process, hvilken, om

[1]) Péclet. Traité de la chaleur I. 406.

ej förr så vid ångans strömmande mot skifvan inträffade, blef det snart nödvändigt att göra sig oberoende af bindemedlets bindande förmåga, för hvilket ändamål anordningen blef modifierad på sätt, som tydliggöres af fig. 2. P och Q äro tvenne metallskifvor af 10 mm. tjocklek och 92 mm. diam., hvilkas mot hvarandra vända ytor äro svagt konvexa. Emellan hvar och en af dessa skifvor samt materialet A ligger en packe (40—100 st.) stanniolblad *t*, hvarjemte tvenne dubbla kautchukringar *u* hindra värmetillförsel från sidorna; en pappring *r* gör ångtätt kring den undre skifvan, och vid den öfre gör den ena kautchukringen vattentätt. Alla dessa delar sammantryckas stadigt medelst skrufvarne *s*, hvarefter afståndet mellan skifvorna uppmätes, hvarvid det erhållna måttet nödvändigtvis blir mindre än summan af materialets och stanniolbladens sammanlagda tjocklek. Derefter viras bomullsremsan *x* omkring materialet och kautchuken vikes ned, hvarvid den trycker bomullen mot skifvan och dels hindrar luftcirculation närmast densamma dels afstänger värmetillförseln till den smala ring, hvarmed metallskifvan bör (för mätningen) vara större än materialet. Metallskifvornas konvexitet åstadkommer, att tryckningen börjar vid midten och i mån som sammanskrufningen fortgår pressar ut mot kanten den luft, som finnes mellan stanniolbladen. Huru fullständigt detta sker kan man finna deraf, att vid anstäldt försök samma resultat erhölls då 124 blad voro mellanlagda, som då dessa voro ersatta af tenn, hvilket blifvit gjutet in mellan materialet och skifvorna och således der bildade en fullkomligt kontinuerlig metallisk ledning. Det är dock af nöden att äfven vid denna metod öfverklistra skifvan med ett lager stanniol — som bäst fästes med mjölklister — ty materialets yta kan vanligen ej göras så slät, att en tillräcklig intim kontakt med stanniolen förefinnes.

Det ledningsmotstånd, som metallskifvorna utöfva, orsakar en lindrig modifikation af den formel, hvarur *c* tillförene blifvit beräknad. För ledningen genom de 5 af parallela ytor begränsade lagren har man lagen

$$W = \frac{T \, . \, a}{\frac{l}{c} + \frac{l_1}{c_1} + \frac{b_2}{c_2}}$$

deri W, T, a, l och c hafva samma betydelse som i (1)

l_1 är = summan af messingsskifvornas tjocklek;

l_2 = » » stanniolknippenas » ;

c_1 = 125 = ledningskoefficienten för messing;

c_2 = 82 = » » tenn.

l_2 erhålles lätt genom att från det uppmätta afståndet mellan messingsskifvorna draga försöksskifvans tjocklek l; arean a kan anses vara gemensam för alla sektionerna.

Med användning af samma mått, enheter och beteckningar som förut, finner man genom en enkel räkneoperation följande uttryck:

$$\frac{l}{c} = \frac{T \cdot a}{475{,}5 \cdot (g/m)} - \left\{0{,}016 + \frac{l_2}{82}\right\}$$

För att utröna huruvida med denna metod erhöllos värden identiska med de förra, pröfvades densamma genom insättning af förut undersökta skifvor, hvarvid vunnos de resultat, som i vidstående tabell angifvas:

Material.	c. enl. metod 1.	c. enl. metod 2.	diff.
Tegel	0,431	0,443	+ 0,012
Tegel	0,470	0,476	+ 0,006
Gips	0,538	0,543	+ 0,005
Sandsten	2,740	2,766	+ 0,026

Den omständigheten, att samtliga differenserna äro positiva, antyder uppenbart tillvaron af en konstant felkälla, men huruvida denna består i en värmetillförsel vid metod 2 eller en förlust vid metod 1 är svårt att med säkerhet afgöra. Det kan visserligen synas, som vore det förra sannolikast; men de försök öfver värmeledningsförmågan hos papp, hvilka här nedan skola anföras, hade i sådant fall svårligen kunnat visa en sådan regelbundenhet, som de göra, enär de med hänsyn till den ringa värmeledningsförmågan hade, i vida högre grad än de 4 ofvan anförda materialen, måst influeras af värmetillförsel från sidorna. Deremot kan man lätt inse, att möjligheten af en liten minskning i värmegenomgången icke kan anses vara fullständigt aflägsnad vid den förra metoden. Ty den vattenmassa, som tränger sig fram mellan iscylindern och skifvan, växer proportionelt med arean d. v. s. med qvadraten på diametern, under det att arean, genom

hvilken vattnet vid sin rörelse mot periferien passerar, endast ökas proportionelt med diametern, såvida nämligen cylinderns bottenyta öfver allt befinner sig på samma afstånd från skifvan. Ett sådant jemnvigtstillstånd kan alltså icke förefinnas, utan cylindern måste vid periferien stå längre från skifvan än vid midten och följaktligen äfven vattenlagrets tjocklek i samma mån tilltaga. Det ökade hinder för värmegenomgången, som derigenom uppkommer, undanröjes till största delen derigenom, att vattnet bättre omröres ju längre från midten det befinner sig, ty i samma proportion rör sig äfven en punkt af iscylindern hastigare fram öfver skifvan. Men till fullo torde dock inflytandet af denna relativt tjocka vätskelamell icke kunna neutraliseras, utan koefficienten röner sannolikt derigenom en minskning, tillräckligt stor att öfverskrida observationsfelens gränser. Det kan synas, som vore förhållandet alldeles detsamma äfven vid metod 2, men att så icke är, inses lätt, om man betänker, att den tjocka metallskifvan i detta fall medgifver en jemförelsevis obehindrad fortplantning af värmet från periferien mot metallens kallaste del (vid midten), hvilket deremot icke i lika hög grad är fallet, när ledningen längs efter skifvans yta skall försiggå genom det tunna stanniolbladet ensamt. Ty att dettas ledningsförmåga i denna rigtning ej är så hög, som dess metalliska egenskap låter förmoda, ådagaläggges af det förut anförda förhållandet, att smältningen ej försiggick med fullt samma liflighet på de ställen, der stanniolen framgick öfver en hålighet i skifvan, som i det omgifvande partiet. Vid aktgifvande på formen af iscylinderns bottenyta finner man ock, att en rätt betydande skilnad förefinnes vid de båda metoderna. Vid metod 2 synes den vara nästan plan. Vid metod 1 åter har den i några fall varit temligen starkt konvex. Ehuru det således är att förmoda, att de värden på ledningsförmågan hos tegel, hvilka förut blifvit anförda, äro med, som det tyckes, 1 à 2 % för små, är dock denna variation så oviss och oberäknelig, att jag ej ansett det vara fullt berättigadt att till de observerade värdena anbringa en dylik, i viss mån godtycklig korrektion.

Enligt den nu nämnda metoden hafva samtliga i nedanstående tabell uppräknade ämnen blifvit undersökta. Koefficienterna för gips och sandsten äro dessutom bestämda på

samma sätt, som användes vid undersökningarne af teglets ledningsförmåga:

Material.	d.	c.
Granit grå	2,669	2,350
Marmor Italiensk	2,712	1,678
d:o d:o	2,717	2,067
d:o Kolmårds-	2,704	1,885
Sandsten Gotlands	2,097	1,438
d:o vanlig	2,249	2,767
Kalksten Ölands grågrön	2,644	1,744
d:o d:o röd	2,656	1,748
d:o Nerikes	2,675	1,941
Cement Lomma	1,563	0,405
1 del *d:o* + 2 del. sand	1,744	0,553
d:o Portlands	1,810	0,579
Murbruk vanligt	1,676	0,636
Gjuthusmassa	1,734	0,630
Slaggtegel från Söderfors	2,640	1,458
d:o » Finshyttan	2,680	1,709
Gips vanlig	1,374	0,543

Beträffande denna tabell må följande anmärkningar göras:

Den Italienska marmorns ledningsförmåga understiger mycket det värde, som *Péclet*[1]) angifver, men de stora differenser, som äfven vid hans undersökningar framträda, och som visa, att ledningsförmågan hos tvenne marmorstycken af samma täthet (2,77) kan variera åtminstone mellan 2,81—3,10, ådagalägga tillfyllest, huru synnerligt variabel detta materials ledningsförmåga verkligen är.

Tät sandsten utmärker sig genom en synnerligen stor ledningsförmåga, hvilken dock mycket hastigt minskas, då materialet är af lösare beskaffenhet.

Byggnadskalksten har enligt Péclet[2]) ett värde å $c = 1,32$ för $d = 2,24$. Vid jemförelse med ofvanstående tabell finner man, att med tätheten stiger äfven ledningsförmågan

[1]) *Péclet.* Traité de la chaleur del 3 sid. 479.
[2]) Péclet. » » del 3 sid. 472.

temligen regelbundet, och har för de vanligaste kalkstensarterna värdet 1,75.

Lommacement har blifvit undersökt, dels ensamt och dels upplandadt med 2 vigtsdelar sand för 1 vigtsdel cement. Ledningsförmågan synes derigenom ökas betydligt. Möjligt är dock, att värdet å *c* för det rena cementet är något låg; ty oaktadt många försök blifvit gjorda, har det dock icke lyckats mig, att af Lommacement erhålla skifvor af en konsistens, som var jemförlig med Portlands-cementets, utan visade de sig städse lösa och krossades vanligen mer eller mindre, när de fastklämdes mellan metallskifvorna.

Gjuthusmassan, som undersöktes, bestod af kalk och sand i vigtsproportionerna 1 : 5,6. Fackmän uppgifva, att ugefärliga proportionen 1 : 8 ofta begagnas, men skifvorna af sådan massa hade så ringa hållfasthet, att de samtliga krossades, då de skulle insättas för att undersökas. Vid jemförelse med det vanliga murbruket, der proportionen är 1 : 2 à 1 : 3, synes det dock, som vore dylika blandningar, äfven då de äro mycket olika proportionerade, likväl af någorlunda samma ledningsförmåga nemligen 0,63, hvilket värde derför torde vara fullt användbart vid praktiska beräkningar.

Slaggtegelskifvorna voro tagna ur teglens inre partier, dels derför att de då bättre representerade teglets hufvudmassa, och dels derför att materialets ytterliga skörhet samt den glasartade ytans stora hårdhet trotsade alla försök att bearbeta stycken, som samtidigt innehöllo partier af teglets inre och yttre delar.

Skifvorna af cement, murbruk och dyl. ämnen erhöllos genom massans gjutning i en låg, med en lös metallbotten försedd, cylindrisk messingsform, tudelad längs tvenne diametrala generatricer. Genom en sådan anordning blef det lätt att, sedan hon tillräckligt hårdnat, uttaga skifvan ur formen utan att skada henne.

Undersökningarna af glasets ledningsförmåga skedde på samma sätt som ofvannämde försök, men då glasets ringa tjocklek gjorde det olämpligt, att af detsamma begagna blott en enda skifva, så lades flera stycken på hvarandra, sedan de förut blifvit öfverklädda med stanniol på båda sidorna. Hela packen sammanpressades derefter innan bindemedlet ännu hunnit torka, hvarigenom åstadkoms den noggrannaste anslutning vid alla beröringsytorna. Följande bestämningar gjordes:

Material		d.	c.	Antal skifvor.
Vanligt fönsterglas	Svenskt	2,47	0,860	8
» »	Belgiskt	2,49	0,891	8
Tjockt butikfönsterglas	Belgiskt	2,54	0,856	2;

hvaraf synes, att ledningsförmågan hos glas håller sig någorlunda konstant, så att man vid de flesta beräkningar torde kunna använda medeltalet 0,869 såsom värde på glasets ledningsförmåga.

Slutligen gjordes äfven ett större antal undersökningar öfver ledningsförmågan hos papp af olika slag; ty fastän densamma i allmänhet spelar en temligen underordnad rol, är det dock af intresse att känna pappens egenskap i detta hänseende. Liksom vid undersökning af glas användes härvid ett större antal skifvor, lagda på hvarandra, dels utan och dels med mellanlagda stanniolblad, hvilka dock icke voro klistrade på pappen, utan pressades fast vid apparatens sammanskrufning. Men det är klart, att de värden, som då erhållas, icke äro de riktiga, ty pappen är vid ett dylikt försök städse mer eller mindre sammanpressad, hvilket ökar dess ledningsförmåga. För att erhålla de värden på c, som gälla för osammanpressad papp, har derför den metod användts, att sammanpressningen successivt blifvit ökad så långt apparatens hållfasthet medgaf, och mellan de då bestämda samtidiga värdena på c och d uppsöktes en relation, hvilken tillät en beräkning af c för samma papp i dess osammanpressade skick.

Den på empirisk väg bestämda formen af denna relation är:

$$c = k \, . \, d^x$$

der k och x äro för hvarje pappsort konstanta qvantiteter. Exempelvis må anföras några af de gjorda mätningarne:

Material.	d.	c.	sannolikt värde k.	x.
Munksjö golfpapp	0,514	0,092		
	0,539	0,094	0,142	0,66
	0,572	0,099		
	0,605	0,102		
Munksjö förhydnings-papp (tjock sekunda)	0,591	0,099		
	0,616	0,102	0,137	0,62
	0,640	0,104		

Material.	d.	c.	sannolikt värde k.	x.
Fiskeby golfpapp	0,508	0,088		
	0,538	0,093	0,141	0,69
	0,569	0,095		
	0,597	0,099		
			Medium	0,66

Då det emellertid ej finnes något skäl att antaga, det ledningsförmågan skulle variera med tätheten på olika sätt hos olika pappsorter, och värdena på x dessutom falla tillräckligt nära hvarandra för att antyda ett konstant värde på denna qvantitet, hvaremot k efter all sannolikhet måste bero på det material, hvaraf pappen består, samt af tillverkningsmetoden, så torde det vara bättre att taga medium af alla funna x-värden, insätta detsamma i den anförda formeln och söka de för hvarje pappsort gällande medelvärdena på k.

Medelvärdet af x är $^2/_3$ och man kan alltså skrifva

$$c = k \, . \sqrt[3]{d^2}$$

Beräknas medelst denna formel värdena på k blifva de följande:

	k.
Munksjö 1:ma tjock förhydningspapp	0,144
d:o golfpapp	0,143
d:o 2:da d:o förhydningspapp	0,140
Fiskeby 1:ma d:o d:o	0,140
d:o golfpapp	0,139
d:o 2:da d:o förhydningspapp	0,135
Munkedals förhydningspapp	0,134

Dessa värden på k synas bekräfta antagandet, att denna qvantitet beror af det material och den metod som användts vid pappens tillverkning; ty såväl Munksjö som Fiskeby pappsorter intaga relativt hvarandra samma plats, när de ordnas efter värdena å k.

Med stöd af dessa bestämningar hafva slutligen ledningskoefficienterna för de olika pappsorterna beräknats vara de i bifogade tabell angifna talen.

Material	c.	tjocklek i mm.	W.
Munksjö 1:ma tjock förhydningspapp	0,102	1,329	76
d:o 2:da d:o d:o	0,094	1,323	71
d:o golfpapp	0,088	1,698	52
Fiskeby 1:ma tjock förhydningspapp	0,103	1,240	83
d:o 2:da d:o d:o	0,102	1,296	79
d:o golfpapp	0,083	2,232	37
Munkedals förhydningspapp	0,090	0,863	104

De uti kolumnen *W* anförda siffrorna angifva det antal kilogr. v. e., som per timme och qv. mtr genomgå motsvarande pappsort ifall temperaturskilnaden mellan ytorna är 1° C. Dervid fästes naturligen blott afseende vid den egentliga ledningen och ej på den värmegenomgång, som kan härleda sig från luftens passerande genom pappen.

Alla de värden å *c*, som i det föregående blifvit anförda, äro medeltal af flera — i intet fall mindre än 3 — bestämningar.

Angående fuktighetens inverkan på ledningsförmågan, hafva äfvenledes några försök blifvit anstälda, ehuru endast förberedande och i afsigt att lära känna de gränser, som vid värmeundersökningar af ofvannämnda slag ej kunna öfverskridas, utan att koefficientens *c* variationer blifva så stora, att de falla utom observationsfelens gränser. Till belysning af denna fråga må anföras följande siffror, hvilka erhållits vid försök med sandsten:

			c.
Sandsten	lufttorkad		2,77
d:o	d:o	+ 0,10 % vatten	2,89
d:o	d:o	+ 0,60 % d:o	3,02
d:o	d:o	+ 0,66 % d:o	3,10

Liknande iakttagelser, ådagaläggande ledningsförmågans stora känslighet för inverkan af fuktighet, hafva flera gånger blifvit gjorda vid de tillfällen, då stanniolbeläggningen brustit. Försök, vid hvilka fuktighet intränger i materialet, måste derför anses vara behäftade med mycken osäkerhet, och öfver hufvud taget bör vid bestämningar af värmeledningsförmågan den aldra största försigtighet iakttagas med hänsyn till fuktighetstillståndet.

Jemte fuktigheten orsakar sannolikt äfven ett stort antal andra omständigheter modifikationer i ledningsförmågan

såsom t. ex. kristallbildningen hos stenarterna, beståndsdelarnes proportioner hos tegel och murbruk m. m., hvilket allt lägger svåra hinder i vägen för bestämmandet af goda medeltal. Vid föreliggande försök har den omständigheten, att materialen samtlige varit endast lufttorkade, gjort slutsiffrorna något mer beroende af fuktigheten, än som varit fallet, om skifvorna varit hårdt torkade, men dessa undersökningars syftemål torde, om så skett, derigenom ej hafva blifvit fullständigare ernådt.

Slutligen må det tillåtas mig att till Herr Professor G. R. Dahlander vid Tekniska högskolan hembära min uppriktiga tacksamhet för den utmärkta välvilja, intresse och sakkännedom, hvarmed han städse sökt att för mig underlätta öfvervinnandet af de svårigheter, hvilka med en nog stor, om ock ej oväntad, seghet hafva gjort dessa undersökningar till ett i hög grad tidsödande arbete.

APPARAT för BESTÄMNING af FASTA KROPPARS VÄRMELEDNINGSFÖRMÅGA.

Fig. 1.
Skala 1/2.

Fig. 4.

Fig. 2.
Skala 1/1.

Fig. 3.
Skala 1/1.

BIHANG TILL K. SVENSKA VET.-AKAD. HANDLINGAR. Band 7. N:o 9.

DIE ARTEN

DER

LAUBMOOSE (BRYINEAE)

SCHWEDENS UND NORWEGENS

BESCHRIEBEN

VON

N. CONRAD KINDBERG.

DER K. SCHWED. AKAD. DER WISS. MITGETHEILT DEN 13. SEPTEMBER 1882.



STOCKHOLM 1883.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Erklärung einiger benutzten botanischen Kunstausdrücke und Abkürzungen.

Rippe **lang** bedeutet *weit über die Mitte des Blattes gehend*, Rippe **kurz** *nicht zur Mitte des Blattes reichend*, Rippe **halb** *fast oder ungefähr die Mitte des Blattes erreichend.* Blätter **zurückgerollt** *am Rande zurückgerollt.* **Blattzellen** *die Zellen des Blattes mit Ausnahme der Rippe.* **Eckzellen** *die äusseren grundständigen, meist quadratischen, Blattzellen.* **Blätter** *die Blätter des Stengels oder der Hauptäste.* **Flagellen** *kleinblättrige, fast fädliche Nebenästchen.* **Paraphyllien** *Nebenblätter des Stengels.* **Wurzelfilz** *Trichome.* **Äussere Zähne** *der äussere*, **innere Zähne** *der innere Mundbesatz der Frucht.* Frucht **geschnäbelt**, *Fruchtdeckel mit einem Schnabel versehen.* **Cilien** *die Wimpern des inneren Mundbesatzes der Frucht.* **Einhäusig** *Blüthenstand einhäusig.* **B. E.** *Bryologia europæa von Bruch, Schimper und Gümbel.* **D. N.** *De Notaris.* **H. T.** *Hooker und Taylor.* **H.** *Hedwig.* **Sch.** *Schimper.* **Ldb.** *Lindberg.* **M. S.** *Musci Scandinavici.* **S.** *nur in Schweden,* **N.** *nur in Norwegen gefunden,* **f.** *fast,* **m.** *meist,* **zuw.** *zuweilen,* **ung.** *ungefähr,* **o.** *oder,* **u.** *und,* **zul.** *zuletzt,* **wen.** *wenigstens.*

Die Familien und Gattungen sind schon im vorigen Jahre von dem Verfasser übersichtlich beschrieben; siehe »Bihang till K. Svenska Vet.-Akad. Handlingar, band 6, n:o 19.»

BRYINEÆ.

Hauptabtheilung I.

Seitenfrüchtler *(Bryineæ pleurocarpæ).*

Fam. 1. NECKERACEÆ (Schimp., Lindb.)

Gatt. 1. **Pterygophyllum** Brid.

1. **P. lucens** (L.) Brid. (*Hookeria* Sm.).

Stengel ohne Flagellen. Blätter gross u. gelblich grün, dicht gehäuft u. glänzend, flach u. stumpf mit ganzem, nicht gesäumtem Rande, ohne Rippe: die unteren rundlich mit verschmälertem Grunde, die oberen breit eiförmig; Zellen blattgrünreich, doch durchsichtig. Frucht braun mit gelbem Deckel, langem Schnabel u. rothem Stiele; äussere Zähne roth, die inneren orangefarbig. Zweihäusig.

Gatt. 2. **Neckera** Hedw.

I. Die meisten Blattzellen schmal, f. linear o. verschmälert sechseckig. Blätter ziemlich lang, m. wellig u. gerade; Rippe undeutlich o. kurz u. doppelt. Stengel gefiedert, zuw. mit Flagellen. Frucht ohne Ring; innere Zähne m. kurz.

A. Blätter oben gegen die Mitte gezähnelt, verlängert eilänglich, zuw. f. linear, m. wellig.

1. **N. pennata** (L.) H.

Blätter abgestumpft mit kurzem Spitzchen o. kurzspitzig, nicht zurückgerollt. Äste f. einfach o. mit wenigen Äst-

chen, selten mit Flagellen. Frucht eingesenkt, mit kurzem Spitzchen; äussere Zähne blassgelb. Einhäusig.

2. **N. fontinaloides** (LAM.) LDB. (*N. pumila* H., SCH.).

Blätter in eine kürzere o. längere Spitze zulaufend, unten schwach zurückgerollt. Äste gefiedert mit kurzen Ästchen, zuw. mit langen Flagellen. Frucht hervorragend, mit kurzem Spitzchen; äussere Zähne rostbraun. Zweihäusig.

B. Blätter f. ganzrandig mit kurzem Spitzchen o. kurzspitzig. Äussere Zähne gelb o. blass.

a. Blätter wellig, m. linear, zuw. länglich-eiförmig.

3. **N. crispa** (L.) H.

Blätter m. abgestumpft, zuw. mit kurzer Spitze, oft bräunlich; die untersten Zellen erweitert. Äste gefiedert. Frucht lang geschnäbelt; Stiel lang. Zweihäusig.

4. **N. oligocarpa** BRUCH.

Blätter abgestumpft mit kurzem Spitzchen, m. grün; die untersten Zellen schmal. Äste oft f. einfach o. spärlich gefiedert. Frucht kurz geschnäbelt, undeutlich gestielt. Einhäusig.

b. Blätter nicht wellig, zungenförmig o. länglich-lanzettlich, zuw. mit kurzer Spitze; die untersten Zellen erweitert.

5. **N. complanata** (L.) HÜB.

Äste gefiedert, oft mit zahlreichen Flagellen. Frucht ziemlich kurz geschnäbelt; Stiel lang. Zweihäusig.

II. Die meisten Blattzellen erweitert, die unteren rautenförmig. Blätter nicht wellig, m. kurz. Frucht langgestielt; äussere Zähne gelb.

a. Hauptstamm (Wurzelstock) bald verwesend. Äste m. mit Flagellen. Blätter gerade u. sehr klein; Rippe m. fehlend, zuw. kurz u. doppelt, nicht einfach. Frucht ohne Ring; innere Zähne m. kurz. Zweihäusig.

6. **N. Besseri** (LDB.) JUR. (*N. Sendtneriana* B. E.).

Äste m. gefiedert. Blätter verkehrt eiförmig, oben gezähnelt u. abgerundet ohne Spitze.

7. **N. tenella** KINDB. (*N. complanata* var. *tenella* SCH.?).

Äste m. unregelmässig getheilt. Blätter breit eiförmig u. kurzspitzig, die oberen gegen die Mitte o. f. ringsum gezähnelt.

b. Wurzelstock m. dauernd. Äste ohne Flagellen. Blätter (trocken) etwas gebogen; Rippe einfach u. m. halb, zuw. undeutlich. Frucht mit Ring; innere Zähne oft gleich lang wie die äusseren. Einhäusig.

8. **N. trichomanoides** (SCHREB.) HARTM. (*Homalia* BRID., SCH.).

Äste m. unregelmässig getheilt. Blätter zungenförmig, oft ringsum gezähnelt.

Gatt. 3. **Porotrichum** BRID., LDB.

1. **P. alopecurum** (L.) MITT. (*Thamnium* B. E.).

Äste oft mit langen Flagellen. Blätter grün: die der Ästchen verlängert eiförmig, m. kurz gespitzt, oben mit grösseren Zähnen; Rippe lang u. einfach. Frucht bräunlich, länger als der Schnabel; äussere Zähne blass orangefarbig. Blüthenstand zweihäusig o. zwittrig.

Fam. 2. HEDWIGIACEÆ (SCH.).

Gatt. 4. **Hedwigia** EHRH.

1. **H. albicans** (WEB.) LDB. (*H. ciliata* (DICKS.) EHRH., SCH.).

Blätter blaugrün, deutlich papillös, oben durchscheinend o. mit Haarspitze, eiförmig lanzettlich-länglich u. hohl, zuw. unten zurückgerollt. Stengel ohne Flagellen. Frucht eingesenkt, f. kugelig; Deckel flach, mit einem Wärzchen gekrönt. Einhäusig. Tracht einer *Grimmia*.

2. **H. imberbis** (SM.) Spruce (*Hedwigidium* B. E.).

Blätter gelblich grün o. zul. schwarzbraun, undeutlich papillös ohne Haarspitze, nicht durchscheinend, verschmälert eiförmig lanzettlich u. hohl, etwas zurückgerollt; Äste m. mit Flagellen, deren Blätter mit kurzem Haarspitzchen versehen sind. Frucht etwas hervorragend, elliptisch mit kegelförmigem, schiefem spitzem Deckel. Blüthenstand einhäusig o. zwittrig. N.

Fam. 3. PSEUDOLESKEACEÆ (Sch.).

Gatt. 5. **Pseudoleskea** B. E.

1. **P. catenulata** (Brid.) Sch. (*Leskea* Ldb.).

Rasen dicht u. m. braungrün. Blätter trocken dicht angedrückt (wie bei den übrigen Arten), eiförmig u. kurz zugespitzt, ganzrandig, unten schwach zurückgerollt; die meisten Zellen f. rundlich, Eckzellen m. undeutlich; Rippe einfach u. halb o. undeutlich. Frucht gelblich braun, schief und herabgebogen, kurz geschnäbelt; äussere Zähne gelb; die inneren mit Cilien. Zweihäusig.

2. **P. rupestris** (Berggr.) Kindb. (*Leskea* Berggr.).

Rasen dicht u. schwarzbraun. Blätter kleiner, aus eiförmigem Grunde lang zugespitzt, oft gezähnelt, kaum zurückgerollt; die oberen Zellen f. elliptisch, die inneren grundständigen länglich, die äusseren rundlich-quadratisch; Rippe einfach und verlängert o. undeutlich. Frucht unbekannt.

3. **P. tectorum** (Al. Br.) Sch. (*Leskea* Ldb.).

Rasen locker u. m. grün. Blätter noch kleiner (als bei vor. Arten), aus breit eiförmigem Grunde m. kurz zugespitzt, ganzrandig u. nicht zurückgerollt; Zellen elliptisch-länglich, Eckzellen m. quadratisch; Rippe kurz, einfach o. gabelig. zuw. undeutlich. Frucht unbekannt.

Gatt. 6. **Helicodontium** Schwægr.

1. **H. pulvinatum** (Wahlenb.) Ldb. (*Myrinia* Sch.).

Rasen dicht und dunkelgrün. Blätter klein u. f. eiförmig. Frucht ziemlich klein ohne Schnabel; Cilien fehlend. Einhäusig.

Gatt. 7. **Thedenia** Sch.

1. **T. suecica** B. E. (*Stereodon* Ldb.).

Rasen grün. Blätter sehr klein, verlängert eiförmig. Frucht klein u. gelblich mit Schnabel; Cilien kurz; äussere Zähne gelb. Einhäusig. *S.*

Gatt. 8. **Habrodon** SCH.

1. **H. perpusillus** (D. N.) LDB. (*H. Notarisii* SCH.).

Rasen klein u. grün. Blätter sehr klein, eiförmig lanzettlich, zuw. schwach gekerbt. Frucht sehr klein, blassbraun ohne Cilien; Deckel mit kurzem Spitzchen. Zweihäusig. N.

Gatt. 9. **Entodon** C. MÜLL.

1. **E. palatinus** (NECK.) LDB. (*Platygyrium repens* (BRID.) B. E.).

Rasen bräunlich u. glänzend. Blätter verlängert eiförmig, zurückgerollt; Eckzellen ziemlich gross u. quadratisch. Frucht braun, undeutlich geschnäbelt; äussere Zähne orangefarbig. Tracht des *Hypnum polyanthos*. Zweihäusig.

Gatt. 10. **Climacium** W. M.

1. **C. dendroides** (L.) W. M.

Blätter blassgrün u. glänzend, eiförmig länglich-lanzettlich, f. abgestumpft, zweistreifig u. herablaufend. Frucht braun mit Schnabel; äussere Zähne rothbraun; Deckel lange auf dem Säulchen aufgehoben bleibend. Zweihäusig.

Gatt. 11. **Isothecium** BRID.

1. **I. viviparum** (NECK.) LDB. (*I. myurum* (POLL.) BRID. SCH.).

Blätter m. blassgrün, elliptisch u. m. stumpflich; Rippe m. halb, zuw. gablig gespalten. Stengel mit langen Flagellen. Frucht gelblich o. roth, mit kurzem Schnabel; äussere Zähne gelb; Mütze kurz. Zweihäusig.

Fam. 4. LESKEACEÆ (SCH.).

Gatt. 12. **Heterocladium** B. E.

1. **H. squarrosulum** (VOIT) LDB. (*H. dimorphum* (BRID.) B. E.).

Stengel mit wenigen Paraphyllien (wie bei der folgenden Art): Flagellen spärlich o. fehlend. Äste einfach gefiedert, Ästchen kurz. Blätter ringsum gezähnelt (wie bei der folg. Art), gelblich grün: die der Ästchen eiförmig, f. stumpf u. angedrückt, am breit eiförmigen Grunde bis zur Mitte zurück-

gerollt; die inneren grundständigen Zellen langgedehnt. Frucht herabgebogen ohne Schnabel; äussere Zähne gelb. Zweihäusig.

2. **H. heteropterum** (BRUCH) B. E.

Stengel mit vielen Flagellen, unregelmässig getheilt; Ästchen lang. Blätter m. grün: die der Ästchen eiförmig lanzettlich, etwas spitz u. abstehend, am eiförmigen Grunde kaum zurückgerollt; die inneren grundständigen Zellen ziemlich kurz; Rippe zuw. einfach. Frucht herabgebogen mit Schnabel; äussere Zähne bleich. Zweihäusig.

Unterscheidet sich von dem ähnlichen *Pterogonium filiforme* durch die herablaufenden Blätter.

Gatt. 13. **Myurella** B. E.

1. **M. julacea** (VILL.) B. E.

Rasen oben blaugrün, unten entfärbt. Stengel zerbrechlich mit aufrechten Ästen. Blätter dicht angedrückt, aus abgerundetem-eiförmigem Grunde abgestumpft o. stumpf, wenig gezähnelt, wenig papillös, zuw. mit kleinem Haarspitzchen. Frucht blassbraun u. f. aufrecht ohne Schnabel; äussere Zähne gelb. Zweihäusig.

— **gracilis** KINDB.

Rasen sehr dicht. Äste sehr fein. Blätter oft mit Haarspitzchen, noch kleiner als bei folg. Art. *N.*

2. **M. tenerrima** (BRID.) LDB. (*M. apiculata* (HÜB.) SCH.).

Rasen oben bleich blaugrün o. hellgrün. Stengel ziemlich weich mit abstehenden Ästen. Blätter locker angedrückt, aus breit eiförmigem Grunde verschmälert, mit langer, zul. haarförmiger Spitze, oft gezähnelt, sehr papillös u. dunkel. Frucht braun u. f. aufrecht ohne Schnabel; äussere Zähne blassgelb. Zweihäusig.

Die ähnliche *M. Careyana* SULL., noch nicht bei uns gefunden, hat schmälere, oben gewimperte (haarförmig gezähnelte) Blätter.

Gatt. 14. **Thuidium** B. E. (*Thyidium* LDB.).

I. Äste gefiedert, nicht wurzelnd. Stengelblätter deutlich herablaufend, gestreift u. papillös. Rasen locker.

A. Stengel doppelt o. dreifach gefiedert. Blätter dicht u. grob gezähnelt; die meisten Zellen rundlich, nur die untersten langgedehnt. Paraphyllien gespalten. Zweihäusig.

a. Frucht mit langem Schnabel. Kelchblätter mit langen Wimpern.

1. **T. tamariscifolium** (Neck.) Ldb. (*T. tamariscinum* (H.) B. E.).

Blätter aus breit herzförmigem Grunde verschmälert: die untersten Zellen sehr aufgeblasen. Stengel dreifach gefiedert; Hauptäste unten nackt. Kelchblätter mit zahlreichen Wimpern.

2. **T. delicatulum** (H.) Lindb.

Blätter mit nierenförmigem Grunde; die untersten Zellen wenig erweitert. Stengel m. doppelt gefiedert; Hauptäste beblättert. Kelchblätter (am Grunde) mit wenigen Wimpern. *S.*

b. Frucht mit kurzem Schnabel. Kelchblätter ohne Wimpern.

3. **T. recognitum** (H.) Ldb. (*T. delicatulum* B. E.)

Blätter mit nierenförmigem Grunde; die untersten Zellen wenig erweitert. Stengel doppelt gefiedert; Hauptäste beblättert.

B. Stengel einfach gefiedert; Hauptäste beblättert. Blattzellen elliptisch, rautenförmig o. langgedehnt.

a. Blätter bräunlich o. gelblich grün, stumpf o. kurzspitzig, am Rande mit locker gestellten Zähnen. Paraphyllien gespalten.

4. **T. abietinum** (L.) B. E.

Blätter breit eiförmig, auf den beiden Seiten dicht papillös: die oberen u. äusseren Zellen elliptisch, die inneren oft schmäler. Paraphyllien bleich u. kurz. Fruchtdeckel stumpf u. kegelförmig. Zweihäusig.

5. **T. Blandowii** (W. M.) B. E.

Blätter breit herzförmig, auf der oberen Seite wenig papillös, die meisten Zellen länglich. Paraphyllien lang, zul. braun. Fruchtdeckel spitz o. kurzspitzig. Einhäusig.

b. Blätter grün, aus breit herzförmigem Grunde langspitzig u. gekrümmt, dicht gezähnelt. Paraphyllien nicht gespalten.

6. **T. decipiens** D. N. (*Amblystegium glaucum* (var.) LINDB., *Hypnum* LIMPR.)

Blätter m. sehr papillös; die meisten Zellen rautenförmig, die untersten gross und wasserhell. Paraphyllien lang, braun o. zul. schwärzlich. Frucht mit spitzem Deckel u. breitem Ringe. Einhäusig.

II. Äste gefiedert o. unregelmässig getheilt, zuw. unten kriechend; Paraphyllien nicht gespalten. Stengelblätter m. herablaufend, weder gestreift noch papillös[1]), oft gekrümmt. Zweihäusig.

7. **T. filicinum** (L.) KINDB. (*Hypnum* L., SCH., *Amblystegium* D. N., LDB.).

Rasen m. grün, filzig u. dicht. Blätter weich, herablaufend, aus eiförmigem Grunde plötzlich zugespitzt, ringsum fein gezähnelt, die meisten Zellen rautenförmig, die untersten o. eckständigen gross u. m. gebräunt, zuw. wasserhell; Paraphyllien zahlreich; Rippe kaum auslaufend. Frucht f. cylindrisch u. gekrümmt; Ring schmal; Deckel spitz ohne Schnabel. Tracht (zuw.) von *Hypnum glaucum.*

8. **T. fallax** (BRID.) KINDB. (*Amblystegium* MILDE, *Amblystegium irriguum* var. *fallax* SCH.).

Rasen sehr locker u. f. nicht filzig, dunkelgrün. Blätter starr u. m. gerade, wenig herablaufend, aus eilanzettlichem Grunde f. allmählich zugespitzt, schwach gezähnelt, die meisten Zellen länglich, die unteren grösser u. wasserhell; Paraphyllien spärlich; Rippe auslaufend. Frucht wie bei vor. Art. *S.*
Die unteren Blätter sind oft bis auf die Rippe zerstört.

III. Stengel unregelmässig getheilt mit kriechenden Ästen. Blätter undeutlich herablaufend, nicht gestreift.

---

[1]) Obgleich diese beide Arten keine Blattpapillen haben, ist doch wohl ihre Stellung in dieser Gattung natürlicher, als in *Amblystegium* oder *Hypnum*. Die vorige Art ist zuw. von *Thuidium filicinum* nicht leicht zu unterscheiden.

9. **T. gracile** B. E. (*T. pallens* Sch. syn.).

Rasen blassgelb. Stengelblätter aus herzförmigem Grunde schmal zugespitzt, f. ganzrandig; Astblätter allmählig verschmälert mit kurzer gezähnelter Spitze; die meisten Zellen rundlich-elliptisch. Fruchtdeckel mit Spitzchen. Einhäusig. Tracht der *Leskea nervosa*. *S.*

Gatt. 15. **Anomodon** T. H.

A. Äste sehr getheilt, m. ungleichförmig: einige spitz u. fädlich, die übrigen stumpf u. dick. Blätter grün, nicht wellig; Zellen rundlich, wenig dunkel. Zweihäusig (wie die übrigen Arten).

a. Rasen locker, m. grün. Blätter nicht angedrückt.

1. **A. attenuatus** (Schreb.) Hüb.

Äste m. ungleichförmig, die dickeren einwärts gebogen. Blätter herablaufend, f. eiförmig u. m. kurzspitzig, in der obersten Spitze zuw. gezähnelt, trocken m. einwärts gebogen; Rippe nicht den Blattrand erreichend. Frucht mit langem Schnabel.

2. **A. longifolius** (Ahnf.) Hartm.

Äste m. ungleichförmig u. gerade. Blätter nicht herablaufend, verschmälert eiförmig lanzettlich u. langspitzig, papillös gekerbt; Zellen etwas durchsichtig; Rippe f. auslaufend. Frucht kurz geschnäbelt.

b. Rasen sehr dicht, oben grün, unten rostfarbig. Blätter trocken angedrückt.

3. **A. rigidulus** Kindb.

Äste gleichförmig, fädlich u. starr, nicht o. wenig gebogen. Blätter sehr klein, nicht herablaufend, aus breit herzförmigem, schwach zurückgerolltem Grunde plötzlich zugespitzt, ganzrandig u. wenig papillös; Rippe schwach, m. f. auslaufend. Frucht unbekannt. *N.*

Unterscheidet sich von den ähnlichen Arten der Gattungen *Leskea* u. *Pseudoleskea* durch die nicht kriechenden Äste.

B. Äste m. f. ungetheilt, gleichförmig, dick u. stumpf. Blätter am Rande etwas wellig, die unteren m. rostbraun; Spitze breit u. abgestumpft, oben zuw. gekerbt; die oberen Zellen rundlich u. dunkel, die unteren m. ungleichförmig.

4. **A. viticulosus** (L.) H. T.

Die jüngeren Blätter m. hellgrün; Spitze oben abgerundet, kürzer als der verlängert eiförmige Grund. Frucht mit schmalem kegelförmigem Deckel.

— **microphyllus** Kindb.

Äste sehr getheilt, Rasen dichter. Blätter kleiner.

5. **A. apiculatus** B. E.

Die jüngeren Blätter dunkelgrün o. bräunlich; Spitze länger als der breit eiförmige Grund u. oft mit einem Spitzchen gekrönt; Rippe (trocken) glänzend. Frucht mit kurzem Schnabel.

Gatt. 16. **Leskea** H.

A. Blätter f. ringsum zurückgerollt, wen. die oberen gezähnelt, m. sehr papillös.

1. **L. filamentosa** (Dicks.) Kindb. (*Lesquereuxia* Ldb., *Pseudoleskea atrovirens* Sch.)

Rasen m. dunkelgrün. Blätter f. allmählig verlängert eiförmig, m. kurz zugespitzt; Zellen elliptisch-länglich; Rippe f. auslaufend. Frucht dunkelbraun, schief und herabgebogen ohne Schnabel; äussere Zähne gelblich, innere ohne Cilien. Stengel mit breiten Paraphyllien. Zweihäusig.

Die Blätter sind oft angedrückt wie bei der Gattung *Pseudoleskea.*

B. Blätter nur unten zurückgerollt, ganzrandig.

2. **L. nervosa** (Brid.) Myrin.

Rasen dunkelgrün o. bräunlich. Blätter mit kurzem eiförmigem Grunde u. schmaler, f. linearer Spitze; Zellen rundlich-elliptisch, m. schwach papillös; Rippe f. auslaufend. Frucht braun, f. aufrecht mit kurzem o. kleinem Schnabel,

äussere Zähne bleich weisslich, innere m. mit Cilien. Zweihäusig.

3. **L. brachyclados** SCHW. (*Pseudoleskea atrovirens* var. SCH.)

Rasen m. dunkelbraun o. schwärzlich. Blätter ungleichförmig, noch aus verlängert eiförmigem Grunde plötzlich u. lang zugespitzt mit pfriemlicher o. linearer Spitze, noch f. allmählich u. breit zugespitzt; Zellen m. elliptisch, nicht o. undeutlich papillös; Rippe oft f. auslaufend, zuw. kürzer. Frucht ohne Cilien. Zweihäusig. *N.*

4. **L. polycarpa** EHRH.

Rasen grün. Blätter f. allmählich verlängert eiförmig, kurz zugespitzt; Zellen rundlich, sehr papillös; Rippe verlängert, nicht den Blattrand erreichend. Frucht gelblich o. röthlich, gekrümmt o. gerade ohne Schnabel; äussere Zähne bleich weisslich, innere m. mit Cilien. Einhäusig.

Leskea patens LDB. ist mir nicht bekannt. *S.*

Fam. 5. PTEROGONIACEÆ (C. HARTM.)

Gatt. 17. **Pterogonium** SW.

1. **P. filiforme** (TIMM) SCHWÆGR. (*Pterygynandrum* H.)

Stengel weich, sehr getheilt; Äste m. niederliegend o. herabgebogen. Blätter m. hellgrün, m. verkehrt o. breit eiförmig mit kurzem Spitzchen, schwach gezähnelt, an der unteren Seite dicht papillös, grün u. zuw. schwach zurückgerollt; Zellen m. rautenförmig, die eckständigen f. quadratisch, die oberen oft blattgrünlos; Rippe m. kurz u. doppelt, zuw. halb u. einfach. Frucht aufrecht, bräunlich mit kurzem schiefem Schnabel; Zähne blassgelb. Zweihäusig.

* **P. decipiens** (W. M.) (*Pterygyn. filif.* var. *heteropterum* (BRID.) SCH.).

Äste dicker, wenig niederliegend, ohne Flagellen; Blätter grösser u. dunkelgrün, oft einseitswendig gebogen.

2. **P. ornithopodioides** (HUDS.) LDB. (*P. gracile* SW., SCH.)

Stengel steif; Äste f. baumähnlich, bogig gekrümmt, aufsteigend o. aufrecht. Blätter breit o. verkehrt eiförmig u.

zugespitzt, oben gezähnelt, wenig o. nicht papillös, gelblich grün o. braun; die inneren grundständigen Zellen f. linear, die äusseren breit; Rippe undeutlich o. doppelt, zuw. halb. Frucht braun ohne Schnabel, m. schief; äussere Zähne blassgelb. Zweihäusig.

Gatt. 18. **Rigodium** (KUNZE) KINDB.

1. **R. reflexum** (STARKE) KINDB. (*Hypnum* STARKE, LDB.-*Brachythecium* B. E.)

Stengel etwas steif mit kurzen gekrümmten Ästchen. Blätter m. hellgrün, herablaufend, aus breit ei- o. herzförmigem Grunde zu einer zul. schmalen, f. haarfeinen Spitze zusammengezogen; Zellen klein, m. f. rautenförmig, die inneren oft langgedehnt, die eckständigen quadratisch, klein u. grün. Frucht braun, verdickt eiförmig ohne Schnabel; äussere Zähne gelb; Stiel rauh. Einhäusig.

2. **R. varium** (H. nach LDB.) KINDB. (*Amblystegium* LDB., *Amblystegium radicale* B. E. u. SCH. syn.).

Stengel ziemlich steif mit kurzen, m. geraden Ästchen. Blätter wenig herablaufend, aus breit eiförmigem Grunde lang u. schmal zugespitzt, f. ganzrandig u. braungrün, glanzlos; Zellen wie bei vor. Art. Frucht rothbraun, f. cylindrisch ohne Schnabel; Stiel glatt; äussere Zähne bleich. Einhäusig.

Gatt. 19. **Lesquereuxia** LDB. (*Lescuræa* B. E.).

1. **L. saxicola** MOL. (*L. striata* (SCHW.) var. B. E.).

Rasen dicht, m. gelblich glänzend. Stengel weich mit kurzen, fädlichen, m. geraden Ästchen. Blätter aus länglichem Grunde gegen die ziemlich lange, pfriemliche Spitze etwas verschmälert; Zellen klein, rautenförmig-länglich o. zuw. schmäler; die eckständigen grösser u. f. rechteckig, wasserhell. Frucht braun, zul. schwarz, eilänglich ohne Schnabel; äussere Zähne orangefarbig, die inneren gelb; Stiel glatt. Paraphyllien fädlich. Tracht der *Leskea filamentosa*. Zweihäusig.

* **L. striata** (SCHW.) B. E.

Rasen locker u. grün. Blätter schmäler, eilanzettlich u. lang zugespitzt, m. ganzrandig. *S.*

Fam. 6. HYPNACEÆ (SCH.).

Gatt. 20. **Fissidens** H.

1. **F. sciuroides** (L.) H. (*Leucodon* SCHW., SCH.).

Äste aufrecht o. gekrümmt, m. einfach u. lang, unten rostbraun, oben grün o. braungrün, oft mit Flagellen. Blätter herablaufend, eiförmig lanzettlich spitz, oben abstehend u. oft einseitswendig. Frucht bräunlich, f. länglich ohne Schnabel, astständig; Zähne weisslich. Zweihäusig.

Gatt. 21. **Antitrichia** BRID.

1. **A. curtipendula** (L.) BRID.

Blätter herablaufend, aus eiförmigem Grunde plötzlich zugespitzt, unten zurückgerollt, oft gelblich glänzend o. rostbraun (im trocknen Zustande). Frucht elliptisch u. gelblich, zul. rothbraun, kurz geschnäbelt; Stiel oft gedreht; äussere Zähne blassgelb; Mütze kurz. Zweihäusig.

Gatt. 22. **Rhytidium** (SULL.) KINDB.

1. **R. rugosum** (L.) KINDB. (*Hypnum* L., SCH., *Hylocomium* D. N., LDB.).

Rasen locker, Äste dick. Blätter zurückgerollt, aus f. eiförmigem Grunde langspitzig, gelblich o. grüngelb, die unteren rostfarbig. Frucht f. cylindrisch, hellbraun, kurz o. undeutlich geschnäbelt; äussere Zähne rostbraun. Zweihäusig.

Gatt. 23. **Hypnum** DILL.

Übersicht der Abtheilungen.

I. Blätter (auch feucht) bogig gekrümmt, lang zugespitzt, öfter ungestreift, selten gezähnelt (bei wenigen Arten zuw. gerade).

A. Blattrippe (wen. bei den meisten Blättern) kurz u. doppelt o. undeutlich. Frucht m. ohne Schnabel.

1. *Ctenidium.* Stengel regelmässig gefiedert; die unteren Ästchen f. von gleicher Länge. Blätter gekrümmt; Eckzellen f. rechteckig o. rautenförmig, durchsichtig. Zweihäusig.

2. *Drepanium.* Stengel unregelmässig getheilt o. nur oben gefiedert. Blätter gekrümmt o. bei (*H. cupressiforme* u. *H. Haldanei*) zuw. gerade; Eckzellen quadratisch, oft dunkel. Ein- o. zweihäusig.

B. Blattrippe einfach, selten (bei einigen Blättern) undeutlich.

3. *Cratoneuron.* Stengel oft gefiedert, m. mit Paraphyllien u. Wurzelfilz. Blätter plötzlich verschmälert, gestreift u. oft gezähnelt; Eckzellen gross, zuletzt braungelb. Zweihäusig.

4. *Harpidium.* Stengel oft unregelmässig getheilt, immer ohne Paraphyllien, selten (bei einer Art) filzig. Blätter allmählig verschmälert, oft ungestreift, ganzrandig o. undeutlich gezähnelt; Eckzellen m. wasserhell o. undeutlich. Ein- o. zweihäusig.

II. Blätter (feucht) nicht bogig gekrümmt (selten mit gekrümmter kurzer Spitze).

A. Blätter allseitig (selten einseitswendig o. zweireihig) abstehend o. angedrückt, nicht sparrig.

a. Blätter stumpf mit haarähnlichem Spitzchen.

5. *Rhynchostegium.* Frucht m. mit langem Schnabel. Zweihäusig.

b. Blätter stumpf o. abgestumpft mit kurzem, nicht haarähnlichem Spitzchen.

aa. Blätter ganzrandig o. undeutlich gezähnelt, m. stumpf. Frucht ohne Schnabel.

6. *Calliergon.* Stengel gefiedert. Blätter stumpf.

7. *Limnobium.* Stengel unregelmässig getheilt. Blätter zuw. mit kurzem stumpfem Spitzchen.

bb. Blätter ringsum deutlich gezähnelt, m. kurzspitzig. Frucht oft geschnäbelt.

8. *Brachyphyllum.* Stengel m. unregelmässig getheilt. Blätter m. gross: Eckzellen m. durchsichtig u. weit.

9. *Distichocladium.* Stengel oft gefiedert. Blätter klein mit kleinen grünen Eckzellen.

c. Blätter verlängert zugespitzt, m. eiförmig lanzettlich, oft gestreift.

10. *Ptychodium.* Blätter f. ringsum zurückgerollt; Eckzellen wenig deutlich; Rippe einfach. Frucht ohne Schnabel. Stengel nicht gefiedert.

11. *Stenophyllum.* Blätter nicht o. undeutlich zurückgerollt. Eckzellen m. wasserhell o. undeutlich; Rippe m. einfach. Frucht oft geschnäbelt, m. schief. Stengel zuw. gefiedert.

B. Blätter zweireihig u. locker gestellt, m. langspitzig, selten gestreift. Stengel oft gefiedert. Frucht oft geschnäbelt.

12. *Isopterygium.* Blattrippe doppelt o. einfach.

C. Blätter allseitig sparrig, m. langspitzig. Frucht ohne Schnabel.

13. *Campyliadelphus.* Stengel unregelmässig getheilt. Blätter f. ganzrandig. Blüthenstand zweihäusig o. zuw. (bei einer Art) zwittrig.

14. *Campylium.* Stengel gefiedert. Blätter ringsum fein gezähnelt. Blüthenstand einhäusig.

Abth. 1. *Ctenidium* (SCHIMP.).

A. Blätter gestreift, mit nicht o. wenig erweiterten Ecken; Eckzellen wenig ausgebildet.

1. **H. crista castrensis** L. (*Ptilium* D. N., LINDB. M. S.).

Rasen locker, nicht filzig, m. grün. Stengel mit Paraphyllien. Blätter f. allmählig verschmälert, oben gezähnelt, mit langer Spitze. Frucht gekrümmt; Deckel stumpf.

B. Blätter ungestreift, mit erweiterten abgerundeten Ecken; Eckzellen ziemlich zahlreich.

2. **H. molluscum** HEDW. (*Ctenidium* MITT., LINDB. M. S.).

Rasen ziemlich dicht, zuw. filzig, m. hellgrün. Stengel mit Paraphyllien. Blätter plötzlich gegen die lange Spitze verschmälert, klein u. ringsum gezähnelt. Frucht eiförmig mit kurzem Spitzchen.

— **condensatum** SCH.

Rasen sehr dicht, m. bräunlich grün. Stengel etwas unregelmässig getheilt.

3. **H. procerrimum** MOL. (*Ctenidium* LINDB.).

Rasen m. locker, nicht filzig, oben glänzend goldgelb o. dunkelgrün, unten hellbraun. Stengel ohne Paraphyllien. Blätter f. allmählig gegen die kürzere Spitze verschmälert, ganzrandig o. am Grunde schwach gezähnelt; die unteren Zellen erweitert, oft gelblich. Frucht unbekannt. *N.*

Abth. 2. *Drepanium* SCH.

I. Blätter ziemlich gross u. ganzrandig, nicht zurückgerollt; Eckzellen durchsichtig u. sehr erweitert. Stengel mit Paraphyllien. Zweihäusig.

4. **H. arcuatum** LINDB. (*Stereodon* LINDB. M. S., *Hypnum Lindbergii* MITT.)

Rasen locker, oben unrein gelblich, zuw. bräunlich o. grün. Stengel unregelmässig getheilt: Äste wenig o. nicht

flachgedrückt. Blätter mit verlängert eiförmigem Grunde u. kürzerer Spitze, gestreift; die inneren grundständigen Zellen schmal. Frucht länglich u. schief mit spitzem Deckel.

5. **H. pratense** (KOCH) B. E. (*Isopterygium* LINDB.)

Rasen m. dicht, hellgrün o. gelblich, glänzend. Stengel unregelmässig getheilt mit flachen Ästen. Blätter mit verlängert eiförmigem Grunde u. kurzer Spitze, ungestreift, trocken wellig; die untersten Zellen erweitert. Frucht länglich u. schief ohne Schnabel.

6. **H. callichroum** BRID. (*Stereodon* BRID., LINDB. M. S.).

Rasen dicht, grün o. gelblich grün. Stengel oben gefiedert; Äste wenig o. nicht flachgedrückt. Blätter (etwas kleiner als bei den beiden vorigen Arten) mit breit eiförmigem Grunde u. längerer Spitze, ungestreift; die inneren untersten Zellen hellgelb. Frucht länglich u. gekrümmt mit kurzem Schnabel.

II. Blätter oft gezähnelt, zuw. am Grunde zurückgerollt, nicht gestreift; Eckzellen klein, zuletzt braun. Stengel oft mit Paraphyllien.

A. Die untersten Blattzellen zuletzt braun.

7. **H. Bambergeri** SCH. (*Stereodon* LINDB.).

Rasen dicht, m. bräunlich, zuw. oben grün. Stengel m. unregelmässig getheilt o. mit einfachen Ästen, ohne Paraphyllien. Blätter gross mit breit eiförmigem Grunde und längerer Spitze, nicht zurückgerollt u. m. ganzrandig; die unteren Zellen zuletzt braungelb u. oft erweitert; Rippen (bei einigen Blättern) zuw. einfach. Frucht unbekannt. Zweihäusig.

— **flexuosum** BERGGR. (*H. flexuosum* BERGGR.).

Blätter mit schmälerer Spitze; die unteren Zellen wenig erweitert. *N.*

8. **H. imponens** H. (*Stereodon* BRID., LINDB. M. S.).

Rasen dicht, gelblich grün o. hellbraun. Stengel gefiedert, mit Paraphyllien. Blätter gross mit verlängert eiför-

migem Grunde u. kürzerer Spitze, am Grunde oft zurückgerollt, zuw. gezähnelt. Frucht cylindrisch, f. aufrecht u. gerade; Deckel mit kurzem Spitzchen. Zweihäusig.

9. **H. Haldanei** Grev. (*Stereodon* Lindb.).

Rasen locker, bräunlich o. grünlich. Stengel unregelmässig getheilt, mit Paraphyllien. Blätter gross mit verlängert eiförmigem Grunde u. kurzer Spitze, m. gerade u. ganz randig, nicht zurückgerollt; die unteren Zellen oft braungelb. Frucht f. gerade; Deckel mit kurzem schiefem Schnabel. Einhäusig.

10. **H. pallescens** H., Limpr. (*Stereodon* Lindb. M. S.).

Rasen dicht u. m. grün. Stengel m. gefiedert, mit Paraphyllien. Blätter klein mit breit eiförmigem Grunde u. kürzerer Spitze, wen. oben gezähnelt, unten oft zurückgerollt. Frucht f. gerade, kurzgeschnäbelt. Einhäusig.

* **H. perichætiale** B. E.

Blätter mehr gezähnelt; Zellen grösser u. etwas erweitert.

B. Die inneren Blattzellen durchsichtig, nicht braun. Blätter nicht o. undeutlich zurückgerollt; Spitze kürzer als der Grund, oft gerade, zuw. gezähnelt. Stengel oft ohne Paraphyllien, zuw. gefiedert. Zweihäusig.

11. **H. cupressiforme** L. (*Stereodon* Brid., Lindb. M. S.).

Äste oft etwas flach gedrückt, m. niederliegend. Blätter mit verlängert eiförmigem Grunde; Zellen schmal. Frucht gerade o. gebogen, zuw. mit kurzem Schnabel.

* **H. mamillatum** Brid.

Blätter f. angedrückt. Fruchtdeckel mit Wärzchen.

12. **H. Vaucheri** Lesqu.

Äste stielrund u. f. aufrecht. Blätter f. angedrückt, mit breit eiförmigem Grunde; die meisten Zellen etwas erweitert. Frucht unbekannt.

III. Blätter klein u. m. ganzrandig; Eckzellen wenig deutlich o. klein u. wasserhell. Stengel m. ohne Paraphyllien, oft oben gefiedert. Rasen dicht.

A. Blätter nicht zurückgerollt; Spitze m. länger als der Grund. Einhäusig.

13. **H. fastigiatum** Brid. (*Stereodon* Brid., Lindb. M. S.).

Rasen m. grün. Blätter sehr klein, mit breit eiförmigem Grunde. Frucht gekrümmt mit stumpfem Deckel.

* **H. Sauteri** B. E.

Stengel unregelmässig getheilt. Blätter noch kleiner, f. allmählig verschmälert. Frucht unter dem Munde sehr zugeschnürt. *N.*

14. **H. hamulosum** B. E. (*Stereodon* Lindb.).

Rasen m. gelblich grün. Blätter (grösser als bei der vorigen Art) mit verlängert eiförmigem Grunde. Frucht f. gerade; Deckel spitz.

B. Blätter zurückgerollt; Spitze m. kürzer als der Grund. Zweihäusig.

15. **H. revolutum** (Mitt.) Lindb. (*Stereodon* Mitt., Lindb. M. S., *Hypnum Heufleri* Jur., Sch.).

Rasen bräunlich o. gelblich grün. Blätter mit verlängert eiförmigem Grunde, m. gestreift u. f. ringsum zurückgerollt. Frucht gekrümmt ohne Schnabel.

* **H. condensatum** Sch. (nach Mol.).

Blätter zur Mitte zurückgerollt, nicht gestreift, mit längerer Spitze. Frucht unbekannt.

Abth. 3. *Cratoneuron* Sull.

16. **H. glaucum** (Lam.) Lindb. (*Amblystegium* Lindb. M. S., *Hypnum commutatum* H., Sch.).

Rasen m. gelblich grün, unten entfärbt. Stengel gefiedert, m. sehr filzig u. mit zahlreichen Paraphyllien. Blätter mit breit eiförmigem Grunde u. langer Spitze, m. ringsum gezähnelt, herablaufend u. ziemlich klein, zuw. papillös; die unteren Zellen erweitert, oft hellgelb; Rippe m. lang. Frucht f. cylindrisch u. gekrümmt; Deckel spitz: äussere Zähne orangefarbig; Ring breit. Tracht von *Thuidium filicinum* u.

T. decipiens, die doch durch die gleichförmig erweiterten Blattzellen verschieden sind.

— **sulcatum** SCH. (*Hypnum sulcatum* SCH.).

Stengel wenig filzig. Blätter etwas kleiner, oben ganzrandig; Rippe m. schwach u. kurz.

— **subsulcatum** SCH.

Blätter mit langer Rippe; übrigens wie die vor. Varietät.

17. **H. falcatum** BRID. (*Amblystegium glaucum* * *falcatum* LINDB. M. S.).

Rasen m. oben grün, unten rostfarbig. Stengel m. unregelmässig getheilt, m. wenig filzig u. mit wenigen Paraphyllien. Blätter mit eiförmig länglichem Grunde u. m. kürzerer Spitze, oft spärlich gezähnelt, wenig herablaufend, grösser als bei der vorigen Art u. nicht papillös; die unteren Zellen wenig erweitert; Rippe m. lang. Frucht wie bei der vorigen Art, doch mit schmälerem Ringe.

— **integrifolium** KINDB.

Die meisten Blätter ganzrandig und langspitzig. Stengel m. gefiedert. Rasen m. oben gelblich, unten oft dunkelbraun u. sehr filzig. Tracht des *Hypnum intermedium*.

18. **H. napæum** LIMPR. (*H. commutatum* var. *fluctuans* SCH. syn. ed. 1).

Rasen m. dunkelgrün. Stengel unregelmässig getheilt. Äste f. ohne Wurzelfilz; Paraphyllien spärlich. Blätter ziemlich gross, dunkelgrün u. nicht papillös, m. wenig gestreift mit eilanzettlichem Grunde, oft ganzrandig; die unteren Zellen sehr erweitert, nur die oberen schmal, die eckständigen f. wasserhell; Rippe lang. Frucht unbekannt.

Abth. 4. *Harpidium* SULL.

I. Die meisten Blätter gerade, locker u. oft zweireihig gestellt; die unteren grundständigen Zellen sehr erweitert u. f. gleichförmig, m. quadratisch. Stengel zuw. filzig.

19. **H. riparium** L. (*Amblystegium* SCH.).

Rasen m. grünlich. Stengel nicht selten gefiedert. Blätter ganzrandig mit eiförmig lanzettlichen Grunde u. kurzer, m. borstenförmiger Spitze; Rippe m. halb, zuw. undeutlich. Frucht verschmälert länglich u. gekrümmt; Deckel stumpf; Ring breit; äussere Zähne orangefarbig. Einhäusig. Tracht von *Hypnum cordifolium* o. *H. fluitans.*

II. Blätter dicht u. allseitig gestellt, m. gekrümmt; die inneren grundständigen Zellen nicht o. wenig erweitert, langgedehnt. Stengel nicht filzig.

A. Blätter herablaufend mit wasserhellen erweiterten Eckzellen.

a. Frucht ohne Ring, zuletzt schwarz; Deckel m. mit Wärzchen. Perikätialblätter nicht gefurcht.

20. **H. fluitans** L. (*Amblystegium* LINDB.).

Rasen m. bräunlich, zuw. grün. Blätter zuw. gerade, mit verschmälert eiförmig-lanzettlichem Grunde u. m. borstenförmiger gezähnelter Spitze, nicht gestreift; Rippe sehr lang. Fruchtdeckel mit Wärzchen; äussere Zähne gelb. Einhäusig.

* **H. pseudostramineum** C. MÜLL.

Rasen oben m. hellgrün o. strohgelb. Blätter kleiner mit kurzer pfriemlicher u. m. gerader Spitze, zuw. gestreift; Rippe m. verkürzt. *S.*

21. **H. exannulatum** GÜMB. (*Amblystegium* LINDB.)

Rasen m. grünlich o. schwarzroth. Blätter ringsum chwach gezähnelt mit oft breit eiförmig-lanzettlichem Grunde u. pfriemlicher Spitze, zuw. schwach gestreift. Zweihäusig. Uebrigens wie *H. fluitans.*

b. Frucht bräunlich mit breitem Ringe, schwach gestreift; Deckel m. spitz. Perikätialblätter gefurcht.

aa. Blätter m. gestreift. Fruchtdeckel m. mit Wärzchen; äussere Zähne gelb. Einhäusig.

22. **H. aduncum** L. nach LINDB. (*Amblystegium* LINDB., *Hypnum uncinatum* H., SCH.).

Rasen m. hellgrün o. gelblich grün. Blätter m. sehr gekrümmt, mit verschmälert eiförmig-lanzettlichem Grunde u. borstenförmiger, m. gezähnelter Spitze; Rippe lang.

* **H. orthothecioides** Lindb.

Blätter f. gerade, schwach gestreift, mit kurzer o. (auf den unteren Blättern) abgestumpfter Spitze.

bb. Blätter nicht gestreift, ganzrandig. Fruchtdeckel spitz; äussere Zähne dunkelgelb. Zweihäusig.

23. **H. Wilsoni** Sch. (*Amblystegium* Lindb.).

Rasen bräunlich o. gelblich. Stengel m. gefiedert. Blätter gekrümmt mit verschmälert eiförmig-lanzettlichem Grunde u. borstenförmiger Spitze; die meisten grundständigen Zellen schmal, Eckzellen zuw. wenig erweitert; Rippe m. ziemlich kurz. Tracht des *H. fluitans.*

24. **H. Kneiffii** Sch. (*Amblystegium* B. E., Lindb. M. S.).

Rasen m. grün. Blätter m. wenig gekrümmt, mit breit eiförmig-lanzettlichem Grunde u. pfriemlicher Spitze; die grundständigen Zellen m. etwas erweitert; Rippe m. kurz.

— **aduncum** Sch. (syn. ed. 2).

Blätter mehr gekrümmt; die grundständigen Zellen wenig erweitert; Rippe ziemlich lang. *S.*

B. Blätter nicht herablaufend, ganzrandig u. gekrümmt; Eckzellen nicht o. wenig ausgebildet. Frucht bräunlich mit breitem Ringe. M. zweihäusig.

a. Blätter mit verschmälert eiförmig lanzettlichem Grunde u. zul. borstenförmiger, langer u. gekrümmter Spitze.

25. **H. lycopodioides** (Neck.) Schw. (*Amblystegium* Ldb.).

Rasen oben braungrün o. gelblich, unten schwarz o. schwarzroth. Blätter gross, m. gestreift, oft mit ein wenig erweiterten Eckzellen; Rippe lang, oft auslaufend. Fruchtdeckel mit Wärzchen.

26. **H. hamifolium** Sch.

Rasen m. braun o. oben grün. Blätter gross, ungestreift; die unteren Zellen etwas erweitert; Eckzellen klein; Rippe lang, doch nicht auslaufend.

27. **H. revolvens** Sw. (*Amblystegium* Ldb.).

Rasen m. röthlich. Blätter kleiner, nicht gestreift; die untersten Zellen roth; Eckzellen nicht ausgebildet; Rippe ziemlich kurz u. m. roth. Fruchtdeckel spitz. Einhäusig.

b. Blattgrund breit eiförmig lanzettlich ohne Eckzellen.

28. **H. intermedium** Ldb. (*Amblystegium* Ldb. M. S., *Hypnum Cossoni* Sch.).

Rasen bräunlich o. gelblich grün. Stengel mit dicht stehenden Ästen, oft gefiedert. Blätter ungestreift, m. mit pfriemlicher, ziemlich kurzer Spitze; Zellen m. wasserhell; Rippe m. lang. Fruchtdeckel spitz.

— **rigidum** Kindb.

Rasen braun u. sehr dicht. Blätter zuw. schwach gestreift, trocken starr; Spitze lang, sehr gekrümmt, zul. borstenförmig; Zellen zul. gelb. Tracht des *Hypnum Bambergeri*. N.

* **H. Sendtneri** Sch. (*Amblystegium* Ldb.).

Die unteren Blattzellen etwas erweitert, gelblich, die eckständigen kaum grösser.

— **aristatum** Kindb.

Blattspitze zul. borstenförmig; Rippe ziemlich kurz.

29. **H. vernicosum** Ldb. (*Amblystegium* Ldb. M. S.).

Rasen m. gelblich grün. Stengel gefiedert mit locker gestellten Ästen. Blätter klein u. gestreift, pfriemlich spitz; die untersten Zellen bräunlich o. röthlich. Fruchtdeckel mit Wärzchen.

Abth. 5. *Rhynchostegium* (B. E.)

A. Äste büschlig gestellt, unten mit f. blattlosen kriechenden Flagellen. Blattrippe m. einfach, etwas verlängert.

30. **H. Tommasinii** Sendt. (*Eurhynchium Vaucheri* Sch., *Hypnum* Sch., Lindb.).

Rasen m. hellgrün. Blätter glänzend, ein wenig herablaufend, unten kaum zurückgerollt, ringsum gezähnelt, un-

deutlich gestreift; Eckzellen gross u. quadratisch. Frucht rothbraun, eiförmig, zuw. schief, mit ziemlich kurzem Schnabel u. rauhem Stiele. Zweihäusig. *S.*

B. Äste gefiedert o. unregelmässig getheilt. Blattrippe halb o. kürzer.

31. **H. piliferum** SCHREB. (*Eurhynchium* B. E.).

Rasen m. hellgrün glänzend, zuw. dunkelgrün u. glanzlos. Ästchen m. spitz. Blätter herablaufend, eiförmig o. länglich, unten zurückgerollt, m. ringsum gezähnelt, oft gestreift; Eckzellen gross u. rechteckig; Rippe m. einfach u. halb. Frucht eiförmig o. stielrund, zuletzt gekrümmt mit langem Schnabel u. rauhem Stiele.

32. **H. cirrosum** SCHWÆGR. (*Myurium herjedalicum* SCH.).

Rasen hellgrün o. gelblich grün, glänzend. Ästchen kurz zugespitzt o. stumpf. Blätter nicht herablaufend, breit eiförmig-elliptisch, nicht zurückgerollt, ganzrandig (doch mit gezähneltem Spitzchen), gestreift, trocken angedrückt; Eckzellen ein wenig erweitert; Rippe m. einfach u. halb. Frucht unbekannt.

— **binervulum** KINDB.

Ästchen kurz u. keulenförmig verdickt. Blattrippe sehr kurz u. doppelt. *N.*

Abth. 6. *Calliergon* (SULL.).

I. Blätter gestreift o. gefurcht, undeutlich gezähnelt; Rippe einfach u. halb, selten doppelt u. kürzer. Zweihäusig.

33. **H. purum** L.

Rasen locker ohne Wurzelfilz, blassgrün. Die oberen Ästchen stumpf. Blätter glänzend, angedrückt, hohl u. herablaufend, breit elliptisch; die der Ästchen schmäler u. spitz; die meisten Zellen sehr schmal. Frucht f. länglich u. gekrümmt; äussere Zähne orangefarbig.

II. Blätter nicht o. (bei *H. parietinum*) undeutlich gestreift ganzrandig.

A. Blattrippe undeutlich o. kurz u. doppelt. Rasen locker ohne Wurzelfilz. Zweihäusig.

a. Die inneren Zellen des Blattgrundes etwas erweitert, die äusseren gelb. Blätter f. flach.

34. **H. parietinum** L. (*H. Schreberi* W., *Hylocomium parietinum* LINDB.).

Rasen grünlich o. hellbraun, selten schwarzbraun. Ästchen etwas stumpf. Blätter herablaufend, eiförmig-elliptisch; Rippe doppelt. Frucht f. länglich u. gekrümmt, ohne Ring; äussere Zähne gelb.

b. Die inneren Zellen des Blattgrundes sehr schmal, Eckzellen wasserhell. Blätter hohl.

35. **H. orthocarpum** Lapyl. nach LINDB. (*Entodon* LINDB., *Cylindrothecium concinnum* (D. N.) SCH.).

Rasen gelblich grün. Ästchen etwas stumpf. Blätter eiförmig-elliptisch, nicht herablaufend, mit undeutlicher Rippe o. mit Spuren von mehreren Rippen; Eckzellen klein. Frucht stielrund, gerade u. aufrecht mit sehr schmalem Ringe; äussere Zähne unten rothbraun.

36. **H. cuspidatum** L. (*Acrocladium* LINDB.).

Rasen grün o. gelblich grün. Ästchen etwas spitz. Blätter eiförmig-länglich, herablaufend; Rippe doppelt; Eckzellen erweitert. Frucht f. stielrund, gekrümmt u. geneigt mit breitem Ringe; äussere Zähne orangefarbig.

B. Blattrippe lang und einfach o. gablig gespalten. Blätter herablaufend. Frucht f. stielrund u. gekrümmt ohne Ring.

a. Stengelblätter breit eiförmig. Stengel mit spärlichem Wurzelfilze.

37. **H. cordifolium** H. (*Amblystegium* D. N., LINDB.)

Rasen grün o. blassgrün. Stengel weich, spärlich u. einfach gefiedert. Stengelblätter herablaufend, unterhalb der Mitte mit erweiterten Zellen; Rippe f. auslaufend. Der äussere Mundbesatz blassgelb. Einhäusig.

38. **H. Richardsoni** MITT. (*Amblystegium* LINDB., *Hypnum Breidleri* JUR., SCH.).

Rasen grün. Stengel steif, vielästig u. einfach gefiedert. Stengelblätter wenig herablaufend; die meisten Zellen schmal,

nur die untersten erweitert; Rippe nicht den Rand erreichend, oft gablig gespalten. Der äussere Mundbesatz blassgelb. Einhäusig.

39. **H. giganteum** SCHIMP. (*Amblystegium* D. N., LINDB.).

Rasen bräunlich, oben gelblich grün. Stengel steif, doppelt gefiedert. Blätter grösser als bei den beiden vorigen; die meisten Zellen schmal, nur die untersten erweitert. Der äussere Mundbesatz gelb. Zweihäusig.

b. Blätter eiförmig-länglich. Stengel ohne Wurzelfilz.

40. **H. sarmentosum** WAHLENB. (*Amblystegium* D. N., LINDB.).

Rasen m. braunroth o. roth, selten grünlich. Stengel ziemlich weich, doppelt gefiedert. Die meisten Blattzellen sehr schmal. Der äussere Mundbesatz gelb. Zweihäusig.

Abth. 7. *Limnobium* SCH.

I. Stengel kriechend (wurzelnd). Einhäusig.

A. Blätter ganzrandig, herablaufend; die meisten Zellen ein wenig erweitert.

41. **H. palustre** HUDS. (*Amblystegium* LINDB.).

Rasen bräunlich o. schwarzbraun, oben goldglänzend o. grün. Äste oft gekrümmt. Blätter ziemlich klein, m. eiförmig länglich u. f. spitz, trocken m. etwas gebogen; Eckzellen etwas erweitert, oft gelblich o. braun; Rippe m. einfach u. halb, selten länger. Frucht f. länglich u. gekrümmt ohne Ring; äussere Zähne gelb.

— **subenerve** SCH.

Äste m. gerade. Blätter kleiner, die meisten breit eiförmig, zuw. stumpf, trocken selten gebogen; Eckzellen kleiner; Rippe m. undeutlich. *N.*

42. **H. viridulum** HARTM. (*Amblystegium* LDB., *Hypnum norvegicum* SCH.).

Rasen grün. Äste gerade. Blätter klein, breit eiförmig, die meisten stumpf, trocken gerade; Eckzellen nur wenig erweitert, m. grünlich; Rippe sehr kurz u. doppelt o. undeutlich. Frucht eiförmig mit Ring.

43. **H. montanum** WILS. (*Amblystegium* LINDB.).

Rasen grün o. unten bräunlich. Blätter eiförmig länglich o. etwas schmäler, gebogen u. ein wenig herablaufend; die grundständigen Zellen gelb und etwas erweitert; Rippe doppelt. Äste gekrümmt. Frucht länglich mit Ring; äussere Zähne gelb. *N.*

II. Stengel ohne Wurzelfilz, nicht kriechend.

A. Blattrippe sehr lang, f. auslaufend, zuw. gespalten.

44. **H. badium** HARTM. (*Amblystegium* LINDB.).

Rasen sehr locker (selten zusammenhängend), rothbraun o. röthlich. Äste (Stengel) m. einfach u. lang. Blätter f. eiförmig, trocken schwach gebogen, anfangs goldgelb; die meisten Zellen schmal, Eckzellen undeutlich. Frucht eiförmig. Einhäusig.

45. **H. polare** LINDB. (*Amblystegium* LINDB. M. Scand.).

Rasen locker grün o. gelblich grün. Äste oft getheilt. Blätter f. eiförmig, die unteren etwas locker gestellt, die oberen haubenförmig eingebogen, zuw. mit einigen kurzen Scheitelzellen; Eckzellen erweitert. Frucht unbekannt. Zweihäusig (nach HARTM.).

— **hamatum** KINDB.

Die oberen Blätter (trocken) bogig gekrümmt. *N.*

B. Blattrippe halb o. doppelt, zuw. undeutlich.

a. Blätter rundlich-eiförmig. Äste (trocken) m. steif. Frucht mit Ring. Einhäusig.

46. **H. Smithii** (SW.) KINDB. (*Leskea* SW., *Amblystegium* LINDB., *Hypnum arcticum* SOMF., SCH.).

Rasen schwarzgrün o. schwarz, selten dunkelgrün. Stengel spärlich verästelt, am Grunde blattlos, die inneren grundständigen Blattzellen schmal, die äusseren klein. Frucht eiförmig; äussere Zähne gelb.

47. **H. dilatatum** WILS. (*Amblystegium* LINDB.).

Rasen gelblich grün o. bräunlich. Stengel reichlich verästelt, unten blattlos. Die grundständigen Blattzellen etwas erweitert. Frucht länglich; Zähne am Grunde orangefarbig.

48. **H. alpinum** SCH. (*Amblystegium molle* (DICKS. (LDB.).

Rasen grün o. braungrün, oft glänzend. Stengel überall (auch unten) beblättert; Äste f. einfach, trocken starr. Blätter dicht gestellt; Zellen m. gelblich, die untersten u. zuw. auch die oberen erweitert. Frucht breit eiförmig.

49. **H. Goulardi** SCH.

Rasen grün o. braungrün. Stengel unten blattlos; Äste f. einfach u. weich. Blätter etwas locker gestellt, kleiner als bei der vorigen Art; Zellen f. wasserhell u. erweitert, die oberen f. länglich rautenförmig. Frucht unbekannt. *N.*

b. Blätter verlängert eiförmig o. ei-lanzettlich. Stengel m. unten blattlos; Äste weich. Frucht mit Ring. Zweihäusig.

50. **H. ochraceum** TURN. (*Amblystegium* LDB.).

Rasen grün, unten oft braungelb. Stengel mit langen, oft einfachen, oben m. gekrümmten Ästen. Blätter zuw. etwas bogig gekrümmt; die meisten Zellen schmal, Eckzellen erweitert, oft wasserhell. Frucht f. eiförmig; äussere Zähne blass orangefarbig.

c. Blätter ei-länglich. Stengel beblättert; Äste weich.

aa. Blätter stumpf ohne Spitzchen. Äste schmal und sehr lang. Zweihäusig.

51. **H. stramineum** DICKS. (*Amblystegium* D. N., LINDB.).

Rasen m. hellgrün, zuletzt strohfarbig, selten bräunlich. Äste m. f. einfach. Blätter mit erweiterten wasserhellen Eckzellen; Rippe einfach, ziemlich lang. Frucht f. cylindrisch und gekrümmt ohne Ring; äussere Zähne gelb. Blattspitze zuw. mit braunen Trichomen.

52. **H. trifarium** W. M. (*Amblystegium* D. N., LINDB.).

Rasen braungelb. Äste f. einfach. Blätter angedrückt, mit kleinen gelben Eckzellen; Rippe m. kurz. Frucht f. cylindrisch u. etwas gekrümmt, mit Ring; äussere Zähne gelb.

bb. Blätter mit kurzer, zuw. gebogener Spitze.

53. **H. scorpioides** (*Amblystegium* LINDB.).

Rasen schwarzgrün, schwarzroth o. braun, oben hellgrün. Äste m. sehr getheilt. Blattrippe doppelt o. einfach, kurz u. verkümmert. Die meisten Zellen des Blattgrundes schmal, Eckzellen kaum erweitert. Frucht länglich u. gekrümmt, mit Ring. Zweihäusig.

— **ochraceoides** KINDB.

Äste f. einfach u. schmal. Blätter ziemlich klein. Tracht von *H. ochraceum*.

54. **H. turgescens** JENS. (*Amblystegium* LINDB.).

Rasen goldgelb o. blass grüngelb. Äste oft f. einfach, oben dick u. f. keulenförmig. Blätter mit kurzer doppelter Rippe; die unteren Zellen etwas erweitert u. gelb, Eckzellen wenig weiter. Frucht unbekannt. Zweihäusig.

55. **H. alpestre** SW. (*Amblystegium rivulare* LINDB.).

Rasen m. grünlich, zuw. braun. Äste wenig getheilt. Blätter mit ziemlich starker, doppelter o. einfacher Rippe; die unteren Zellen etwas erweitert u. gelb, Eckzellen weiter. Frucht länglich mit Ring. Einhäusig.

56. **H. eugyrium** B. E. (*Amblystegium* LINDB.).

Rasen grün o. braungrün. Äste sehr getheilt. Blätter mit undeutlicher o. doppelter Rippe; die inneren grundständigen Zellen schmal, zuw. gelb; Eckzellen gross, gelb o. wasserhell. Frucht f. eiförmig mit Ring. Einhäusig.

Abth. 8. *Brachyphyllum* KINDB.

A. Die oberen Blattzellen sehr schmal, die unteren erweitert; Eckzellen kaum grösser. Frucht langgeschnäbelt; Stiel glatt. Einhäusig.

57. **H. rusciforme** NECK. (*Rhynchostegium* SCH.).

Rasen m. dunkelgrün. Blätter deutlich gezähnelt; Rippe lang. Frucht f. eiförmig; äussere Zähne braungelb.

58. **H. murale** NECK. (*Rhynchostegium* B. E.).

Rasen m. grün, ziemlich klein. Blätter undeutlich gezähnelt; Rippe halb, zuw. kürzer u. doppelt o. undeutlich. Frucht eiförmig-länglich; äussere Zähne rothbraun. *S.*

B. Blattzellen etwas erweitert, Eckzellen m. viel grösser. Fruchtstiel rauh. Blätter deutlich ringsum gezähnelt.

a. Stengel kriechend. Blätter nicht o. undeutlich gestreift.

aa. Frucht mit kurzem Spitzchen. Blattrippe einfach. Einhäusig.

59. **H. Starkei** BRID. (*Brachythecium* BR. E.).

Rasen grün. Blätter locker gestellt, herablaufend: die der Hauptäste mit oft gedrehter Spitze u. f. herzförmigem Grunde, unten zurückgerollt, die der Ästchen schmäler; Eckzellen gross; Rippe verlängert; Frucht breit elliptisch; äussere Zähne rostbraun.

60. **H. curtum** LINDB.

Rasen grünlich. Blätter f. gleichförmig, herablaufend, klein, stumpf, mit f. herzförmigem Grunde, nicht zurückgerollt; Eckzellen gross; Rippe halb; Frucht breit elliptisch.

61. **H. glaciale** (B. E.) C. HARTM. (*Brachythecium* B. E.).

Rasen gelblich o. bräunlich grün. Blätter dicht gehäuft, f. abgestumpft mit ziemlich kurzem Spitzchen u. eiförmigem Grunde, kaum herablaufend, nicht zurückgerollt; Eckzellen klein; Rippe lang. Frucht elliptisch; äussere Zähne gelb. *N.*

bb. Frucht langgeschnäbelt. Blattrippe unten verdickt, m. gespalten. Zweihäusig.

62. **H. crassinerve** TAYL. (*Eurhynchium* B. E.).

Rasen hellgrün o. gelbgrün. Ästchen oben verdickt. Blätter ziemlich dicht gehäuft, gegen die etwas kurze Spitze plötzlich zusammengezogen, mit eiförmigem Grunde, herablaufend, nicht zurückgerollt; die grundständigen Zellen f.

gleichförmig erweitert, Eckzellen wenig weiter, schwach durchsichtig; Rippe halb. Frucht eiförmig; äussere Zähne rostbraun.

b. Stengel mit keinem o. sehr spärlichem Wurzelfilze. Blätter locker gestellt, spitz. Frucht nicht geschnäbelt.

63. **H. rivulare** Bruch, Lindb. (*Brachythecium* B. E.).

Rasen blassgrün o. gelblich. Blätter gestreift, nur ein wenig herablaufend, nicht zurückgerollt; Eckzellen nicht viel weiter als die inneren des Blattgrundes; Rippe lang. Frucht eiförmig. Zweihäusig.

64. **H. flavescens** (B. E.) Kindb. (*Brachythecium Rutabulum* var. *flavescens* B. E.).

Rasen m. gelbgrün. Blätter undeutlich gestreift, weit herablaufend, unten etwas zurückgerollt; Eckzellen gross; Rippe f. halb, zuw. gespalten. Frucht eiförmig. Einhäusig.

Abth. 9. *Distichocladium* Kindb.

65. **H. myosuroides** L. (*Eurhynchium* Sch., *Isothecium* Brid., Lindb. M. S.).

Rasen hellgrün. Äste büschlig gestellt mit geknüpften Ästchen, zuw. mit langen Flagellen, ohne Paraphyllien. Blätter verlängert herzförmig mit schmalem Spitzchen, ungestreift; die meisten Zellen sehr schmal, die oberen zuw. etwas kürzer; Eckzellen zahlreich, rautenförmig-sechseckig; Rippe m. halb o. undeutlich. Frucht geneigt, f. länglich, wenig gekrümmt mit kurzem Schnabel; äussere Zähne gelb; Stiel glatt. Zweihäusig. Tracht eines verkleinerten *Isothecium viviparum*.

66. **H. strigosum** Hoffm. (*Eurhynchium* B. E.).

Rasen hellgrün. Stengel m. gefiedert, zuw. mit Flagellen u. Paraphyllien. Blätter verlängert eiförmig mit kurzer Spitze, m. nicht gestreift: die der Ästchen stumpfer; Zellen schmal, Eckzellen spärlich u. f. quadratisch; Rippe einfach, m. halb. Frucht geneigt, m. länglich u. etwas gekrümmt, mit langem

Schnabel; äussere Zähne unten rostfarbig. Stiel glatt. Zweihäusig.

— **præcox** Hedw.

Blätter dicht angedrückt.

— **diversifolium** B. E.

Stengel unregelmässig getheilt. Blätter angedrückt, zuw. schwach gestreift, die des Stengels m. mehr zugespitzt.

67. **H. collinum** Schleich. (*Brachythecium* B. E., *Hypnum Holleri* Mol.).

Rasen hellgrün. Stengel m. gefiedert, mit kurzen Ästchen, ohne Flagellen u. Paraphyllien. Blätter verlängert eiförmig mit schmalem Spitzchen, undeutlich gestreift, angedrückt; Zellen etwas erweitert, Eckzellen spärlich u. f. quadratisch; Rippe m. halb. Frucht breit eiförmig; Deckel stumpf; äussere Zähne gelbbraun; Stiel glatt. Einhäusig. Tracht der vorigen Art, var. *præcox*. *N.*

Abth. 10. *Ptychodium* Schimp.

68. **H. plicatum** Schleich. *Ptychodium* Sch., *Lesquereuxia* Lindb.).

Rasen braun o. braungrün. Stengel mit Paraphyllien, filzig. Blätter f. ganzrandig, aus verlängert eiförmigem Grunde gegen die lange pfriemenförmige Spitze etwas zusammengezogen; die meisten Zellen sehr schmal, Eckzellen klein und quadratisch, die meisten wasserhell; Rippe sehr lang. Frucht ein wenig schief, eiförmig-länglich mit schmalem Ringe, f. ohne Cilien; Stiel glatt; äussere Zähne blass orangefarbig. Zweihäusig.

69. **H. Geheebii** (Milde) Ldb. (*Brachythecium* Milde, Sch.).

Rasen grün o. gelbgrün. Stengel ohne Paraphyllien. Frucht mit Cilien und breitem Ringe; Stiel rauh. Uebrigens f. wie vor. Art. *N.*

Abth. 11. *Stenophyllum* Kindb.

I. Blätter sehr schmal, aus verschmälert eiförmig lanzettlichem Grunde allmählig in die Spitze übergehend.

A. Blätter f. ungestreift, ringsum gezähnelt; Zellen etwas erweitert. Stengel kriechend. Einhäusig.

a. Rippe halb. Frucht mit kurzem o. undeutlichem Spitzchen; Stiel rauh.

70. **H. velutinum** L. (*Brachythecium* B. E.).

Rasen m. hellgrün. Blätter m. locker, oft zweireihig gestellt, mit pfriemenförmiger Spitze u. undeutlichen Eckzellen. Frucht breit eiförmig; äussere Zähne braungelb.

71. **H. trachypodium** (Brid.) C. Müll. (*Brachythecium* B. E.).

Rasen gelblich grün, seidenglänzend. Blätter etwas einseitswendig, ziemlich dicht gehäuft, mit zuletzt haarförmiger Spitze u. deutlichen quadratischen Eckzellen. Frucht f. länglich; äussere Zähne orangefarbig. *N.*

b. Rippe sehr lang. Frucht langgeschnäbelt. Blätter u. Stengel sehr fein u. klein.

72. **H. algierianum** Brid. (*Rhynchostegium tenellum* (Dicks.) B. E.).

Rasen hellgrün. Blattspitze zuletzt haarförmig; Rippe schwach. Frucht eiförmig mit glattem Stiele; äussere Zähne unten orangefarbig.

73. **H. Teesdalei** Sm. (*Eurhynchium* Sch. syn. ed. 2).

Rasen dunkelgrün. Blattspitze etwas abgestumpft; Rippe kräftig. Frucht länglich-eiförmig mit rauhem Stiele; äussere Zähne orangefarbig. *S.*

B. Blätter gestreift o. gefurcht, f. ganzrandig o. oben gezähnelt; die meisten Zellen schmal, Eckzellen klein. Stengel zuw. ohne Wurzelfilz, oft etwas gefiedert. Frucht mit kurzem o. undeutlichem Spitzchen. Blattrippe sehr lang. Zweihäusig.

a. Stengel (Hauptäste) aufrecht, oft mit braunem Filze bedeckt. Blätter ganzrandig, nicht zurückgerollt.

74. **H. trichoides** Neck. (*Camptothecium nitens* (Schreb.) Sch.).

Rasen gelblich grün o. goldgelb. Frucht etwas schief, oben dicker; Stiel glatt; äussere Zähne gelb.

b. Stengel niederliegend o. aufsteigend, zuw. wurzelnd.

75. **H. lutescens** HUDS. (*Camptothecium* B. E.).

Rasen m. gelblich, selten grün, ohne Wurzelfilz. Blätter oben gezähnelt. Frucht f. cylindrisch, etwas gekrümmt; Stiel rauh; innere Zähne lang, mit Cilien.

76. **H. sericeum** L. (*Homalothecium* B. E.).

Rasen grün o. gelblich grün. Stengel m. kriechend. Blätter f. ringsum sehr fein gezähnelt. Frucht f. länglich, m. gerade; Stiel rauh; äussere Zähne gelb, innere kurz ohne Cilien; Perikätialblätter pfriemlich spitz.

77. **H. Philippei** (SPRUCE) C. MÜLL. (*Homalothecium* B. E.).

Rasen dicht. Stengel aufsteigend. Frucht f. länglich, oft etwas gekrümmt; Stiel f. glatt; Perikätialblätter stumpf mit Haarspitze. Uebrigens wie vor. Art. *S.*

II. Blätter aus breit eiförmig lanzettlichem Grunde allmählig verschmälert, m. stark gestreift; Frucht ohne Schnabel.

A. Blätter mit wenig erweiterten Eckzellen. Stengel m. unregelmässig getheilt.

a. Die meisten Blattzellen sehr schmal. Stengel mit spärlichem Wurzelfilze. Blattrippe verlängert. Fruchtstiel glatt. Blätter f. ganzrandig o. oben gezähnelt. Zweihäusig.

78. **H. albicans** NECK. (*Brachythecium* B. E.).

Rasen hellgrün o. strohgelb. Blattspitze pfriemlich. Eckzellen des Blattgrundes ziemlich zahlreich. Frucht eiförmig.

79. **H. glareosum** BRUCH (*Brachythecium* B. E.).

Rasen blassgrün. Blattspitze zul. borstenförmig u. lang. Eckzellen spärlich. Zuw. mit Paraphyllien. Frucht elliptisch.

b. Blattzellen etwas erweitert. Stengel m. mit reichlichem Wurzelfilze. Blattrippe m. halb. Blätter oft gezähnelt, m. pfriemlich spitz. Einhäusig.

80. **H. plumosum** HUDS. (*Brachythecium salebrosum* (HOFFM.) B. E.).

Rasen m. blassgrün. Blätter eiförmig lanzettlich, oft gezähnelt; Eckzellen spärlich. Frucht eiförmig-länglich; Stiel glatt; äussere Zähne rostbraun; Cilien mit Anhängseln.

— **Mildei** (Sch.).

Blätter f. ganzrandig, undeutlich gestreift; die Zellen des Grundes etwas weiter als die oberen; Rippe zuw. gespalten. Äste f. flach. *S.*

* **H. turgidum** Hartm.

Blätter goldglänzend, ganzrandig, trocken angedrückt.

81. **H. campestre** Bruch (*Brachythecium* B. E.).

Rasen m. braungrün. Blätter f. wie bei vor. Art, gezähnelt; Eckzellen ziemlich zahlreich. Frucht eilänglich; äussere Zähne unten orangefarbig; Stiel m. oben rauh. *S.*

82. **H. Rutabulum** L. (*Brachythecium* B. E.).

Rasen m. grün o. goldglänzend. Blätter breit eiförmig lanzettlich, ringsum gezähnelt, schwach gestreift. Frucht eiförmig-länglich; Stiel rauh; äussere Zähne orangefarbig.

B. Blätter mit grossen, m. braunen Eckzellen. Stengel oben gefiedert.

83. **H. curvicaule** Jur. (*Amblystegium filicinum* * *curvicaule* Ldb. M. S.).

Rasen braungelb (entfärbt) mit strohgelben Astspitzen. Stengel nicht filzig. Blätter klein, ringsum gezähnelt, nicht gestreift, kurz eiförmig lanzettlich mit kurzer pfriemlicher Spitze; die meisten Zellen schmal; Rippe lang, m. f. auslaufend. Frucht unbekannt.

III. Blätter mit eiförmigem o. länglichem Grunde, nicht o. schwach gestreift. Stengel kriechend.

A. Blätter schwach gestreift, plötzlich verschmälert, m. undeutlich gestreift; Eckzellen klein u. wasserhell, die übrigen Zellen schmal.

84. **H. filiforme** Lam. (*Eurhynchium velutinoides* B. E.).

Rasen gelblich grün. Blätter herablaufend, oben deutlich gezähnelt, mit eiförmig-länglichem Grunde u. längerer o. kürzerer Spitze. Frucht f. eiförmig, langgeschnäbelt; Stiel rauh; äussere Zähne rostbraun. *N.*

85. **H. striatulum** SPRUCE (*Eurhynchium* B. E.).

Rasen m. grünlich o. grünbraun. Blätter mit breit herzförmigem Grunde u. langer Spitze; Eckzellen etwas zahlreich. Frucht schmal länglich, langgeschnäbelt; Stiel glatt. *S.*

86. **H. erythrorhizon** (B. E.) C. HARTM. (*Brachythecium* B. E.).

Rasen gelblich grün o. blassgelb. Blätter oft deutlich gezähnelt, mit breit eiförmigem, unten zurückgerolltem Grunde u. langer, oft etwas gebogener Spitze; Rippe sehrlang. Frucht länglich mit kurzem Spitzchen; Stiel glatt.

— **Thedenii** (B. E.) (*Brachythecium* B. E.).

Frucht kürzer, breit eiförmig. Stengel f. gefiedert. *S.*
Diese Art kann mit Formen von *H. aduncum*, *H. viride* u. *H. plumosum* verwechselt werden.

B. Blätter nicht o. sehr undeutlich gestreift; die meisten Blattzellen schmal. Blätter undeutlich o. m. nur oben gezähnelt. Frucht mit kurzem Spitzchen.

a. Blätter mit wasserhellen Eckzellen; Rippe einfach. Frucht mit Cilien; Stiel oben rauh.

87. **H. pseudoplumosum** BRID. (*Brachythecium plumosum* (SW.) B. E.).

Rasen m. unten braun, oben gelbgrün o. gelblich glänzend. Stengel oft gefiedert; Äste gerade. Blätter aus eiförmigem Grunde m. plötzlich verschmälert; Eckzellen klein; Rippe f. halb. Frucht breit eiförmig; äussere Zähne rostbraun.

88. **H. viride** LAM. (*Brachythecium populeum* (H.) B. E.).

Rasen m. grün. Stengel nicht gefiedert; Äste m. gekrümmt. Blätter aus eiförmigem o. länglichem Grunde allmählig verschmälert; die untersten Zellen etwas erweitert; Rippe lang. Frucht f. elliptisch; äussere Zähne gelb.

b. Blätter mit grünen Eckzellen; Rippe doppelt u. kurz o. undeutlich. Frucht m. ohne Cilien; Stiel glatt.

89. **H. polyanthos** SCHREB. (*Stereodon* MITT., LDB. M. S., *Pylaisia polyantha* SCH.).

Rasen m. glänzend grün, zuw. bräunlich. Stengel m. unregelmässig getheilt; Äste gerade. Blätter ganzrandig mit

ziemlich kurzer Spitze; Eckzellen klein u. m. grün, die übrigen Zellen m. schmal. Frucht f. cylindrisch, gerade u. aufrecht; äussere Zähne orangefarbig.

— **alpicola** KINDB.

Frucht kleiner u. blasser. Blattzellen etwas erweitert.

Abth. 12. *Isopterygium* (MITT.).

I. Blattrippe undeutlich o. kurz u. doppelt. Stengel m. unregelmässig getheilt. Frucht m. mit stumpfem Deckel; Stiel glatt. Blätter m. glänzend.

A. Blätter ringsum zurückgerollt, etwas gestreift, ganzrandig.

90. **H. trichophorum** SPRUCE (*Plagiothecium piliferum* (SW.) B. E.).

Rasen hellgrün u. wenig filzig. Blätter herablaufend, eiförmig o. länglich mit Haarspitzchen; die unteren Zellen weiter als die oberen. Frucht f. aufrecht u. verschmälert länglich; äussere Zähne blassgelb; Cilien fehlend. Einhäusig.

— **brevipile** SCH.

Blätter kleiner, verlängert eiförmig mit sehr kurzem Haarspitzchen. Rasen klein. *N.*

B. Blätter weder zurückgerollt noch gestreift.

a. Blätter herablaufend mit grossen Flügelzellen; die übrigen grundständigen Zellen weiter als die oberen. Stengel aufsteigend.

91. **H. striatellum** (BRID.) C. MÜLL. (*Plagiothecium* LDB., *Plagiothecium Mühlenbeckii* B. E.).

Rasen hellgrün. Blätter aus eiförmigem Grunde f. allmählig verschmälert mit herabgebogener Spitze, f. ringsum gezähnelt. Frucht cylindrisch, etwas gekrümmt u. gestreift; äussere Zähne bleich, die inneren mit Cilien; Ring breit. Einhäusig.

b. Blätter nicht o. undeutlich herablaufend; die meisten Zellen schmal u. f. gleich gross. Stengel kriechend.

aa. Blätter aus länglichem Grunde allmählig verschmälert.

92. **H. repens** POLL. (*Isopterygium* LDB., *Plagiothecium silesiacum* (SELIG.) B. E.).

Rasen hellgrün. Äste herabgebogen. Blätter m. nur oben gezähnelt mit gebogener Spitze. Frucht f. cylindrisch, ungestreift u. etwas gekrümmt; äussere Zähne bleich, innere mit Cilien; Ring schmal. Einhäusig.

93. **H. turfaceum** LDB. (*Isopterygium* LDB. M. S., *Plagiothecium* LDB., SCH.).

Blätter f. ringsum gezähnelt. Frucht kleiner als bei vor. Art, verschmälert länglich u. f. gerade, trocken schwach gestreift; äussere Zähne blassgelb; Ring breit. Uebrigens wie vor. Art.

94. **H. Borreri** SPRUCE (*Plagiothecium elegans* SCH., *Isopterygium* LDB. M. S.).

Rasen m. hellgrün. Äste f. gerade. Blätter f. ganzrandig mit gerader, schwach gezähnelter Spitze, oft mit kleinen gehäuften Sprossen in den Achseln. Frucht wenig bekannt. Zweihäusig.

bb. Blätter aus f. lanzettlichem Grunde zugespitzt, mit f. haarförmiger, oft gebogener Spitze, f. ganzrandig.

95. **H. nitidum** WAHLENB. (*Isopterygium* LDB., *Plagiothecium nitidulum* B. E.).

Rasen grün o. gelblich grün. Äste aufgebogen. Blätter gegen die Spitze etwas zusammengezogen. Frucht länglich-elliptisch, m. schief, oft mit Cilien; äussere Zähne blassgelb, unten ein wenig vereinigt; Ring schmal. Einhäusig.

* **H. pulchellum** DICKS. (*Plagiothecium* SCH.).

Blätter kleiner, mehr gebogen, oft f. allseitig gestellt. Frucht aufrecht u. f. gerade.

96. **H. latebricola** (WILS.) KINDB. (*Plagiothecium* B. E.).

Rasen m. dunkelgrün. Äste aufgebogen. Blätter f. allmählig verschmälert; Zellen etwas weiter als bei vor. Art. Frucht länglich u. f. aufrecht ohne Cilien; äussere Zähne gelblich, unten ganz getrennt; Ring schmal. Zweihäusig. S.

II. Blattrippe einfach, m. lang. Blätter ringsum gezähnelt, m. wenig glänzend, nicht zurückgerollt. Stengel oft gefiedert. Frucht mit Cilien, langem Schnabel u. rauhem Stiele. Zweihäusig.

A. Stengel doppelt gefiedert mit vielen Paraphyllien. Blätter herablaufend mit breit herzförmigem Grunde u. grossen Flügelzellen; Rippe f. auslaufend.

97. **H. prælongum** L., Ldb. (*Eurhynchium Stokesii* (Turn.) B. E.).

Rasen grün o. gelblich grün. Blätter gegen die lange u. schmale Spitze plötzlich verschmälert; die äussere Zellen des Blattgrundes erweitert. Frucht f. länglich.

Das verwandte **H. speciosum** Brid. (*Eurhynchium* Sch., *Rhynchostegium androgynum* B. E.), das vermuthlich auch bei uns vorkommt, hat folgende Merkmale:

Blätter grün, locker gestellt, verlängert eiförmig u. kurz zugespitzt, m. deutlich herablaufend, etwas grösser als bei folg. Arten; die äusseren grundständigen Zellen erweitert, Eckzellen noch grösser u. wasserhell; Rippe lang. Stengel nicht filzig u. ohne Paraphyllien, einfach gefiedert o. unregelmässig getheilt. Frucht f. elliptisch. Blüthenstand zwittrig.

B. Stengel einfach gefiedert o. unregelmässig getheilt ohne Paraphyllien. Blätter nicht o. undeutlich herablaufend mit eiförmigem, bei der Anheftung m. verschmälertem Grunde; die äusseren Zellen des Blattgrundes wenig o. nicht erweitert; Rippe verkürzt. Frucht elliptisch o. länglich.

98. **H. Swartzii** Turn. (*Eurhynchium prælongum* var. Sch.).

Rasen dicht, wenig filzig. Äste u. Blätter dicht stehend, jene trocken etwas starr, diese ziemlich gross, kurz eiförmig mit kurzer Spitze; Zellen etwas erweitert. *S.*

99. **H. distans** Ldb. (*Eurhynchium prælongum* Sch.).

Rasen locker, nicht filzig. Äste u. Blätter locker gestellt, diese klein. Uebrigens wie vor. Art.

100. **H. hians** H., Ldb. (*Eurhynchium prælongum* p. p. Sch.).

Rasen ziemlich dicht u. filzig. Äste u. Blätter m. etwas locker gestellt, diese ziemlich klein, m. eilänglich mit verlängerter Spitze; Zellen schmal. *S.*

* **H. Schleicheri** H. fil. (*Eurhynchium abbreviatum* Sch.).

Rasen dichter u. m. dunkelgrün. Äste u. Blätter m. dicht gestellt, diese zuw. mit kurzer Spitze. Rippe ziemlich lang. *S.*

Abth. 13. *Campyliadelphus* (Ldb.).

A. Blätter allmählig verschmälert. Zweihäusig.

101. **H. stellatum** Schreb. (*Amblystegium* Lindb.).

Rasen m. gelblich. Äste m. aufrecht o. aufsteigend mit keinem o. spärlichem Wurzelfilze. Blätter ganzrandig, eiförmig lanzettlich; die meisten Zellen sehr schmal, Eckzellen gross u. gelb; Rippe kurz u. doppelt o. undeutlich. Frucht länglich.

* **H. protensum** Brid. (*Amblystegium* Lindb.).

Stengel f. kriechend. Rasen grüngelb o. hellgrün. Blätter ziemlich kurz.

102. **H. elodes** Spruce (*Amblystegium* Lindb.).

Rasen m. braungrün o. gelblich grün. Äste aufsteigend, mit keinem o. spärlichem Wurzelfilze. Blätter am Grunde undeutlich gezähnelt, verschmälert eiförmig lanzettlich: die jüngeren oft gebogen u. nicht deutlich sparrig; Zellen etwas erweitert, die untersten gelb; Rippe einfach, f. auslaufend. Frucht verschmälert länglich. *S.*

B. Blätter m. plötzlich (bei *H. polygamum* zuw. allmählig) verschmälert, Rippe einfach o. undeutlich. Blüthenstand zweihäusig o. zwittrig.

103. **H. stellulatum** (Sch.?) Kindb. (*H. Sommerfeltii* var. *stellulatum* Sch.?)

Blätter klein u. sehr sparrig, aus breit eiförmigem Grunde plötzlich langspitzig, unten gezähnelt; die meisten Zellen schmal, die unteren erweitert, die eckständigen wenig weiter; Rippe fehlend. Frucht unbekannt. *N.*

104. **H. chrysophyllum** Brid. (*Amblystegium* D. N., Lindb.).

Rasen grüngelb o. gelblich. Stengel niederliegend. Blattgrund breit eiförmig o. herzförmig, ganzrandig, mit erweiterten wasserhellen Eckzellen; Rippe m. halb, zuw. undeutlich. Frucht verschmälert länglich. Zweihäusig.

— **tenellum** (SCHIMP.).

Blätter kleiner u. schmäler mit undeutlicher Rippe.

105. **H. polygamum** SCH. (*Amblystegium* B. E., LINDB.).

Rasen grün o. gelblich. Stengel m. aufsteigend. Blätter wenig sparrig, mit eilanzettlichem Grunde, ganzrandig; die unteren Zellen etwas erweitert u. gelb; Rippe sehr lang, zuw. undeutlich. Frucht f. cylindrisch. Zweihäusig o. vielehig.

Abth. 14. *Campylium* (SULL.).

106. **H. Halleri** (L. fil. nach SCH.) SW. (*Campylium* Mitt., LDB.).

Rasen f. rostbraun, feucht graugrün. Stengel kriechend mit Paraphyllien. Blätter klein, aus breit eiförmigem Grunde plötzlich verschmälert; Eckzellen klein; Rippe kurz u. doppelt o. undeutlich. Frucht verschmälert länglich.

Gatt. 24. **Hylocomium** B. E.

I. Stengel (Hauptäste) mit Paraphyllien.

A. Äste flach, m. doppelt gefiedert. Blätter klein. Paraphyllien gespalten u. zahlreich.

1. **H. proliferum** (L.) LINDB. (*H. splendens* (H.) B. E.).

Rasen blass braungrün o. gelblich. Blätter wenig gestreift; Stengelblätter eiförmig-elliptisch zugespitzt, nur am Grunde ganzrandig; die Blätter der Ästchen abgestumpft, f. länglich u. nur oben gezähnelt; die meisten Zellen f. von gleicher Grösse. Frucht f. eiförmig, kurz geschnäbelt.

— **alpinum** SCH.

Stengel m. einfach gefiedert. Blätter deutlicher gezähnelt, die meisten zugespitzt.

2. **H. umbratum** (EHRH.) B. E.

Rasen m. dunkelgrün. Stengelblätter herablaufend, aus herzförmigem Grunde plötzlich verschmälert, ringsum gezähnelt u. stark gestreift. Astblätter f. eiförmig mit kürzerer

Spitze; die Zellen des Blattgrundes erweitert. Frucht eiförmig ohne Schnabel u. Ring.

B. Äste f. stielrund, einfach gefiedert. Blätter m. grösser, m. stark gestreift.

a. Paraphyllien gespalten u. zahlreich. Die meisten Blattzellen f. von gleicher Grösse. Rippe doppelt.

3. **H. pyrenaicum** (SPRUCE) LINDB. (*H. Oakesii* (SULL.) SCH.).

Rasen gelbgrün. Blätter eiförmig-länglich (die obersten mit verlängerter Spitze), unten zurückgerollt, oberhalb der Mitte ungleichförmig gezähnelt, f. angedrückt. Frucht rundlich eiförmig ohne Ring, mit undeutlichem Schnabel.

4. **H. brevirostre** (EHRH.) B. E.

Rasen m. blass grün o. braun. Stengelblätter sparrig, aus breit herzförmigem Grunde plötzlich zugespitzt, herablaufend, zuw. auch am Grunde gezähnelt; Astblätter eiförmig lanzettlich. Frucht f. eiförmig, mit kurzem Schnabel u. schmalem Ringe.

b. Paraphyllien ganz, m. abgerundet u. ziemlich spärlich. Die untersten Blattzellen etwas grösser u. kürzer als die übrigen. Rippe m. lang u. einfach, selten doppelt u. etwas kürzer.

5. **H. striatum** (SCHREB.) KINDB. (*Hypnum* LDB., *Eurhynchium* SCH.).

Rasen dunkelgrün. Stengelblätter breit herzförmig, abgestumpft, ringsum gezähnelt; Astblätter eiförmig-lanzettlich, oft zugespitzt. Frucht f. länglich u. gekrümmt mit langem Schnabel u. breitem Ringe.

6. **H. flagellare** (DICKS.) KINDB. (*Hyocomium* SCH.).

Rasen hellgrün. Blätter klein, schwach gestreift, aus breit herzförmigem, herablaufendem u. angedrücktem Grunde plötzlich zugespitzt, unten ein wenig zurückgerollt, ringsum gezähnelt, oft mit langer zurückgeschlagener Spitze; Astblätter eilanzettlich; Rippe kurz u. doppelt. Paraphyllien zahlreich. Frucht f. eiförmig mit kurzem Spitzchen; Stiel sehr rauh (bei übrigen Arten glatt); Ring breit. *N.*

II. Äste ohne Paraphyllien, stielrund, einfach gefiedert o. unregelmässig getheilt. Frucht ohne Schnabel.

A. Die meisten Blattzellen von gleicher Grösse. Blätter m. bogig gekrümmt.

7. **H. loreum** (L.) B. E.

Rasen braungrün o. dunkel gelbgrün, sehr locker. Blätter mit breit eiförmigem gestreiftem Grunde u. langer verschmälerter ungestreifter Spitze, undeutlich o. nur etwas oben gezähnelt. Frucht rundlich elliptisch.

B. Die Zellen des Blattgrundes grösser als die oberen. Blätter sparrig.

8. **H. triquetrum** (L.) B. E.

Rasen m. hellgrün o. gelbgrün. Stengelblätter herablaufend, mit herzförmigem ganzrandigem Grunde u. ziemlich kurzer Spitze, gestreift, an der unteren Seite fein stachelig; Rippe zuw. einfach. Stengel m. gefiedert. Frucht länglich-elliptisch.

9. **H. squarrosum** (L.) B. E.

Rasen m. blassgrün o. hellgrün. Stengelblätter mit breit eiförmigem Grunde u. langer schmaler Spitze, m. ungestreift, nicht stachelig, m. nur oben gezähnelt. Stengel m. unregelmässig getheilt. Frucht eiförmig.

* **H. calvescens** (Wils.) Lindb. (*H. subpinnatum* Lindb., Hartm.)

Stengelblätter f. ringsum gezähnelt, schwach gestreift. Stengel f. gefiedert.

Gatt. 25. **Orthothecium** Schimp.

I. Die meisten Blattzellen sehr schmal, die untersten etwas weiter u. (wie bei allen Arten dieser Gattung) zul. hochroth o. rothgelb.

A. Blätter mit breit eilanzettlichem Grunde, m. angedrückt. Äste f. aufrecht, m. wenig getheilt.

1. **O. chryseum** (SCHWÆGR.) B. E. (*Stereodon* MITT., LDB.).

Rasen locker, goldglänzend u. m. gelblich. Blätter m. nicht zurückgerollt, deutlich gestreift, gegen die kurze Borste m. plötzlich u. kurz zugespitzt, zuw. ohne Borste u. f. abgestumpft. Frucht länglich, etwas geneigt, mit spitzem Deckel.

— **patens** KINDB.

Rasen m. grünlich. Blätter m. f. allmählig zugespitzt, abstehend. Äste mehr getheilt.

B. Blätter mit schmal eilanzettlichem Grunde, abstehend. Äste sehr getheilt.

a. Blätter mit kurzer Borste. Äste aufsteigend.

2. **O. lapponicum** (SCH.) HARTM. (*Stereodon* LDB., *Brachythecium* SCH.).

Rasen ziemlich dicht, goldglänzend grün. Blätter nicht o. schwach zurückgerollt, schwach gestreift, allmählig zugespitzt. Frucht unbekannt. Tracht von vor. Art.

b. Blätter m. mit langer Borste. Äste niedergedrückt.

3. **O. rufescens** (DICKS.) B. E. (*Stereodon* MITT., LDB.).

Rasen locker, kupferglänzend, m. braungelb, zuw. bunt grünlich. Blätter zurückgerollt, deutlich gestreift, allmählig zugespitzt. Frucht länglich, f. gerade mit kurzem Schnabel.

4. **O. complanatum** KINDB. (*O. binervulum* MOL.?)

Rasen locker, wenig glänzend, grünlich. Blätter kleiner als bei vor. Art, locker u. f. zweireihig gestellt, zuw. zurückgerollt, schwach gestreift, gegen die Borste plötzlich zusammengezogen. Frucht unbekannt. Tracht von *Hypnum Borreri*. *N.*

5. **O. intricatum** (HARTM.) B. E. (*Stereodon subrufus* LDB.).

Rasen dicht, seidenglänzend grün o. goldglänzend gelblich. Blätter noch kleiner als bei vor. Arten, kaum zurückgerollt, nicht o. undeutlich gestreift, allmählig zugespitzt. Frucht eilänglich, zuw. etwas geneigt, mit spitzem Deckel.

II. Blattzellen etwas erweitert.

6. **O. rubellum** (MITT.) KINDB. (*Stereodon* MITT., LDB., *Orthothecium strictum* LOR., SCH.).

Rasen dicht, seidenglänzend grün o. schwach goldglänzend gelblich. Äste m. aufrecht u. getheilt. Blätter sehr klein u. m. angedrückt, m. eilänglich, kurz zugespitzt o. abgestumpft mit kurzer o. fehlender Borste, m. zurückgerollt u. ungestreift. Frucht unbekannt.

Gatt. 26. **Plagiothecium** BR. EUR.

A. Die inneren Blattzellen weiter als die äusseren. Blätter querwellig, sehr dicht gehäuft, mit gezähnelter Spitze.

1. **P. undulatum** (L.) BR. EUR.

Rasen blass, f. weisslich grün, mit abstehenden Ästen. Blätter eiförmig-länglich mit kurzer Spitze. Frucht verschmälert länglich u. gekrümmt, trocken gefurcht, ziemlich kurz geschnäbelt; äussere Zähne am Grunde gelb, oben weisslich. Zweihäusig.

B. Die unteren Blattzellen weiter als die oberen. Blätter nicht wellig, dicht gestellt, ringsum fein gezähnelt.

2. **P. depressum** (BRUCH) MITT. (*Rhynchostegium* B. E.)

Rasen grün o. gelbgrün. Blätter verschmälert eiförmig mit kurzer, gerader Spitze. Frucht länglich-elliptisch, etwas gekrümmt, langgeschnäbelt. Zweihäusig.

C. Die meisten Blattzellen f. von gleicher Gestalt u. Grösse, sehr erweitert. Blätter nicht wellig, m. locker gestellt, ganzrandig o. in der Spitze gezähnelt, deutlich herablaufend.

3. **P. denticulatum** (L.) B. E.

Rasen m. hellgrün u. glänzend. Blätter m. verschmälert länglich u. plötzlich gegen die kurze Spitze zusammengezogen, selten stumpf, locker gestellt; Rippe ziemlich verlängert. Frucht m. geneigt, verschmälert länglich o. f. cylindrisch, trocken nicht gestreift, mit kurzem Spitzchen; äussere Zähne blassgelb. Einhäusig.

* **P. lætum** B. E.

Rasen sehr glänzend u. dicht. Blätter kleiner mit etwas verlängerter u. schmaler Spitze, f. allmählig verschmälert; Rippe sehr kurz. Frucht aufrecht ohne Cilien.

4. **P. silvaticum** (HUDS.) B. E.

Rasen m. dunkelgrün u. f. glanzlos. Blätter m. verschmälert länglich-lanzettlich zugespitzt, f. allmählig verschmälert, m. locker gestellt u. mit mehr lockerem Zellennetze als bei der vorigen Art; Rippe sehr kurz. Frucht f. cylindrisch u. m. aufrecht, trocken etwas gestreift, m. geschnäbelt; äussere Zähne am Grunde orangefarbig; Ring schmal. Zweihäusig.

— **orthocladon** SCH.

Äste kurz, aufrecht u. dicht gehäuft. Blätter kürzer. Frucht eiförmig u. nickend. *S.*

* **P. Roesei** (HAMPE) SCH.

Blätter kleiner, dicht gehäuft u. hohl. Frucht mit kurzem Spitzchen. *S.*

Gatt. 27. **Amblystegium** BR. EUR.

I. Blätter sparrig, nicht glänzend; die unteren Zellen weiter als die oberen; Eckzellen m. deutlich. Stengel kriechend. Einhäusig.

A. Blätter nicht herablaufend, m. allseitig gestellt; Eckzellen klein.

1. **A. hygrophilum** (JUR.) SCH.

Rasen blassgrün o. gelblich, m. Pflanzenstengel (auch von grösseren Moosen) überspinnend. Blätter aus herz- o. eiförmigem Grunde lang zugespitzt, m. ganzrandig u. dicht gehäuft; Eckzellen zuletzt gelb; Rippe halb o. kürzer. Frucht schmal u. gekrümmt; äussere Zähne unten orangefarbig. *S.*

2. **A. tenuisetum** LINDB. (*A. trichopodium* HARTM. p. p.).

Rasen dunkelgrün. Blätter aus breit eiförmigem Grunde plötzlich zugespitzt, f. ganzrandig u. sehr locker gestellt; Rippe halb. Frucht länglich u. gekrümmt; Stiel fein. *S.*

3. **A. Juratzkæ** SCH.

Rasen grün. Blätter aus breit eiförmigem, etwas gezähneltem Grunde plötzlich u. lang zugespitzt, ziemlich dicht ge-

stellt; Rippe lang. Frucht m. schmal, wenig gekrümmt; äussere Zähne blassgelb. *S.*

4. **A. hispidulum** (BRID. nach LINDB.) KINDB. (*Campylium* MITT., LDB., *Hypnum Sommerfeltii* MYRIN, B. E.).

Rasen gelblich grün. Blätter aus breit herzförmigem gezähneltem Grunde plötzlich u. sehr lang zugespitzt, dicht gestellt; Rippe kurz doppelt o. undeutlich. Frucht m. schmal u. gekrümmt; Zähne gelb.

B. Blätter herablaufend, f. zweireihig gestellt; Flügelzellen gross.

5. **A. curvipes** GÜMB., B. E.

Rasen locker u. m. grün. Blätter aus eiförmigem Grunde plötzlich u. kurz zugespitzt, m. ganzrandig, m. sehr locker gestellt; Rippe oft verlängert. Frucht eilänglich, gekrümmt und ziemlich gross. Tracht von *Plagiothecium*. *S.*

II. Blätter nicht sparrig, m. abstehend.

A. Blattrippe f. auslaufend, sehr deutlich. Blätter zuw. locker gestellt; die unteren Zellen weiter als die oberen; Eckzellen wenig weiter, mit den inneren f. gleichförmig. Stengel am Grunde blattlos. Der äussere Mundbesatz unten orangefarbig, der innere mit Cilien. Einhäusig.

6. **A. fluviatile** (SW.) BR. EUR.

Rasen dunkelgrün o. gelblich bunt, spärlich filzig. Blätter aus eilänglichem Grunde kurz zugespitzt, kaum herablaufend, unten zurückgerollt, ganzrandig. Frucht schmal u. gekrümmt.

7. **A. irriguum** (WILS.) BR. EUR.

Rasen m. gelblich grün, sehr filzig. Blätter kleiner, aus breit herz- o. eiförmigem Grunde lang zugespitzt, herablaufend, schwach gezähnelt. Frucht f. länglich u. gekrümmt.

B. Blattrippe schwach u. verkürzt, oft undeutlich o. fehlend. Stengel überall beblättert. Blätter selten herablau-

fend; die meisten Zellen m. f. gleichförmig. Frucht zuw. ohne Cilien.

a. Blätter ohne deutliche Eckzellen, m. rippenlos, nicht glänzend, sehr klein u. dicht gestellt. Äste f. haarfein. Frucht sehr klein.

8. **A. confervoides** (Brid.) B. E. (*Stereodon* Ldb.).

Rasen m. dunkelgrün. Stengel kriechend. Blätter aus eiförmigem Grunde plötzlich u. lang zugespitzt, ganzrandig. Frucht f. länglich u. schief, f. wagerecht geneigt, mit Cilien; Deckel m. mit Spitzchen; Zähne gelblich. Einhäusig.

9. **A. subtile** (H.) B. E.

Rasen m. grün. Stengel kriechend. Blätter f. allmählig verschmälert, eilanzettlich u. spitz, ganzrandig o. undeutlich gezähnelt, zuw. mit einer kurzen undeutlichen Rippe. Frucht länglich u. f. aufrecht, ohne Cilien; Deckel f. ohne Spitzchen; Zähne bleich, f. weisslich. Einhäusig.

10. **A. Sprucei** (Bruch) B. E. (*Stereodon* Ldb.).

Rasen hell- o. meergrün, oft in anderen Moosen eingewebt. Stengel m. aufsteigend. Blätter äusserst klein, wenig abstehend, f. allmählig zugespitzt, verlängert eilänglich u. spitz, zuw. schwach gezähnelt; Zellen weiter als bei vor. Art. Frucht verkehrt eiförmig mit schmalem Halse, wenig geneigt, ohne Cilien; Deckel f. ohne Spitzchen. Zweihäusig.

b. Blätter mit deutlichen Eckzellen, oft gerippt, zuw. etwas locker gestellt. Stengel kriechend. Frucht mit Cilien. Einhäusig.

aa. Blätter glänzend u. etwas herablaufend, die oberen oft gekrümmt; Zellen ziemlich schmal; Rippe doppelt o. fehlend. Fruchtdeckel m. mit Spitzchen.

11. **A. incurvatum** (Schrad.) Kindb. (*Stereodon* Mitt., Ldb., *Hypnum* Schrad., B. E.).

Rasen grün o. bräunlich. Äste m. gekrümmt. Blätter länglich-lanzettlich, pfriemlich zugespitzt, oben zuw. gezähnelt. Frucht f. länglich u. gekrümmt.

— **Blyttii** B. E. (*Hypnum Blyttii* B. E.).

Äste m. wenig gebogen. Fruchtdeckel mit undeutlichem Spitzchen. *N.*

bb. Blätter f. glanzlos, nicht herablaufend, abstehend u. wenig gekrümmt, m. f. ganzrandig; die meisten Zellen erweitert; Rippe einfach u. m. halb o. fehlend. Fruchtdeckel ohne Spitzchen.

12. **A. serpens** (L.) Br. eur.

Rasen m. hellgrün o. gelblich grün. Blätter f. allmählig verschmälert u. lang zugespitzt; Eckzellen m. wasserhell. Frucht m. länglich u. oft gekrümmt.

13. **A. radicale** (Palis. nach Ldb.) Mitt., Ldb. (*A. pachyrhizon* Ldb., *A. porphyrhizum* Sch. syn. ed. 2).

Rasen m. grün. Blätter aus breit eiförmigem Grunde plötzlich zugespitzt, m. blattgrünhaltig; Eckzellen gelblich o. grün. Frucht f. cylindrisch, wenig gekrümmt. *S.*

Fam. 7. FONTINALACEÆ Schimp.

Gatt. 28. **Fontinalis** Dill.

A. Blätter dreireihig, herablaufend; die untersten Zellen braungelb u. erweitert, die übrigen sehr schmal. Frucht eingesenkt.

1. **F. antipyretica** L.

Rasen m. schwarzgrün o. mit hellgrünen Astspitzen, selten braunroth. Blätter locker gestellt, m. gekielt, f. eiförmig o. eiförmig lanzettlich zugespitzt, ganzrandig, trocken abstehend. Frucht m. länglich; äussere Zähne dunkelroth, die inneren blutroth u. vereinigt.

* **F. gracilis** Lindb.

Blätter schmal, mehr hellgrün u. oft gespalten o. getheilt. Frucht breit eiförmig. *S.*

2. **F. dalecarlica** B. E.

Rasen f. schwarz mit pfriemlichen Astspitzen. Blätter m. sehr dicht gestellt, hohl, verschmälert eiförmig-länglich o. lanzettlich, pfriemlich spitz, ganzrandig, trocken m. angedrückt. Frucht länglich; äussere Zähne röthlich, die inneren gelb, nur oben vereinigt.

— **seriata** Ldb.

Blätter nicht so dicht gestellt. Äste stumpf. *S.*

B. Blätter zweireihig, nicht herablaufend; Zellen etwas erweitert. Frucht etwas hervorragend.

3. **F. hypnoides** Hartm.

Rasen dunkelgrün o. bräunlich. Die meisten Blätter oben f. flach, unten gekielt, eiförmig-lanzettlich u. pfriemlich spitz, ganzrandig. Frucht elliptisch; äussere Zähne purpurroth, die inneren blutroth u. dicht vereinigt. Tracht des *Hypnum riparium*. *S.*

Gatt. 29. **Dichelyma** Myrin.

1. **D. falcatum** (H.) Myr.

Blätter verschmälert lanzettlich pfriemlich u. gekielt, sehr bogig gekrümmt, f. ganzrandig; die jüngeren hellgrün o. goldglänzend, die älteren zuletzt schwarz; Rippe nur ein wenig auslaufend. Frucht ziemlich langgestielt; innere Zähne roth, vereinigt.

2. **D. capillaceum** (Dicks.) Hartm.

Blätter sehr fein; die jüngeren gelblich o. grün, die älteren schwarz; Blattgrund eiförmig lanzettlich, kürzer als die gebogene pfriemliche u. weit nach unten gezähnelte Spitze; Eckzellen nicht ausgebildet; Rippe weit auslaufend, den grössten Theil der Spitze erfüllend. Frucht mit kurzem Stiele; innere Zähne gelb, nur oben vereinigt. *S.*

Diese Art wird mit einer Form der *Blindia acuta* leicht verwechselt.

Hauptabtheilung II.

Gipfelfrüchtler *(Bryineæ acrocarpæ)*.

Fam. 8. POLYTRICHACEÆ Schimp., Lindb.

Gatt. 30. **Polytrichum** Dill., Ehrh.

I. Blätter mit einer Haarspitze versehen, rinnenförmig. Frucht eckig mit Anhängsel, verflachtem Deckel u. kurzem Schnabel; Zähne geflügelt.

1. **P. pilosum** Neck. (*P. piliferum* Schreb.).

Haarspitze weiss. Blätter ganzrandig; die grundständigen Zellen[1]) ungleichförmig; die oberen f. quadratisch. Rippe glatt. Frucht braun, zuletzt herabgebogen.

— **Hoppei** Schimp.

Frucht rothgelb u. aufrecht. Blätter ziemlich kurz. *N.*

— **alpestre** Wulfsb.

Haarspitze sehr kurz. Fruchtstiel zollhoch. *N.*

2. **P. juniperinum** Willd.

Haarspitze braun. Blätter ganzrandig; die grundständigen Zellen ungleichförmig: die oberen f. quadratisch. Rippe gezähnelt. Frucht m. bräunlich u. mehr lang als breit.

— **strictum** (Banks) B. E. (*Polytrichum strictum* Banks, Sch.)

Blätter kleiner, trocken angedrückt.

— **alpinum** Sch.

Blätter ziemlich kurz, trocken angedrückt. Frucht kubisch, orangefarbig o. röthlich. Stengel kurz. *N.*

3. **P. boreale** Kindb.

Haarspitze weiss. Blätter gezähnelt, die meisten haarlos; die grundständigen Zellen f. gleichförmig u. schmal. *N.*

---

[1]) D. h. die Zellen des scheidenförmigen Blattgrundes.

II. Blätter ohne Haarspitze.

A. Blätter ganzrandig o. spärlich gezähnelt, rinnenförmig. Frucht mit undeutlichem o. (bei *P. subrotundum*) keinem Anhängsel.

a. Frucht nicht eckig. Blätter gezähnelt.

4. **P. alpinum** L. (*Pogonatum* B. E.).

Blätter locker gezähnelt; die grundständigen Zellen f. gleichförmig u. schmal. Frucht etwas herabgebogen, stielrund o. eiförmig-rundlich; die Zähne des Mundbesatzes kurz u. ungleichförmig.

5. **P. capillare** RICH. (MICHX.) (*Pogonatum* SCH.).

Blätter locker gezähnelt; die grundständigen Zellen ungleichförmig: die oberen f. quadratisch. Frucht etwas herabgebogen, stielrund; die Zähne des Mundbesatzes ziemlich lang, f. von gleicher Grösse. *S.*

6. **P. subrotundum** HUDS. (*P. nanum* NECK., *Pogonatum* B. E.).

Blätter nur in der äussersten Spitze gezähnelt; die grundständigen Zellen ungleichförmig: die oberen f. länglich. Frucht aufrecht o. herabgebogen, dick u. zuletzt becherförmig; Mundbesatz verlängert.

b. Frucht sechseckig. Blätter ganzrandig.

7. **P. sexangulare** FLÖRKE.

Die grundständigen Blattzellen ungleichförmig: die oberen f. länglich. Frucht aufrecht o. herabgebogen; die Zähne kurz, nicht von gleicher Grösse.

B. Blätter dicht gezähnelt; Rand flach o. (bei *P. gracile*) etwas aufgebogen.

a. Die grundständigen Blattzellen f. gleichförmig u. schmal. Frucht bräunlich; Deckel verflacht u. geschnäbelt.

8. **P. commune** L.

Blätter m. lang zugespitzt. Frucht eckig, zuletzt wagerecht abstehend, unten mit Anhängsel; Zähne kurz, geflügelt.

9. **P. urnigerum** L. (*Pogonatum* B. E.).

Blätter m. kurz zugespitzt. Frucht selten eckig, m. stielrund, ohne Anhängsel; Zähne etwas verlängert.

b. Die grundständigen Zellen ungleichförmig: die oberen f. quadratisch. Frucht bleich.

10. **P. attenuatum** Menz. (*P. formosum* H.).

Blätter lang u. zugespitzt. Frucht eckig, zuletzt wagerecht abstehend, mit ziemlich deutlichem Anhängsel; Deckel kegelförmig zugespitzt; Zähne ziemlich kurz.

11. **P. gracile** Dicks.

Blätter lang und zugespitzt. Frucht m. eckig u. zuletzt wagerecht abstehend, mit etwas undeutlichem Anhängsel; Deckel verflacht u. geschnäbelt; Zähne ungleichförmig, nicht von gleicher Grösse.

12. **P. nanum** Weis (*P. aloides* H., *Pogonatum* Palis. u. B. E.).

Blätter kurz mit kurzer Spitze. Frucht f. stielrund u. aufrecht ohne Anhängsel; Deckel verflacht u. geschnäbelt; Zähne etwas lang.

Gatt. 31. **Oligotrichum** de Cand.

1. **O. incurvum** (Huds.) Lindb. (*O. hercynicum* Lam. u. B. E.).

Blätter etwas locker gestellt, gezähnelt, oben verschmälert u. etwas zusammengezogen, eiförmig länglich-lanzettlich; Zellen f. quadratisch; Rand oben eingebogen. Frucht gestreift, f. gerade u. kaum herabgebogen.

2. **O. glabratum** (Wahlenb.) Lindb. (*Psilopilum arcticum* Brid. u. Schimp.).

Blätter dicht gehäuft, gezähnelt, oben nur ein wenig schmäler; die unteren Zellen länglich eckig, die oberen f. quadratisch; Rand nur in der obersten Spitze eingebogen. Frucht ungestreift u. gekrümmt. *S.*

Gatt. 32. **Catharinea** Ehrh.

1. **C. tenella** Röhl. (*Atrichum* B. E.).

Blätter durchsichtig, auf der Unterseite nicht stachelig. Frucht ziemlich kurz, dunkelbraun u. etwas länger als der Schnabel.

2. **C. undulata** (L.) W. M. (*Atrichum* B. E.).

Blätter etwas dunkel, auf der Unterseite fein stachelig, sehr wellig. Frucht verlängert, rothbraun, nur ein wenig länger als der Schnabel.

Die verwandte *C. angustata* Brid., bei uns noch nicht gefunden, hat schmälere, nur oben gezähnelte Blätter u. rothe Frucht, die weit länger als der Schnabel ist.

Fam. 9. SCHISTOSTEGACEÆ Schimp.

Gatt. 33. **Schistostega** Mohr.

1. **S. osmundacea** (Dicks.) Mohr.

Vorkeim smaragdgrün, bleibend. Die Blätter der unfruchtbaren Pflanze f. verschmälert rautenförmig, die übrigen länglich-lanzettlich, alle ganzrandig. Frucht f. kugelig ohne Mundbesatz. Stengel u. Fruchtstiel f. gleichlang. Zweihäusig.

Fam. 10. SCHISTOPHYLLACEÆ Lindb.[1]).

Gatt. 34. **Schistophyllum** Lapyl. (Brid., Ldb.).

I. Stengel sehr ästig. Blätter sehr getrennt, lang zugespitzt mit stumpfer Spitze. Frucht kurzgestielt; Zähne kurz u. breit.

1. **S. Julianum** (Savi) Ldb. (*Conomitrium* Mont., *Octodiceras* Brid.)

Blätter linear-lanzettlich, ganzrandig u. nicht gesäumt, dunkel- o. schwärzlich grün; Rippe nicht auslaufend. Frucht seitenständig, verkehrt kegelförmig, unreif abfallend; Mütze sehr klein. Einhäusig. *S.*

---

[1]) S. O. Lindberg, Utkast till en naturlig gruppering af Europas bladmossor med toppsittande frukt (*Bryineæ acrocarpæ*), Helsingfors 1878.

II. Stengel wenig o. nicht ästig. Blätter kurz zugespitzt o. stumpflich. Frucht langgestielt; Zähne verlängert u. schmal.

A. Blätter vielpaarig, verschmälert länglich, ringsum gezähnelt. Frucht m. mit langem Schnabel.

a. Blätter oben mit groben, locker gestellten Zähnen versehen, kurz zugespitzt, oft bleichgesäumt u. ziemlich gross; Rippe nicht auslaufend.

2. **S. serrulatum** Brid. nach Braithw. (*Fissidens* Brid., Sch.).

Rasen locker. Blätter etwas getrennt, grün o. hellgrün, lang u. breit, ziemlich durchsichtig; Zellen grösser als bei folg. Arten; Anhängsel f. doppelt kürzer als das Blatt, kurz zugespitzt. Stengel f. einfach o. mit geknüpften Ästen. Fruchtstiel m. gipfelständig. Zweihäusig. *S.*

3. **S. adiantoides** (L.) Lapyl. (*Fissidens* H.).

Rasen dicht. Blätter m. etwas getrennt, dunkelgrün o. zul. rothbraun, etwas kürzer u. schmäler als bei vor. Art, nur am Rande durchsichtig; Anhängsel länger als die Hälfte des Blattes, kurz zugespitzt. Stengel oben ästig. Fruchtstiel aus dem oberen Theile des Stengels ausgehend. Zweihäusig o. zuw. einhäusig.

4. **S. decipiens** (D. N.) Ldb. (*Fissidens* D. N., *F. rupestris* Wils., *F. adiantoides* var. Limpr.).

Rasen dicht. Blätter sehr dicht gehäuft, m. grün, kleiner als bei vor. Art, mit kleineren Zellen, nur am Rande durchsichtig; Anhängsel länger als die Hälfte des Blattes, m. mehr zugespitzt. Stengel oben ästig. Fruchtstiel m. grundständig. Zweihäusig. *S.*

Diese 3 Arten sind vielleicht zu vereinigen.

b. Blattzähne f. gleichförmig, klein u. dicht gestellt. Blätter abgestumpft, etwas kleiner als bei vor. Arten.

5. **S. taxifolium** (L.) Lapyl. (*Fissidens* H.).

Rasen locker. Blätter m. etwas getrennt u. dunkelgrün, dunkel, zuw. schwach bleichgesäumt; Rippe auslaufend. Frucht grundständig. Einhäusig. *S.*

6. **S. osmundoides** (Sw.) Lapyl. (*Fissidens* H.)

Rasen dicht. Blätter dicht gehäuft, m. hellgrün, durchsichtig; Rippe nicht auslaufend. Frucht f. gipfelständig. Zweihäusig.

— **microcarpum** Sch.

Blätter kleiner, oben eingebogen. Frucht kleiner.

B. Blätter m. mit wenigen Paaren (m. 3 bis 4), selten vielpaarig, klein; Anhängsel m. kurz. Frucht mit kurzem Schnabel o. Spitzchen, gipfelständig.

a. Blätter ungesäumt, ringsum fein gekerbt. Einhäusig.

7. **S. exile** (H.) Ldb. (*Fissidens* H., Sch., *F. Bloxami* Wils.).

Pflanzen getrennt o. lockerrasig. Blätter länglich-lanzettlich, abgestumpft u. spitz; Rippe auslaufend. Frucht mit breitem Ringe. Männliche Blüthen grundständig. *S.*

b. Blätter gesäumt, f. ganzrandig. Blüthenstand verschieden, veränderlich.

8. **S. bryoides** (L.) Lapyl. (*Fissidens* H.).

Pflanzen getrennt o. lockerrasig. Blätter verschmälert länglich, stumpflich u. breitgesäumt. Frucht ohne Ring, m. aufrecht mit rothem Stiele.

9. S. **incurvum** Starke) Lapyl. (*Fissidens* Schwægr.).

Oft dichtrasig. Blätter länglich-lanzettlich, zugespitzt u. schmalgesäumt, Frucht mit Ring, m. geneigt, zuw. mit bleichem Stiele. *S.*

* **S. viridulum** (Sw.) Ldb.

Blätter 5—8-paarig, mit kurzem Anhängsel. Frucht f. aufrecht mit bleichem Stiele.

* **S. pusillum** (Wils.) Ldb. (*Fissidens* Wils.).

Blätter m. 3-paarig, ringsum gesäumt. Frucht schmal u f. aufrecht mit bleichem Stiele.

10. **S. crassipes** (Wils.) Ldb. (*Fissidens* Wils.).

Blätter oft 20-paarig, sehr getrennt, schmal länglich Frucht mit Ring, schwach geneigt; Stiel roth. *S.*

Fam. 11. BRYACEÆ (Schimp.).

Gatt. 35. **Cinclidium** Sw.

A. Blätter zurückgerollt, die meisten mit breitem rothem Saume.

a. Die meisten Blattzellen roth. Blätter breit verkehrt eiförmig, mit einem Spitzchen gekrönt.

1. **C. stygium** Sw.

Blätter nicht herablaufend, die meisten erröthend; Zellen rundlich eckig. Frucht elliptisch; Stiel die Sprossen weit überragend. Blüthenstand zwittrig.

2. **C. arcticum** (B. E.) C. Müll.

Blätter herablaufend: die unteren erröthend, die der Sprossen grün; Zellen f. länglich eckig. Frucht f. länglich. Stiel ein wenig die Sprossen überragend. Zweihäusig. *N.*

b. Blätter f. rundlich mit undeutlichem Spitzchen: die meisten nur am Rande u. auf der Rippe roth.

3. **C. subrotundum** Lindb.

Blätter nicht herablaufend: die unteren schwärzlich, die oberen grün; Zellen rundlich eckig. Frucht f. kugelig; Stiel weit hervorragend. Blüthenstand zwittrig.

B. Blätter nicht zurückgerollt, grün u. schmal gesäumt.

4. **C. Hymenophyllum** (B. E.) Lindb. (*Mnium* B. E.).

Blätter herablaufend, hellgrün, breit eiförmig-elliptisch, mit undeutlichem o. keinem Spitzchen; Zellen rundlich eckig. Wurzelfilz reichlich, den Stengel zum grössten Theil bedeckend. Zweihäusig. Frucht u. weibliche Blüthen unbekannt.

Gatt. 36. **Astrophyllum** Neck., Lindb. (*Mnium* L. u. B. E.).

I. Stengel auf dem langen Wurzelstocke zerstreut, oben mit bogig gekrümmten Sprossen. Blätter wellig.

1. **A. undulatum** (L.) LINDB.

Blätter einfach gezähnelt, verschmälert zungenförmig-linear, oben abgerundet u. mit einem deutlichen Spitzchen gekrönt, gesäumt u. herablaufend; Zellen rundlich eckig; Rippe auslaufend. Frucht geneigt, länglich u. mit einem Wärzchen gekrönt; Stiele oft zu mehren. Zweihäusig.

II. Stengel m. rasenbildend, zuw. einzeln. Blätter selten etwas wellig. Sprossen aufrecht, aufsteigend o. kriechend.

A. Die Gipfelblätter des Stengels weit grösser als die übrigen u. rosettenartig gehäuft. Blätter deutlich gesäumt.

a. Die meisten Blätter zungenförmig-länglich, oft herablaufend. Fruchtstiele oft zu mehren.

2. **A. spinosum** (VOIT) LINDB.

Blätter doppelt gezähnelt, herablaufend, oft rothgesäumt; Zellen rundlich eckig, reihenförmig geordnet; Rippe auslaufend. Frucht länglich, kurzgeschnäbelt; äussere Zähne bräunlich, die inneren dunkel orangefarbig. Sprossen spärlich, nicht kriechend. Wurzelfilz spärlich. Zweihäusig.

3. **A. cuspidatum** (L., NECK.) LINDB. (*Mnium affine* BLAND.).

Blätter einfach (o. zuw. nicht) gezähnelt, bleich gesäumt u. m. herablaufend; Zellen breit länglich eckig (wen. die unteren); Rippe auslaufend. Frucht breit länglich ohne Schnabel; äussere Zähne blassgelb, die inneren orangefarbig. Sprossen oft kriechend. Wurzelfilz reichlich. Zweihäusig.

* **A. ciliare** (GREV.) LINDB.

Sprossen aufrecht. Rasen locker. Blätter mit langen Zähnen. *S.*

* **A. Seligeri** (JUR.) LINDB. (*Mnium insigne* HARTM.).

Blätter oben gewölbt, mit kurzen Zähnen. Sprossen aufrecht. Rasen dicht. Frucht m. einzeln. *S.*

4. **A. medium** (B. E.) LINDB.

Blätter einfach gezähnelt, bleich gesäumt u. selten herablaufend, mit kurzem Spitzchen; Zellen rundlich eckig; Rippe

kaum o. nicht auslaufend. Frucht länglich, kurzgeschnäbelt; Zähne schmäler als bei der vor. Art. Sprossen spärlich u. nicht kriechend. Wurzelfilz reichlich. Blüthenstand zwittrig.

* **A. curvatulum** Ldb.

Frucht kleiner u. kürzer, länglich-cylindrisch u. etwas gekrümmt, mit sehr weitem Munde; Deckel ohne Wärzchen. *S.*

b. Die meisten Blätter rundlich elliptisch oder breit verkehrt eiförmig, nicht herablaufend. Fruchtstiele oft einzeln.

aa. Sprossen kriechend. Fruchtstiele oft zu mehren. Stengel nur unten filzig. Blätter einfach gezähnelt, selten (Kelchblätter immer) ganzrandig.

5. **A. rostratum** (Schrad.) Lindb.

Blattrand grün; Rippe auslaufend. Frucht elliptisch, langgeschnäbelt; äussere Zähne gelb, die inneren dunkel orangefarbig. Blüthenstand zwittrig.

bb. Sprossen nicht niederliegend. Fruchtstiele einzeln. Stengel ganz filzig. Blätter ganzrandig.

6. **A. punctatum** (L.) Lindb.

Blattrand zul. m. roth; Rippe m. etwas auslaufend. Frucht elliptisch mit ziemlich kurzem Schnabel; Perikätialblätter pfriemlich spitz. Zweihäusig.

Diese Art ist von den ähnlichen Arten der Gattung *Cinclidium* durch den nicht zurückgerollten Blattrand verschieden.

7. **A. pseudopunctatum** (B. S.) Lindb. (*Mnium subglobosum* B. E.).

Blätter ohne Spitzchen, am Rande grün; Rippe nicht auslaufend. Frucht breit elliptisch, kurzgeschnäbelt; Kelchblätter stumpf. Blüthenstand zwittrig.

B. Die Gipfelblätter des Stengels kleiner o. nur ein wenig grösser als die meisten übrigen. Blätter zuw. nicht gesäumt.

a. Die meisten Blätter rundlich-elliptisch o. eiförmig, oft gross.

aa. Sprossen aufrecht, oft mit ganzrandigen Blättern. Stengelblätter ungleichförmig: die obersten zungenförmig,

die übrigen elliptisch-rundlich; Saum hell. Frucht eiförmig; Deckel mit Wärzchen, Stiele oft zu mehren. Zweihäusig.

8. **A. cinclidioides** (BLYTT) LDB.

Blätter nicht o. undeutlich gesäumt, ganzrandig o. schwach einfach gezähnelt, nicht o. undeutlich herablaufend; Zellen schmal länglich; Rippe nicht auslaufend. Der äussere Mundbesatz dunkel rothbraun, der innere orangefarbig.

9. **A. rugicum** (LAUR.) KINDB. (*Mnium* LAUR.).

Blätter breitgesäumt, einfach o. undeutlich gezähnelt (die der Sprossen m. ganzrandig), nicht herablaufend; Zellen rundlich eckig; Rippe auslaufend. Der äussere Mundbesatz blassgelb, der innere orangefarbig. *S.*

Aus C. Warnstorf habe ich dasselbe, *Mnium* n. sp. LIMPR. genannt, von ihm bei Neu-Ruppin in Brandenburg gesammelt.

bb. Sprossen nicht aufrecht. Blätter oft gezähnelt; Zellen rundlich eckig; Saum hellgelb o. grün.

10. **A. silvaticum** LDB. (*Mnium cuspidatum* H.).

Sprossen kriechend; Blätter f. elliptisch. Stengelblätter allseitig gestellt, eiförmig o. (die oberen) zungenförmig. Alle Blätter grün, spitz, herablaufend, einfach gezähnelt u. gelblich gesäumt; Rippe auslaufend. Frucht f. elliptisch ohne Schnabel; äussere Zähne gelb, die inneren orangefarbig; Stiel einzeln. Blüthenstand zwittrig.

11. **A. hymenophylloides** LDB.

Eigentliche Stengel selten ausgebildet. Sprossen aufsteigend o. niederliegend; Blätter zweireihig, blaugrün, nicht herablaufend, breit eiförmig-elliptisch, ganzrandig mit grünem Saume u. kurzem Spitzchen, f. stumpf; Rippe nicht auslaufend. Zweihäusig. Frucht u. männliche Blüthen unbekannt.

b. Die meisten Blätter schmal, länglich-lanzettlich, m. klein u. oft rothgesäumt, herablaufend, doppelt o. nicht gezähnelt; Zellen rundlich eckig. Sprossen nicht niederliegend.

aa. Blattsaum breit, von mehreren Zellenreihen gebildet. Rippe dick u. nicht durchsichtig.

12. **A. hornum** (L.) LINDB.

Die meisten Blätter gleichförmig u. schmal, dicht u. allseitig gestellt; Zellen dicht vereinigt ohne Zwischenräume

Der beblätterte Theil des Stengels unten filzig. Frucht breit länglich u. gelb, mit einem Wärzchen gekrönt; äussere Zähne gelb, die inneren orangefarbig. Zweihäusig.

13. **A. orthorhynchum** (B. E.) LINDB.

Blätter m. allseitig: die unteren klein, breit u. locker gestellt, m. zuletzt erröthend; Zellen von f. dreieckigen Zwischenräumen getrennt. Frucht länglich u. braun, geschnäbelt; äussere Zähne bräunlich. Zweihäusig.

— **riparium** (MITT.) LDB. (*Mnium ambiguum* H. MÜLL., SCH.).

Blätter zweireihig u. locker gestellt, die meisten grün.

— **inclinatum** (LDB.) (**A. inclinatum** LDB.).

Blätter kleiner u. breiter, allseitig gestellt.

14. **A. marginatum** (DICKS.) LINDB. (*Mnium serratum* BRID.).

Blätter f. zweireihig u. locker, m. grün: die unteren klein u. breit; Rippe kaum auslaufend. Frucht länglich, gelblich o. blassbraun, geschnäbelt; äussere Zähne rostfarbig. Blüthenstand zwittrig.

15. **A. lycopodioides** (HOOK.) LINDB.

Blätter f. zweireihig u. locker, grün: die meisten schmal; Rippe auslaufend. Frucht (grösser als bei den beiden vorigen Arten) länglich, gelblich u. geschnäbelt, etwas gekrümmt; äussere Zähne gelb. Zweihäusig.

bb. Blätter nicht o. schmal gesäumt; Rippe dünn, auf den Seiten durchscheinend, in der Mitte m. roth. — Sprossen m. aufrecht. Blätter einfach o. nicht gezähnelt, herablaufend, f. länglich. Frucht länglich ohne Schnabel; äussere Zähne gelb, die inneren orangefarbig. Zweihäusig.

16. **A. stellare** (REICH.) LINDB.

Blätter m. zweireihig, nicht o. schwach gesäumt. Wurzelfilz selten zwischen den Blättern vorkommend.

* **A. Blyttii** (B. E.) LINDB.

Blätter allseitig gestellt, die meisten gesäumt. Wurzelfilz f. den ganzen Stengel bedeckend.

Gatt. 37. **Bryum** Dill.

I. Wurzelstock rosettenartige Blattschöpfe treibend. Fruchtstiele oft zu mehren.

1. *Rhodobryum.*

Frucht mit gezähnelten[1]) Cilien.

II. Stengel f. durchaus beblättert, ohne Wurzelstock. Fruchtstiel einzeln.

A. Die oberen Blattzellen verschmälert, die grundständigen erweitert. Blätter weder gesäumt noch herablaufend.

2. *Anomobryum.*

Blätter kätzchenartig gedrängt, nicht zurückgerollt. (Frucht mit gezähnelten Cilien).

B. Blattzellen verschmälert rautenförmig, kaum durchsichtig. Blätter weder gesäumt noch herablaufend.

3. *Leptobryum.*

Frucht mit gezähnelten Cilien. Die meisten Blätter f. borstenförmig, nicht zurückgerollt; Rippe auslaufend, oben gezähnelt.

4. *Pohlia.*

Frucht mit glatten o. undeutlichen Cilien. Die meisten Blätter eiförmig-lanzettlich, zuw. zurückgerollt; die oberen oberhalb der Mitte mit groben, dicht stehenden Zähnen versehen; Rippe glatt, f. nicht auslaufend.

C. Die meisten oberen Blattzellen ziemlich kurz u. f. rautenförmig, durchsichtig. Blätter zuw. gesäumt u. herablaufend.

a. Blattrippe m. den Rand erreichend, oft auslaufend. Stengel ziemlich steif o. verkümmmert. Blätter m. etwas fest, nicht mit Haarspitzchen gekrönt, aus eiförmig abgerundetem Grunde eiförmig, elliptisch, länglich o. lanzettlich.

5. *Lamprophyllum.*

Blätter weder herablaufend noch gesäumt, kaum zurückgerollt, zuw. locker gestellt; die oberen oberhalb der Mitte dicht u. grob gezähnelt; Rippe nicht auslaufend. Frucht mit glatten o. undeutlichen Cilien.

6. *Cladobryum.*

Blätter (wenigstens auf den m. langen Sprossen) herablaufend, oft locker gestellt, m. gesäumt u. zurückgerollt, f. ganzrandig o. mit wenigen, dicht gestellten Zähnen versehen; Rippe m. auslaufend. Frucht oft mit gezähnelten Cilien.

7. *Eubryum.*

Sprossen m. sehr kurz. Blätter nicht herablaufend, dicht gehäuft, oft gesäumt u. zurückgerollt, ganzrandig o. mit wenigen o. locker gestellten Zähnen; Rippe m. auslaufend. Frucht oft mit gezähnelten Cilien.

---

[1]) D. h. mit seitlichen Anhängseln versehen.

b. Blattrippe m. den Rand nicht erreichend. Stengel weich. Blätter dünn u. weich, oft mit Haarspitzchen, aus m. verschmälertem Grunde zungenförmig, spatelförmig o. rundlich.

8. *Trichobryum.*

Blätter selten herablaufend, m. ganzrandig, oft locker gestellt. Frucht mit gezähnelten Cilien.

Abth. 1. *Rhodobryum* SCHIMP.

1. **B. proliferum** (L.) SIBTH. (*B. roseum* SCHREB., B. E.).

Die oberen Blätter f. zungenförmig o. länglich lanzettlich; oberhalb der Mitte deutlich gezähnelt, unten zurückgerollt, Rippe auslaufend; die unteren Blätter schuppenförmig. Frucht rothbraun, verschmälert birnenförmig u. geneigt, mit sehr kurzem Halse. Zweihäusig.

Abth. 2. *Anomobryum* SCHIMP.

2. **B. filiforme** DICKS. (*B. julaceum* B. E.).

Blätter stumpf, f. eiförmig, mit sehr dichtem Zellennetze; Rippe kaum o. nicht auslaufend. Frucht rothbraun, f. stielrund u. geneigt, mit kurzem Halse. Zweihäusig.

3. **B. concinnatum** SPRUCE.

Blätter spitz, verlängert eiförmig, mit nicht so dichtem Zellennetze (wie bei der vorigen Art); Rippe etwas auslaufend. Frucht u. männliche Blüthen unbekannt.

Abth. 3. *Leptobryum* SCHIMP.

4. **B. piriforme** (L.) HEDW. (*Leptobryum* SCH., *Mnium* L.).

Rasen sehr locker. Die untersten Blätter schuppenförmig. Frucht glänzend rothgelb, birnenförmig aufgeblasen, langhalsig u. hängend. Blüthenstand m. zwittrig.

Abth. 4. *Pohlia* (HEDW., LINDB.) (*Webera* SCHIMP. syn.).

1. Die Blätter der nicht fruchttragenden Stengel locker gestellt, f. von gleicher Grösse, oft mit rothen Brutknospen; Rippe zuw. etwas auslaufend.

5. **B. annotinum** (L.) HEDW.

Die unfruchtbaren Stengel verlängert, auch unten beblättert. Die meisten Blätter eiförmig lanzettlich u. verschmälert zugespitzt, am Grunde oft zurückgerollt. Frucht zul. gelbroth, f. stielrund o. keulenförmig, ziemlich klein u. kurzhalsig, oft abstehend; äussere Zähne gelb; Cilien lang; Deckel mit kurzem Spitzchen; Stiel ziemlich lang, blassroth. Zweihäusig.

II. Die meisten Blätter dicht gehäuft; Rippe selten auslaufend.

A. Die meisten Blätter abgestumpft o. kurzspitzig, f. eiförmig, die obersten f. linear. Frucht kurzhalsig mit langen Cilien; äussere Zähne blassgelb.

6. **B. crudum** (L.) SCHREB.

Blätter spitz, m. blassgrün u. perlmutterartig glänzend, nicht o. nur am untersten Grunde zurückgerollt. Frucht hellrothbraun o. dunkelgelb, keulenförmig, oft abstehend; Deckel f. ohne Spitzchen. Blüthenstand m. zwittrig, zuw. zweihäusig.

7. **B. Ludwigii** SPRENG. (*Webera* SCHIMP. syn. ed. 1, *W. commutata* ed. 2).

Die meisten Blätter stumpf, glänzend u. f. ringsum zurückgerollt. Frucht braun, birnenförmig u. ziemlich klein, geneigt; Deckel mit kurzem Spitzchen. Zweihäusig.

* **B. gracile** SCHLEICH. (*Pohlia* LINDB.).

Blätter kleiner, m. nur unten zurückgerollt, angedrückt, verlängert eiförmig.

B. Blätter eiförmig lanzettlich, verlängert zugespitzt. Frucht zuw. langhalsig.

a. Stengel sehr kurz. Blätter sehr klein, f. glanzlos, unten zurückgerollt. Frucht klein u. dick, birnenförmig u. kurzhalsig; äussere Zähne gelb.

8. **B. polymorphum** HSCH. (*Webera polym.* u. *W. acuminata tenella* SCHIMP.)

Die meisten Blätter knospenförmig gedrängt. Frucht braun, m. abstehend, selten mit Cilien; innere Zähne mit schmaler Haut; Deckel m. ohne Spitzchen. Einhäusig, oft paroik[1]).

[1]) D. h. ohne abgesonderte männliche Blüthen.

9. **B. pulchellum** Hedw.

Stengel f. durchaus beblättert. Frucht zul. dunkelbraun, m. hängend; Cilien lang; Deckel mit dem Ringe vereinigt, ohne Spitzchen. Zweihäusig.

b. Stengel verlängert. Blätter grösser (als bei den beiden vorigen), m. glänzend, die oberen verschmälert eiförmig lanzettlich. Frucht m. gross u. schmal, f. keulenförmig.

aa. Frucht langhalsig; Deckel m. geschnäbelt; Cilien m. fehlend; äussere Zähne gelb; innere mit schmaler Haut. Blätter unten zurückgerollt. Stengel am Grunde f. blattlos.

10. **B. acuminatum** Hornsch.

Blätter wenig glänzend. Frucht bräunlich, etwas länger als der Hals, oft sehr geneigt. Einhäusig mit abgesonderten männlichen Blüthen.

11. **B. elongatum** Dicks.

Blätter m. goldglänzend. Frucht hellgelbbraun, kürzer als der Hals, oft f. aufrecht. Paroik (einhäusig).

* **B. longicolle** Sw.

Frucht m. abstehend, etwas länger als der Hals.

bb. Frucht langhalsig, bogig gekrümmt, grüngelb; Deckel nicht geschnäbelt; Cilien fehlend; äussere Zähne orangefarbig. Blätter ringsum zurückgerollt. Stengel am Grunde nackt.

12. **B. crassidens** (Lindb.) Kindb. (*Pohlia* Lindb., *Webera trachyodontea* Sanio).

Blätter m. wenig glänzend; Zellen sehr schmal. Frucht wagerecht abstehend o. geneigt; die inneren Zähne stachelig rauh, mit schmaler Haut; Stiel bogig gekrümmt. Zweihäusig. *N.*

cc. Frucht kurzhalsig ohne Schnabel; Cilien m. lang; innere Zähne mit breiterer Haut. Blätter kaum zurückgerollt.

13. **B. nitens** Kindb. (*Webera cruda minor* Schimp. syn. ed. 2).

Blätter zul. goldglänzend. Stengel am Grunde nackt. Frucht hellroth-braun o. dunkelgelb, oben nur ein wenig verdickt, f. aufrecht; äussere Zähne blassgelb. Meist zweihäusig, zuw. »paroik».

14. **B. nutans** SCHREB.

Blätter m. grün, oft seidenglänzend: die der Sprossen zuw. locker gewebt, oft f. stumpf. Stengel m. durchaus beblättert. Frucht bräunlich o. rothbraun, oben sehr verdickt, geneigt o. hängend; äussere Zähne am Grunde rostfarbig. Meist paroik.

— **bicolor** B. E.

Frucht zweifarbig, oben dunkler.

— **sphagnicola** B. E.

Blätter oft erröthend. Fruchtstiel feiner. Zweihäusig.

* **B. Schimperi** C. MÜLL. (*Pohlia nutans * rutilans* LINDB.).

Blätter glanzlos, oft f. ganzrandig: die älteren erröthend. Der äussere Mundbesatz blassgelb. Zweihäusig. *N.*

Abth. 5. *Lamprophyllum* (LINDB.).
(*Webera* SCHIMP. syn., *Pohlia* LINDB. M. Scand.).

A. Blätter zugespitzt, die meisten gezähnelt. Frucht ohne Ring; Cilien lang. Zweihäusig.

15. **B. albicans** (WAHLENB.) BRID. (*B. Wahlenbergii* SW.).

Blätter blaugrün, oft mit Perlmutterglanz, zuw. erröthend, die meisten eiförmig-länglich (die der Sprossen oft schmäler), nicht zurückgerollt. Frucht dick u. birnenförmig, zuletzt braun, m. hängend; äussere Zähne orangefarbig. Männliche Blüthen f. scheibenförmig. Stengel m. hoch.

16. **B. carneum** L.

Blätter klein u. grün, zuw. unten schwach zurückgerollt, die meisten eiförmig lanzettlich. Frucht länglich birnenförmig, zul. röthlich, m. hängend; äussere Zähne zul. dunkelroth. Männliche Blüthen knospenförmig. Stengel kurz.

B. Die meisten Blätter abgestumpft u. ganzrandig, die obersten gezähnelt. Frucht mit Ring; Cilien m. fehlend o. kurz. Paroik (einhäusig).

17. **B. cucullatum** SCHWÆGR.

Blätter klein, glanzlos u. grün, nicht zurückgerollt, die meisten f. eiförmig. Frucht birnenförmig, nicht zugeschnürt, dunkelbraun, hängend; äussere Zähne hellgelb. Stengel m. kurz. Tracht von *B. Ludwigii*, doch mit grösseren Früchten.

»*Pohlia crassinervis* LINDB.» ist mir nicht bekannt.

Abth. 6. *Cladobryum* KINDB.

I. Frucht unter dem weiten Munde (trocken) zugeschnürt; Deckel gross.

A. Frucht mit gezähnelten Cilien, zuw. schief, m. birnenförmig.

a. Blüthenstand zweihäusig. Blätter m. kurzspitzig; Rippe wenig o. nicht auslaufend.

aa. Blätter roth, undeutlich gesäumt, sehr locker gestellt.

18. **B. Duvalii** VOIT.

Stengel locker gehäuft, wenig o. nicht filzig. Blätter verlängert eiförmig, ganzrandig, kaum zurückgerollt; Rippe selten auslaufend. Frucht gerade mit ziemlich langem Halse.

bb. Die meisten Blätter hellgrün, gesäumt, zuw. schmal (eiförmig lanzettlich). Frucht unter dem Munde sehr zugeschnürt, nicht schief, mit ziemlich kurzem Halse; Zähne gelb. Blätter oft locker gestellt, f. ganzrandig.

19. **B. turbinatum** (H.) SCHWÆGR.

Rasen dicht u. sehr filzig. Blätter ziemlich klein, unten zurückgerollt, m. schmalgesäumt, öfters locker gestellt.

* **B. Schleicheri** SCHWÆGR.

Stengel locker gehäuft u. wenig filzig, sehr hoch. Blätter grösser, die oberen m. dicht gehäuft. *N.*

cc. Die meisten Blätter dunkel- o. braungrün, breitgesäumt u. m. breit (eiförmig-länglich). Frucht m. wenig zugeschnürt, oft schief u. langhalsig; Zähne unten rostfarbig.

20. **B. ventricosum** DICKS. (*B. pseudotriquetrum* (H.) SCHW.

Rasen m. dicht u. sehr filzig. Blätter f. ringsum zurückgerollt, in der Spitze oft grob gezähnelt. Frucht m. schief u. langhalsig, oft gross.

21. **B. neodamense** ITZ.

Rasen dicht u. filzig. Blätter nicht zurückgerollt, f. ganzrandig. Frucht gerade u. kurzhalsig, mittelmässig gross.

b. Blüthenstand oft zwittrig, zuw. zweihäusig. Blätter m. langspitzig, Rippe weit auslaufend.

22. **B. bimum** SCHREB.

Rasen oft dicht u. filzig. Blätter blassgrün, f. ringsum zurückgerollt, m. schmal, in der Spitze oft gezähnelt. Frucht gerade, oft langhalsig.

B. Frucht gerade, f. stielrund o. verschmälert birnenförmig, mit glatten o. fehlenden Cilien. Blätter oft erröthend; Rippe wenig auslaufend.

23. **B. purpurascens** (R. BR.) B. E.

Rasen m. niedrig u. wenig filzig, ziemlich dicht. Blätter eiförmig lanzettlich, zugespitzt u. f. ganzrandig: die des Stengels schmalgesäumt u. f. ringsum zurückgerollt; die der f. fadenförmigen Sprossen undeutlich gesäumt u. oft nicht zurückgerollt. Frucht langhalsig u. hängend. Mit zwittrigen o. zuw. auch mit männlichen Blüthen.

II. Frucht (wen. anfangs) mit verengtem Munde, darunter nicht zugeschnürt; Deckel m. klein. Blätter m. erröthend.

A. Frucht mit gezähnelten Cilien; Deckel zuw. zul. ziemlich gross. Blätter unten zurückgerollt, m. locker gestellt. Rasen ziemlich locker.

24. **B. pallens** SW.

Blätter f. ganzrandig u. kurzspitzig, m. breitgesäumt, verlängert eiförmig o. eiförmig lanzettlich. Frucht schief u. langhalsig, m. gross u. wenig herabgebogen; Zähne unten rostfarbig. Zweihäusig.

B. Frucht mit glatten o. fehlenden Cilien; Deckel klein. Blätter f. ringsum zurückgerollt, dicht gehäuft. Rasen dicht.

a. Blätter m. zul. erröthend o. kupferglänzend, mit lockerem Zellennetze, f. ganzrandig, breit rothgesäumt.

25. **B. rutilans** BRID. (*B. æneum* BLYTT, SCHIMP.).

Blätter m. eiförmig länglich, abgestumpft o. kurzspitzig, zul. kupferglänzend. Frucht breit birnenförmig mit ziemlich kurzem Halse, herabgebogen u. f. gerade. Stengel ziemlich hoch, oft mit rothen gegliederten Fäden in den Blattwinkeln. Zweihäusig. *N.*

— **gracilescens** SCHIMP.

Blätter eiförmig lanzettlich, schmalspitzig, die meisten grün. *N.*

26. **B. arcticum** (R. BR.) B. E.

Blätter m. eiförmig lanzettlich, zugespitzt u. zul. erröthend. Frucht birnenförmig u. m. langhalsig, geneigt u. schief; der innere Mundbesatz mit dem äusseren vereinigt. Stengel m. kurz. Mit zwittrigen o. auch mit männlichen Blüthen.

Das verwandte *Bryum luridum* RUTHE, das vielleicht bei uns zu finden ist, hat f. eiförmige, schmalgesäumte, nicht erröthende Blätter u. breitere Frucht.

27. **B. Lorentzii** SCHIMP.

Blätter m. eiförmig lanzettlich, zugespitzt u. grün. Stengel ziemlich hoch. Frucht birnenförmig u. langhalsig, gerade. Mit zwittrigen o. auch mit männlichen Blüthen. *N.*

b. Blätter am Grunde roth (übrigens grünlich), mit dichtem Zellennetze, zuw. oben etwas gezähnelt, gelbgesäumt.

28. **B. paludicola** SCHIMP.

Blätter f. eiförmig, kurzspitzig. Stengel hoch. Frucht verschmälert birnenförmig, mit ziemlich kurzem Halse, etwas schief u. geneigt; Zähne gelb. Mit zwittrigen, wenige Antheridien tragenden Blüthen, zuw. auch mit männlichen. *N.*

Abth. 7. *Eubryum* (C. MÜLL.)[1]).

I. Blätter stumpf o. kurzspitzig mit nicht o. nur ein wenig auslaufender Rippe, ganzrandig o. nur in der obersten Spitze dicht u. schwach gezähnelt. Frucht gerade mit kurzem o. undeutlichem Halse; innere Zähne frei o. (bei *B. Marratii*) mit dem äusseren vereinigt.

A. Blätter wenigstens zur Mitte zurückgerollt. Rasen hoch u. dicht. Frucht mittelmässig mit deutlichem Halse, grossem Deckel u. gezähnelten Cilien. Zweihäusig.

29. **B. Mühlenbeckii** B. E.

Blätter f. eiförmig u. stumpf, ganzrandig u. schmalgesäumt, f. ringsum zurückgerollt, kupferglänzend, trocken aber glanzlos; Zellennetz ziemlich locker; Rippe nicht auslaufend. Frucht dunkel blutroth, birnenförmig.

30. **B. alpinum** HUDS.

Blätter verlängert eiförmig o. eiförmig lanzettlich, spitz, ganzrandig u. schmalgesäumt, kaum oberhalb der Mitte zurückgerollt, kupferglänzend (auch im trocknen Zustande); Zellennetz ziemlich dicht; Rippe etwas auslaufend. Frucht blutroth u. birnenförmig.

31. **B. contextum** HOP. u. HORNSCH. (*B. pallescens* (var.) SCHIMP.).

Blätter verlängert eiförmig, spitz, oben gezähnelt, breitgesäumt, f. ringsum zurückgerollt, grün o. am Grunde roth; Zellennetz ziemlich dicht; Rippe (bei den oberen Blättern) etwas auslaufend. Frucht braun, verschmälert birnenförmig.

B. Blätter (wenigstens feucht) nicht zurückgerollt, ganzrandig u. undeutlich o. sehr schmal gesäumt, ziemlich klein u. kurz. Rasen niedrig u. m. klein.

---

[1]) Bei folgenden Arten ist die Frucht mit gezähnelten Cilien versehen: *Bryum Funckii, Mühlenbeckii, alpinum, contextum, erythrocarpon, Klinggräffii, subrotundum, microstegium, Mildei, badium, pallescens, cæspiticium, cirratum, intermedium.* Weil der Blüthenstand in dieser Gattung oft sehr veränderlich ist, z. B. bei *Bryum pallescens, B. bimum, B. crudum, B. nutans,* wie mehrere Bryologen beobachtet haben, können die Geschlechtsverhältnisse keine genügende Merkmale geben.

a. Frucht f. birnenförmig mit deutlichem Halse. Blattrippe etwas auslaufend.

32. **B. Funckii** SCHWÆGR.

Blätter weisslich grün, zul. erröthend, angedrückt, eiförmig o. verkehrt eiförmig, stumpf o. kurzspitzig. Frucht braun, ziemlich schmal; Cilien gezähnelt; Deckel gross. Zweihäusig.

33. **B. fallax** MILDE.

Blätter grün, zuw. erröthend, etwas abstehend, breit eiförmig o. elliptisch, spitz. Frucht dunkel rothbraun, ziemlich dick ohne Cilien; Deckel klein. Zweihäusig.

34. **B. lacustre** (BLAND.) BRID.

Blätter grün, etwas abstehend, f. eiförmig, spitzer. Frucht rothbraun, ziemlich dick ohne Cilien; Deckel klein. Blüthenstand zwittrig.

b. Frucht f. kugelig mit undeutlichem Halse. Blätter m. stumpf; Rippe nicht o. kaum auslaufend.

35. **B. Kiærii** LINDB.

Blätter gelblich o. blassgrün, f. eiförmig u. kurzspitzig: die meisten angedrückt. Frucht blutroth o. bräunlich, unter dem engen Munde nicht zugeschnürt; Cilien glatt o. fehlend; Deckel ziemlich klein. Zweihäusig. *N.*

36. **B. calophyllum** R. BR.

Blätter grünbraun, elliptisch-eiförmig, zuw. mit Spitzchen, die meisten angedrückt. Frucht bräunlich, unter dem engen Munde nicht zugeschnürt; Cilien fehlend; Deckel klein. Einhäusig.

37. **B. Marratii** WILS.

Blätter gelbgrün, elliptisch o. länglich ohne Spitzchen, etwas abstehend. Frucht rothbraun, unter dem engen Munde nicht zugeschnürt; Cilien fehlend; Deckel klein; der äussere Mundbesatz purpurroth, mit dem inneren vereinigt. Einhäusig. *S.*

II. Blätter pfriemenförmig zugespitzt (langspitzig).

A. Blätter mit nicht o. nur ein wenig auslaufender Rippe, m. von oben gegen die Mitte locker u. fein gezähnelt. Stengel kurz. Frucht gerade; der innere Mundbesatz frei o. (zuw. bei *B. warneum*) mit dem äusseren vereinigt.

a. Frucht gross u. braun, unter dem Munde nicht zugeschnürt, anfangs f. kugelig o. breit eiförmig mit undeutlichem Halse; Cilien glatt o. undeutlich; Deckel klein. Blätter kaum zurückgerollt, mittelmässig gross. Blüthenstand m. einhäusig, zuw. (bei *B. warneum*) zwittrig.

38. **B. warneum** Bland.

Blätter verlängert eiförmig o. breit eiförmig lanzettlich, schmalgesäumt, gegen die Mitte gezähnelt. Stengel oft mit Flagellen.

39. **B. mamillatum** Lindb.

Blätter f. eiförmig, breitgesäumt, zuw. nur in der Spitze gezähnelt. *S.*

b. Frucht klein u. dunkelroth, unter dem erweiterten Munde zugeschnürt, birnenförmig u. kurzhalsig; Cilien gezähnelt; Deckel gross. Blätter klein. Stengel zuw. mit rothen Brutknospen. Zweihäusig.

40. **B. erythrocarpon** Schw.

Die meisten Blätter f. eiförmig, zurückgerollt. Frucht verschmälert birnenförmig.

41. **B. Klinggräffii** Schimp.

Die meisten Blätter verschmälert eiförmig lanzettlich, m. nicht zurückgerollt. Frucht breit birnenförmig. *S.*

B. Blätter (wenigstens die oberen) mit weit auslaufender Rippe, nicht o. nur ein wenig gezähnelt.

a. Blätter knospenförmig gedrängt; Zellennetz ziemlich locker. Stengel sehr kurz. Frucht kurzhalsig u. gerade, zuw. mit etwas verengtem Munde, geneigt o. hängend; Cilien gezähnelt; innere Zähne frei.

42. **B. subrotundum** BRID.

Blätter f. eiförmig, oben gezähnelt, kaum zurückgerollt. Frucht braun. Einhäusig.

43. **B. microstegium** B. E.

Blätter verschmälert eiförmig lanzettlich, m. ganzrandig u. f. ringsum zurückgerollt. Frucht gelblich braun. Blüthenstand zwittrig o. auch mit männlichen Blüthen.

b. Blätter (trocken) aufrecht u. m. angedrückt, f. ringsum zurückgerollt, m. ganzrandig: die meisten eiförmig lanzettlich. Frucht kurzhalsig u. gerade, m. hängend.

aa. Blattnetz ziemlich dicht. Frucht mit gezähnelten Cilien; innere Zähne frei; Deckel gross. Zweihäusig.

44. **B. Mildei** JUR.

Rasen ziemlich hoch. Blätter schmalgesäumt. Frucht rothbraun.

45. **B. badium** BRUCH.

Rasen niedriger. Blätter breitgesäumt, etwas kleiner (als bei der vorigen Art). Frucht dunkel- o. schwarzroth, ziemlich klein.

bb. Blattnetz ziemlich locker. Frucht ohne Cilien; innere Zähne mit den äusseren vereinigt; Deckel klein. Einhäusig.

46. **B. Moei** SCHIMP.

Rasen hoch. Blätter breitgesäumt. Frucht gelblich braun. *N.*

c. Blätter abstehend.

aa. Blätter nicht zurückgerollt, m. oben gezähnelt. Frucht gerade. Cilien glatt o. undeutlich.

aaa. Innere Zähne frei. Blüthenstand zwittrig o. auch mit männlichen Blüthen. Stengel ziemlich kurz.

47. **B. Holmgrenii** LINDB.

Blätter schmalgesäumt, f. eiförmig. Frucht blassbraun, schwach geneigt u. kurzhalsig; Deckel gross; Zähne bleich. *S.*

48. **B. Lindgrenii** SCHIMP.

Blätter zuw. breitgesäumt, die meisten eiförmig lanzettlich. Frucht klein u. braun, geneigt o. hängend, etwas langhalsig; Deckel ziemlich klein. *S.*

bbb. Innere Zähne mit den äusseren vereinigt. Zweihäusig. Stengel kurz.

49. **B. planifolium** KINDB.

Blätter f. ganzrandig, schmalgesäumt, breit eiförmig, unten roth. Frucht klein, blassbraun, hängend u. kurzhalsig; Deckel klein. *N.*

bb. Blätter nur unten zurückgerollt, oben gezähnelt. Frucht schief u. gross; Cilien undeutlich; innere Zähne frei. Stengel ziemlich kurz. Einhäusig.

50. **B. cernuum** (SW.) LINDB. (*B. uliginosum* B. E.).

Blätter zuw. breitgesäumt, die meisten verlängert eiförmig o. eiförmig lanzettlich. Frucht braun u. langhalsig, anfangs wenig geneigt; Deckel klein.

cc. Blätter f. ringsum zurückgerollt.

aaa. Frucht mit gezähnelten Cilien, zuw. schief; innere Zähne frei; Deckel gross. Die meisten Blätter eiförmig lanzettlich, m. ganzrandig u. schmalgesäumt.

51. **B. pallescens** SCHLEICH.

Rasen oft hoch u. sehr filzig. Blätter oft am Grunde roth, die unteren kurz mit nicht auslaufender Rippe. Frucht hellbraun o. braun, anfangs blassgelb, oft schief u. langhalsig, m. birnenförmig u. nur wenig geneigt. Meist einhäusig.

* **B. nitidulum** LINDB.

Rasen niedrig, spärlich filzig. Frucht u. Blätter klein. Blüthenstand zwittrig.

52. **B. cæspiticium** L.

Rasen niedrig. Die meisten Blätter mit weit auslaufender Rippe, f. gleichförmig. Frucht braun, gerade u. kurzhalsig, birnenförmig u. hängend. Zweihäusig.

53. **B. intermedium** (W. M.) Brid.

Rasen niedrig. Die meisten Blätter mit weit auslaufender Rippe, f. gleichförmig. Frucht dunkelroth o. rothbraun, f. stielrund u. etwas schief, mit ziemlich langem Halse. Mit zwittrigen o. auch mit männlichen Blüthen.

54. **B. cirratum** Hsch.

Blätter verlängert eiförmig, breit, f. ganzrandig u. breitgesäumt, m. nur unten zurückgerollt, grünlich; Zellennetz locker; Rippe zuw. wenig auslaufend. Frucht braun, verschmälert birnenförmig, zuw. langhalsig. Stengel m. kurz. Blüthen m. zwittrig.

* **B. affine** (Bruch) Ldb. (*B. cuspidatum* Sch.).

Die oberen Blätter schmäler u. länger; Rippe weiter auslaufend.

bbb. Frucht gerade mit glatten o. undeutlichen Cilien. Rasen m. niedrig.

55. **B. pendulum** (Hornsch.) Sch. (*B. cernuum* B. E.).

Blätter schmalgesäumt, m. oben gezähnelt, die meisten f. eiförmig. Frucht braun u. kurzhalsig; innere Zähne wenig entwickelt, mit den äusseren vereinigt; Deckel klein. Blüthenstand m. zwittrig.

56. **B. dovrense** Schimp.

Blätter ganzrandig. Frucht gelblich mit grossem Deckel u. langen Zähnen. Uebrigens wie vor. Art. *N.*

57. **B. inclinatum** (Sw.) Bland.

Blätter breitgesäumt, oben gezähnelt, die meisten eiförmig lanzettlich. Frucht braun mit ziemlich langem Halse; innere Zähne frei; Deckel m. klein. Blüthenstand m. zwittrig.

58. **B. Brownii** B. E.

Blätter wie bei der vorigen Art, zuw. schmalgesäumt. Frucht gelblich braun, kurzhalsig; innere Zähne frei; Deckel gross. Einhäusig.

Abth. 8. *Trichobryum* Kindb.

59. **B. capillare** L.

Rasen m. locker. Stengel m. roth. Blätter m. zurückgerollt, oft breitgesäumt: die oberen m. zungenförmig mit langer, weicher Haarspitze versehen u. oft (besonders auf den Sprossen) locker gestellt, zuw. oben gezähnelt; die unteren m. dicht gehäuft. Frucht rothbraun, unter dem Munde selten zugeschnürt, mit ziemlich kurzem Halse; Deckel gross. Zweihäusig[1]).

— **carinthiacum** Sch.

Rasen dicht. Blätter mit sehr kurzem Haarspitzchen, verkehrt eiförmig, gedrängt u. f. angedrückt; Rippe nicht auslaufend.

60. **B. elegans** Nees.

Rasen dicht. Blätter klein u. gedrängt, m. verkehrt eiförmig, angedrückt u. nur unten zurückgerollt: die oberen weissgrün mit langer Haarspitze und damit verschmelzender Rippe. Tracht von *B. Funckii*. Uebrigens wie vor. Art.

61. **B. cyclophyllum** (Schw.) B. E.

Rasen sehr locker. Stengel grün. Blätter nicht zurückgerollt, undeutlich gesäumt, rundlich-elliptisch o. verkehrt eiförmig, oben abgerundet, ganzrandig: die meisten locker gestellt; Rippe selten etwas auslaufend. Frucht gelb, unter dem Munde zul. zugeschnürt, mit ziemlich kurzem Halse u. grossem Deckel. Zweihäusig. *S.*

Gatt. 38. **Plagiobryum** Lindb.

1. **P. Zierii** (Dicks.) Ldb. (*Zieria julacea* Sch.).

Rasen locker mit etwas verlängerten Sprossen. Blätter sehr glänzend, kurz zugespitzt u. ganzrandig, dicht geschlossen, ungesäumt u. nicht zurückgerollt: die der Stengel eilänglich-lanzettlich, die der Sprossen eiförmig; Zellen oft roth; Rippe

---

[1]) Diese sehr veränderliche Art fasst mehrere Formen um, die vielleicht selbständige Arten sind.

m. nicht auslaufend. Frucht schief keulenförmig, m. kürzer als der Hals, gelblich braun o. röthlich, anfangs grün u. wenig geneigt, kurz gestielt; Deckel spitz; äussere Zähne gelblich, wenig kürzer als die inneren; Cilien glatt o. undeutlich. Zweihäusig.

2. **P. demissum** (HORNSCH.) LDB. (*Zieria* SCH.).

Rasen dicht mit kurzen Sprossen. Blätter schwach glänzend, lang zugespitzt (wen. die oberen, deren Rippe auslaufend ist). Frucht f. gleich lang wie der Hals, anfangs gelblich u. hängend; Deckel mit Wärzchen; äussere Zähne unten braun, weit kürzer als die inneren. Uebrigens wie vor. Art.

Gatt. 39. **Argyrobryum** KINDB.

A. Blätter kätchenförmig angedrückt, m. weissglänzend, ganzrandig, weder zurückgerollt noch gesäumt.

1. **A. argenteum** (L.) KINDB. (*Bryum* L.).

Rasen ziemlich locker, silberglänzend. Stengel kurz mit f. stielrunden Sprossen. Blätter eiförmig, m. kurz zugespitzt, selten mit Haarspitzchen; Rippe f. wasserhell, oft verkürzt, selten auslaufend. Frucht klein, blutroth o. zul. schwarzroth, hängend u. f. eiförmig; äussere Zähne gelb, unten orangefarbig, innere mit gezähnelten Cilien; Deckel gross mit kurzem Spitzchen. Zweihäusig.

2. **A. virescens** KINDB.

Rasen dichter, schwach glänzend o. hellgrün. Stengel verlängert mit keulenförmigen Sprossen. Blätter breit o. rundlich eiförmig, sehr stumpf; Zellen kürzer als bei vor. Art, rhombisch; Rippe gelblich u. verkürzt. Frucht unbekannt. Tracht von *Bryum Blindii*. *N.*

3. **A. Blindii** (B. E.) KINDB. (*Bryum* B. E., *B. lætum* LDB.).

Rasen m. locker, nicht glänzend. Stengel kurz mit f. keulenförmigen o. stielrunden Sprossen. Blätter sehr klein, f. elliptisch u. stumpf, die meisten Zellen länglich rautenförmig; Rippe vollständig, doch nicht auslaufend. Frucht klein, feucht blutroth, hängend, kurz u. dick eiförmig o.

rundlich birnenförmig, zul. wenig zugeschnürt mit etwas verengtem Munde; äussere Zähne gelblich, innere mit gezähnelten Cilien; Deckel ziemlich gross mit Wärzchen. Perikätial- u. Schopfblätter eilanzettlich. Zweihäusig. *N.*

B. Blätter kaum angedrückt, grünlich, f. ringsum schwach zurückgerollt, undeutlich gesäumt, oben zuw. spärlich u. schwach gezähnelt.

4. **A. bicolor** (DICKS., LDB.) KINDB. (*Bryum atropurpureum* W. M.).

Rasen locker, klein u. niedrig, sehr filzig. Blätter m. eilänglich u. kurzspitzig, die obersten schmäler mit längerer Spitze u. kurz auslaufender Rippe. Frucht klein, schwarzroth, hängend u. f. oval, unter dem Munde nicht zugeschnürt; äussere Zähne unten roth, innere mit gezähnelten Cilien; Deckel gross u. blassroth mit kurzem stumpfem Spitzchen. Zweihäusig. *S.*

Gatt. 40. **Funaria** SCHREB.

A. Blätter ganzrandig, m. knospenförmig gedrängt; Rippe lang, den Blattrand erreichend o. auslaufend. Frucht schief birnenförmig; Zähne deutlich, dicht stehend. Einhäusig (wie die übrigen Arten).

1. **F. hygrometrica** (L.) SIBTH.

Blätter m. grün, eiförmig-länglich, kurz zugespitzt, nicht gesäumt; Rippe f. auslaufend. Frucht m. deutlich gefurcht, anfangs gelblich, zul. rothbraun.

2. **F. marginata** KINDB.

Blätter bräunlich, m. eiförmig-länglich u. stumpf, breit bräunlich gesäumt, die obersten schmäler u. spitzer mit auslaufender Rippe. Frucht nicht gefurcht, anfangs hellgelb, zul. dunkelbraun. *N.*

B. Blätter gezähnelt, nicht zusammengeschlossen; Rippe m. verkürzt. Frucht oft f. zahnlos, nicht o. undeutlich gefurcht.

a. Blätter mit langer schmaler Spitze. Frucht mit getrennten Zähnen, etwas schief u. f. birnenförmig, undeutlich gefurcht.

3. **F. calcarea** WAHLENB.

Blätter schmalgesäumt, m. f. lanzettlich. *S.*

b. Blätter ohne Spitzchen. Frucht mit undeutlichen Zähnen, f. kugelig, nicht gefurcht.

4. **F. fascicularis** (DICKS.) SCH. (*Physcomitrium* B. E.).

Blätter undeutlich gesäumt, m. länglich-zungenförmig. *S.*

5. **F. obtusa** (DICKS.) LDB. (*Entosthodon ericetorum* (BALS. u. D. N.) SCH.).

Blätter gelbgesäumt, m. länglich-lanzettlich.

— **Ahnfeltii** (FRIES) (*Gymnostomum* FR., *Funaria* HARTM.).

Blätter schmäler, breiter gesäumt; Rippe länger, zuw. f. auslaufend.

Gatt. 41. **Amblyodon** PALIS. BEAUV.

1. **A. dealbatus** (DICKS.) PALIS.

Blätter länglich-lanzettlich, kurzspitzig, blassgrün o. unten blassroth: die obersten in der Spitze gezähnelt u. dicht gehäuft, die unteren locker gestellt. Frucht anfangs blassgelb, zul. braun, verlängert birnenförmig mit langem Halse u. schmalem spitzem Deckel; Stiel lang u. hellroth. Die Gipfelblätter oft mit kurzen Wurzelfäden in den Winkeln. Einhäusig o. auch mit zwittrigen Blüthen.

Gatt. 42. **Pyramidula** BRID.

1. **P. tetragona** BRID.

Blätter aus dem f. elliptischen Grunde gegen die schmale pfriemliche Spitze verschmälert, ganzrandig; Rippe auslaufend. Frucht f. kugelig, gerade u. nicht gestreift, mit kurzem stumpfem Spitzchen; Stiel ziemlich kurz. Einhäusig. *S.*

Gatt. 43. **Gymnostomum** HEDW., LINDB.

1. **G. piriforme** (L.) H. (*Physcomitrium* BRID.).

Blätter f. zungenförmig kurzspitzig, oberhalb der Mitte gezähnelt; Rippe nicht auslaufend. Frucht rundlich birnen-

förmig o. f. kugelig, gerade u. ungestreift, deutlich geschnäbelt; Stiel etwas länger als der Stengel. Einhäusig. *S.*

Gatt. 44. **Physcomitrella** B. E.

1. **Ph. patens** (H.) B. E.

Blätter f. elliptisch u. kurzspitzig, oberhalb der Mitte gezähnelt; Rippe kaum auslaufend. Frucht kugelig mit kurzem Spitzchen; Stiel undeutlich. Einhäusig o. mit zwittrigen Blüthen.

Gatt. 45. **Ephemerum** HAMPE.

1. **E. recurvifolium** (DICKS.) LINDB. (*Ephemerella* SCHIMP.).

Blätter verschmälert eiförmig lanzettlich, randschweifig, dicht gehäuft: die oberen mit einer groben auslaufenden Rippe, die unteren rippenlos; die oberen Zellen etwas schmäler als die unteren. Frucht f. kugelig u. rothbraun mit kurzem schiefem Schnabel; Stiel f. undeutlich. Zweihäusig.

2. **E. serratum** (SCHREB.) HAMPE.

Blätter lanzettlich, dicht gehäuft u. rippenlos: die oberen grob gezähnelt, die unteren f. ganzrandig; Zellen erweitert rautenförmig o. breit sechseckig. Frucht f. kugelig u. röthlich mit kurzem Spitzchen; Stiel f. undeutlich. Einhäusig.

Gatt. 46. **Discelium** BRID.

1. **D. nudum** (DICKS.) BRID.

Blätter dicht gehäuft, sehr winzig u. undeutlich, verschmälert eiförmig länglich-lanzettlich, f. ganzrandig, rippenlos; die meisten Zellen f. länglich o. rautenförmig-sechseckig, die unteren etwas langgedehnt. Frucht kugelig, ungestreift u. roth, herabgebogen, ohne Schnabel; Stiel blassroth, vielfach länger als der Stengel. Zweihäusig.

Fam. 12. SPLACHNACEÆ SCHIMP., LINDB.

Gatt. 47. **Splachnum** L.

A. Das Anhängsel der Frucht schirmförmig. Blätter rundlich-elliptisch mit langem Spitzchen. Zweihäusig.

1. **S. rubrum** Montin.

Blätter m. ringsum gezähnelt. Frucht mit rothem Anhängsel u. hochrothem o. blassrothem Stiele.

2. **S. luteum** Montin.

Blätter oft f. ganzrandig. Frucht mit citronengelbem Anhängsel u. röthlichem Stiele.

B. Fruchtanhängsel verdickt.

a. Die meisten Blätter rundlich-elliptisch mit kurzem Spitzchen. Fruchtanhängsel kugelig o. eiförmig, zul. schwarzroth. Zweihäusig.

3. **S. vasculosum** L.

Frucht weit schmäler als der Anhängsel; Deckel verflacht; Stiel röthlich. Blätter gross u. m. ganzrandig, die unteren breiter.

4. **S. pedunculatum** (Huds.) Lindb. (*S. sphæricum* L.).

Die Frucht nur ein wenig schmäler als das Anhängsel; Deckel gewölbt; Stiel anfangs gelb, zuletzt unten roth. Die unteren Blätter sehr klein, die oberen weit grösser u. breiter, zuw. gezähnelt.

b. Blätter ziemlich schmal, die der Sprossen pfriemlich zugespitzt. Das Anhängsel der Frucht birnenförmig, anfangs gelbroth, zul. purpurroth. Ein- o. zweihäusig.

5. **S. ampullaceum** L.

Die Frucht weit schmäler als das Anhängsel; Deckel gewölbt; Stiel roth. Die unteren Blätter (wie die der Sprossen) lanzettlich, die oberen elliptisch o. verkehrt eiförmig, oben gezähnelt.

Gatt. 48. **Tetraplodon** B. E.

A. Blätter m. mit kurzem Spitzchen; Zellen sehr erweitert. Frucht gleich lang wie das Anhängsel: Stiel weich.

1. **T. Wormskjoldii** (HORN.) LINDB. (*Splachnum* HORN.).

Blätter f. eiförmig u. ganzrandig. Frucht dunkelbraun, elliptisch mit blassem Stiele u. elliptischem Anhängsel; Zähne gelb. Einhäusig.

B. Blätter mit schmalem u. langem Spitzchen; Zellen schmäler (als bei der vorigen Art). Frucht kürzer als das Anhängsel; Stiel steif.

2. **T. angustatus** (SW.) B. E.

Blätter verschmälert eiförmig lanzettlich, oft gezähnelt. Frucht hellbraun, elliptisch mit verschmälert birnenförmigem Anhängsel u. sehr kurzem, blassgelbem Stiele; Zähne dunkelroth.

3. **T. bryoides** (ZOEG.) LINDB. (*T. mnioides* SCHIMP.).

Blätter eiförmig-länglich o. verkehrt eiförmig, ganzrandig u. gelbgesäumt. Frucht zul. dunkelroth, elliptisch mit verkehrt eiförmigem o. länglichem Anhängsel u. m. langem, zul. röthlichem Stiele; Zähne orangefarbig.

Gatt. 49. **Tayloria** HOOK.

A. Blätter stumpf u. ganzrandig, nicht zurückgerollt. Fruchtsäulchen anfangs nicht hervorragend. Mundbesatz aufrecht, fest u. gelb.

1. **T. lingulata** (DICKS.) LINDB. (*Dissodon splachnoides* (THUNB.). GREV.).

Blätter verschmälert zungenförmig, ziemlich dicht gestellt, etwas durchsichtig; die unteren Zellen ziemlich schmal. Frucht orangefarbig o. rothbraun, f. birnenförmig, m. aufrecht, mit anfangs weit kürzerem Anhängsel; Stiel fein, anfangs gelbroth, oft kürzer als der Stengel; Zähne gleichförmig getrennt.

2. **T. Frœlichii** (H.) MITT. (*Dissodon* GREV.).

Blätter breit zungenförmig, dicht gehäuft, sehr durchsichtig; Zellen erweitert. Frucht gelbroth, birnenförmig, zuw. herabgebogen, nur ein wenig länger als das Anhängsel; Stiel

ziemlich dick, anfangs blassgelb, länger als der Stengel; Zähne paarweise gestellt. Blüthen zuw. zwittrig.

B. Blätter spitz, oberhalb der Mitte gezähnelt, zuw. unten zurückgerollt. Fruchtsäulchen hervorragend.

3. **T. tenuis** (DICKS.) SCHIMP.

Blätter oberhalb der Mitte breiter, kurzspitzig, nicht zurückgerollt. Frucht blassbraun, zul. schwarz; Stiel roth; Zähne dunkelroth u. fest, trocken herabgebogen u. angedrückt.

4. **T. splachnoides** (SCHLEICH.) HOOK.

Blätter nach oben erweitert, langspitzig, unten etwas zurückgerollt. Frucht blassbraun; Stiel blassroth; Zähne hellroth u. weich, trocken herabgebogen u. (bei Anathmung) leicht beweglich.

Gatt. 50. **Oedipodium** SCHWÆGR.

1. **Oe. Griffithii** (DICKS.) SCHW.

Blätter f. spatelförmig, stumpf u. ganzrandig, am Grunde lang gewimpert; die oberen Zellen kleiner als die übrigen. Frucht orangegelb u. f. kugelig. Blüthen oft zwittrig. Tracht der *Tayloria Froelichii*.

Fam. 13. GEORGIACEÆ LINDB.

Gatt. 51. **Georgia** EHRH.

1. **G. pellucida** (L.) RAB. (*Tetraphis* H.).

Blätter abstehend, eiförmig lanzettlich o. eiförmig, kurz zugespitzt u. ganzrandig; die oberen Zellen kurz u. sechseckig, die unteren verschmälert rechteckig; Rippe ziemlich lang. Frucht stielrund, anfangs grünlich, zul. braun; Zähne lang. Männliche Blüthen auf eigenen, breitblättrigen Ästen sitzend.

2. **G. Brownii** (DICKS.) C. MÜLLER (*Tetrodontium* SCHWÆGR.).

Stengel sehr kurz. Blätter knospenförmig gedrängt, eiförmig-länglich, abgestumpft u. ganzrandig, f. rippenlos; Zellen kurz, sechseckig. Frucht f. elliptisch o. länglich, zul. schwarz; Zähne kurz.

Fam. 14. MEESEACEÆ (LINDB.).

Gatt. 52. **Meesea** H.

A. Blätter mit herablaufendem, umfassendem Grunde, m. spitz, nicht o. undeutlich zurückgerollt, eiförmig lanzettlich u. m. sparrig. Mundbesatz gelb.

1. **M. triquetra** (L.) ÅNGSTR. (*M. tristicha* B. E.).

Blätter dreireihig, gezähnelt u. kaum durchsichtig; Zellen ziemlich klein. Frucht ohne Ring. Männliche Blüthen sternförmig. Zweihäusig.

2. **M. longiseta** H.

Blätter 6-reihig, ganzrandig u. sehr durchsichtig. Zellen ziemlich gross. Frucht mit Ring. Blüthenstand zwittrig.

B. Blätter weder herablaufend noch umfassend, m. stumpf, trocken deutlich zurückgerollt, f. linear-lanzettlich u. f. aufrecht. Mundbesatz orangefarbig.

3. **M. trichoides** (L.) SPRUCE (*M. uliginosa* H.).

Blätter 8-reihig, ganzrandig u. kaum durchsichtig mit ziemlich kleinen Zellen. Frucht mit Ring. Blüthenstand vielehig.

Gatt. 53. **Catoscopium** BRID.

1. **C. nigritum** (H.) BRID.

Blätter eilanzettlich-länglich, allmählig u. f. pfriemenförmig verschmälert, ganzrandig, ohne Scheide; Rippe f. auslaufend. Frucht klein u. f. kugelig; Stiel kürzer als der Stengel. Zweihäusig.

Fam. 15. DICRANACEÆ LINDB.

Gatt. 54. **Leucobryum** HAMPE.

1. **L. glaucum** (L.) SCH. (*Oncophorus* B. E.).

Blätter blass blaugrün o. weisslich, zerbrechlich, aus eiförmigem o. länglichem, halb umfassendem Grunde zugespitzt, durch das Einbiegen der Ränder f. röhrenförmig; grundstän-

dige Eckzellen klein u. quadratisch. Stengel f. ohne Wurzelfilz. Frucht länglich u. gekrümmt, kropftragend u. zul. tief gefurcht, kürzer als der Schnabel; Zähne roth; Stiel weit kürzer als der Stengel. Zweihäusig.

Gatt. 55. **Campylopus** Brid.

I. Blattrippe wenig o. nicht auslaufend. Die meisten Blattzellen (Randzellen), besonders die oberen, kurz; die eckständigen sehr erweitert, bräunlich o. wasserhell. Blattspitze lang.

1. **C. flexuosus** (L.) Brid.

Rasen m. sehr filzig, oben grün. Blätter m. plötzlich gegen die oben gezähnelte Spitze verschmälert; Rippe breit, ein wenig auslaufend. Frucht f. elliptisch u. gefurcht; Zähne gespalten; Mütze fransig; Stiel gebogen.

— **ambiguus** Kindb. (*C. paradoxus* Sch. syn. p. p.).

Blätter etwas kürzer, gegen die f. ganzrandige Spitze allmählig verschmälert; Rippe kaum auslaufend. Frucht unbekannt. *S.*

Diese Varietät ist wohl eine Uebergangsform zum englischen *C. paradoxus* Wils., der doch etwas breitere und noch kürzere Blätter hat.

II. Blattrippe weit auslaufend.

A. Blätter mit erweiterten (bräunlichen o. wasserhellen) Eckzellen.

a. Blätter nicht kraus; die oberen Zellen schmal.

aa. Blattspitze pfriemlich, m. wenig länger als der Grund. Stengel m. wenig filzig.

aaa. Blätter starr, ganzrandig u. allmählig verschmälert, mit spärlichen Randzellen.

2. **C. albicans** (B. E.) Kindb. (*Dicranum* B. E., *D. enerve* Thed., Ldb.).

Blätter weisslich o. strohfarbig, angedrückt, die unteren oft schmutzig grau, Eckzellen durchsichtig. Frucht ungestreift; Zähne m. getheilt; Mütze ganz u. sehr lang; Stiel gerade.

— falcatus KINDB.

Blätter grösser u. breiter, die meisten gebogen; Eckzellen m. undurchsichtig. *N.*

bbb. Blätter weich, m. gezähnelt, plötzlich verschmälert; Randzellen zahlreich.

3. **C. longifolius** (EHRH.) KINDB. (*Dicranum* H., B. E.).

Rasen m. grün u. ziemlich locker. Blätter m. gebogen mit weit nach unten gezähnelter Spitze; Eckzellen m. braun. Frucht verschmälert länglich, ungestreift; Zähne gespalten; Mütze ganz; Stiel gerade.

* **C. Sauteri** (H.) KINDB. (*Dicranum* H., B. E.).

Rasen m. braungrün, ziemlich dicht u. etwas filzig. Blätter kürzer u. kleiner, m. gerade, oft mit schwach gezähnelter Spitze; Randzellen m. zahlreicher.

4. **C. Schwarzii** SCH.

Rasen m. unten schwärzlich, oben grün, wenig filzig. Blätter m. gerade, oben spärlich gezähnelt; Eckzellen m. wasserhell; die oberen Zellen in 6 bis 8 Reihen; Rippe breiter als bei vor. Art, mehr als zur Hälfte auslaufend. Frucht unbekannt. *N.*

5. **C. micans** WULFSB.

Rasen anfangs goldglänzend, zul. bräunlich, sehr filzig. Blätter gebogen; die oberen Zellen in 4 Reihen; Rippe sehr breit, zur Hälfte auslaufend. Früchte zu mehren; Stiel gebogen. *N.*

bb. Blattspitze sehr lang u. zul. borstenförmig.

6. **C. denudatus** (BRID.) KINDB. (*Didymodon* LDB., *Dicranodontium longirostre* (W. M.) B. E.)

Rasen m. sehr filzig. Blätter haarlos, oft gebogen u. m. gelblich grün; Spitze ganzrandig o. m. nur zum $^1/_3$ gezähnelt; die unteren grundständigen Zellen mit dünnen Wänden; Rippe m. schwach. Frucht länglich u. ungestreift; Zähne getheilt; Mütze ganz; Stiel gebogen.

* **C. asperulus** (MITT., LDB.) KINDB. (*Dicranodontium aristatum* SCH., *Didymodon* LDB. M. S.).

Rasen wenig filzig, Blätter f. gerade; Spitze weit nach unten gezähnelt; die unteren Zellen mit dicken Wänden; Rippe stark. Frucht unbekannt. *N.*

— **uncinatus** HARW. (*Didymodon* LDB., *Dicranodontium circinatum* WILS., SCH.).

Rasen locker, m. sehr hoch. Blätter sehr lang, f. zirkelförmig gekrümmt; Rippe zuw. ziemlich schmal. Frucht unbekannt. *N.*

7. **C. atrovirens** D. N. (*C. longipilus* BRID., B. E.).

Rasen wenig filzig, unten m. schwarz, oben m. grün, zuw. ganz schwarzroth. Blätter (wen. die oberen) mit oben wasserheller, haarähnlicher u. gezähnelter Spitze; Rippe stark u. sehr breit. Frucht unbekannt. *N.*

b. Blätter (trocken) m. kraus; die meisten Zellen kurz.

8. **C. fulvus** (HOOK.) KINDB. (*Dicranum* HOOK., *D. interruptum* B. E.).

Stengel m. sehr filzig. Blätter ziemlich weich, gebogen u. m. braungelb, m. mit eilänglichem Grunde u. weit herab schwach gezähnelter Spitze; Rippe schmäler als der Grund. Frucht gestreift u. verschmälert länglich; Zähne gespalten; Mütze ganz; Stiel aufrecht. *S.*

* **C. viridis** SULL. et LESQU. (*Dicranum* SCH.).

Stengel nur unten filzig. Blätter zerbrechlich, dunkelgrün u. f. ganzrandig mit m. eilanzettlichem Grunde; die inneren grundständigen Zellen oft schmal. *S.*

B. Blätter ohne erweiterte Eckzellen. Stengel m. niedrig.

a. Rippe weit auslaufend, zul. borstenförmig. Frucht elliptisch u. gefurcht; Zähne gespalten; Mütze fransig.

9. **C. piriformis** (SCHULTZ) BRID. (*C. torfaceus* B. E.).

Rasen wenig filzig. Blätter m. grün; Spitze weit nach unten gezähnelt, weit länger als der Grund; die meisten

Zellen schmal, die oberen kurz; Rippe schwach, unten f. schmäler als der Rand. Fruchtstiel etwas gekrümmt. *S.*

10. **C. fragilis** (DICKS.) B. E.

Rasen sehr filzig. Blätter m. gelblich glänzend, zerbrechlich u. f. ganzrandig; Spitze m. wenig länger als der Grund; die oberen Zellen kurz; Rippe stark u. breit. Fruchtstiel sehr gebogen.

b. Rippe wenig auslaufend, pfriemlich spitz, breit u. oben zuw. gezähnelt.

11. **C. subulatus** LOR., LDB. (*C. brevifolius* HARTM., *Orthopus brevifolius* WULFSB.).

Rasen wenig filzig. Blätter m. hellbraun; Spitze m. kürzer als der Grund; die meisten (auch die oberen Zellen schmal. Fruchtstiel (anfangs) gerade. *N.*

12. **C. Schimperi** MILDE.

Rasen filzig. Blätter grün o. schwärzlich; Spitze m. länger als der Grund, zuw. kürzer; die oberen Zellen kurz, die meisten unteren sehr schmal; Rippe ziemlich schwach. *N.*

Gatt. 56. **Dicranum** HEDW.

1. **Eudicranum.**

Blätter m. querwellig u. gross, m. mit pfriemlicher Spitze, m. weich; Eckzellen gross, sechsseitig u. zul. dunkelbraun; Rippe nicht auslaufend. Frucht ohne Kropf, schief o. gekrümmt, m. gross. Stengel m. hoch u. filzig. Zweihäusig.

2. **Aporodictyon.**

Blätter nicht wellig, allmählig verschmälert mit eilanzettlichem Grunde u. zul. borstenförmiger Spitze, zuw. starr; Rippe wenig o. nicht auslaufend. Frucht ohne Kropf, m. gross, zuw. gerade. Stengel m. filzig. Zweihäusig.

3. **Microcarpus.**

Blätter nicht wellig, klein u. weich mit borstenförmiger Spitze; Eckzellen ziemlich klein u. quadratisch, schwach ge-

bräunt; Rippe weit auslaufend. Frucht oft mit einem Kropfe, schief u. klein. Stengel m. niedrig, nicht filzig. Einhäusig.

Abth. 1. *Eudicranum* (MITT.).

I. Blätter unterseits papillös, plötzlich verschmälert, trocken m. kraus. Stengel wenig filzig.

1. **D. spurium** HEDW.

Rasen gelblich grün. Blätter weich, m. in getrennten Bündeln gehäuft; Spitze kurz, nur oben gezähnelt, oft stumpf; die meisten, auch die oberen Zellen kurz. Frucht gefurcht; Stiel einzeln.

II. Blätter nicht (o. nur an der Rippe) papillös, allmählig verschmälert, m. gebogen, selten etwas kraus. Stengel sehr filzig.

A. Blattspitze pfriemlich o. borstenförmig. Blätter weich, gelblich o. grün.

2. **D. undulatum** EHRH.

Rasen m. grün. Blätter sehr deutlich wellig, flach u. herablaufend, m. gerade; Spitze pfriemlich, f. ringsum gezähnelt; die meisten, auch die oberen, Zellen langgedehnt; Rippe oben gezähnelt. Frucht schwach gestreift; Stiele zu mehren.

3. **D. elatum** LINDB. (*D. robustum* BLYTT).

Rasen gelblich o. bräunlich. Blätter wenig wellig, m. gebogen o. kraus; Spitze lang borstenförmig, oben gezähnelt; die oberen Zellen kurz; Rippe oben gezähnelt. Frucht gefurcht; Stiele zu mehren.

4. **D. Bonjeani** D. N., LDB. (*D. palustre* LAPYL., B. E.).

Rasen m. gelblich glänzend, zuw. unten schwärzlich. Blätter wenig wellig, m. gerade; Spitze pfriemlich, oben gezähnelt; die meisten, auch die oberen, Zellen langgedehnt; Rippe f. glatt. Frucht gestreift; Stiel einzeln.

B. Blattspitze stumpf o. abgestumpft. Blätter zuw. starr, dunkelgrün o. bräunlich.

5. **D. Bergeri** BLAND., LDB. (*D. Schraderi* SCHWÆGR., B. E.).

Blätter m. deutlich wellig, oft gebogen; Spitze weit nach unten gezähnelt; die oberen Zellen kurz; Rippe wenig gezähnelt. Frucht undeutlich gestreift. Stiel einzeln.

Abth. 2. *Aporodictyon* (LINDB.)

I. Blätter f. angedrückt u. m. ganzrandig, ziemlich klein, zuw. starr; die oberen Zellen quadratisch o. länglich, Eckzellen ziemlich klein. Fruchtstiel einzeln. Rasen m. niedrig u. dicht.

A. Die eckständigen Blattzellen quadratisch u. zul. dunkelbraun.

6. **D. elongatum** SCHLEICH.

Blätter weich, m. braungelb; Rippe m. auslaufend. Frucht klein, gefurcht u. m. schief; Stiel fein u. kurz. Stengel filzig.

B. Blattzellen m. sechsseitig, oft wasserhell o. wenig gebräunt.

7. **D. strictum** SCHLEICH.

Blätter zerbrechlich, m. weisslich grün; Rippe auslaufend. Frucht klein, f. gerade u. nicht gestreift; Stiel gelbgrün. Stengel m. filzig. *S.*

8. **D. fragilifolium** LINDB.

Blätter ein wenig weich, braungrün; Rippe auslaufend. Frucht klein, etwas schief u. zul. gefurcht; Stiel unten blassroth. Stengel sehr filzig.

9. **D. tenuinerve** ZETT.

Blätter weich, die oberen grün; Eckzellen sehr klein u. f. quadratisch; Rippe nicht auslaufend. Frucht klein u. gefurcht. Stengel wenig filzig. *N.*

10. **D. rigidum** KINDB.

Blätter starr, weisslich grün, etwas grösser als bei vor. Arten; Rippe kaum auslaufend. Stengel nicht filzig. Frucht unbekannt. Tracht von *Campylopus albicans*. *S.*

II. Blätter weich u. abstehend, m. gebogen u. kraus, oft gross; Eckzellen m. gross.

A. Die meisten Blattzellen langgedehnt, nur die obersten zuw. länglich; Eckzellen sechsseitig. Blätter m. oben gezähnelt u. gross. Rasen m. hoch.

11. **D. majus** Sm.

Rasen locker, wenig o. nicht filzig. Blätter m. grün, sichelförmig gebogen, mit langer Borstenspitze; die äusseren Eckzellen dunkelbraun, die inneren wasserhell. Frucht f. länglich u. schief; Zähne dunkelroth; Stiele m. zu mehren.

12. **D. angustum** Lindb. (?)

Rasen dicht, unten filzig, strohgelb u. glänzend, f. gerade o. wenig abstehend, mit ziemlich langer Borstenspitze; die äusseren Eckzellen dunkelbraun, die inneren wasserhell. Frucht unbekannt.

13. **D. scoparium** (L.) Hedw.

Rasen m. dicht u. filzig. Blätter m. grün, oft gebogen, zuw. gerade, mit kurzer Borstenspitze; Eckzellen dunkelbraun, die inneren grundständigen Zellen schwach gebräunt. Frucht m. f. cylindrisch, öfters schief; Zähne dunkelroth; Stiel einzeln.

B. Die oberen Blattzellen kurz, m. quadratisch-rundlich; Eckzellen m. dunkelbraun. Fruchtstiel einzeln.

a. Frucht f. gerade u. klein. Blätter kraus, klein u. sehr schmal; Eckzellen quadratisch, m. klein. Rasen sehr dicht u. niedrig.

14. **D. montanum** Hedw.

Blätter grün, dicht u. weit nach unten gezähnelt; Eckzellen sehr klein; Rippe gezähnelt, oft auslaufend. Frucht ungestreift o. unregelmässig runzelig.

15. **D. flagellare** Hedw.

Blätter grün o. braungrün mit nur oben gezähnelter Spitze; Eckzellen grösser als bei vor. Art; Rippe f. glatt,

nicht auslaufend. Frucht gestreift. Stengel oft mit schmalen, zerbrechlichen u. kurzblättrigen Sprossen (Flagellen) versehen.

b. Frucht schief u. m. gross. Blätter gebogen, oft gross; Eckzellen m. gross u. dunkelbraun. Rasen m. ziemlich hoch.

16. **D. fuscescens** TURN., LDB.

Blätter braungrün, dicht u. weit nach unten gezähnelt; die meisten unteren Zellen schmal, Eckzellen m. quadratisch; Rippe gezähnelt, oft auslaufend. Frucht rothbraun, zul. gefurcht.

* **D. congestum** BRID., LDB.

Blätter grün, locker gezähnelt; Rippe oft glatt, nicht auslaufend. Frucht blassbraun o. braungrün.

17. **D. Scottii** TURN.

Blätter braungrün, f. ganzrandig o. nur oben gezähnelt; die meisten unteren Zellen schmal; Eckzellen m. sechsseitig; Rippe f. glatt, zuw. auslaufend. Frucht gelb, ungestreift, wenig schief. *S.*

18. **D. spadiceum** ZETT. (*D. neglectum* JUR. nach LDB.).

Blätter bräunlich o. braungelb, nur oben gezähnelt; die meisten Zellen kurz u. ungleichförmig, Eckzellen sechsseitig; Rippe f. glatt, auslaufend. Frucht unbekannt. *N.*

19. **D. brevifolium** LINDB.

Blätter braungrün, nur oben gezähnelt, ziemlich kurz; die meisten Zellen kurz, die unteren m. gleichförmig; Eckzellen sechsseitig; Rippe gezähnelt, nicht auslaufend. Frucht rothbraun, schwach gestreift.

Abth. 3. *Microcarpus* KINDB.

A. Blätter plötzlich verschmälert. Die männliche Blüthe von dem Fruchtstiele getrennt.

20. **D. Schisti** (GUNN.) LDB. (*D. Blyttii* B. E.).

Rasen m. dicht u. unten schwärzlich, oben grün. Blätter mit kurzem eiförmigem Grunde, f. ganzrandig u. m. wenig

gebogen; die oberen Zellen kurz, die meisten übrigen m. schmal. Frucht eiförmig, oft mit Kropf, nicht gefurcht; Zähne gelbroth u. papillös.

— **laxum** Kindb.

Rasen gelblich grün u. locker. Blätter trocken f. kraus; die meisten Zellen kurz. Frucht mit keinem o. undeutlichem Kropfe. *S.*

B. Blätter f. allmählig verschmälert. Die männliche Blüthe zur weiblichen genähert.

21. **D. Starkei** W. M.

Rasen niedrig, m. grün u. dicht. Blätter klein mit eilänglichem Grunde, m. unregelmässig gebogen u. f. ganzrandig; die meisten Zellen m. schmal, die obersten kurz. Frucht länglich-cylindrisch, m. mit deutlichem Kropfe, trocken unregelmässig gefurcht; Zähne gelbroth, sehr papillös.

— **nigricans** Kindb.

Rasen schwarz o. schwarzbraun. Blätter kleiner, zuw. kraus; die meisten Zellen ziemlich kurz.

22. **D. falcatum** Hedw.

Rasen niedrig u. dicht, unten braun o. schwarzbraun, oben grün o. hellbraun. Blätter klein mit eilänglichem Grunde, sichelförmig gebogen u. oben schwach gezähnelt; die meisten Zellen schmal, die oberen kurz rechteckig; Eckzellen zuw. wenig hervortretend. Frucht sehr klein, f. verkehrt eiförmig u. kaum gestreift mit undeutlichem Kropfe; Zähne purpurroth, wenig papillös.

23. **D. molle** Wils., Ldb. (*D. arcticum* Sch., *D. glaciale* Berggr.).

Rasen ziemlich hoch, m. braungrün u. locker. Blätter grösser als bei vor. Arten, mit eilanzettlichem Grunde, m. wenig gebogen, ganzrandig; die meisten Zellen, auch die oberen, sehr schmal. Frucht cylindrisch-länglich, nicht gefurcht, m. mit undeutlichem Kropfe; Zähne hochroth, wenig papillös. *N.*

Gatt. 57. **Blindia** B. E.

I. Blattborste lang; Rippe weit auslaufend. Die meisten Blattzellen, auch die oberen, langgedehnt. Blätter sichelförmig, gegen die oben gezähnelte Spitze plötzlich verschmälert. Rasen wenig filzig, m. grün.

1. **B. fulvella** (DICKS.) KINDB. (*Dicranum* SM., SCH.).

Blattgrund eilanzettlich mit grossen Eckzellen. Frucht ungestreift, kurz geschnäbelt; Zähne hochroth, tief gespalten, trocken wagerecht abstehend; Stiel kurz. Einhäusig.

II. Blattborste kurz; Rippe zuw. nicht auslaufend. Die oberen Blattzellen kurz, die meisten unteren langgedehnt. Blätter ganzrandig. Rasen wenig o. nicht filzig.

2. **B. hyperborea** (B. E.) KINDB. (*Dicranum* C. MÜLL., SCH.).

Rasen nicht filzig, m. schwärzlich. Blätter f. gerade; Eckzellen nur ein wenig erweitert; Rippe wenig auslaufend. Frucht zul. gestreift, kurz geschnäbelt; Zähne hochroth, rissig o. eingeschnitten, trocken kaum abstehend; Stiel kurz. Einhäusig.

Dicranum Anderssonii WICH. (aus dem schwed. Lappland), das SCHIMPER als eine Form der vor. Art betrachtet, hat nach LINDBERG (in M. S.) f. doppelt kürzere Blätter, aus sehr breitem Grunde plötzlich verschmälert u. pfriemlich spitz, weit kleinere Blattzellen, keine (!) grundständigen Zellen (»cellulis basilaribus nullis») u. eingesenkte Frucht. Ist vielleicht kein wahres *Dicranum*.

3. **B. acuta** (HUDS.) B. E.

Rasen nicht filzig, oft grün o. goldglänzend, zuw. schwärzlich. Blätter gebogen o. gerade; Eckzellen gross; Rippe m. weit auslaufend. Frucht ungestreift, m. langgeschnäbelt: Zähne hochroth u. f. ganz, trocken aufrecht; Stiel m. verlängert. Zweihäusig.

— **dichelymoides** KINDB.

Rasen schwarz u. locker. Blätter m. gerade, trocken abstehend u. f. zweireihig; Rippe nur einen kleinen Theil der Spitze ausfüllend. Tracht von *Dichelyma capillaceum*. S.

4. **B. cæspiticia** (SCHWÆGR.) C. MÜLL. (*Stylostegium* B. E.).

Rasen wenig filzig, m. bräunlich. Blätter f. gerade; Eckzellen ziemlich gross; Rippe auslaufend, nur den oberen

Theil der Spitze erfüllend. Frucht ungestreift, f. stiellos; Schnabel verlängert; Zähne fehlend. Einhäusig.

Gatt. 58. **Oreas** Brid. (Lindb.).

1. **O. Mielichhoferi** (Funck) Brid. (*Mielichhoferia nitida* Nees u. Hsch., B. E.).

Rasen m. oben hellgrün seidenglänzend, dicht u. filzig, zuw. schwärzlich. Blätter klein u. dicht gehäuft, angedrückt, eilänglich-lanzettlich mit flachem, nicht gesäumtem, oft oben gezähneltem Rande u. ziemlich breiter, abgestumpfter Spitze; Rippe ziemlich breit, nicht auslaufend. Frucht oft schwach geneigt, rothgelb u. birnenförmig mit dickem langem Halse; Deckel klein u. verflacht, m. ohne Schnabel; Mundbesatz einfach u. blassgelb; Stiel oft gebogen u. ziemlich verlängert.

2. **O. erecta** (Lindb.) Kindb. (*Pohlia* Ldb., *Mielichhoferia defecta* Sanio).

Rasen ziemlich locker, niedrig, schwärzlich u. glanzlos. Blätter f. eiförmig. Frucht m. aufrecht; Mundbesatz doppelt, zuw. mit kurzen Cilien; Stiel m. gerade. Uebrigens f. wie vor. Art. N.

Gatt. 59. **Swartzia** Ehrh.

1. **S. montana** (Lam.) Lindb. (*Distichium capillaceum* B. E.).

Blattscheide sehr glänzend, die der unteren Blätter länger als die ganzrandige Spitze. Frucht rothbraun, f. stielrund u. aufrecht. Stengel oft hoch.

2. **S. inclinata** Ehrh. (*Distichium* B. E.).

Blattscheide kaum glänzend, kürzer als die oben gezähnelte Spitze. Frucht dunkelbraun, f. länglich u. wagerecht abstehend. Stengel m. niedrig.

Gatt. 60. **Trematodon** Michx.

1. **T. ambiguus** (H.) Hornsch.

Blätter abstehend, mit eiförmigem Grunde u. langer pfriemlicher Spitze; Rippe auslaufend. Frucht gelblich, zul.

gelbroth, kürzer als der Hals; Zähne lang u. getheilt; Stiel lang. Stengel ziemlich kurz.

2. **T. brevicollis** HORNSCH.

Die oberen Blätter dicht angedrückt, verlängert eiförmig mit kurzer, f. stumpfer Spitze; Rippe kaum auslaufend. Frucht gelblich, nicht kürzer als der Hals; Stiel ziemlich kurz. Zähne f. ganz u. kurz. Stengel sehr kurz. *N.*

Gatt. 61. **Dicranella** C. MÜLL.

I. Die meisten Blattzellen erweitert. Rippe kaum o. nicht auslaufend. Fruchtstiel roth.

A. Blätter grünlich u. sparrig, aus dem umscheidenden Grunde gegen die nur oben gezähnelte Spitze plötzlich verschmälert. Frucht schief mit undeutlichem Kropfe.

1. **D. Schreberi** (H.) SCHIMP. (*Anisothecium crispum* (SCHREB.) LINDB.).

Blattgrund eilanzettlich, länger als die schwach gezähnelte Spitze. Frucht ungestreift, mit kurzem Schnabel. Zweihäusig.

2. **D. Grevillei** B. E. (*Anisothecium* LINDB.).

Blattgrund elliptisch-länglich, kürzer als die f. ganzrandige Spitze. Frucht gestreift, mit langem Schnabel. Einhäusig.

B. Blätter bald rothbraun u. abstehend, weit nach unten gezähnelt, aus dem nicht umscheidenden Grunde f. allmählig verschmälert. Frucht gerade u. aufrecht ohne Kropf.

3. **D. rufescens** (DICKS.) SCHIMP. (*Anisothecium* LINDB.).

Blattrand nicht zurückgerollt. Frucht ungestreift u. f. elliptisch, zul. unter dem Munde zugeschnürt, kurz geschnäbelt. Zweihäusig.

Diese Art ist dem *Ditrichum tortile* etwas ähnlich.

II. Die meisten Blattzellen sehr schmal. Rippe m. weit auslaufend. Fruchtstiel oft gelb. Blätter m. plötzlich gegen die Spitze verschmälert.

A. Blätter f. sparrig, ganzrandig. Frucht schief mit deutlichem Kropfe u. langem Schnabel. Zweihäusig.

4. **D. cerviculata** (H.) SCHIMP.

Frucht ungestreift, breit elliptisch u. nickend mit gelbem Stiele.

B. Blätter m. einseitswendig gebogen o. abstehend. Frucht ohne Kropf.

a. Frucht ungestreift u. m. schief mit kurzem Schnabel u. rothem Stiele. Zweihäusig.

5. **D. rubra** (HUDS., LINDB.) KINDB. (*Anisothecium* LINDB., *Dicranella varia* (H.) SCHIMP.).

Blattspitze f. ganzrandig. Blattgrund nicht umscheidend, zuw. zurückgerollt. Frucht elliptisch-länglich.

Diese Art ist dem *Ditrichum homomallum* etwas ähnlich.

b. Frucht zul. gestreift, aufrecht u. gerade mit langem Schnabel u. rothem Stiele. Einhäusig.

6. **D. crispa** (EHRH.) SCHIMP.

Blattspitze oben gezähnelt, Blattgrund umscheidend. Frucht f. elliptisch. Wurzelfilz ziemlich reichlich.

Diese Art ist dem *Ditrichum flexicaule* ein wenig ähnlich, hat aber einen sehr kurzen Stengel.

c. Frucht zul. gestreift, nickend u. schief mit langem Schnabel. Zweihäusig.

7. **D. heteromalla** (L.) SCHIMP.

Blätter zuw. gezähnelt, mit eilanzettlichem, nicht umscheidendem Grunde. Frucht schmal u. verkehrt eiförmig. unter dem Munde zul. zugeschnürt; Stiel gelb.

8. **D. secunda** (SW.) LINDB. (*D. subulata* (H.) SCH.).

Blätter ganzrandig mit eilänglichem, etwas umfassendem Grunde. Frucht verkehrt eiförmig o. f. elliptisch, nicht zugeschnürt; Stiel roth. Wurzelfilz ziemlich reichlich.

Diese Art könnte mit dem *Ditrichum pallidum* verwechselt werden, hat aber einen höheren Stengel u. kleinere Blätter.

Gatt. 62. **Ångstroemia** B. E. (*Aongstroemia* Lindb.).

1. **Å. longipes** (Somf.) B. E.

Stengel m. sehr kurz. Blätter klein u. ganzrandig; die unteren f. eiförmig, die oberen eilanzettlich u. zugespitzt; Rippe nicht auslaufend. Frucht f. kugelig, klein u. aufrecht ohne Hals. Stiel gerade. Zweihäusig. *N.*

Gatt. 63. **Seligeria** B. E.

I. Blattspitze weit länger als der Grund.

A. Blattrippe weit auslaufend. Frucht mit f. geradem Schnabel.

1. **S. setacea** (Wulf.) Ldb. (*S. recurvata* (H.) B. E.).

Blätter ganzrandig. Frucht mit stumpfen Zähnen; Schnabel m. lang; Stiel bogig gekrümmt.

2. **S. Donii** (Sm.) C. Müll. (*Anodus* B. E.).

Blätter weit nach unten gezähnelt. Frucht ohne Zähne; Schnabel kurz; Stiel gerade.

B. Blätter undeutlich gezähnelt; Rippe wenig o. nicht auslaufend. Frucht mit stumpfen Zähnen; Stiel gerade.

3. **S. pusilla** (Ehrh.) B. E.

Blätter m. plötzlich verschmälert; die oberen Zellen quadratisch; Rippe nicht auslaufend. Fruchtstiel verlängert.

* **S. acutifolia** Lindb. (*S. pusilla* var. Sch.).

Blätter m. allmählig verschmälert; Rippe auslaufend. Fruchtstiel sehr kurz. *S.*

II. Blattspitze nicht o. wenig länger als der Grund. Blätter m. ganzrandig.

A. Frucht mit stumpfen Zähnen u. geradem Stiele. Blätter ungleichförmig, die unteren kurz u. stumpf.

4. **S. trifaria** (Brid.) Ldb. (*S. tristicha* B. E.).

Blätter dreireihig, die oberen f. allmählig verschmälert; Rippe auslaufend. *N.*

— **patula** Lindb.

Blattspitze etwas länger, oben gezähnelt. *S.*

5. **S. diversifolia** Lindb.

Blätter allseitig gestellt, ganzrandig, die oberen plötzlich verschmälert; Rippe nicht auslaufend. *S.*

B. Frucht mit spitzen Zähnen u. gekrümmtem Stiele. Blätter f. gleichförmig, allseitig gestellt u. ganzrandig.

6. **S. crassinervis** Lindb.

Blätter plötzlich verschmälert; Rippe auslaufend. *S.*

7. **S. obliquula** Lindb.

Blätter f. allmählig verschmälert; Rippe nicht auslaufend. *N.*

Gatt. 64. **Anisothecium** (Mitt., Lindb.).

1. **A. squarrosum** (Starke) Lindb. (*Dicranum* B. E., *Dicranella* Schimp.).

Blätter sparrig, aus dem umscheidenden eiförmigem Grunde gegen die eiförmig längliche, breite u. abgestumpfte Spitze plötzlich verschmälert; Rand ganz u. nicht zurückgerollt. Frucht nickend, ungestreift ohne Kropf, mit kurzem Schnabel u. rothem Stiele. Die fruchttragende Pflanze niedriger als die unfruchtbare.

Gatt. 65. **Ditrichum** Timm.

A. Blätter aus dem kurzen, f. eiförmigem Grunde gegen die borstenförmige, von der Rippe zum grössten Theil gebildete Spitze plötzlich verschmälert. Stengel kurz. Zweihäusig.

1. **D. tenuifolium** (Schrad.) Lindb. (*Trichodon cylindricus* (H.) Schimp., *Ceratodon* B. E.).

Blätter etwas sparrig, trocken gedreht, mit f. umscheidendem Grunde u. weit nach unten gezähnelter Spitze. Frucht f. stielrund, zul. hellbraun u. oft gekrümmt, mehrfach länger

als der Deckel; Zähne roth, trocken oben eingebogen; Stiel gelb u. gekrümmt, mehrfach länger als der Stengel.

2. **D. homomallum** (H.) HAMPE (*Leptotrichum* SCH., *Trichostomum* B. E.).

Blätter etwas abstehend o. einseitswendig gebogen, mit verlängert eiförmigem, nicht umscheidendem Grunde u. f. ganzrandiger Spitze. Frucht verschmälert eiförmig, zul. rothbraun u. gerade, f. dreifach länger als der Deckel; Zähne braunroth, trocken f. gerade; Stiel roth u. etwas gekrümmt, doppelt o. dreifach länger als der Stengel.

3. **D. zonatum** (FUNCK?) LDB. (*Weisia zonata* FUNCK?).

Blätter aufrecht u. starr, mit eilanzettlichem Grunde; Rippe sehr breit, m. weit auslaufend. Stengel verlängert. Uebrigens wie die vorige Art.

B. Blätter eiförmig lanzettlich, f. allmählig gegen die pfriemliche Spitze verschmälert. Mundbesatz f. gerade.

a. Stengel hoch, dicht gehäuft, weit nach oben filzig. Fruchtstiel kürzer als der Stengel. Blätter nicht zurückgerollt, doch oben etwas eingerollt.

4. **D. flexicaule** (SCHLEICH.) HAMPE (*Leptotrichum* SCH., *Trichostomum* B. E.).

Blätter m. gelblich, abstehend o. gebogen, m. mit oben gezähnelter Spitze u. lanzettlichem Grunde; die oberen Zellen schmal. Frucht verschmälert eiförmig, zul. dunkel rothbraun u. zuw. etwas schief, mehrfach länger als der Deckel; Zähne bräunlich; Stiel roth. Zweihäusig.

* **D. densum** (SCH.) KINDB.

Blätter m. bräunlich o. grün, weit kürzer, f. gerade u. wenig abstehend, aus länglichem Grunde plötzlich verschmälert, f. ganzrandig; die oberen Zellen kurz.

b. Stengel kurz, m. locker gehäuft, nur unten ein wenig filzig. Fruchtstiel lang. Blätter etwas zurückgerollt.

5. **D. pallidum** (SCHREB.) HAMPE (*Leptotrichum* HAMPE, SCH., *Trichostomum* B. E.).

Blätter abstehend mit weit nach unten gezähnelter Spitze. Frucht eiförmig-länglich, röthlich u. kaum schief; Zähne braunroth, trocken einfach umgedreht; Stiel blassgelb. Einhäusig. *S.*

6. **D. tortile** (SCHRAD.) HAMPE (*Leptotrichum* HAMPE, SCH., *Trichostomum* B. E.).

Blätter gekrümmt mit kaum gezähnelter Spitze u. nur ein wenig auslaufender Rippe. Frucht f. stielrund, zuw. etwas gekrümmt, blassbraun; Zähne roth, trocken etwas einwärts gebogen; Stiel roth. Zweihäusig.

Gatt. 66. **Cynodontium** SCHIMP. (p. p.).

A. Die meisten Blattzellen klein, nur die unteren etwas erweitert. Blätter aus dem kurzen umscheidendem Grunde gegen die schmale lange Spitze plötzlich verschmälert, zuw. gezähnelt. Frucht schief mit Kropf; Ring schmal; Schnabel ziemlich kurz.

1. **C. virens** (H.) SCHIMP. (*Oncophorus* BRID., LINDB.).

Blätter f. aufrecht u. zurückgerollt. Wurzelfilz reichlich.

2. **C. Wahlenbergii** (BRID.) C. HARTM. (*Oncophorus* BRID., LINDB.).

Blätter sparrig, nicht zurückgerollt. Wurzelfilz spärlich.

B. Blattzellen etwas erweitert. Blätter f. allmählig verschmälert. Frucht gerade ohne Kropf; Ring breit; Schnabel ziemlich verlängert.

3. **C. cirratum** (H.) KINDB. (*Weisia* H., *Dicranoweisia* LINDB., SCH.).

Blätter eiförmig lanzettlich u. zurückgerollt, trocken kraus. Rasen hell- o. dunkelgrün. *S.*

Gatt. 67. **Sælania** LINDB.

1. **S. cæsia** (VILL.) LINDB. (*Leptotrichum glaucescens* (H.) HAMPE, *Trichostomum* B. E.).

Blätter (besonders die unteren) von einem meergrünen mehlartigen Beschlage bedeckt: die unteren klein, lanzettlich

u. locker gestellt; die obersten grösser, dicht gestellt, aus lanzettlichem Grunde verschmälert pfriemlich, oben locker gezähnelt; Rand nicht zurückgerollt; Rippe f. auslaufend. Frucht blassbraun, aufrecht u. f. stielrund; Deckel verschmälert kegelförmig ohne Schnabel; Zähne hochroth. Einhäusig.

Gatt. 68. **Bruchia** NESTL.

1. **B. palustris** (B. E.) C. MÜLL. (*Sporledera* HAMPE).

Blätter aus eilänglichem Grunde plötzlich verschmälert; Rippe weit auslaufend, oben undeutlich gezähnelt. Frucht eiförmig u. blassgelb. *S.*

Gatt. 69. **Pleuridium** BRID.

A. Rippe von 4 bis 5 Zellenreihen oben gesäumt, den Rand nicht erreichend. Blätter f. allmählig verschmälert, pfriemlich u. oben schwach gezähnelt, von f. gleicher Grösse; Zellennetz sehr locker. Frucht elliptisch.

1. **P. axillare** (DICKS.) LINDB. (*P. nitidum* RAB.).

Blätter verschmälert eilanzettlich, locker gestellt. Frucht mit kurzem, wenig schiefem Spitzchen. Blüthenstand zwittrig. *S.*

B. Rippe von einer o. zwei Zellenreihen oben gesäumt, f. auslaufend. Die oberen Blätter grösser als die unteren u. gegen die borstenförmige, weit nach unten gezähnelte Spitze plötzlich verschmälert; Zellen kleiner, die unteren f. quadratisch. Frucht breit elliptisch.

2. **P. alternifolium** (KAULF.) RAB.

Blattgrund kurz u. eiförmig mit grünen Zellen. Frucht mit schiefem Spitzchen. Kelchblätter der männlichen Blüthen kurz. Einhäusig. *S.*

3. **P. subulatum** (HUDS.) RAB.

Blattgrund länglich-lanzettlich mit wasserhellen Zellen. Frucht mit f. geradem u. sehr kurzem Spitzchen. Blüthenstand zwittrig. *S.*

Gatt. 70. **Archidium** Brid.

1. **A. alternifolium** (Dicks.) Schimp.

Blätter locker gestellt, eiförmig lanzettlich o. verlängert eiförmig; die meisten Zellen f. rautenförmig (grösser als bei *Pleurid. alternif.* u. *P. subul.*). Frucht kugelig ohne Spitzchen u. Stiel. *S.*

Fam. 16. GRIMMIACEÆ (Schimp., Lindb.)

Gatt. 71. **Grimmia** Ehrh.

I. Blattrippe auf der Unterseite mit zwei etwas getrennten Lamellen (bandförmigen Anhängseln) versehen. Die unteren Blattzellen verschmälert rechteckig, mit etwas ausgefressenen Wänden, Eckzellen f. quadratisch. Blätter m. haarlos. Frucht ungestreift mit getheilten Zähnen u. bogig gekrümmtem, verlängertem Stiele. Stengel f. ohne kurze Ästchen.

1. *Campylodryptodon.*

II. Blattrippe ohne Lamellen.

A. Die meisten Blattzellen quadratisch, nur wenige langgedehnt. Blätter mit undeutlicher o. ziemlich kurzer Haarspitze. Frucht ungestreift mit ganzen o. rissigen, nicht gespaltenen Zähnen; Stiel gerade, m. kürzer als die Frucht.

2. *Schistidium.*

B. Die meisten o. die sämmtlichen Zellen des Blattgrundes verschmälert rechteckig. Blätter oft mit langer Haarspitze, zuw. haarlos.

a. Blätter (trocken) kraus o. gedreht; die untersten Zellen mit nicht ausgefressenen Wänden.

3. *Streptophyllum.*

b. Blätter weder kraus noch schraubenförmig gedreht.

4. *Eugrimmia.*

Die untersten (o. die sämmtlichen) inneren Blattzellen mit nicht ausgefressenen Wänden, die oberen rundlich quadratisch, die eckständigen zuw. quadratisch. Stengel mit wenigen o. keinen kurzen Ästchen. Frucht mit rissigen o. eingeschnittenen Zähnen, zuw. gefurcht; Stiel gerade o. gebogen, m. verlängert (länger als die Frucht); Deckel m. kurzgeschnäbelt; Mütze zuw. halbseitig. Zwei- o. einhäusig.

5. *Racomitrium.*

Die untersten (o. die sämmtlichen) inneren Blattzellen mit ausgefressenen Wänden, die oberen kurz o. langgedehnt, die eckständigen selten (nur bei einer Art) quadratisch. Stengel oft mit zahlreichen kurzen Ästchen. Frucht mit getheilten o. gespaltenen Zähnen, nicht gefurcht; Stiel gerade u. verlängert; Deckel langgeschnäbelt; Mütze haubenförmig. Zweihäusig.

Abth. 1. *Campylodryptodon* SCHIMP.

1. **G. patens** (DICKS.) B. E. (*Racomitrium* SCHIMP. syn.).

Rasen oliven- o. dunkelgrün. Stengel sehr lang. Blätter haarlos, lang zugespitzt u. nicht papillös, von unten oberhalb der Mitte zurückgerollt, mit oft etwas stumpfer Spitze. Frucht blassbraun u. nicht gefurcht, zul. runzelig; Deckel roth mit verlängertem, zuw. schiefem Schnabel; Zähne hochroth; Mütze haubenförmig. Zweihäusig.

Abth. 2. *Schistidium* (BRID.) HARTM.

A. Blattzellen sehr klein. Blätter etwas starr, gekielt o. rinnenförmig, eiförmig lanzettlich-länglich, m. zugespitzt. Frucht f. eingesenkt, geschnäbelt; Mütze haubenförmig u. geschlitzt. Einhäusig.

2. **G. maritima** TURN.

Rasen dicht, dunkel gelbgrün. Stengel ziemlich kurz. Blätter (trocken) kraus, mit keiner o. undeutlicher Haarspitze; Rand nicht zurückgerollt; Rippe zuw. etwas auslaufend. Frucht gelblich, f. halbkugelig; mit gekrümmtem Schnabel; Zähne rothbraun u. rissig.

3. **G. apocarpa** (L.) H.

Rasen m. locker, dunkelgrün o. schwärzlich. Stengel oft lang. Blätter nicht kraus, die oberen oft mit einer zuw. gezähnelten Haarspitze; Rand zurückgerollt; Rippe nicht auslaufend. Frucht rothbraun, f. becherförmig, m. mit geradem Schnabel; Zähne dunkelroth u. f. ganz.

— **alpicola** SW.

Rasen dichter, schwarz. Stengel ziemlich kurz. Blätter etwas kurz, die meisten haarlos. Frucht grösser, mehr hervorragend, mit längerem Schnabel.

4. **G. conferta** FUNCK.

Rasen dicht u. grün. Stengel sehr kurz. Blätter klein, f. eiförmig u. nicht kraus, die unteren zurückgerollt, die

obersten mit Haarspitze. Frucht braun, f. kugelig, mit geradem Schnabel; Zähne orangefarbig u. rissig. *S.*

B. Blattzellen erweitert. Blätter weich, hohl, eiförmig o. eiförmig länglich, die meisten stumpf o. kurzspitzig. Frucht kürzer als der Stiel; Schnabel undeutlich; Mütze haubenförmig u. ganz. Zweihäusig.

5. **G. mollis** B. E. (*G. orthotrichoides* HARTM.).

Rasen locker u. grün. Stengel (in trockneren Stellen) ziemlich kurz o. (im Wasser) verlängert. Blätter nicht kraus, haarlos o. zuw. in der obersten Spitze wasserhell; Rand nicht zurückgerollt; Rippe ziemlich kurz. Frucht braun u. länglich; Zähne rothbraun o. roth.

Abth. 3. *Streptophyllum* KINDB.

A. Die meisten o. sämmtlichen Blätter ziemlich kurz u. klein, oft schwach zurückgerollt; die meisten Zellen verschmälert rechteckig. Rasen leicht zerfallend. Stengel nicht filzig. Zweihäusig.

6. **G. funalis** (SCHWÆGR.) SCH. (*G. spiralis* H. T.).

Rasen m. locker, oben graugrün, unten m. schwarz. Stengel oft lang. Blätter (trocken) schraubenförmig um den Stengel gedreht (nur die obersten aufrecht), zugespitzt u. ungleichförmig: die unteren sehr kurz, f. eiförmig-länglich, stumpf u. haarlos; die oberen kurz eiförmig-lanzettlich mit schwach gezähnelter, m. langer Haarspitze; Zellen ziemlich durchsichtig; Blattrand verdickt u. dunkel. Frucht ungestreift, trocken etwas runzelig, hellbraun u. f. elliptisch; Stiel etwas geneigt, die Haarspitzen wenig überragend; Deckel roth mit kurzem stumpfem Spitzchen; Zähne rissig u. braunroth; Mütze haubenförmig.

7. **G. tenera** ZETTERST.

Rasen ziemlich dicht u. rothbraun. Stengel ziemlich kurz mit feinen, f. fädlichen Åsten. Blätter (trocken) schraubenförmig um den Stengel gedreht, zugespitzt u. f. gleichförmig: die meisten kurz, f. eiförmig-länglich, stumpf u. haar-

los, die obersten etwas länger, am Rande wasserhell mit kurzer, dicht u. papillös gezähnelter Haarspitze; Zellen wenig durchsichtig, kleiner als bei der vorigen Art. Frucht unbekannt. *N.*

8. **G. imberbis** Kindb. (*Gymnostomum spirale* Hartm. Skand. fl. ed. 3 nach Zetterst., *Grimmia funalis epilifera* Zett.).

Rasen dicht u. m. schwarzgrün, nur die Astspitzen gelblich grün. Stengel kurz mit feinen, f. fädlichen Ästen. Blätter (trocken) schraubenförmig um den Stengel gedreht, stumpf u. gleichförmig, aus kurzem u. breitem eiförmigem Grunde plötzlich verschmälert gegen die kürzere, oben verdickte (u. da, wie bei *G. unicolor*, völlig undurchsichtige), breite u. wenig verschmälerte Spitze: alle haarlos, die obersten kraus. Frucht ungestreift, f. elliptisch; Stiel aufrecht u. etwas verlängert; Deckel mit verlängertem, kegelförmigem u. spitzem Schnabel. *N.*

9. **G. streptophylla** Kindb.

Rasen dicht u. grün o. braungrün. Stengel ziemlich kurz. Blätter (trocken) schwach gedreht (auch die obersten) o. kraus, die meisten spitz u. f. gleichförmig, kurz eiförmig lanzettlich, alle ohne Haarspitze; Zellen ziemlich durchsichtig. Frucht unbekannt. Tracht der *Anoectangium lapponicum*. *N.*

B. Blätter lang, verlängert eiförmig lanzettlich. Äste dick.

a. Rasen dicht, leicht zerfallend. Blätter schraubenförmig um den Stengel gedreht.

10. **G. torquata** Hsch.

Rasen oben m. hellgrün o. gelblich, unten schwärzlich o. braungrün. Stengel oft hoch. Blätter pfriemlich zugespitzt, nicht zurückgerollt, oft mit Brutknospen, die obersten mit sehr kurzem u. glattem Haarspitzchen; Zellen gelb mit verdickten Wänden; die untersten verschmälert rechteckig. Frucht unbekannt.

b. Rasen dicht, nicht zerfallend, unten filzig. Blätter unordentlich kraus. Stengel ziemlich kurz. Zweihäusig.

11. **G. incurva** Schw. (*G. contorta* (Wahlenb.) Sch.).

Rasen unten schwarz, oben grün. Blätter pfriemlich spitz, unten zurückgerollt; die obersten mit sehr kurzem u. glattem Haarspitzchen; die unteren Zellen verschmälert rechteckig. Frucht nicht gefurcht, gelb u. elliptisch mit etwas gebogenem Stiele; Deckel rothgelb mit undeutlichem Schnabel; Zähne braungelb.

12. **G. atrata** Mielichh.

Rasen m. schwarz, Astspitze dunkelgrün. Blätter stumpf u. zurückgerollt ohne Haarspitzchen; Eckzellen quadratisch. Frucht gefurcht, bräunlich u. f. elliptisch mit f. aufrechtem Stiele; Deckel rothgelb mit kurzem Schnabel; Zähne blassgelb. *N.*

c. Rasen locker, leicht zerfallend. Die oberen Blätter wenig kraus, mit ziemlich kurzer, schwach gezähnelter Haarspitze.

13. **G. Hartmani** Sch.

Rasen gelb- o. hellgrün. Stengel m. sehr lang. Blätter oft mit Brutknospen versehen, m. zurückgerollt; die oberen Zellen des Blattgrundes mit gefressenen Wänden, die eckständigen quadratisch. Frucht unbekannt.

Abth. 4. *Eugrimmia* (C. Müll.) Kindb.

I. Blätter aus kurzem eiförmigem Grunde gegen die abgestumpfte, f. lineare u. verdickte, völlig undurchsichtige (von mehreren Zellenschichten gebildete) Spitze plötzlich verschmälert.

14. **G. unicolor** Hook.

Rasen locker u. schwärzlich. Stengel unten blattlos, oft hoch. Blätter haarlos, nicht unten zurückgerollt; die unteren Zellen verschmälert rechteckig. Frucht ungefurcht, gelb u. f. elliptisch, aufrecht o. nickend mit geradem Stiele; Deckel rothgelb mit verlängertem Schnabel; Zähne rothgelb. Zweihäusig.

II. Die meisten Blätter verlängert eiförmig u. abgestumpft. Rasen grün u. weisslich (von den Haarspitzen der oberen Blätter) glänzend, niedrig u. filzig.

A. Stengel auch oben filzig. Frucht ungefurcht mit undeutlichem o. keinem Schnabel, ohne Zähne.

15. **G. anodon** B. E.

Rasen locker. Stengel sehr kurz. Blätter nicht zurückgerollt; die unteren eiförmig-länglich u. haarlos, die oberen verlängert eiförmig kurzspitzig mit einer die Frucht überragenden Haarspitze; die grundständigen Zellen verschmälert rechteckig. Frucht rothgelb, ungestreift u. schief abgerundet, länger als der etwas gekrümmte Stiel; Deckel gelb. Einhäusig.

B. Stengel nur am Grunde filzig. Frucht mit kurzem Schnabel u. rothen Zähnen.

16. **G. campestris** Bruch (*G. leucophæa* Grev., B. E.).

Rasen locker. Blätter nicht zurückgerollt, die oberen allmählig grösser, eiförmig länglich-lanzettlich; Eckzellen quadratisch. Frucht braun, ungestreift u. eiförmig mit geradem Stiele. Einhäusig. *S.*

17. **G. pulvinata** (L.) Sm.

Rasen dicht u. polsterförmig, zusammenhängend. Blätter eiförmig länglich, zurückgerollt; Eckzellen f. rechteckig o. etwas verlängert. Frucht dunkelbraun, gestreift u. elliptisch mit bogig gekrümmtem Stiele. Zweihäusig.

III. Die meisten Blätter aus erweitertem Grunde pfriemlich u. lang zugespitzt; Haarspitze m. lang (bei der *G. ovata* zuw. fehlend, bei der *G. apiculata* ziemlich kurz).

A. Stengel verlängert, lockere Rasen bildend.

a. Blätter (wenigstens unten) zurückgerollt. Frucht gestreift, f. länglich, mit langem, bogig gekrümmtem Stiele; Zähne roth.

18. **G. elatior** Bruch.

Rasen dunkel graugrün. Blätter sehr lang, f. von gleicher Grösse, mit langer u. f. glatter Haarspitze; die unteren Zellen

verschmälert rechteckig. Frucht blassbraun; Deckel rothbraun, m. langgeschnäbelt. Zweihäusig.

19. **G. decipiens** (Schultz) Lindb. (*G. Schultzii* Brid., *G. funalis* B. E.).

Blätter mit deutlich gezähnelter Haarspitze u. mit quadratischen Eckzellen. Einhäusig. Uebrigens wie die vorige Art.

20. **G. papillosa** Kindb. (*G. elatior* var. *subfunalis* Limpr.)

Rasen m. oliven- o. dunkelgrün, zuw. unten schwärzlich, oben gelblich grün. Blätter oberhalb der Mitte papillös gekerbt u. nicht zurückgerollt, die meisten haarlos, die obersten mit f. glatter, m. kurzer Haarspitze, die unteren Zellen verschmälert rechteckig. Zweihäusig. Frucht unbekannt. *N.*

21. **G. trichophylla** Grev.

Rasen gelblich grün o. hellgrün. Blätter allmählig grösser, mit quadratischen Eckzellen; die Haarspitze der unteren Blätter kurz, die der oberen lang u. etwas gezähnelt. Frucht gelblich braun; Deckel roth, ziemlich kurz geschnäbelt. Zweihäusig. *S.*

b. Blattrand nicht zurückgerollt. Frucht ungestreift, elliptisch mit verlängertem Stiele. Zweihäusig.

aa. Fruchtstiel bogig gekrümmt. Die Eckzellen der Blätter quadratisch.

22. **G. Mühlenbeckii** Schimp.

Rasen graugrün. Blätter zuw. ziemlich kurz, die Haarspitze der unteren kurz, die der oberen lang u. sehr gezähnelt. Frucht hellgelb, zul. runzelig u. bräunlich; Zähne u. Deckel rothbraun; Schnabel kurz.

bb. Fruchtstiel gerade. Die unteren grundständigen Blattzellen verschmälert rechteckig.

23. **G. ovata** (Brid.) W. M. nach Lindb. (*G. commutata* Hüb., B. E.).

Rasen schwarzgrün. Stengel unten nackt. Die unteren Blätter klein, die oberen immer grösser u. lang, mit ziemlich kurzer u. f. glatter, zuw. fehlender, Haarspitze. Frucht braun:

Zähne hochroth; Deckel rothbraun mit m. schiefem, oft langem Schnabel; Mütze m. halbseitig.

24. **G. elongata** KAULF.

Rasen schwarzbraun o. oben dunkelgrün. Blätter mit länglichem Grunde u. ziemlich kurzer, m. stumpfer Spitze, alle o. die meisten haarlos; Haarspitze m. kurz u. f. glatt. Frucht gelb, zul. bräunlich; Deckel bräunlich mit kurzem dickem Spitzchen; Zähne braun.

B. Stengel dicht gehäuft, m. kurz. Rasen m. polsterförmig u. nicht zerfallend. Frucht ungestreift, m. länglich.

a. Fruchtstiel ziemlich lang u. gerade. Blätter (wenigstens unten) zurückgerollt; Eckzellen f. quadratisch; Haarspitze lang.

25. **G. ovalis** (H.) LINDB. (*G. ovata* W. M., B. E.).

Rasen graugrün. Die unteren Blätter klein, die oberen weit grösser u. verlängert mit länglichem Grunde u. f. glatter Haarspitze. Frucht braun, m. länglich; Deckel rothbraun m. mit schiefem kurzem Schnabel; Zähne hochroth; Mütze oft haubenförmig, zuw. halbseitig. Einhäusig.

b. Fruchtstiel kurz u. bogig gekrümmt. Blätter (wenigstens unten) zurückgerollt; die unteren grundständigen Zellen verschmälert rechteckig; Haarspitze kurz.

26. **G. apiculata** HORNSCH.

Rasen gelblich grün. Blätter mit verlängert eiförmigem Grunde u. ziemlich kurzer Spitze, nur die obersten mit einer f. glatten Haarspitze. Frucht gelb u. elliptisch; Zähne braungelb; Deckel rothgelb mit kurzem Schnabel. Einhäusig. *N.*

c. Fruchtstiel kurz u. gerade. Blätter unten nicht zurückgerollt, mit länglichem-elliptischem Grunde; die unteren grundständigen Zellen m. schmal; Haarspitze lang. Frucht eiförmig-elliptisch.

aa. Die unteren Zellen des Blattgrundes ziemlich kurz.

27. **G. alpestris** SCHLEICH.

Rasen bläulich o. schwärzlich grün. Blattspitze kaum länger als der Grund; Haarspitze f. glatt. Frucht m. braun;

Zähne hochroth; Deckel braun mit kurzem o. undeutlichem Spitzchen; Mütze m. halbseitig. Zweihäusig. *N.*

* **G. Ungeri** Jur.

Blätter mit kurzem Grunde. Einhäusig. *N.*

28. **G. montana** B. E.

Rasen dunkelgrün. Blattspitze kaum länger als der Grund; Haarspitze gezähnelt. Frucht braun; Zähne roth; Deckel rothbraun, zuw. geschnäbelt; Mütze m. halbseitig. Zweihäusig.

bb. Die unteren Zellen des Blattgrundes sehr schmal.

29. **G. Donii** Sm.

Rasen grün, weisslich glänzend. Blätter mit kurzem Grunde; Haarspitze etwas gezähnelt. Frucht gelb; Zähne rothgelb; Deckel orangefarbig mit undeutlichem Spitzchen; Mütze m. haubenförmig. Einhäusig.

Abth. 5. *Racomitrium* (Brid.).

I. Blattrand weder zurückgerollt, noch durchsichtig. Die Zähne der Frucht gespalten, kurz u. sparrig. Blätter nicht papillös; die unteren Zellen langgedehnt. Stengel starr u. ziemlich kurz, ohne kurze Ästchen.

30. **G. elliptica** (Turn.) Arn. (*Racomitrium* Schimp.).

Rasen schwärzlich. Blätter etwas abstehend o. aufrecht, aus eiförmigem Grunde gegen die lineare, etwas abgestumpfte Spitze verschmälert; die oberen Zellen rundlich-quadratisch; Rippe lang. Frucht dunkelbraun, abgerundet; Zähne roth; Schnabel gleich lang wie die Frucht; Mütze oben papillös. *N.*

II. Blattrand unten zurückgerollt, oben wasserhell u. gelappt. Die Zähne der Frucht getheilt, aufrecht u. etwas kürzer als die Frucht. Blätter papillös; Zellen langgedehnt. Stengel weich u. lang, mit zahlreichen kurzen Ästchen.

31. **G. hypnoides** (L.) Lindb. (*Racomitrium lanuginosum* Brid.).

Rasen grau o. weisslich grau, sehr locker. Blätter ausgebogen u. lang, eiförmig lanzettlich; Spitze pfriemlich, weit

länger als der erweiterte Grund. Frucht braun u. f. eiförmig; Zähne roth; Schnabel kürzer als die Frucht; der verschmälerte Theil der Mütze oben papillös.

III. Blattrand zurückgerollt, nicht durchsichtig, ganz o. nur in der obersten Spitze gezähnelt. Die Zähne der Frucht getheilt.

A. Blätter papillös mit quadratischen Eckzellen. Der Schnabel gleich lang wie die Frucht, die Zähne noch länger.

32. **G. ericoides** (Schrad.) Lindb. (*Racomitrium canescens* (H.). Brid.).

Rasen gelblich grün o. graugrün. Stengel oft mit kurzen Ästchen. Blätter eiförmig lanzettlich, gegen die pfriemliche Spitze verschmälert, m. mit gekerbter Haarspitze, selten haarlos; die oberen Zellen f. quadratisch. Frucht braun u. länglich; Zähne roth.

B. Blätter nicht papillös; die grundständigen Zellen f. gleichförmig, langgedehnt. Der Schnabel m. kürzer als die Frucht, die Zähne weit kürzer.

a. Blätter f. länglich, wenig verschmälert, oben mit keinen o. wenigen, locker gestellten Zähnen, haarlos.

33. **G. acicularis** (L.) C. Müll. (*Racomitrium* Brid.).

Rasen hellgrün, oft zul. schwarzgrün. Stengel ohne kurze Ästchen. Blätter stumpf; die oberen Zellen f. quadratisch; Rippe lang u. breit. Frucht dunkelbraun u. länglich mit ziemlich engem Munde; Schnabel lang; Mütze nicht papillös; Zähne spitz.

34. **G. obtusa** (Dill., Sm.) Lindb.

Stengel mit kurzen Ästchen. Blätter eiförmig länglich, allmählig zugespitzt u. spitz; die meisten Zellen langgedehnt; Rippe sehr kurz. Frucht länglich u. kurzgestielt mit engem Munde; Schnabel kurz; Mütze oben papillös; Zähne stumpf, bald abfallend. *S.*

b. Blätter eiförmig lanzettlich, gegen die Spitze verschmälert u. ganzrandig; Spitze oft oben durchsichtig o. haarähnlich u. gezähnelt.

aa. Die oberen Blattzellen langgedehnt u. schmal. Ästchen m. zahlreich.

35. **G. fascicularis** (SCHRAD.) C. MÜLL. (*Racomitrium* BRID.).

Rasen braungrün o. schwärzlich, locker. Blätter etwas stumpf, haarlos u. oben nicht durchsichtig. Frucht dunkel rothbraun, f. länglich, während des Frühlings reifend; Mütze oben papillös.

36. **G. ramulosa** LINDB. (*Racomitrium microcarpum* (FUNCK) BRID.).

Rasen hell- o. gelbgrün, sehr locker. Blätter spitz mit wasserheller gezähnelter Spitze. Frucht gelblich braun, f. länglich, gegen den Herbst reifend.

bb. Die meisten Blattzellen kurz, rundlich-quadratisch. Stengel oft ohne kurze Ästchen (besonders bei *G. aquatica* u. *G. microcarpa*). Frucht während des Frühlings reifend.

37. **G. heterosticha** (H.) C. MÜLL. (*Racomitrium* BRID.).

Rasen m. graugrün, oft dicht. Blattspitze f. allmählig verschmälert, gegen die Haarspitze mehr zusammengezogen, zuw. mit stumpfer haarloser Spitze. Frucht rothbraun, f. stielrund o. länglich.

* **G. affinis** (SCHLEICH.) LINDB.

Rasen gelblich grün u. dicht ohne Ästchen. Blätter mit kurzer o. keiner Haarspitze. Frucht elliptisch o. eiförmig mit kurzem Stiele.

38. **G. microcarpa** (GMEL.) LINDB. (*Racomitrium sudeticum* (FUNCK) B. E.).

Rasen m. schwärzlich, zuw. unrein grün, dicht, leicht aber zerfallend, ohne Ästchen. Blattspitze f. pfriemlich, nur auf den obersten Blättern mit undeutlicher Haarspitze, auf den übrigen haarlos. Frucht braun, eiförmig-länglich; Stiel ziemlich kurz u. oft gekrümmt. Stengel unten blattlos.

39. **G. aquatica** (BRID.) C. MÜLL. (*Racomitrium protensum* AL. BRAUN).

Rasen hellgrün o. gelblich grün, unten rostfarbig, locker, f. ohne kurze Ästchen. Blattspitze stumpf, wenig verschmä-

lert u. nicht durchsichtig. Frucht hellbraun, f. länglich; Stiel gerade u. aufrecht.

Gatt. 72. **Cinclidotus** PALIS. BEAUV.

1. **C. minor** (L., LINDB.) KINDB. (*Sekra* LINDB., *Cinclidotus fontinaloides* (H.) P. B.).

Rasen dunkel- o. schwarzgrün, unten filzig. Blätter verschmälert eiförmig lanzettlich spitz, abstehend o. f. aufrecht (nicht bogig abwärts gekrümmt wie bei *Grimmia apocarpa*), f. rinnenförmig o. gekielt mit dickem Rande; Zellen durchscheinend, die oberen grün, die unteren farblos; Rippe grob u. etwas auslaufend, auch in der Spitze dick. Frucht f. eingesenkt, eiförmig länglich, zul. gefurcht u. dunkelbraun o. schwärzlich; Zähne hochroth, tief gespalten; Deckel verschmälert kegelförmig u. spitz o. geschnäbelt. Zweihäusig.

Fam. 17. ANDRÆACEÆ SCHIMP., LINDB.

Gatt. 73. **Andræa** EHRH.

I. Blätter mit Rippe versehen. Stengel m. unten beblättert. Ein- o. zweihäusig. Blattzellen zuw. quadratisch.

A. Blätter sehr papillös mit grossen Zellen; Rippe nicht auslaufend. Perikätialblätter fehlend. Rasen braungrün.

1. **A. nivalis** HOOK.

Stengel ziemlich lang. Blätter eiförmig-länglich, lanzettlich, f. allmählig verschmälert, oft einseitswendig o. sichelförmig gebogen; Zellen quadratisch. Zweihäusig.

B. Blätter schwach papillös mit kleinen Zellen; Rippe deutlich auslaufend. Die inneren Perikätialblätter rippenlos. Rasen schwarz.

2. **A. Blyttii** SCHIMP.

Stengel sehr kurz. Blätter dunkel, aus eiförmigem o. elliptischem Grunde gegen die lange borstenförmige, von der auslaufenden Rippe zum grössten Theil gebildete Spitze plötz lich verschmälert, die obersten einseitswendig gebogen;

die oberen Zellen kurz, die unteren langgedehnt. Zweihäusig.

3. **A. crassinervis** Bruch.

Stengel ziemlich kurz. Blätter f. durchscheinend, länglich lanzettlich, f. allmählig verschmälert, die meisten m. gebogen; Zellen f. quadratisch; Rippe zuw. kurz auslaufend. Einhäusig.

C. Blätter nicht papillös, mit kleinen Zellen; Rippe undeutlich o. nicht auslaufend. Die inneren Perikätialblätter rippenlos.

4. **A. Rothii** W. M. (*A. rupestris* (L.) Schimp.).

Rasen schwarz o. schwarzbraun. Stengel oft etwas verlängert. Blätter länglich lanzettlich, f. allmählig zulaufend, oft gebogen; die oberen u. die eckständigen Zellen kurz, die inneren grundständigen langgedehnt. Einhäusig.

* **A. falcata** Schimp.

Rasen schwarz. Stengel kurz. Blätter aus kurzem, f. eiförmigem Grunde gegen die gebogene Spitze plötzlich verschmälert.

II. Blätter rippenlos. Stengel oft unten nackt. Alle o. innere Zellen des Blattgrundes langgedehnt. Einhäusig.

A. Blätter mit verschmälertem, f. quadratischem Grunde, bei o. oberhalb der Mitte breiter. Stengel oft unten blattlos.

a. Blattspitze dunkel mit sehr kleinen Zellen. Blätter nicht papillös, unten f. wasserhell u. am Rande gezähnelt o. gekerbt.

5. **A. alpina** (L.) Sm.

Rasen schwarz o. schwarzroth. Stengel oft ziemlich hoch u. spröde. Blätter dicht gehäuft; Spitze breit eiförmig, in ein ziemlich kurzes Spitzchen plötzlich zulaufend. N.

b. Blätter etwas durchscheinend, undeutlich papillös, unten ganzrandig; die oberen Zellen erweitert.

6. **A. obovata** THED.

Rasen dicht, oben schwärzlich, unten dunkelbraun. Stengel m. lang u. starr. Blätter m. dicht gestellt; Spitze eiförmig länglich, in ein etwas verlängertes, im trocknen Zustande angedrücktes Spitzchen zulaufend.

7. **A. Hartmani** THED.

Rasen locker u. bräunlich. Stengel lang u. weich. Blätter m. locker gestellt; Spitze eiförmig, in ein kurzes Spitzchen plötzlich zulaufend; die meisten äusseren Zellen m. kurz.

— **Thedenii** (SCHIMP.) (*A. Thedenii* SCH.).

Rasen dichter. Stengel etwas steif u. ziemlich kurz. Blätter dicht gestellt; die meisten unteren Zellen langgedehnt.

B. Blätter papillös, am Grunde breiter u. ganzrandig. Stengel m. überall beblättert.

8. **A. petrophila** EHRH.

Blattzellen m. ziemlich klein; die obersten f. rundlich u. m. durchsichtig, die untersten m. langgedehnt.

* **A. alpestris** SCHIMP.

Blätter sehr klein, undeutlich papillös; die meisten untersten Zellen kurz u. nicht wasserhell. Stengel sehr fein, unten m. nackt u. oft lang. Rasen m. schwarz.

— **affinis** KINDB.

Die obersten Blattzellen kleiner u. dunkler, die untersten schmal u. oft wasserhell. Blätter sehr stumpf. *N.*

* **A. papillosa** LINDB.

Blattzellen sehr erweitert, stark papillös. *S.*

Fam. 18. ORTHOTRICHACEÆ (C. MÜLL.).

Gatt. 74. **Orthotrichum** HEDW.

I. Blätter eingerollt u. sehr kurz. Zweihäusig.

1. *Cyrtophyllum.*

Blätter stumpf u. nicht kraus, ohne wasserhelle Eckzellen. Frucht mit normalen (oberflächlichen) Spaltöffnungen; äussere Zähne paarweise verbunden o. (sammt den inneren) fehlend.

II. Blätter nicht eingerollt. Einhäusig o. (*O. Lyellii* u. *O. phyllanthum*) zweihäusig.

A. Äussere (o. alle) Zähne der Frucht getrennt.

2. *Eleutherodon.*

Frucht mit eingesenkten Spaltöffnungen; innere Zähne (Cilien) haarähnlich o. fehlend. Blätter ringsum zurückgerollt, nicht kraus.

3. *Lyellia.*

Frucht mit normalen Spaltöffnungen; innere Zähne breit o. fehlend. Blätter oft f. flach u. ein wenig kraus.

B. Äussere Zähne der Frucht paarweise verbunden o. genähert; die inneren haarähnlich o. fehlend.

a. Blätter (trocken) kraus, wenig o. nicht zurückgerollt. Frucht langgestielt.

4. *Weissia.*

Frucht langhalsig mit normalen Spaltöffnungen; Zähne gelblich o. bleich. Blätter wenig zurückgerollt; die meisten unteren Zellen langgedehnt, Eckzellen oft kurz u. wasserhell, mehrreihig.

5. *Erythrostoma.*

Frucht kurzhalsig mit eingesenkten Spaltöffnungen; Zähne roth o. rothbraun. Blätter unten zurückgerollt; die meisten Zellen kurz; wasserhelle Eckzellen einreihig o. fehlend.

b. Blätter nicht kraus, f. ringsum o. (bei *O. pallens*) unten zurückgerollt.

6. *Hutchinsia.*

Frucht mit normalen Spaltöffnungen. Blätter oft mit kurzen wasserhellen Eckzellen; übrige grundständige Zellen langgedehnt.

7. *Dorcadion.*

Frucht mit normalen o. eingesenkten Spaltöffnungen. Blätter ohne wasserhelle Eckzellen.

Abth. 1. *Cyrtophyllum* Kindb.

1. **O. obtusifolium** Schrad. (*Dorcadion* Ldb.).

Rasen polsterförmig, dicht u. niedrig, oben gelbgrün, unten bräunlich. Blätter eilänglich, sehr papillös, oben nicht eingerollt, oft mit Brutzellen o. Brutfäden; Rippe verkürzt. in der Mitte durchsichtig. Frucht eiförmig, gelb mit orangefarbigen Streifen, f. ungestielt, zul. mit verlängertem Halse; Mütze glockenförmig, unten kahl u. weisslich, oben bräunlich u. undeutlich behaart; Zähne orangefarbig, trocken herabgebogen; Cilien (innere Zähne) gelb.

2. **O. gymnostomum** Bruch (*Dorcadion* Ldb.).

Tracht der vor. Art. Rasen etwas höher u. braungrün. Blätter eilänglich, schwächer papillös u. etwas durchsichtig, ringsum eingerollt, oft mit Brutfäden; Rippe f. auslaufend, nicht durchsichtig. Frucht mit bräunlichen Streifen, zul. kurzhalsig; Mütze glockenförmig, f. kahl; Mundbesatz fehlend. *S.*

Abth. 2. *Eleutherodon* Kindb.

1. **O. cupulatum** Hoffm. (*Dorcadion* Ldb.).

Rasen locker u. dunkelgrün, oft ziemlich hoch. Blätter eilanzettlich spitz ohne Haarspitze, oft schwach papillös; die meisten unteren Zellen kurz u. sehr durchsichtig. Frucht gelb, schmalstreifig, rundlich-eiförmig, zul. urnenförmig u. kurzhalsig; Mütze oft kahl, breit glockenförmig, drei Viertel der Frucht deckend; Zähne blassgelb, trocken abstehend o. f. aufrecht; Cilien fehlend; Stiel zuw. verlängert.

4. **O. urnigerum** Myrin. (*Dorcadion* Ldb.).

Rasen dunkelbraun o. grün, locker, ziemlich hoch u. filzig. Blätter eilänglich-lanzettlich, spitz ohne Haarspitze, sehr papillös mit dunkeln Zellen. Frucht anfangs gelb, zul. dunkelbraun, schmalstreifig, breit eiförmig, unten abgerundet f. ohne Hals, zul. urnenförmig u. unter dem Munde sehr zugeschnürt, wenig emporgehoben; Mütze dicht behaart, glockenförmig; Zähne gelb, trocken oft abstehend o. f. aufrecht; Cilien m. bleich. *S.*

5. **O. diaphanum** Schrad. (*Dorcadion* Ldb.).

Rasen locker u. grünlich, sehr klein. Blätter eilänglich-lanzettlich mit oben wasserheller gezähnelter Spitze, kaum papillös; die meisten Zellen kurz, die der Haarspitze linearisch. Frucht blassgelb, f. ungestreift, länglich u. kurzhalsig, eingesenkt; Mütze f. kahl, kegelförmig, zwei Drittel der Frucht deckend; Zähne blassgelb; Cilien wasserhell. Männliche Blüthen auf eigenen Ästen sitzend. *S.*

Abth. 3. *Lyellia* Kindb.

6. **O. leiocarpum** B. E. (*O. striatum* H., *Dorcadion* Ldb.).

Rasen gelblich o. dunkel grün u. locker, oft ziemlich hoch. Blätter f. ringsum zurückgerollt, wenig papillös, eilan-

zettlich u. pfriemlich spitz, nicht kraus; die meisten Zellen kurz, die unteren hellgelb. Frucht blassgelb, ungestreift, m. eiförmig o. verkehrt eiförmig, kurzhalsig u. eingesenkt; Mütze f. kahl, glockenförmig; äussere Zähne trocken zurückgerollt, nicht angedrückt, die inneren gelb; Deckel klein. Einhäusig.

7. **O. Lyellii** H. T. (*Dorcadion* Ldb.).

Rasen gelblich o. dunkelgrün u. locker, oft ziemlich hoch. Blätter nur unten ein wenig zurückgerollt, oben flach, sehr papillös (besonders unten am Rande), lineal-lanzettlich spitz, ein wenig kraus, gegliederte braune Brutfäden o. Brutzellen oft am Rande tragend; die unteren Zellen langgedehnt u. hellgelb. Frucht gelbbraun, gestreift, ei- o. birnenförmig, langhalsig u. wenig emporgehoben; Mütze behaart, sehr lang; äussere Zähne nicht angedrückt, die inneren röthlich. Zweihäusig.

8. **O. Drummondii** Grev. (*Ulota* Brid., *Weisia* Ldb.).

Rasen hellbraun, oben blassgrün, sehr dicht. Stengel kriechend. Blätter f. flach, schwach papillös, aus eiförmigem Grunde lineal-lanzettlich spitz, ein wenig kraus; die meisten unteren Zellen langgedehnt u. gelblich, die eckständigen oft kurz u. wasserhell. Frucht blassbraun, gestreift, keulenförmig, langhalsig u. langgestielt; Mütze locker behaart; Zähne abstehend, Cilien (innere Zähne) fehlend; Deckel klein, gelb mit weissem Schnabel. Einhäusig.

Abth. 4. *Weissia* Ehrh., Lindb.

I. Stengel kriechend. Frucht in der Mitte ungestreift; Zähne aufrecht, Cilien sehr kurz o. fehlend. Blätter undeutlich papillös, wenig kraus, lineal-lanzettlich.

9. **O. coarctatum** Palis. (*Weisia* Ldb., *Ulota Ludwigii* Brid., Sch.).

Rasen dicht u. gelblich braun. Frucht blassbraun u. birnenförmig; Mütze dicht behaart; Deckel hellgelb u. f. kegelförmig.

II. Stengel aufrecht. Frucht gestreift, mit Cilien. Blätter aus erweitertem Grunde lineal-lanzettlich.

a. Blätter undeutlich papillös, sehr kraus. Frucht mit sehr langem Halse; Mütze dicht behaart. Rasen hellgrün, unten m. rostfarbig.

10. **O. ulophyllum** (EHRH.) KINDB. (*Weisia* EHRH., LDB., *Ulota crispa* (H.) BRID. SCH.).

Blätter m. sehr lang. Frucht anfangs f. eiförmig, unter dem Munde zugeschnürt, m. braun; Deckel u. Schnabel anfangs weisslich; Sporen rothbraun.

* **O. crispulum** BRUCH (*Ulota* BRID., SCH., *Weisia* LDB.)

Blätter m. kürzer. Frucht wenig zugeschnürt, blassgelb; Deckel gelb mit weissem Schnabel; Sporen grün.

— **intermedium** (SCH.) (*Ulota intermedia* SCH.).

Blätter heller grün mit mehr erweitertem Grunde, zuw. ziemlich lang. Frucht zul. schmäler, deutlicher zugeschnürt. *N.*

11. **O. Bruchii** (HORNSCH.) WILS. (*Ulota* HSCH., *Weisia* LDB.).

Blätter sehr lang. Frucht anfangs länglich, zul. f. cylindrisch u. nicht unter dem Munde zugeschnürt; Deckel weisslich; Sporen rothbraun.

b. Blätter sehr papillös, wenig kraus. Frucht mit etwas undeutlichem Halse; Mütze wenig behaart. Rasen dunkelgrün, unten schwarzbraun. Männliche Blüthen auf getrennten Ästen sitzend.

12. **O. curvifolium** WAHLENB. (*Ulota* BRID., *Weisia* LDB.)

Blätter ziemlich kurz; Rippe etwas verkürzt. Frucht eiförmig u. braun. Tracht von *O. americanum.*

Abth. 5. *Erythrostoma* KINDB.

13. **O. pulchellum** BRUNT. u. SM. (*Dorcadion* LDB.).

Rasen blassgrün, locker u. niedrig. Blätter oben schwach papillös, lineal-lanzettlich spitz, wenig kraus; Zellen nicht wasserhell. Frucht hellgelb, undeutlich gestreift, länglich; Mütze kahl u. blassgelb; äussere Zähne herabgebogen. Einhäusig. *S.*

14. **O. phyllanthum** (BRID.) B. E. (*Ulota* BRID., SCH., *Weissia* LDB.).

Rasen oben gelblich grün o. braungrün, unten schwarzbraun o. rostfarbig, dicht u. gross. Blätter kaum papillös, sehr lang u. f. linealisch, spitz, oft von einer Reihe wasserhellen Zellen gesäumt, die oberen sehr kraus, mit braunen Brutfäden o. Brutzellen. Frucht u. Blüthen unbekannt.

Abth. 6. *Hutchinsia* KINDB.

15. **O. americanum** PALIS. (*Weisia* LDB., *Ulota Hutchinsiæ* (SM.) SCH.)

Rasen m. schwärzlich, oben grün. Blätter undeutlich papillös, aus eilänglichem Grunde lanzettlich, kurz zugespitzt; Rippe lang. Frucht gelblich, gestreift, eiförmig-elliptisch, langhalsig u. langgestielt; Mütze m. behaart; äussere Zähne zurückgeschlagen; Deckel u. Schnabel braungelb. Männliche Blüthen unterhalb der weiblichen sitzend.

Abth. 7. *Dorcadion* ADANS., LDB.

I. Die meisten unteren Blattzellen schmal. Blätter f. ringsum zurückgerollt. Frucht mit normalen Spaltöffnungen.

16. **O. speciosum** NEES (*Dorcadion* LDB., wie alle folgende Arten).

Rasen gelblich o. grün, m. locker, oft hoch. Blätter undeutlich papillös, eilanzettlich langspitzig, trocken mit abstehender Spitze; die oberen Zellen ziemlich gross, die unteren m. gelblich. Frucht blassgelb, feingestreift o. zuw. f. ungestreift, länglich u. m. langgestielt; Mütze m. dicht behaart u. kegelförmig, f. die Frucht bedeckend; äussere Zähne weisslich u. angedrückt; Cilien haarähnlich.

* **O. Killiasii** C. MÜLL.

Rasen braungrün. Blattspitze stumpflich. Mütze spärlich o. nicht behaart, unterhalb der Frucht verlängert. N.

17. **O. rupestre** SCHLEICH.

Rasen m. dunkelbraun, locker, zuw. hoch. Blätter schwach papillös, eilänglich o. breit eilanzettlich spitz, trocken m. an-

gedrückt; die oberen Zellen klein. Frucht anfangs gelblich, zul. dunkelbraun, m. nur oben gestreift, breit eiförmig u. m. f. eingesenkt; Mütze dicht behaart, kegelförmig, kürzer als die Frucht; Zähne blassgelb, trocken m. aufrecht; Cilien zuw. fehlend.

— **Sturmii** Hsch. (*O. Sturmii* Hsch.).

Rasen schwärzlich. Frucht f. ungestreift; Cilien m. fehlend. Blattgrundzellen ziemlich dunkel.

II. Die meisten Blattzellen kurz u. gross. Blätter nur unten zurückgerollt, wenig papillös. Frucht mit eingesenkten Spaltöffnungen.

18. **O. pallens** Bruch.

Rasen blassgrün, klein u. niedrig. Blätter verschmälert länglich o. lanzettlich, stumpf. Frucht gelb, breitstreifig, m. verkehrt eiförmig, kurzgestielt, unter dem Munde nicht zugeschnürt; Mütze kahl, bleich u. glockenförmig; äussere Zähne gelb, trocken angedrückt; Cilien blassgelb; Deckel orangefarbig.

III. Die meisten Blattzellen kurz u. klein. Blätter f. ringsum zurückgerollt. Frucht mit normalen Spaltöffnungen.

A. Blätter pfriemlich spitz. Frucht m. kurzgestielt.

19. **O. affine** Schrad.

Rasen m. grün, oft locker, zuw. ziemlich hoch. Blätter m. sehr papillös, verschmälert eilanzettlich; die unteren Zellen sehr durchsichtig. Frucht blassgelb o. blassbraun, schmalgestreift, länglich, zul. langhalsig, gestielt; Scheide haarlos; Mütze locker u. kurz behaart, kegelförmig; äussere Zähne blassgelb, trocken angedrückt; Cilien bleich.

— **fastigiatum** Bruch (*O. fastigiatum* Bruch, B. E.).

Blätter etwas kürzer, m. schwach papillös. Frucht mit etwas breiten Streifen, kurzgestielt, m. f. eingesenkt.

B. Blattspitze stumpflich. Frucht langgestielt.

20. **O. arcticum** SCHIMP.

Rasen braungrün, m. niedrig. Blätter sehr papillös, eilänglich-lanzettlich; die unteren Zellen m. hellgelb. Frucht gelb, undeutlich gestreift, breit eiförmig u. länger als der Hals; Mütze spärlich behaart, f. kegelförmig; Zähne gelb, trocken angedrückt; Cilien wasserhell. *N.*

* **O. Blyttii** SCH.

Rasen etwas höher, dunkler gefärbt. Blätter eilänglich; die inneren grundständigen Zellen f. wasserhell. Frucht mit dunkelgelben Zähnen. *N.*

21. **O. lævigatum** ZETT.

Rasen unten schwärzlich, oben grün, ziemlich hoch. Blätter sehr papillös, breit eilanzettlich; Zellen dunkel. Frucht gelblich, nicht gestreift, länglich-cylindrisch u. kurzhalsig; Mütze dicht behaart, kegelförmig; Zähne gelblich, f. aufrecht u. kurz; Cilien oft kurz o. undeutlich. *N.*

22. **O. Sommerfeltii** SCHIMP.

Rasen braungrün. Blätter undeutlich papillös, m. eilänglich; die unteren Zellen durchsichtig. Frucht gelb, breitstreifig, birnenförmig u. langhalsig; Mütze spärlich behaart, kegelförmig, gelb o. bräunlich; Zähne gelb; Cilien kurz. *N.*

IV. Die meisten Blattzellen kurz u. klein. Blätter f. ringsum zurückgerollt. Frucht mit eingesenkten Spaltöffnungen.

A. Blätter sehr papillös, pfriemlich spitz. Frucht mit behaarter Scheide.

23. **O. stramineum** HORNSCH.

Rasen m. gelb- o. hellgrün u. polsterförmig, oft dicht u. klein, wenig filzig. Blätter eilanzettlich; die meisten unteren Zellen sehr durchsichtig, die inneren schmal. Frucht gelb o. zul. braun, breitstreifig, eilänglich u. kurzhalsig, unter dem Munde m. wenig zugeschnürt; Mütze m. kahl u. glockenförmig, strohgelb; Zähne orangefarbig, trocken angedrückt; Cilien gelblich; Stiel m. kurz; Deckel gelb. *S.*

— **alpestre** Hornsch. (*O. alpestre* Hsch., Sch.).

Rasen m. grösser u. oft filzig. Frucht zul. rothbraun, unter dem Munde zugeschnürt; Mütze spärlich behaart.

B. Blätter wenig papillös, m. mit stumpflicher Spitze. Frucht m. mit haarloser Scheide.

a. Frucht langgestielt, schmalstreifig; Zähne trocken f. aufrecht, Cilien m. fehlend.

24. **O. anomalum** Hedw.

Rasen dunkelgrün o. schwärzlich, locker. Blätter eilänglich-lanzettlich, oft mit stumpflicher Spitze; die meisten unteren Zellen sehr durchsichtig. Frucht gelbbraun, gestreift, eilänglich mit undeutlichem Halse; Mütze m. behaart u. kegelförmig, goldgelb o. bräunlich; Zähne blassgelb.

— **saxatile** Wood (*O. saxatile* Wood).

Blätter schmäler, oft pfriemlich spitz. Frucht oft mit Cilien.

b. Frucht nicht o. kurz gestielt, breitstreifig; Zähne trocken angedrückt; Cilien deutlich.

25. **O. pumilum** Sw.

Rasen dunkelgrün, klein u. polsterförmig. Blätter eilanzettlich, m. spitz. Frucht gelb, zul. rothbraun, eilänglich mit deutlichem Halse; Mütze kahl, kegelförmig u. gelb, oben braun, zwei Drittel der Frucht deckend; Zähne blassgelb; Cilien lang. *S.*

26. **O. Schimperi** Hammar (*O. fallax* Sch. syn.).

Rasen wie bei vor. Art. Blätter eilänglich, stumpf o. kurzspitzig. Frucht gelb, f. elliptisch, unten f. abgerundet mit undeutlichem Halse; Mütze f. kahl, glockenförmig u. gelblich, die Hälfte der Frucht deckend; Zähne braungelb; Cilien ziemlich kurz. *S.*

27. **O. tenellum** Bruch.

Rasen m. hellgrün, klein u. polsterförmig. Blätter eilanzettlich stumpflich; die meisten unteren Zellen ziemlich

schmal. Frucht gelbbraun, verschmälert länglich u. langhalsig; Mütze spärlich behaart, kegelförmig u. blass gelbgrün, die ganze Frucht deckend; Zähne gelb; Cilien lang. *S.*

Gatt. 75. **Coscinodon** Spreng.

1. **C. cribrosus** (H.) Spruce (*C. pulvinatus* Spreng. u. B. E.).

Rasen sehr dicht u. f. blaugrün, trocken schwärzlich. Stengel kurz. Blätter eiförmig lanzettlich u. pfriemlich spitz, ganzrandig mit gezähnelter Haarspitze, trocken weder kraus noch zurückgerollt; die oberen Zellen rundlich, die unteren langgedehnt. Frucht blassgelb, rundlich eiförmig, f. eingesenkt u. länger als der Schnabel; Deckel roth; Zähne rissig, trocken herabgebogen; Mütze glockenförmig, die ganze Frucht umschliessend. Zweihäusig.

Gatt. 76. **Glyphomitrium** Brid..

1. **G. polyphyllum** (Dicks.) Mitt. (*Ptychomitrium* B. E., *Brachysteleum* Hornsch. u. C. Müll.).

Rasen gelblich grün, zuw. unten schwarzgrün. Stengel etwas verlängert. Blätter aus länglichem zurückgerolltem Grunde allmählig zulaufend u. pfriemlich spitz, oben m. gezähnelt, trocken kraus gedreht. Frucht braun, länglich u. gleich lang wie der Schnabel; Stiel verlängert; Deckel roth; Zähne f. getheilt, trocken aufrecht; Mütze glockenförmig, die Hälfte der Frucht umschliessend. Einhäusig. *N.*

2. **G. Daviesii** (Dicks.) Brid.

Rasen niedrig u. dunkelgrün. Blätter verschmälert eiförmig lanzettlich spitz u. nicht zurückgerollt, trocken gekrümmt. Frucht blassbraun, f. kugelig mit verlängertem Stiele; Deckel spitz mit undeutlichem Schnabel; Zähne paarweise gestellt (o. vielmehr getheilt), trocken herabgebogen; Mütze unterhalb der Frucht verlängert. Einhäusig.

Fam. 19. LEERSIACEÆ Kindb.

Gatt. 77. **Leersia** H. (*Encalypta* B. E.).

I. Die oberen Blätter spitz o. zugespitzt. Frucht nicht o. undeutlich gestreift, mit rothem Stiele: Mundbesatz ein-

fach u. blass fleischroth o. fehlend; Mütze lang. Blätter ohne weisse Haarspitze, trocken kraus: die oberen grün, die unteren rostfarbig. Einhäusig.

1. **L. alpina** (SM.) LINDB. (*Encalypta commutata* NEES u. HORNSCH.).

Blätter nicht zurückgerollt, feucht f. aufrecht: die unteren eiförmig lanzettlich, die oberen schmäler u. langspitzig; Eckzellen gelblich; Rippe röthlich, etwas auslaufend. Frucht hellbraun, unten abgestutzt ohne Hals; Mütze bräunlich glänzend, unten ganz o. unregelmässig gelappt; Zähne fehlend.

2. **L. affinis** (H. fil.) LINDB. (*Encalypta apophysata* NEES u. HORNSCH.).

Blätter unten zurückgerollt, die oberen länglich lanzettlich kurzspitzig; die grundständigen Zellen wasserhell; Rippe gelblich, auslaufend. Frucht blassgelb o. bräunlich, oft mit Hals; Mütze blassbraun, unten fransig; Zähne blass fleischroth, gut entwickelt.

II. Blätter stumpf. Mundbesatz roth, orangefarbig, weisslich o. fehlend.

A. Frucht blassgelb mit orangefarbigen Streifen, zul. umgedreht u. verschmälert eiförmig ohne Hals; Stiel roth; Mundbesatz doppelt; Zähne hochroth, Cilien gelblich o. bleich. Blätter m. haarlos, trocken eingebogen, oft mit braunen gegliederten Fäden in den Winkeln; die unteren Zellen m. erröthend; Rippe kaum auslaufend. Mütze bräunlich u. ziemlich lang, ganz o. unregelmässig fransig.

3. **L. contorta** (WULF.) LINDB. (*Encalypta streptocarpa* H.).

Rasen dunkelgrün, unten bräunlich. Blätter länglich zungenförmig-lanzettlich, nicht zurückgerollt, haarlos u. m. ohne Spitzchen, feucht wenig abstehend, trocken kraus; Rippe nicht auslaufend. Frucht sehr umgedreht; Cilien blass, halb so lang wie die Zähne. Zweihäusig.

4. **L. procera** (BRUCH) LINDB. (*Encalypta* BRUCH).

Rasen grün, unten braun o. gelblich. Blätter ziemlich kurz, länglich zungenförmig, m. unten zurückgerollt, oft mit

Spitzchen, etwas abstehend, trocken eingebogen; Rippe bei den oberen Blättern etwas auslaufend u. mit Haarspitze versehen. Frucht weniger umgedreht; Cilien gelblich, nicht kürzer als die Zähne. Einhäusig.

B. Frucht gerade o. (bei der *L. rhabdocarpa*) oben schwach gedreht, f. von gleicher Dicke; Mundbesatz einfach o. fehlend. Blätter selten (zuw. bei der *L. laciniata*) unten zurückgerollt. Einhäusig.

a. Fruchtstiel (wenigstens anfangs) gelb. Mütze lang, unten regelmässig fransig (gezähnelt). Blätter ohne (weisse) Haarspitze, die meisten hellgrün; die unteren Zellen wasserhell; Rippe m. gelb, oft auslaufend.

5. **L. laciniata** H. nach LINDB. (*Encalypta ciliata* H. nach B. E.).

Blätter eiförmig länglich mit Spitzchen, abstehend, oft etwas wellig. Frucht ungestreift u. gelblich, zul. rothbraun ohne Hals; Zähne orangefarbig, m. schlecht entwickelt, trocken eingebogen; Mütze strohgelb.

6. **L. borealis** KINDB.

Die oberen Blätter sparrig. Frucht feinstreifig u. röthlich; Zähne hochroth, gut entwickelt u. aufrecht. Uebrigens wie die vorige Art. *N.*

7. **L. longicollis** (BRUCH) LINDB. (*Encalypta* BRUCH).

Blätter länglich lanzettlich mit o. ohne Spitzchen, abstehend. Frucht ungestreift u. röthlich mit langem schmalem Halse; Zähne hochroth, gut entwickelt u. aufrecht; Mütze strohgelb o. blassbraun. *N.*

b. Fruchtstiel immer roth. Mütze ziemlich kurz, nicht unterhalb der Frucht verlängert, unten ganz, selten undeutlich fransig. Blätter oft mit weisser Haarspitze.

aa. Blätter wenig abstehend. Mütze strohgelb.

8. **L. rhabdocarpa** (SCHWÆGR.) LINDB. (*Encalypta* SCHW.).

Blätter f. flach, eiförmig-länglich lanzettlich, oft mit Spitzchen, trocken etwas gedreht: die oberen grün, die unteren

m. braun, die äusseren grundständigen Zellen oft gelblich, die inneren wasserhell o. erröthend; Rippe rothgelb, oft auslaufend. Frucht blassbraun mit orangefarbigen Streifen, zul. oben f. urnenförmig u. etwas umgedreht, ohne Hals; Zähne hochroth u. aufrecht, zuw. fehlend; Mütze ganz.

* **L. leucodontea** Kindb.

Blätter m. länglich zungenförmig ohne Spitzchen; Rippe unten roth, selten auslaufend. Mundbesatz f. weisslich.

9. **L. brevicollis** (Bruch) Lindb. (*Encalypta* Bruch).

Blätter hohl u. länglich, trocken kaum gedreht: die oberen dunkelgrün mit langer Haarspitze, die unteren braun; die grundständigen Zellen wasserhell; Rippe gelblich u. auslaufend. Frucht zul. orangefarbig o. braun ohne Streifen, oft kurzhalsig; Zähne bleich, weisslich o. f. fleischroth; Mütze zuw. unten undeutlich fransig.

bb. Die unteren Blätter abstehend, die oberen sparrig, Mütze blass- o. strohgelb.

10. **L. exstinctoria** (L.) Leyss. (*E. vulgaris* H. u. Schimp.)

Blätter länglich zungenförmig o. eiförmig, oft wellig, zuw. mit Spitzchen, selten mit Haarspitze: die meisten m. hellgrün, trocken eingebogen; Eckzellen oft gelblich; Rippe gelb o. röthlich, nicht auslaufend. Frucht blassgelb, zul. bräunlich mit undeutlichem Halse u. keinen o. schwachen Streifen; Zähne bleich, trocken eingebogen, m. schlecht entwickelt; Mütze ganz.

Die vielleicht verwandte *Leersia spathulata* (C. Müll.) Lindb. (aus Dalekarlien = Dalarne) ist mir wenig bekannt. Die oberen Blätter sind sparrig u. mit Haarspitze gekrönt.

Fam. 20. TORTULACEÆ Lindb.

Gatt. 78. **Dicranoweisia** Lindb.

1. **D. crispula** (H.) Lindb. (*Weisia* Hedw., Hartm.).

Rasen gelbgrün o. schwärzlich. Blätter gegen die pfriemliche, m. sehr lange Spitze plötzlich verschmälert, m. gebogen u. trocken kraus, nicht o. nur oben zurückgerollt; Rippe

nicht auslaufend. Frucht blassbraun, länglich eiförmig mit langem Schnabel, ohne Ring. Einhäusig.

* **D. compacta** (SCHLEICH.) LDB.

Rasen schwärzlich. Blätter trocken wenig kraus; Spitze etwas stumpf, wenig länger als der Grund. Frucht etwas länger als der Schnabel.

Gatt. 79. **Dichodontium** SCHIMP.

1. **D. pellucidum** (L.) SCH.

Rasen m. dunkelgrün, trocken schwärzlich. Blätter dunkel, von kurzen Zellen gesäumt u. nicht zurückgerollt; Spitze m. oben gezähnelt; Grund eiförmig, wenig erweitert; Rippe nicht auslaufend. Frucht bräunlich, zul. schwärzlich, schief eiförmig u. m. nickend, ohne Ring; Stiel blassgelb.

* **D. flavescens** (DICKS.) LINDB.

Blätter grün o. hellgrün, schwächer papillös u. etwas durchsichtig, mit verschmälert eiförmigem Grunde. Frucht f. aufrecht.

Gatt. 80. **Conostomum** SW.

1. **C. tetragonum** (VILL.) LINDB. (*C. boreale* SW., SCHIMP., *Bartramia conostoma* B. E.).

Rasen dicht u. hart, blaugrün u. ziemlich niedrig, unten filzig. Blätter gekielt, 5-reihig, weder umscheidend noch zurückgerollt, verlängert eiförmig o. eiförmig lanzettlich, pfriemlich zugespitzt, oben gezähnelt; Rippe m. etwas auslaufend. Frucht braun, nickend, mit kleinem Deckel ohne Ring. Einhäusig; männliche Blüthen scheibenförmig.

Gatt. 81. **Tortula** H.

1. *Syntrichia.*

Blätter rinnenförmig o. gekielt, sparrig o. abstehend, etwas locker gestellt, trocken nicht knospenförmig gedrängt, die obersten weit grösser als die unteren. Frucht mit schraubenförmig gedrehten Zähnen, m. f. stielrund; Deckel m. lang u. kegelförmig o. pfriemlich.

2. *Pottia.*

Blätter f. flach, abstehend u. etwas locker, trocken nicht knospenförmig gedrängt, die obersten grösser. Frucht mit geraden o. keinen Zähnen; Deckel verflacht u. m. geschnäbelt.

3. *Desmatodon.*

Blätter hohl, dicht gehäuft u. f. von gleicher Grösse, trocken m. knospenförmig gedrängt. Frucht mit geraden o. wenig gedrehten Zähnen; Deckel verflacht u. geschnäbelt.

Abth. 1. *Syntrichia* (BRID.) HARTM.

I. Blätter mit weisser o. unten rother Haarspitze.

A. Stengel auch oben filzig. Peristomröhre[1]) verlängert.

a. Blätter stumpf. Frucht f. stielrund; Zähne ungefähr gleich lang wie die Röhre.

1. **T. princeps** D. N. (*Barbula Mülleri* BRUCH).

Rasen braungrün, unten rostfarbig. Blätter abstehend, breit länglich, etwas gekielt, unten zurückgerollt; Haarspitze lang u. weiss, wenig gezähnelt; Rippe roth u. glatt. Frucht braun; Stiel roth. Blüthenstand zwittrig. *S.*

2. **T. ruralis** (L.) EHRH.

Rasen m. rostfarbig u. oben dunkelgrün. Blätter sehr sparrig, eiförmig-länglich lanzettlich, gekielt, oft mit gelbem Saume, auch oberhalb der Mitte zurückgerollt; Haarspitze m. weiss, oft sehr gezähnelt; Rippe m. grün, oben gezähnelt. Frucht rothbraun; Stiel oben gelb. Zweihäusig.

* **T. danica** (M. LANGE) C. HARTM. (*Barbula pulvinata* JUR., SCHIMP.).

Rasen kleiner, niedriger u. grüner. Blätter zuw. wenig zurückgerollt; Haarspitze f. glatt. *S.*

3. **T. montana** (NEES) LDB. (*Barbula intermedia* (WILS.) SCH.).

Rasen schwarz- o. graugrün, unten wenig rostfarbig. Blätter abstehend, verschmälert länglich, rinnenförmig u. gelb-

[1]) Der untere röhrenförmige Theil des Mundbesatzes.

gesäumt, m. kaum oberhalb der Mitte zurückgerollt; Zellen kleiner als bei vor. Art; Haarspitze m. weiss, bei den obersten Blättern m. sehr lang u. gezähnelt; Rippe roth, oben f. glatt. Frucht rothbraun, kürzer als bei vor. Art. Zweihäusig.

b. Blätter spitz. Frucht länglich; Zähne doppelt länger als die Röhre.

4. **T. norvegica** (Web. fil.) Wahlenb. (*Barbula aciphylla* B. E.).

Rasen rostfarbig, oben dunkel- o. braungrün. Blätter sparrig, eilänglich-lanzettlich, rinnenförmig u. auch oberhalb der Mitte zurückgerollt; Haarspitze roth, starr u. f. glatt; Rippe m. grün u. f. glatt. Frucht braun. Zweihäusig.

B. Stengel nur unten (unterhalb der Blätter) filzig. Einhäusig.

a. Peristomröhre m. lang. Blätter nur unterhalb der Mitte zurückgerollt; Rippe roth.

5. **T. lævipila** (Brid.) Schwægr. (*Barbula* Brid.).

Rasen dunkel- o. blaugrün, zul. bräunlich. Blätter abstehend o. (die oberen) sparrig, eilänglich-zungenförmig, zuw. gelblich gesäumt; Haarspitze weiss o. unten roth, lang u. f. glatt. Frucht braun, länglich o. f. stielrund; Zähne f. doppelt länger als die Röhre; Stiel ziemlich kurz. *S.*

6. **T. alpina** (B. E.) Wils. (*Barbula* B. E.).

Rasen oben blaugrün, unten rostfarbig. Blätter abstehend, kurz zungenförmig-länglich; die obersten Zellen sehr klein, die untersten sehr durchsichtig; Haarspitze unten roth, m. kurz u. f. glatt, zuw. fehlend. Frucht gelblich, zul. rothbraun, schmal u. f. stielrund; Zähne 5—6-fach länger als die Röhre, bald abfallend. *S.*

b. Peristomröhre sehr kurz. Blätter ringsum zurückgerollt, trocken sehr kraus; Rippe gelb.

7. **T. muralis** (L.) H. (*Barbula* Sch.).

Rasen blaugrün u. niedrig. Blätter mit schmalem gelbem Saume: die unteren länglich lanzettlich, die oberen zungen-

förmig; die obersten Zellen sehr klein; Haarspitze weiss u. glatt, oft lang. Frucht rothbraun, länglich-stielrund.

II. Blätter haarlos, die oberen dicht gehäuft Stengel nur unten filzig. Peristomröhre lang.

8. **T. mutica** Lindb. (*Barbula latifolia* Bruch).

Rasen dunkelgrün. Stengel ziemlich kurz. Blätter stumpf, unten zurückgerollt, oft mit Brutzellen, trocken kraus gedreht: die unteren locker gestellt, verkehrt eiförmig o. breit zungenförmig, die oberen zungenförmig; Rippe nicht o. undeutlich auslaufend. Frucht braun, verschmälert länglich; Zähne doppelt länger als die Röhre. Zweihäusig. *S.*

9. **T. subulata** (L.) H. (*Barbula* Brid.).

Rasen grün u. niedrig. Blätter gross, m. dunkel, länglich zungenförmig u. zugespitzt, kaum zurückgerollt, m. von schmalen gelben Zellen gesäumt, am Rande dicht papillös, trocken nicht gedreht; Rippe auslaufend. Frucht braun u. f. stielrund, gross; Zähne m. kaum länger als die Röhre. Einhäusig.

* **T. mucronifolia** Schwægr.

Blätter hellgrün, durchscheinend, weder papillös noch gelbgesäumt; Rippe mehr auslaufend; Zähne m. f. doppelt länger als die Röhre.

* **T. angustata** Wils., Ldb. (*Barbula subulata* var. *angustata* Sch.).

Rasen grün o. braungrün. Blätter lanzettlich-zungenförmig, f. durchscheinend, undeutlich gesäumt, am Rande nicht papillös, oft zurückgerollt. Frucht ziemlich schmal. *S.*

Abth. 2. *Pottia* (Ehrh.).

I. Blätter nicht zurückgerollt, oben gezähnelt; Rippe nicht auslaufend. Frucht mit verlängertem Stiele; Zähne fehlend, Deckel abfallend.

10. **T. Heimii** (H.) Mitt. (*Pottia* Fürnr., Sch.).

Blätter m. gelbgesäumt: die unteren f. länglich, die oberen länglich lanzettlich u. verlängert spitz. Frucht braun, länglich becherförmig mit schiefem Schnabel; Deckel lange auf dem Säulchen emporgehoben bleibend. Einhäusig o. vielehig.

II. Blätter ganzrandig; Rippe auslaufend. Einhäusig.

A. Frucht rothbraun mit abfallendem Deckel u. verlängertem Stiele. Blätter oft zugespitzt.

11. **T. Starkei** (H.) Lindb. (*Pottia* C. Müll., *P. minutula* (Schw.) B. E.).

Blätter zurückgerollt, länglich o. eilänglich lanzettlich. Frucht glänzend, elliptisch-länglich; Ring schmal o. undeutlich; Zähne gelb, zuw. fehlend; Deckel kurz u. stumpf. *S.*

12. **T. lanceolata** (H.) Ldb. (*Pottia* C. Müll., B. E.).

Blätter zurückgerollt, verlängert länglich u. m. langspitzig. Frucht elliptisch-länglich mit schiefem Schnabel; Ring m. breit; Zähne roth, zuw. fehlend. *S.*

13. **T. truncatula** (L.) Ldb. (*Pottia truncata* Fürnr., B. E.).

Blätter m. nicht zurückgerollt, verkehrt eiförmig o. länglich, kurzspitzig. Frucht f. urnenförmig mit schiefem Schnabel u. f. ohne Ring; Zähne fehlend. Stengel kurz.

* **T. intermedia** (Turn.) Ldb.

Blätter oft unten zurückgerollt, länglich lanzettlich. Frucht schmäler, f. verkehrt kegelförmig. Stengel höher.

B. Frucht dunkelbraun, nicht geöffnet, mit sehr kurzem Stiele. Blätter abgestumpft.

14. **T. bryoides** (Dicks.) Ldb. (*Phascum* Dicks.).

Blätter eilänglich-lanzettlich, unten zurückgerollt. Frucht elliptisch mit schiefem Schnabel. Stengel sehr kurz. *S.*

Abth. 3. *Desmatodon* (Brid.).

I. Blätter deutlich zurückgerollt; Zellen papillös, die oberen kleiner u. dunkel. Frucht ohne Hals; Zähne roth. Einhäusig.

A. Frucht mit schwach gedrehten Zähnen; Säulchen nicht hervorragend; Deckel mit schräg gereihten Zellen; Mütze kurz. Die oberen Blätter verschmälert u. m. f. zugespitzt; Rippe auslaufend.

15. **T. Laureri** (Schultz) Ldb. (*Desmatodon* B. E.).

Stengel etwas verlängert u. ästig. Blätter gelbgesäumt, unten erröthend; Rippe roth. Frucht länglich u. dunkelbraun, herabgebogen; Stiel bogig gekrümmt, feucht herabgeschlagen; Ring zweireihig. *N.*

16. **T. suberecta** Drum. (*Desmatodon obliquus* B. E.).

Stengel kurz u. einfach. Blätter hellgrün, nicht gelbgesäumt; Rippe m. grün, weit auslaufend. Frucht f. cylindrisch, zul. braun, aufrecht o. wenig geneigt; Stiel m. gerade; Ring einreihig. *N.*

B. Frucht mit eingebogenen o. geraden, nicht gedrehten Zähnen; Säulchen zuw. hervorragend; Deckel mit regelmässig gestellten Zellen; Mütze lang, die Frucht bedeckend. Die meisten Blätter m. länglich o. eiförmig u. abgestumpft; Rippe zuw. nicht auslaufend.

17. **T. latifolia** (H.) Ldb. (*Desmatodon* B. E.).

Stengel oft verlängert. Blätter zuw. mit Haarspitze. Frucht m. länglich, zul. braun u. aufrecht; Stiel gerade; Ring einreihig.

* **T. brevifolia** Kindb.

Blätter breit elliptisch. Frucht sehr klein. *N.*

II. Blätter nicht o. undeutlich zurückgerollt, m. verkehrt eiförmig, oft schwach o. nicht papillös. Frucht mit geraden Zähnen.

A. Blattzellen papillös, die oberen kleiner; Rippe roth u. auslaufend. Stengel sehr kurz. Frucht gelblich braun; Säulchen hervorragend. Einhäusig.

18. **T. systylia** (B. E.) Ldb. (*Desmatodon* B. E.).

Blätter schwach papillös u. durchsichtig; Rippe weit auslaufend. Frucht ohne Hals, gerade, f. cylindrisch u. aufrecht;

Deckel oft aufgehoben bleibend; Zähne blassroth; Mütze kurz; Ring einreihig; Stiel gerade. *N.*

19. **T. cernua** (Hüb.) Ldb. (*Desmatodon* B. E.).

Blätter sehr papillös, schwach zurückgerollt. Frucht mit Hals, klein, schief u. elliptisch o. verkehrt eiförmig, nickend; Deckel bald abfallend; Zähne braunroth; Ring mehrreihig; Stiel gerade o. oben schwach gebogen. *N.*

B. Blattzellen durchsichtig u. sehr erweitert, nicht papillös.

20. **T. bullata** (Somf.) Ldb. (*Pottia latifolia* (Schwægr.) C. Müll., Sch.).

Stengel m. undeutlich, selten rasenbildend. Blätter weisslich grün, rundlich spatenförmig, knospenförmig gedrängt, oft mit langer glatter Haarspitze; Rippe verkürzt. Frucht rothbraun, f. aufrecht u. länglich ohne Hals; Säulchen eingeschlossen; Zähne blass orangefarbig; Stiel gerade. Einhäusig.

21. **T. papillosa** Wils. (*Barbula* C. Müll., Sch., *Tortula rotundifolia* Hartm.).

Stengel m. etwas verlängert. Rasen locker. Blätter hellgrün (trocken schwarzgrün), f. spatenförmig u. abstehend, mit kurzem grünem o. oben weissem Spitzchen; Rippe papillös u. auslaufend, unten zuw. röthlich, oben oft mit Brutzellen. Frucht unbekannt. *S.*

Gatt. 82. **Aloina** (C. Müll.) Kindb.

I. Blätter mit breiterem Grunde u. abstehender Spitze; Rippe sehr breit. Stengel kurz. Zweihäusig.

A. Frucht stielrund; Mütze nur den Deckel bedeckend; Zähne einmal gedreht.

1. **A. aloides** (Koch) Kindb. (*Barbula* B. E., *Tortula* D. N., Ldb.).

Blätter aus eiförmigem Grunde f. linear-lanzettlich; Spitze abstehend, oben nicht eingebogen. Frucht geneigt, oben rothbraun, unten blasser; Schnabel deutlich. *S.*

2. **A. ericæfolia** (NECK.) KINDB. (*Tortula* LDB., *Barbula ambigua* B. E.).

Blätter aus eiförmigem Grunde länglich, sternförmig ausgebreitet; Spitze stumpf, oben haubenförmig eingebogen. Frucht aufrecht u. braun, trocken gestreift; Deckel kegelförmig u. lang. *N.*

B. Frucht kegelförmig; Mütze die Hälfte der Frucht bedeckend; Zähne mehrfach gewunden.

3. **A. stellata** (SCHREB.) KINDB. (*Tortula* LDB., *Barbula rigida* B. E., SCH. syn.).

Blätter verschmälert länglich, abstehend; Spitze stumpf, oben nicht eingebogen, zuw. mit Haarspitzchen. Frucht aufrecht u. bräunlich; Deckel kegelförmig u. lang.

II. Blätter dicht u. knospenförmig gedrängt. Stengel m. undeutlich. Frucht aufrecht; Mütze die Hälfte der Frucht bedeckend.

4. **A. brevirostris** (HOOK. u. GREV.) KINDB. (*Tortula* HOOK., LDB., *Barbula* B. E.).

Blätter rundlich eiförmig-elliptisch, oben abgerundet u. eingebogen; Rippe breit, nicht auslaufend. Frucht bräunlich u. stielrund; Stiel etwas verlängert; Deckel kurz u. kegelförmig; Zähne mehrfach gewunden. Blüthenstand zwittrig.

5. **A. pusilla** (H.) KINDB. (*Tortula* MITT., LDB., *Pottia cavifolia* EHRH., B. E.).

Blätter eiförmig, elliptisch o. zungenförmig, kurzspitzig mit glatter weisser Haarspitze; Rippe auslaufend u. ziemlich schmal. Frucht dunkelbraun, eilänglich mit kurzem schiefem Schnabel; Ring u. Zähne fehlend; Stiel kurz. Einhäusig. *S.*

Gatt. 83. **Phascum** L.

A. Mütze klein. Blätter ziemlich gross. Einhäusig. Männliche Blüthen knospenförmig u. gehäuft. Fruchtstiel m. sehr kurz.

1. **P. acaulon** L., Ldb. (*P. cuspidatum* Schreb., B. E.).

Blätter m. nur unten zurückgerollt, ganzrandig, m. eilanzettlich; die unteren Zellen wasserhell, die oberen grün; Rippe (wie bei übr. Arten) auslaufend. Frucht f. kugelig; Stiel m. gerade; Mütze gespalten.

* **P. piliferum** Schreb.

Blätter oft ringsum zurückgerollt, abgestumpft mit langer Haarspitze. *S.*

* **P. papillosum** Lindb.

Blätter sehr papillös; die oberen Zellen rundlich. *S.*

B. Mütze die Hälfte der Frucht bedeckend. Blätter klein, die oberen f. ringsum zurückgerollt. Blüthenstand paroik. Fruchtstiel etwas verlängert.

2. **P. Flœrkei** W. M. (*Microbryum* Sch.).

Blätter ganzrandig, breit eilänglich u. spitz, die oberen Zellen gelblich. Frucht eiförmig, gelblich braun; Stiel gerade; Mütze gespalten. *S.*

3. **P. curvicolle** Hedw.

Blätter f. ganzrandig, die oberen eilanzettlich; die oberen Zellen röthlich. Frucht eiförmig-kugelig, röthlich; Stiel gekrümmt. *S.*

Gatt. 84. **Sphærangium** Schimp.

1. **S. muticum** (Schreb.) Sch. (*Acaulon* C. Müll., Ldb.).

Blätter ganzrandig u. f. farblos: die untersten f. rippenlos, die obersten f. eiförmig u. hohl, stumpflich; Rippe m. nicht auslaufend. Frucht orangefarbig u. kugelig, eingesenkt; Stiel sehr kurz. Vorkeim oft bleibend. Zweihäusig. *S.*

Gatt. 85. **Pleurochæte** Lindb.

1. **P. squarrosa** (Brid.) Ldb. (*Barbula* Brid.).

Rasen ziemlich hoch, gelb- o. hellgrün. Blätter sparrig, f. linear pfriemlich, oberhalb der Mitte schwach gezähnelt.

am Grunde mit einem Saume von wasserhellen Zellen; Rippe kaum auslaufend. Frucht rothbraun u. aufrecht; Zähne blassroth, etwas getrennt; Stiele m. zu mehren, oben gelb, unten roth. Zweihäusig. *S.*

Gatt. 86. **Pleurozygodon** LINDB.

1. **P. æstivus** (H.) LINDB. (*Anoectangium compactum* (SCHLEICH.) SCHWÆGR.).

Rasen unten rost- o. schwarzbraun, oben gelb- o. hellgrün, weich, m. sehr hoch u. gross. Blätter schraubenförmig um den Stengel gewunden, eilanzettlich u. m. kurzspitzig, hohl u. nicht zurückgerollt, am Rande papillös; die oberen Zellen rundlich-quadratisch; Rippe nicht auslaufend. Frucht blassbraun u. aufrecht, rundlich-elliptisch o. länglich, zul. urnenförmig u. nicht zugeschnürt, mit deutlichem Halse; Stiel ziemlich kurz u. bleich. Zweihäusig. Tracht von *Grimmia funalis* u. *Anoectangium lapponicum*.

— **brevifolius** JUR.

Rasen niedrig u. sehr dicht. Blätter eilänglich u. stumpflich, schwächer gedreht. Fruchtstiel etwas verlängert. *N.*

Gatt. 87. **Mollia** SCHRANK, LINDB.

I. Blätter mit umscheidendem, m. weisslich glänzendem Grunde. Frucht mit Zähnen. Zweihäusig.

A. Rasen starr. Blätter nicht wellig, mit zerbrechlicher Spitze; die inneren grundständigen Zellen grün u. klein; Rippe weit auslaufend.

1. **M. fragilis** (DRUM.) LDB. (*Barbula* WILS., *B. Drummondii* MITT.).

Rasen m. gelblich grün. Stengel wenig filzig, m. hoch. Blätter mit lanzettlichem Grunde u. pfriemlicher, zul. borstenförmiger Spitze. Frucht braun, kegelförmig u. f. gerade mit schiefem Deckel; Zähne mehrfach gewunden; Stiel sehr fein u. blassgelb. Männliche Blüthen f. scheibenförmig.

B. Rasen weich. Blätter m. wellig u. weich; die grundständigen Zellen schmal u. durchsichtig. Rippe wenig auslaufend.

a. Frucht mit gewundenen Zähnen. Blattgrund eilänglich.

2. **M. tortuosa** (L.) SCHRANK (*Barbula* W. M., B. E.).

Rasen m. gelblich grün, zuw. schwärzlich. Stengel m. sehr filzig u. hoch. Blattspitze pfriemlich. Frucht blassbraun, zul. braun, eilänglich o. f. stielrund; Stiel gelb o. blassroth; Zähne mehrfach gewunden.

* **M. inclinata** (HEDW. f.) KINDB. (*Barbula* SCHWÆGR.).

Rasen bräunlich, niedriger u. wenig filzig. Blätter kürzer, oben oft eingebogen. Frucht schief mit rothem Stiele.

3. **M. flavovirens** (BRUCH) LINDB. (*Trichostomum* BRUCH, B. E.).

Rasen gelblich grün. Stengel kurz, wenig filzig. Blattspitze f. linear u. ganzrandig, oben eingebogen. Blattgrund sehr durchsichtig. Frucht gelb mit rothem Munde, verschmälert länglich u. aufrecht, trocken schwachstreifig; Stiel oben gelb; Zähne schwach gewunden. *S.*

b. Frucht mit nicht gewundenen Zähnen. Blattgrund verschmälert länglich.

4. **M. tenuirostris** (H. T.) LDB. (*Didymodon cylindricus* (BRUCH) B. E.).

Rasen gelblich grün o. schwärzlich. Stengel m. ziemlich kurz, wenig filzig. Blattspitze f. linear, oben schwach gekerbt u. nicht eingebogen. Frucht bleich rostfarbig, f. stielrund u. aufrecht.

II. Blattgrund nicht umscheidend. Mundbesatz nicht gewunden, zuw. fehlend.

A. Blattrand nicht (o. nur in der obersten Spitze) eingerollt. Stengel aufrecht. Zweihäusig.

a. Blätter etwas wellig, ganzrandig, trocken kraus, die obersten weit grösser; Rippe kurz auslaufend. Stengel oben verästelt.

5. **M. brachydontia** (BRUCH) LDB. (*Trichostomum mutabile* BRUCH, B. E.).

Rasen oben hellgrün, unten bräunlich. Stengel etwas verlängert. Gipfelblätter f. sparrig, aus kurzem erweitertem Grunde gegen die f. pfriemliche, nicht eingebogene Spitze verschmälert. Frucht braun u. gerade, dick o. schmal; Schnabel (Deckel) lang o. kurz; Zähne ungleichförmig, m. kurz. *S.*

6. **M. crispula** (BRUCH) LDB. (*Trichostomum* BRUCH, B. E.).

Stengel kurz. Gipfelblätter abstehend; Spitze f. linear, trocken haubenförmig eingebogen. Frucht zuw. etwas schief, elliptisch-länglich; Schnabel lang; Zähne m. lang. Uebrigens wie vor. Art. *S.*

b. Blätter nicht wellig, wenig kraus, stumpflich, m. f. allmählig grösser (wen. auf den Sprossen); Spitze f. linear; Rippe kaum auslaufend. Frucht eiläuglich.

aa. Die Zellen des kurzen Blattgrundes schmal u. gleichförmig. Stengel m. verlängert. Rasen dicht.

7. **M. æruginosa** (SM.) LDB. (*Gymnostomum rupestre* SCHWÆGR., B. E.).

Rasen grün, unten braun. Stengel filzig. Blätter m. sehr papillös, ganzrandig. Frucht blassgelb ohne Zähne.

8. **M. verticillata** (L.) LDB. (*Eucladium* L., B. E.).

Rasen oben blaugrün, unten gelblich, oft von Kalk inkrustirt. Stengel spärlich filzig, gablig verästelt. Blätter auf der Mitte o. am Grunde papillös gezähnelt. Frucht gelblich; Zähne orangefarbig, paarenweise vereinigt. *S.*

bb. Blattgrund wenig kürzer als die Spitze, mit ungleichförmigen Zellen; Eckzellen f. quadratisch. Stengel sehr kurz. Rasen locker u. klein.

9. **M. tenuis** (SCHRAD.) LDB. (*Gyroweisia* SCH., *Gymnostomum* SCHRAD., HARTM.).

Rasen hellgrün u. spärlich filzig. Blätter f. ganzrandig, wenig papillös mit breiter stumpfer Spitze. Frucht rostbraun mit ziemlich weitem Munde; Zähne fehlend. *S.*

B. Blätter oben eingerollt; Rippe kurz auslaufend. Einhäusig (mit Ausnahme der *M. Wimmeri*).

a. Stengel kriechend mit kurzen aufrechten Ästen. Blätter schwach eingerollt.

10. **M. squarrosa** (Br. germ.) Lindb. (*Hymenostomum* Nees u. Hsch., *Gymnostomum* Wils.).

Rasen klein u. grün. Blätter klein u. sparrig, aus eiförmigem Grunde wenig verschmälert. Frucht f. elliptisch, kurzgestielt; Zähne fehlend. *S.*

b. Stengel aufrecht u. kurz.

aa. Blattspitze f. linear. Frucht mit verlängertem Stiele u. abfallendem Deckel.

11. **M. viridula** (L.) Ldb. (*Weisia* Brid.).

Blattgrund elliptisch. Frucht rothbraun, eilänglich mit weitem Munde u. schmalem Ringe; Schnabel lang; Zähne rothbraun o. bleich, zuw. undeutlich; Mütze die Hälfte der Frucht bedeckend; Stiel gelb.

12. **M. microstoma** (H.) Ldb. (*Hymenostomum* R. Br., *Gymnostomum* Hedw.).

Frucht mit engem Munde u. ziemlich kurzem Schnabel; Zähne fehlend. Uebrigens wie vor. Art. *S.*

13. **M. Wimmeri** (Sendtn.) Ldb. (*Weisia* B. E.).

Blattgrund verschmälert länglich. Frucht rothbraun, elliptisch-länglich mit weitem Munde u. breitem Ringe; Schnabel kurz; Zähne sehr kurz, unten blass, oben braun; Stiel zul. braun; Mütze die Frucht deckend. Blüthenstand zwittrig.

bb. Blattspitze f. pfriemlich. Frucht mit wenig hervorragendem Stiele; Deckel selten abfallend; Zähne fehlend. Stengel sehr kurz.

14. **M. crispa** (H.) Lindb. (*Systegium* Sch.).

Blätter aus eilänglichem o. lanzettlichem Grunde verschmälert. Frucht eingesenkt, braun u. kugelig mit kurzem Spitzchen. *S.*

15. **M. rostellata** (BRID.) LDB. (*Hymenostomum* SCH., *Astomum* B. E.).

Blätter aus wenig erweitertem Grunde f. pfriemlich; Rand f. flach. Frucht etwas hervorragend mit deutlichem Schnabel; Mütze mehr als die Hälfte der Frucht bedeckend. *S.*

Gatt. 88. **Oncophorus** BRID.

I. Blätter aus dem etwas erweitertem Grunde gegen die lange Spitze verschmälert.

A. Blätter m. f. ringsum zurückgerollt, die unteren (trocken) nicht kraus; die oberen Zellen klein. Frucht m. mit gespaltenen Zähnen.

a. Frucht gefurcht, schief u. kropftragend.

1. **O. strumifer** (EHRH.) BRID. (*Dicranum* W. M., *Cynodontium polycarpum* var. *strumiferum* SCH.)

Rasen oben m. dunkelgrün, unten bräunlich. Blätter schwach papillös; Spitze oben gezähnelt, zuw. wenig zurückgerollt. Frucht verkehrt eiförmig mit breitem Ringe; Zähne roth.

b. Frucht gefurcht u. gerade mit undeutlichem o. keinem Kropfe.

2. **O. polycarpon** (EHRH.) BRID. (*Cynodontium* SCH.)

Rasen oben m. grün, unten bräunlich. Blätter m. sehr papillös; Spitze oben gezähnelt. Frucht länglich, zul. f. stielrund; Ring einfach; Zähne m. roth.

* **O. tenellus** KINDB. (*Cynodontium* JUR.?, *C. gracilescens* var. *tenellum* SCH. p. p.).

Frucht schmäler mit feinerem Stiele; Zähne m. bleich. Blätter oft ganzrandig mit stumpflicher Spitze. *N.*

* **O. nigricans** KINDB. (*Cynodontium polycarpum* var. *tenellum* SCH. p. p.?).

Rasen oben grün o. gelblich, unten schwärzlich. Blätter schwach papillös u. ganzrandig mit stumpflicher Spitze. Frucht f. stielrund; Zähne roth. *N.*

3. **O. gracilescens** (W. M.) Ldb. (*Cynodontium* Sch.).
Rasen oben m. grün, unten bräunlich. Blätter sehr papillös; Spitze weit nach unten gezähnelt, zuw. stumpflich. Frucht länglich; Ring undeutlich; Zähne roth.

c. Frucht undeutlich gestreift u. gerade, ohne Kropf.

4. **O. alpestris** (Wahlenb.) Ldb. (*Dicranum* Wahlenb., *Cynodontium polycarpum* var. *tenellum* Sch. p. p.).

Blätter schwach papillös, ganzrandig u. ziemlich kurz, m. spitz. Frucht länglich.

B. Blätter nur am Grunde zurückgerollt, die meisten (trocken) sehr kraus u. (besonders am Rande) sehr papillös; Spitze f. ganzrandig; die oberen Zellen ziemlich klein. Frucht gerade u. eiförmig-elliptisch ohne Kropf; Zähne roth, getheilt o. schwach ausgebildet. Rasen m. polsterförmig.

5. **O. Bruntoni** (Sm.) Ldb. (*Dicranoweisia* Sch., *Cynodontium* B. E.).

Rasen oben m. hellgrün, unten bräunlich. Blätter mit eilänglichem Grunde. Frucht f. ungestreift; Zähne flüchtig o. wenig ausgebildet; Stiel m. gerade.

6. **O. cirratus** (Hsch. nach Sch.) Ldb. (*Campylopus* Hsch., *Cynodontium gracilescens* var. *inflexum* Sch.).

Rasen gelblich o. bräunlich grün, m. niedrig. Blätter mit eilanzettlichem Grunde. Frucht gestreift; Zähne gut ausgebildet; Stiel oft gebogen.

C. Blätter undeutlich o. nicht zurückgerollt, allmählig u. wenig verschmälert, kleiner als bei vor. Arten: nur die oberen kraus u. grün, die unteren m. bräunlich; Zellen etwas erweitert. Frucht klein, gerade u. f. gefurcht, f. elliptisch ohne Kropf, oft aber kurzhalsig; Zähne oft flüchtig. Rasen niedrig.

a. Blätter sehr papillös u. dunkel.

7. **O. Schisti** (Wahlenb.) Ldb. (*Cynodontium* Sch. syn., *Rhabdoweisia* B. E.).

Blätter oben spärlich gezähnelt, oft mit stumpflicher Spitze. Rasen m. hellgrün. Frucht mit allmählig verschmälerten Zähnen.

Oncophorus brevipes Lindb. M. S. ist nach Lindb. eine Form dieser Art.

b. Blätter durchsichtig, wenig papillös.

8. **O. crispatus** (Dicks.) Ldb. (*Rhabdoweisia denticulata* B. E., *Weisia* Brid., Hartm.).

Blätter oben gezähnelt, oft mit stumpflicher Spitze. Rasen m. hellgrün. Zähne (der Frucht) aus f. dreieckigem Grunde plötzlich verschmälert, oft bleibend.

9. **O. striatus** (Schrad.) Ldb. (*Rhabdoweisia fugax* B. E., *Weisia* Hedw., Hartm.)

Blätter nicht o. undeutlich gezähnelt, m. spitz. Rasen m. bräunlich. Zähne (der Frucht) aus sehr breitem u. kurzem Grunde plötzlich verschmälert, sehr flüchtig.

Gatt. 89. **Anoectangium** Hedw.

1. **A. lapponicum** H. (*Amphoridium* Sch.).

Rasen unten m. dunkelbraun o. schwärzlich, oben hellgrün. Stengel ziemlich kurz. Blätter plötzlich verschmälert, eilanzettlich langspitzig u. nicht zurückgerollt, ganzrandig, trocken schraubenförmig um den Stengel gedreht: die oberen schmäler; die oberen Zellen dunkel u. sehr papillös; Rippe etwas verkürzt. Frucht braun mit röthlichen Streifen, f. gleich lang wie der Stiel; Schnabel ziemlich kurz. Einhäusig.

2. **A. Mougeotii** (Bruch) Ldb. (*Amphoridium* Sch.).

Rasen unten m. rostfarbig o. gelblich, oben gelbgrün. Stengel hoch, fruchttragend aber ziemlich kurz. Blätter allmählig verschmälert, linear-eilanzettlich langspitzig u. unten zurückgerollt, ganzrandig, trocken schwach gedreht; Zellen ziemlich durchsichtig u. schwach papillös; Rippe f. auslaufend. Stiel doppelt länger als die etwas dicke Frucht; Schnabel verlängert. Zweihäusig.

Gatt. 90. **Zygodon** Hook. u. Tayl.

1. **Z. viridissimus** (Dicks.) Brown nach Lindb. (Brid. nach Sch.).

Rasen hellgrün. Blätter länglich eilanzettlich ganzrandig, kurz zugespitzt, unten zurückgerollt, trocken eingebogen; die

meisten Zellen rundlich. Frucht aufrecht, bräunlich u. schwachstreifig mit Hals u. pfriemlichem Schnabel. Zweihäusig.

* **Z. rupestris** Lindb.

Rasen braun o. oben dunkelgrün, unten mit rothbraunem Filze. Blätter f. linear-lanzettlich, oben papillös gekerbt, stachelspitzig, trocken kraus gedreht. *S.*

2. **Z. Stirtoni** Sch., Ldb. M. S. (*Z. aristatus* Ldb.).

Rasen wenig filzig. Blätter verschmälert eilanzettlich, am Rande papillös gekerbt; Rippe weit auslaufend. *S.*

Gatt. 91. Barbula Hedw., Ldb. M. S.

I. Frucht kugelig o. verkehrt eiförmig, kürzer als der Schnabel; Zähne fehlend.

1. **B. curvirostris** (Ehrh.) Ldb. (*Gymnostomum* H., Sch.).

Rasen dicht u. sehr filzig, oben grünlich u. braungrün, unten entfärbt u. m. gelblich braun, trocken starr. Stengel sehr ästig u. oft hoch. Blätter m. f. linear, stumpflich o. spitz, m. lang, zuw. ziemlich kurz, schwach papillös, oben oft schwach gekerbt, flach o. schwach zurückgerollt, mit durchsichtigem hohlem, nicht scheidigem Grunde u. gekielter Spitze, feucht abstehend, trocken f. gerade; Rippe etwas verkürzt. Frucht rothbraun; Säulchen mit häutigen Anhängseln versehen, den aufgehobenen Deckel lange tragend; Stiel oben gelb. Zweihäusig.

II. Frucht länglich-cylindrisch, länger als der Schnabel u. mit Zähnen versehen.

A. Blätter aus dem erweiterten Grunde lang zugespitzt u. pfriemlich spitz, eilanzettlich, ganzrandig u. nicht umscheidend. Zweihäusig.

a. Blätter (wen. die oberen) durch die auslaufende Rippe stachelspitzig, ringsum zurückgerollt.

2. **B. icmadophila** B. E.

Rasen locker, dunkelgrün o. unten schwarzbraun, zuw. hoch. Blätter aus f. eiförmigem Grunde plötzlich zugespitzt,

f. aufrecht o. wenig abstehend; Zellen hellgrün u. nicht papillös. Frucht braun; Zähne lang, zweifach gedreht. *N.*

3. **B. Hornschuchii** SCHULTZ.

Rasen dicht, bräunlich o. schmutzig grün, niedrig. Blätter kurz eilanzettlich, f. allmählig zugespitzt, trocken etwas kraus, feucht abstehend; Zellen undeutlich papillös. Frucht braun; Zähne lang, zwei- o. dreifach gedreht; Stiel oben gelb. Innere Perikätialblätter flachrandig. *S.*

b. Blätter mit nicht o. undeutlich auslaufender Rippe, allmählig zugespitzt feucht m. sparrig.

aa. Frucht mit nicht gedrehten Zähnen. Rasen dicht. Blattspitze oft stumpflich.

4. **B. rigidula** (H.) SCH. (*B. rigidula* var. *densa* SCH. syn., *Trichostomum rigidulum* SM., HARTM.)

Rasen m. bräunlich. Blätter ringsum zurückgerollt, m. dunkel u. deutlich papillös, trocken wenig gedreht; Rippe m. gelblich. Frucht mit rothen Zähnen. Perikätialblätter nicht umfassend.

* **B. Zetterstedtii** (SCH.) KINDB. (*Didymodon* SCH.).

Blätter braungrün, grösser u. spitz mit brauner Rippe. Frucht unbekannt. Perikätialblätter halb umfassend. *S.*

bb. Frucht mit gedrehten Zähnen. Rasen locker. Blätter spitz.

5. **B. fallax** HEDW.

Rasen schmutzig grün, zuw. rostbraun. Blätter ringsum zurückgerollt, m. durchsichtig u. schwach papillös, m. schmal, trocken zuw. gekräuselt. Perikätialblätter halb umfassend. Frucht m. lang u. f. cylindrisch; Zähne roth, mehrfach gedreht.

— **brevifolia** BRID., SCH. syn. (*Barbula* BRID.).

Blätter kürzer, m. wenig gedreht, oft rothbraun. Frucht klein u. kurz; Zähne kurz, schwächer gedreht. *S.*

6. **B. cylindrica** (TAYL.) SCHIMP.

Rasen oben m. grün. Blätter m. nur unten zurückgerollt, sehr papillös u. schmal, trocken m. sehr kraus. Perikätialblätter nicht umfassend. Frucht m. lang u. f. cylindrisch; Zähne bleich, einfach gedreht. *S.*

— **vinealis** BRID. (*Barbula* BRID., SCH.).

Rasen rostbraun. Blätter wenig kraus. Frucht m. kurz. *S.*

7. **B. reflexa** BRID., LDB. (*B. recurvifolia* SCH.).

Rasen m. rothbraun, zuw. schwarzbraun. Blätter nur unterhalb der Mitte zurückgerollt, sehr papillös, breit eilanzettlich, trocken f. angedrückt, feucht bogig gekrümmt. Frucht cylindrisch; Zähne roth, mehrfach gedreht. *S.*

B. Blätter f. linear o. verlängert eiförmig mit kurzer o. breiter Spitze.

a. Blätter zul. feuerroth, die oberen etwas umscheidend, zuw. mit kurzem Haarspitzchen. Blüthenstand zwittrig o. vielehig.

8. **B. rubella** (HOFFM. nach LDB., ROTH nach SCH.) MITT. (*Didymodon* B. E., *Weisia curvirostra* BRID.).

Rasen dicht, anfangs oben grün. Die oberen Blätter aus dem f. eilänglichem Grunde gegen die f. lineare u. stumpfliche m. ganzrandige Spitze ein wenig verschmälert, sehr papillös, auch oberhalb der Mitte zurückgerollt, abstehend, trocken gekräuselt; Rippe nicht auslaufend. Frucht rothbraun, m. länglich mit verlängertem Schnabel; Zähne hellroth o. bleich, kurz u. nicht gedreht; Ring breit.

* **B. alpigena** (VENT.) KINDB. (*Didymodon* VENT., *D. rubellus* var. *dentatus* SCH.).

Blätter breiter, f. allmählig verschmälert, in der obersten Spitze mit einigen groben Zähnen versehen. Frucht lang u. cylindrisch mit stumpflichem o. kurzgespitztem Deckel. *N.*

b. Blätter grünlich, nicht umscheidend, ganzrandig. Zweihäusig.

aa. Blattrippe schwach, m. verkürzt, bei den inneren umscheidenden Perikätialblättern undeutlich. Fruchtstiel gelb.

9. **B. convoluta** HEDW.

Rasen dicht, oben gelblich grün. Blätter sehr papillös, nicht o. nur am Grunde zurückgerollt, m. linear-lanzettlich, spitz o. stumpflich, abstehend, trocken oft kraus; die unteren Zellen grün. Frucht mit rothen, mehrfach gedrehten Zähnen.

bb. Blattrippe vollständig (auch bei den Perikätialblättern); Fruchtstiel wen. zul. roth.

aaa. Blätter etwas kraus, nur unten zurückgerollt. Frucht mit mehrfach gedrehten Zähnen.

10. **B. unguiculata** (HUDS. nach LDB., DILL. nach SCH.) HEDW.

Rasen dicht o. locker, m. grün. Blätter papillös, linear-lanzettlich, m. stumpf mit auslaufender Rippe; die unteren Zellen farblos. Fruchtstiel anfangs gelb, zul. hellroth.

bbb. Blätter wenig o. nicht kraus, ringsum o. wen. oben zurückgerollt. Frucht mit kaum gedrehten Zähnen.

11. **B. lurida** (HSCH.) LDB. (*Didymodon* HSCH., SCH.).

Rasen locker, braungrün u. niedrig. Blätter wenig papillös, die oberen verlängert eiförmig u. wenig spitz, zuw. stumpflich; Zellen ziemlich gross u. kurz, sehr dickwandig u. nicht wasserhell; Rippe nicht auslaufend. Frucht rostbraun; Ring schmal. Tracht von *Ceratodon purpureus*, der doch grössere Blattzellen hat. *S.*

12. **B. brevifolia** (DICKS.) LDB. (*Trichostomum tophaceum* BRID., SCH.).

Rasen dicht u. sehr filzig, grünlich o. braun u. niedrig, unten oft von Kalk inkrustirt. Blätter papillös, die oberen eilänglich o. kurzlanzettlich u. stumpf; die oberen Zellen gross u. durchsichtig, die untersten verschmälert rechteckig; Rippe nicht auslaufend. Frucht rothbraun ohne Ring; Zähne zuw. blassroth o. bleich. *S.*

13. **B. rufa** (LOR.) KINDB. (*Didymodon* SCH.).

Rasen dicht u. ziemlich hoch, dunkelroth o. rothbraun. Blätter papillös, aus sehr breitem Grunde verlängert eiförmig u. spitz; die oberen Zellen klein u. dunkel, die untersten ziemlich schmal u. anfangs hellgelb; Rippe roth, ein wenig auslaufend. Frucht unbekannt. Tracht von *Barbula rigidula*. doch kräftiger mit grösseren Blättern. *N.*

14. **B. obtusula** LINDB. (*Tortula revoluta* HARTM.).

Rasen dicht, gelblich grün u. niedrig. Blätter schwach papillös: die oberen eilänglich u. stumpflich, feucht bogig gekrümmt; Rippe auslaufend. Frucht rothbraun mit doppeltem Ringe; Stiel oben gelb. *S.*

Barbula Blyttii SCH. hat sehr schmale pfriemliche, unten zurückgerollte, nicht papillöse Blätter mit nicht auslaufender Rippe; Früchte sind unbekannnt. Weder LINDB. noch der Verf. haben Exemplare dieser Art gesehen.

Barbula vaginata LINDB. (aus Schweden) ist mir nicht bekannt.

Gatt. 92. **Ceratodon** BRID.

1. **C. purpureus** (L.) BRID.

Rasen m. bräunlich o. braungrün, oft dicht. Blätter eilanzettlich zugespitzt, oben am Rande der Spitze gezähnelt und da nicht zurückgerollt, trocken m. etwas gedreht, feucht abstehend; Rippe nicht auslaufend. Frucht rothbraun, m. f. länglich, zul. gekrümmt u. geneigt; Schnabel kurz o. fehlend; Zähne hochroth, blassrandig u. papillös; Ring sehr breit; Stiel rothbraun. Perikätialblätter stumpflich u. umfassend. Zweihäusig.

Die Blattzellen sind meist grösser als bei den *Barbula*-arten u. schwach papillös, etwas durchsichtig, doch verdickt.

2. **C. conicus** (HAMPE) LDB. (*C. purpureus* var. *conicus* MILDE, HARTM.).

Blätter schmäler, ringsum zurückgerollt; Rippe rothbraun, weit auslaufend. Frucht aufrecht; Stiel blassroth; Zähne rothgelb. Uebrigens wie vor. Art. *S.*

Fam. 21. BARTRAMIACEÆ (LINDB.).

Gatt. 93. **Breutelia** SCHIMP.

1. **B. chrysocoma** (DICKS.) LDB. (*B. arcuata* SCH., *Bartramia* B. E.)

Rasen hoch u. dicht, oben gelblich grün o. goldglänzend, unten bräunlich mit reichlichem rothbraunem Filze. Die oben sitzenden Äste quirlförmig gestellt. Blätter sparrig, aus dem f. abgerundeten Grunde gegen die ziemlich breite, pfriemliche u. weit nach unten gezähnelte Spitze verschmälert. Frucht orangefarbig, hängend; Deckel mit Wärzchen; äussere Zähne schwarzbraun, trocken eingebogen. Zweihäusig. *N.*

Gatt. 94. **Mnium** DILL., LINDB.

1. **M. androgynum** L. (*Aulacomnium* SCHW., B. E.).

Rasen dicht u. oben hellgrün, unten mit ziemlich reichlichem rostfarbigem Filze. Äste oben nackt, in der Spitze Pseudopodien[1]) tragend. Blätter zurückgerollt, verschmälert eilanzettlich, allmählig gegen die stumpfliche Spitze zulaufend, oben gezähnelt; Rippe lang, nicht aber auslaufend. Frucht rothbraun mit spitzem Deckel; äussere Zähne blassgelb. Zweihäusig. *S.*

Gatt. 95. **Sphærocephalus** NECK., LINDB.

1. **S. palustris** (L.) LINDB. (*Aulacomnium* SCHWÆGR., SCH.).

Rasen oben m. gelbgrün, unten mit reichlichem rostfarbigem Filze. Äste oft mit Pseudopodien. Blätter verschmälert eilanzettlich, allmählig zulaufend u. m. pfriemlich kurzspitzig, zuw. stumpf, undeutlich gestreift, oben wenig gezähnelt; Rippe ziemlich lang, oben aufgelöst. Frucht rothbraun; Deckel mit Spitzchen; äussere Zähne gelb. Zweihäusig.

2. **S. turgidus** (WAHLENB.) LDB. (*Aulacomnium* SCHW., SCH.).

Rasen oben blassgrün, unten blassgelb o. hellbraun, locker u. f. ohne Wurzelfilz. Äste sehr dick, ohne Pseudopodien. Blätter eilänglich, wenig verschmälert u. stumpf, hohl u. ganz-

---

[1]) D. h. kugelige Brutknospen.

randig. Frucht braun; Deckel mit Wärzchen. Uebrigens wie vor. Art.

Gatt. 96. **Timmia** Hedw.

1. **T. austriaca** Hedw.

Rasen oben gelblich grün, unten rostfarbig o. bräunlich, oft sehr hoch. Blätter gezähnelt, f. gleichförmig, verschmälert lanzettlich u. lang zugespitzt; die Zellen der Scheide roth o. rothgelb, die übrigen ziemlich durchsichtig; Rippe oben gezähnelt. Frucht zul. braun, eilänglich; Deckel mit Wärzchen; äussere Zähne gelb, innere bleich ohne Anhängsel. Zweihäusig.

2. **T. bavarica** Hessl. (*T. megapolitana* Sch.).

Rasen grün, unten bräunlich. Blätter zuw. nur oben gezähnelt, f. gleichförmig, linear-lanzettlich u. lang zugespitzt; die Zellen der Scheide f. wasserhell o. hellgelb, die oberen wenig durchsichtig; Rippe glatt. Frucht dunkelbraun, f. länglich; Deckel m. ohne Wärzchen; äussere Zähne gelb, innere bleich mit zahnförmigen Anhängseln. Einhäusig.

3. **T. norvegica** Zett.

Rasen oben gelb- o. hellgrün, unten m. grün, ziemlich locker. Blätter oben mehr als unten dicht gezähnelt, die unteren kurz zugespitzt, die oberen länger mit langer Spitze, f. linear: die Zellen der kurzen Scheide theils röthlich (m. bei den unteren Blättern), theils gelb, die übrigen nur bei den oberen Blättern durchsichtig; Rippe glatt. Zweihäusig.

Gatt. 97. **Paludella** Brid.

1. **P. squarrosa** (L.) Brid.

Rasen sehr filzig, m. dicht, oben hellgrün, unten rostfarbig o. schwärzlich. Blattgrund gleich lang, doch nicht so breit, wie die zurückgerollte, f. eiförmige, spitze u. gezähnelte Spitze; Rippe nicht auslaufend. Frucht rostfarbig braun; Deckel mit Wärzchen; äussere Zähne blassgelb, gleich lang wie die inneren. Zweihäusig.

Gatt. 98. **Bartramia** Hedw.

I. Blätter papillös, weit nach unten gezähnelt, aufrecht o. abstehend, nicht o. nur unten zurückgerollt.

A. Blätter mit umscheidendem, m. weissglänzendem Grunde u. zul. borstenförmiger Spitze; Rippe weit auslaufend.

1. **B. ithyphylla** Brid.

Rasen hell- o. blaugrün. Blätter nicht zurückgerollt, trocken f. aufrecht; Rippe breit, den grössten Theil der Spitze erfüllend. Frucht (trocken) f. länglich; Stiel f. gerade; äussere Zähne rothbraun, (feucht) wagerecht eingebogen. Blüthenstand zwittrig.

— **breviseta** Lindb. (*Bartramia* Ldb.).

Blattgrund wenig glänzend. Frucht mit sehr kurzem Stiele u. schlecht entwickelten Zähnen.

2. **B. norvegica** (Gunn.) Ldb. (*B. Halleri* H., Sch.).

Rasen oben grün, unten m. braun mit reichlichem rothbraunem Filze. Blätter unten zurückgerollt, trocken etwas gedreht; Rippe nur den kleineren Theil der Spitze erfüllend. Frucht kugelig; Stiele gekrümmt, unterhalb der langen Sprossen ausgehend; äussere Zähne dunkelbraun u. eingebogen. Einhäusig.

B. Blätter nicht o. undeutlich umscheidend; Rippe zuw. kurz auslaufend.

3. **B. crispa** Sw. (*B. pomiformis* H. Sch.).

Rasen oben m. gelb o. blaugrün, unten hellbraun u. sehr filzig. Blätter unten zurückgerollt, m. mit pfriemlicher Spitze, trocken m. kraus gedreht; Rippe (bei den oberen Blättern) oben gezähnelt. Frucht kugelig, zuw. kurzgestielt; äussere Zähne rothbraun, feucht kegelförmig zusammenstehend. Blüthenstand m. einhäusig.

— **nigrescens** Kindb.

Blätter weit nach oben zurückgerollt, die oberen grün u. wenig kraus, die unteren schwarz. *S.*

— **heteromalla** (BRID.) C. MÜLL. (*B. Normani* C. HARTM.).

Blätter sichelförmig gekrümmt mit längerer, zul. borstenförmiger Spitze, f. zur Mitte zurückgerollt; Rippe weit auslaufend. Blüthenstand (nach HARTM.) zuw. zwittrig. *N.*

II. Blätter nicht papillös, nur oben gezähnelt, bogig gekrümmt, f. ringsum zurückgerollt, nicht o. undeutlich umscheidend; Rippe kaum auslaufend.

4. **B. Oederi** (GUNN.) SW.

Rasen rostfarbig o. oben dunkelgrün, oft spärlich filzig. Blätter verschmälert eilanzettlich, pfriemlich zugespitzt; Rippe oben gezähnelt. Frucht kugelig, zul. eilänglich u. nickend. zuw. klein; äussere Zähne rothbraun; Stiel verlängert. Blüthenstand zwittrig.

Gatt. 99. **Philonotis** BRID.

A. Perigonialblätter spitz, deutlich gerippt. Stengel- u. Sprossenblätter ziemlich durchsichtig, wenig papillös, scharf gesägt, spitz, f. gleichförmig u. m. ungestreift. Frucht mit kurzen o. undeutlichen Cilien. Zweihäusig (wie die übrigen Arten).

1. **Ph. calcarea** SCH. (*Bartramia* B. E.).

Rasen bräunlich o. hellgrün, m. sehr filzig. Blätter gross, breit eilanzettlich, m. langspitzig u. gebogen. Perigonialblätter verlängert eiförmig u. spitz. Frucht ziemlich gross.

P. marchica (WILLD.) SCH., die noch nicht bei uns gefunden ist, hat folgende Merkmale:

Rasen hellgrün, spärlich filzig. Blätter kleiner, verschmälert eilanzettlich, langspitzig u. m. f. gerade. Perigonialblätter plötzlich u. pfriemlich zugespitzt. Frucht klein.

B. Die inneren Perigonialblätter stumpf u. f. eiförmig, undeutlich gerippt. Blätter stumpflich gekerbt (mit stumpfen Zähnen).

2. **Ph. fontana** (L.) BRID., (*Bartramia* BRID., B. E.).

Rasen m. blau- o. gelbgrün, zuw. bräunlich o. grün. Blätter m. unten gestreift, dunkel u. sehr papillös, trocken m. starr. Die unteren Stengelblätter breit eilanzettlich kurzspitzig, zuw. gebogen; die Sprossenblätter schmäler u. spitzer. Frucht m. gross.

— **latifolia** Kindb. (*Didymodon mollis* Sch.?).

Blätter grün, gross u. breit eilanzettlich, sehr weich. *S.*

— **capillaris** Lindb.

Blätter locker gestellt, gleichförmig, pfriemlich lanzettlich. klein u. schmal; Rippe weit auslaufend. *S.*

— **seriata** Mitt. (*Ph. seriata* Mitt., Ldb.).

Blätter trocken starr u. reihenförmig gestellt: die der Sprossen etwas durchsichtig, eiförmig u. stumpflich.

* **Ph. angustifolia** Kindb. (*Ph. fontana* var. *compacta* Sch.?).

Rasen rein hellgrün u. hoch. Blätter klein, ungestreift, durchsichtig u. wenig papillös, verschmälert eilanzettlich u. wenig gebogen, trocken weich; die meisten langspitzig, nur die der männlichen Pflanzen kurzspitzig. Frucht ziemlich klein. Tracht von *Ph. marchica*.

Gatt. 100. **Webera** Ehrh., Ldb.

1. **W. sessilis** (Schmid.) Lindb. (*Diphyscium foliosum* Mohr. B. E.)

Stengel sehr kurz. Rasen oft dicht, dunkelgrün o. rothbraun. Blätter schmal zungenförmig mit nicht auslaufender Rippe, trocken kraus. Perikätialblätter gelblich braun, eilanzettlich, f. borstenförmig, mit auslaufender Rippe. Frucht grüngelb mit kegelförmigem spitzem Deckel; äusserer Mundbesatz sehr kurz, unten blassgelb, oben braunroth.

Fam. 22. BUXBAUMIACEÆ (Schimp.) Lindb.

Gatt. 101. **Buxbaumia** Hall.

1. **B. aphylla** L.

Blätter m. breit eilänglich, gezähnelt o. haarähnlich geschlitzt. Frucht f. elliptisch, ringsum gesäumt, oben f. flach, unten rothbraun, mit bleibender Oberhaut; äusserer Mundbesatz einreihig, bleich u. wenig entwickelt; Stiel lang, papillös.

2. **B. viridis** Brid. (*B. indusiata* Brid., Sch.).

Blätter wie bei vor. Art. Frucht eilänglich, undeutlich gesäumt, bauchig, grüngelb, mit zul. abgelöster Oberhaut; äusserer Mundbesatz vierreihig u. hellroth; Stiel nur doppelt länger als die Frucht, papillös. *S.*

Uebersicht der europäischen Familien und Gattungen.

BRYINEÆ.

A. Bryineæ pleurocarpæ.

I. Neckeraceæ.

1. Pterygophyllum.
2. Neckera.
3. Porotrichum.
Hookeria.

II. Hedwigiaceæ.

4. Hedwigia.

III. Pseudoleskeaceæ.

5. Pseudoleskea.
6. Helicodontium.
7. Thedenia.
8. Habrodon.
9. Entodon.
10. Climacium.
11. Isothecium.
Anisodon.

IV. Leskeaceæ.

12. Heterocladium.
13. Myurella.
14. Thuidium.
15. Anomodon.
16. Leskea.
Leptodon.
Cryphæa.

V. Pterogoniaceæ.

17. Pterogonium.
18. Rigodium.
19. Lesquereuxia.
Fabbronia.
Daltonia.
Anacamptodon.

VI. Hypnaceæ.

20. Fissidens.
21. Antitrichia.
22. Rhytidium.
23. Hypnum.
24. Hylocomium.
25. Orthothecium.
26. Plagiothecium.
27. Amblystegium.

VII. Fontinalaceæ.

28. Fontinalis.
29. Dichelyma.

B. Bryineæ acrocarpæ.

VIII. Polytrichaceæ.

30. Polytrichum.
31. Oligotrichum.
32. Catharinea.

IX. Schistostegaceæ.

33. Schistostega.

X. Schistophyllaceæ.

34. Schistophyllum.

XI. Bryaceæ.

35. Cinclidium.
36. Astrophyllum.

37. Bryum.
38. Plagiobryum.
39. Argyrobryum.
40. Funaria.
41. Amblyodon.
42. Pyramidula.
43. Gymnostomum.
44. Physcomitrella.
45. Ephemerum.
45. Discelium.

XII. Splachnaceæ.

47. Splachnum.
48. Tetraplodon.
49. Tayloria.
50. Oedipodium.
Voitia.

XIII. Georgiaceæ.

51. Georgia.

XIV. Meeseaceæ.

52. Meesea.
53. Catoscopium.

XV. Dicranaceæ.

54. Leucobryum.
55. Campylopus.
56. Dicranum.
57. Blindia.
58. Oreas.
59. Swartzia.
60. Trematodon.
61. Dicranella.
62. Ångstrœmia.
63. Seligeria.
64. Anisothecium.
65. Ditrichum.
66. Cynodontium.
67. Sælania.
68 Bruchia.
69. Pleuridium.
70. Archidium.
Stableria.
Atractyclocarpus.
Brachydontium.
Campylostelium.

XVI. Grimmiaceæ.

71. Grimmia.
72. Cinclidotus.

XVII. Andræaceæ.

73. Andræa.

XVIII. Orthotrichaceæ.

74. Orthotrichum.
75. Coscinodon.
76. Glyphomitrium.

XIX. Leersiaceæ.

77. Leersia.
Scopelophila.

XX. Tortulaceæ.

78. Dicranoweisia.
79. Dichodontium.
80. Conostomum.
81. Tortula.
82. Aloina.
83. Phascum.
84. Sphærangium.
85. Pleurochæte.
86. Pleurozygodon.
87. Mollia.
88. Oncophorus.
89. Anoectangium.
90. Zygodon.
91. Barbula.
92. Ceratodon.
Geheebia.

XXI. Bartramiaceæ.

93. Breutelia.
94. Mnium.
95. Sphærocephalus.
96. Timmia.
97. Paludella.
98. Bartramia.
99. Philonotis.
100. Webera.

XXII. Buxbaumiaceæ.

101. Buxbaumia.

Das System des Prof. S. O. LINDBERG (in Musci Scand.).

MUSCI VERI.

A. Acrocarpi.

I. Polytrichaceæ.

1. Polytrichum.
2. Oligotrichum.
3. Catharinea.

II. Buxbaumiaceæ.

4. Buxbaumia.

III. Georgiaceæ.

5. Georgia.

IV. Schistophyllaceæ.

6. Schistophyllum.

V. Mniaceæ.

7. Cinclidium.
8. Astrophyllum.
9. Timmia.
10. Mnium.
11. Sphærocephalus.

VI. Meeseaceæ.

12. Paludella.
13. Meesea.

VII. Bartramiaceæ.

14. Catoscopium.
15. Breutelia.
16. Philonotis.
17. Bartramia.
18. Conostomum.

VIII. Bryaceæ.

19. Bryum.
20. Plagiobryum.
21. Pohlia.
22. Leptobryum.
23. Oreas.

IX. Schistostegaceæ.

24. Schistostega.

X. Funariaceæ.

25. Funaria.
26. Pyramidula.
27. Gymnostomum.
28. Physcomitrella.
29. Amblyodon.
30. Discelium.

XI. Splachnaceæ.

31. Splachnum.
32. Tetraplodon.
33. Tayloria.

XII. Oedipodiaceæ.

34. Oedipodium.

XIII. Weberaceæ.

35. Webera.

XIV. Tortulaceæ.

36. Leersia.
37. Tortula.
38. Phascum.
39. Acaulon.
40. Pleurochæte.

41. Mollia.
42. Barbula.
43. Ephemerum.
44. Sekra.

XV. Dicranaceæ.

45. Leucobryum.
46. Dicranum.
47. Dicranoweissia.
48. Campylopus.
49. Didymodon.
50. Blindia.
51. Seligeria.
52. Anisothecium.
53. Dicranella.
54. Aongstrœmia.
55. Trematodon.
56. Bruchia.
57. Swartzia.
58. Ditrichum.
59. Pleuridium.
60. Archidium.
61. Dichodontium.
62. Oncophorus.
63. Ceratodon.
64. Sælania.

XVI. Grimmiaceæ.

65. Weissia.
66. Dorcadion.
67. Zygodon.
68. Pleurozygodon.
69. Anoectangium.
70. Glyphomitrium.
71. Coscinodon.
72. Grimmia.

XVII. Andreæaceæ.

73. Andreæa.

B. Pleurocarpi.

XVIII. Hypnaceæ.

74. Thyidium.
75. Leskea.
76. Anomodon.
77. Amblystegium.
78. Hypnum.
79. Lesquereuxia.
80. Isothecium.
81. Pterogonium.
82. Pterygynandum.
83. Helicodontium.
84. Habrodon.

XIX. Stereodontaceæ.

85. Myurella.
86. Heterocladium.
87. Hylocomium.
88. Campylium.
89. Ctenidium.
90. Ptilium.
91. Stereodon.
92. Isopterygium.
93. Plagiothecium.
94. Acrocladium.
95. Entodon.

XX. Pterygophyllaceæ.

96. Pterygophyllum.

XXI. Neckeraceæ.

97. Porotrichum.
98. Homalia.
99. Neckera.
100. Climacium.
101. Dichelyma.
102. Fontinalis.
103. Antitrichia.
104. Fissidens.
105. Hedwigia.

Nachrede.

Die in dieser Abhandlung beschriebenen Moosarten sind ungefähr 600. Uebrigens kommen in Europa, nach meiner Auffassung der Arten, noch gegen 300 vor.

Es ist mir zuletzt eine angenehme Pflicht die geehrten Bryologen und Freunde, die mich in meinen Moosstudien unterstützt haben, mit herzlichster Dankbarkeit zu erwähnen, nämlich: D:r E. Adlerz, Prof. S. Berggren, Apotheker A. Geheeb in Geisa, D:r E. Haglund, Apotheker C. O. Hamnström, D:r S. Hardin, D:r R. Hartman, Herrn T. Husnot in Frankreich, Generaldirektor D:r M. Huss, Pfarrer C. Kaurin und D:r F. Kiær in Norwegen, Prof. S. O. Lindberg, D:r C. J. L. Lönnberg, D:r P. Olsson, Prof. W. P. Schimper, D:r G. Venturi in Trient, Lehrer C. Warnstorf in Preussen, Prof. V. Wittrock, D:r J. E. Zetterstedt.

Synonymen-Register.

Die *cursiv* gedruckten Artennamen sind von LINDBERG in M. Scand., die übrigen von SCHIMPER in Synops. Muscor. ed. 2 benutzt.

Register der Gattungen.

UNDERSÖKNING MED RHEOTOM

ÖFVER

DEN GALVANISKA POLARISATIONENS FÖRSVINNANDE

I ETT POLARISATIONSKÄRL, HVARS PLATTOR ÄRO FÖRBUNDNA GENOM EN METALLISK LEDNING.

AF

SVANTE ARRHENIUS.

MED EN TAFLA.

MEDDELADT DEN 11 OKTOBER 1882.

STOCKHOLM, 1883.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Nedanstående försök äro föranledda af en afhandling af BERNSTEIN öfver samma ämne[1]). Å ena sidan uppmanar nämde författare i slutet af sitt arbete till fortsättning deraf, å andra sidan äro, tyckes det, dels för få och dels allt för föga samstämmande undersökningar af honom för handen, för att de deraf vunna resultaten skulle vara satta utom allt tvifvel. Dessutom, att döma af de vidt skilda (ungefär 41 %) fem värden, ur hvilka han tager ett medeltal till »Abgleitungsconstant» [2]) för den af honom undersökta vätskan (utspädd svafvelsyra), synes det vara möjligt att åtskilliga faktorer, som på förberörda fenomen kunna utöfva inflytande, af honom lemnats obeaktade. Af dessa grunder har jag försökt att, med användning i hufvudsak af BERNSTEINS' förfaringssätt, på ren experimentel väg finna de antydda faktorerna.

Använda instrument.

1) *Rheotomen.* Det vigtigaste af instrumenten är, såsom ofvan antydts, den af BERNSTEIN uppfunna differentialrheotomen[3]). Det exemplar, som jag begagnat, skiljer sig något från det af honom beskrifna, hvarför en kort öfversigt af dess konstruktion torde vara nödig. Instrumentet, som är förfärdigadt af Herr SÖRENSEN i Stockholm, består af en cirkelrund ebonitskifva (fig. 1), som efter linjen *ab* är delad i två horizontalplan *A* och *B*, hvaraf det senare ligger ungefär 6 millimeter djupare än det förra. Medels ett par skrufvar *v* och *w*, som äro insatta i två af flera hål, inborrade på lika afstånd från ebonitskifvans kant, äro på planet *B* fästa bockarne *h* och *i*, i hvilka mikrometer-

---

[1]) BERNSTEIN: POGGENDORFF'S Annalen der Physik und Chemie. Band 155. Sid. 177—211. (1876.)

[2]) Definitionen på »Abgleichungsconstant» se nedan sid. 18 och loco citato s. 209.

[3]) Beskrifven i POGGENDORFF'S Ann. d. Phys. u. Ch. Bd. 142 s. 54 (1871) och Bd. 155 s. 177—185 äfvensom i WIEDEMANN'S Galvanismus II. § 804. Andra uppl. (1874.)

skrufven *s* löper. Denna skruf (*s*) drifver vid sin vridning fram en ränna *C*, fyld med qvicksilfver, så att *C* alltid står parallelt med *h* och *i*. I *A* äro vidare ingräfda två rännor *D* och *E*, hvilka äro cirkelbågar med samma medelpunkt, som ebonitskifvan. Dessa rännor kunna med ett par parallelipipediska proppar *f* och *g* afstängas hvar som helst, hvarefter partierna (i figuren) till höger om propparne fyllas med qvicksilfver. Alla hittills omnämda delar (utom skrufvarne) äro förfärdigade af ebonit, och alla partier (utom sjelfva planet *B*) ha sina öfre ytor i samma plan som *A*. Genom ebonitskifvans medelpunkt är stucken en axel af koppar *O* vinkelrätt mot skifvan. Axeln är cylindrisk och består af en nedre tjockare del och en öfre tunnare. På det horizontela gränsplanet mellan dessa delar hvilar ebonitplattan *T*, som på sin undersida i punkterna *p*, *q* och *r* är försedd med spetsar af koppar, hvilka precis räcka ned till planet *A*. Spetsarne *q* och *r* äro förbundna med en kopparbygel och spetsen *p* på samma sätt med ett lager af messing, som glider kring axeln *O* och på det ofvannämda gränsplanet. I rännorna *D*, *E* och *C* äro underifrån instuckna koppartrådarne *l*, *m* och *n*, koppartråden *k* står i förening med axeln *O*. Kring *O* ligger vidare ett litet drefhjul af ebonit, som med ett snöre är förenadt med vefhjulet *J*, hvilket drifves för hand med vefstaken *x*. I hjulet *J:s* kant är fastsatt en pigg *y*, som en gång för hvarje omvridning af *J* slår emot fjedern *z*. Denna senare inrättning är afsedd att slå i takt med en metronoms knäppar, hvarigenom man kan noggrannt bestämma plattan *T:s* vinkelhastighet. Sättes nu plattan *T* i rörelse, så komma trådarne *l* och *m* att vara förbundna, medan *q* och *r* glida öfver de qvicksilfverfylda delarne af *D* och *E* och på samma sätt rännan *C* med axeln *O*, medan spetsen *p* rör sig öfver rännan *C:s* qvicksilfver.

2) *Galvanometern*, också förfärdigad af Herr Sörensen i Stockholm, var ytterst känslig. Den innehöll två rullar, som alltid användes satta vid sidan af hvarandra. Afläsningen skedde på vanligt sätt med spegel och skala, indelad i millimeter och placerad på en tub på afståndet 1,670 mm. från spegeln. Alltid aflästes det första utslaget, som för konstant dämpning är proportionelt mot det definitiva utslaget, på hvilket nålen stannar. Nu var visserligen ej alltid dämpningen konstant, men utslagens förändring genom denna ringa variation hos dämpningen var alltid så liten, att den för försöken kunde negligeras. Korrektionerna, som egentligen borde göras, för att få de aflösta skal-

delarne förvandlade i bågar voro också[1]) så små, att de utan störande inverkan på resultatens giltighet kunde lemnas ur räkningen.

3) *Polarisationskärlet* (voltametern) var en vanlig glasbägare, sådan som begagnas i de kemiska laboratorierna. Deri nedsänktes två plattor, hvilka före hvarje försök rengjordes medels smergling, sedan försök att rengöra dem (särskildt platinaplattorna) medels glödgning i lysgas för glasblåsarlampa visat sig oändamålsenligt, förmodligen på grund af förbränningsgasernas occlusion i plattorna, eller kanske ännu troligare på grund af den enorma förändring i kapacitet (yta), som plattorna lida vid operationen[2]). Plattorna voro af olika metaller, dock hafva i de här omnämda försöken endast platina- och koppar-plattor kommit i användning. Sedermera påfyldes olika vätskor, tills de stego till bestämd höjd på plattorna. Plattornas afstånd reglerades genom ett arrangement, som nedan skall beskrifvas. När ej annat särskildt nämnes, har plattornas afstånd varit 7 millimeter och den i vätska nedsänkta ytan af plattan på hvardera sidan 1,000 qvadratmillimeter.

4) *Elektricitetskällan* var en på vinden befintlig stapel om ett till tre BUNSEN'S element, hvilkas vätskor för att hålla sig konstanta, voro koncentrerad zinksulfatslösning och ej allt för kraftig salpetersyra, hvilken senare understundom förnyades. Särskilda försök med tangentbussol visade, att stapelns elektromotoriska kraft höll sig nära nog konstant, då deremot dess motstånd småningom ändrade sig.

5) *Motstånd* af olika slag förekommo, nemligen a) fyra motståndsrullar från RUHMKORFF i Paris, som voro resp. 2,152, 1,080, 543,2 och 257.9 ohmader, här nedan betecknade såsom motståndet u. b) ohmadetalonger (i en »resistance box») från ELLIOT BROTHERS i London från 10,000 till 1 ohm, använda i det motstånd, som betecknas med t (allt i fig. 2). *c*) en brygga framför galvanometern om 67 ohmader, betecknad med v och d) tre stycken rheostater af mässingstråd af ett motstånd om 3 ohm pr metre, försedda med flyttbara skrufkontakter. Dessa rheostater ha användts i de nedan nämda mostånden r, s och t.

Sedan en längre tid användts för att finna de perturberande orsaker, som till en början vållade mycket ojemna och följaktligen odugliga utslag, afhjelptes dessa så vidt möjligt:

---

[1]) Enligt F. KOHLRAUSCH: Leitfaden der praktischen Physik. (1878.)
[2]) Se RENÉ BLONDLOT: Recherches expérimentales sur la capacité de polarisation voltaïque. Sid. 44. (Paris 1881.)

a) genom att betydligt belasta hjulet J, för att få stort tröghetsmoment hos detta och sålunda jemn vefhastighet. För detta ändamål lades ungefär 6 kilogram blyplattor ofvanpå J;

b) genom att uppskära rännan C till ungefär $2^1/_2$ millimeters bredd och (i vanliga fall) till ungefär samma längd minska rännorna D och E genom propparnes f och g förflyttning. Likaså uppskuros rännorna D och E nertill till inemot 4 mm:s bredd. Endast på detta sätt visade det sig möjligt att under experimentets gång behålla en skarpt begränsad qvicksilfvermenisk med konstant nivå, hvilket likväl dessutom fordrade

c) användande af rent qvicksilfver och, att kopparspetsarne p, q och r efter BERNSTEINS anvisning voro skarpslipade i tangentiel riktning. Eljes nedtrycktes eller afslogos en del af menisken, så att den oupphörligt ändrade form eller storlek;

d) genom att smörja axeln O och lagret deromkring med grafit, så att jemn och säker kontakt der erhölls utan allt för stor friktion;

e) genom voltameterplattornas rengöring såsom ofvan beskrifvits och derigenom, att plattorna fingo stå en god stund (vanligen flera timmar) i vätskan innan försöken gjordes, under hvilken tid det äfven visade sig förmånligt att polarisera och depolarisera dem.

Försökens anordning.

Undersökningen företogs, såsom sagdt i väsentlig likhet med BERNSTEINS, och dess gång förtydligas af schemat å fig. 2. Mellan trådknutarne K och K_1 löpa fyra grenar, hvaraf:

a) grenen 1 innehåller ett motstånd (rheostaten r), elektricitetskällan (B), tråden l, ledande till rheotomrännan E, som stundtals är förbunden med rännan D, och slutligen tråden m, som förbinder rännan D med K_1;

b) grenen 2 innehåller endast motståndet s;

c) grenen 3 leder till Pohlska gyrotropen χ, så till polarisationskärlet Y, vidare öfver variabla motståndet t till K_1. Gyrotropen tjenar till grenen 3:s hastiga in- eller utlösande i strömbanan.

d) Grenen 4 består af motståndet u, den känsliga galvanometern G med bryggan v, som kan inlösas i och utkastas ur ledningen genom qvicksilfverkoppen ϑ, och som äfven medels magneten M tjenar till att hastigt återföra galvanometernålen till sitt jemvigtsläge efter hvarje observation, vidare ledning till

qvicksilfverrännan C, som tidtals är i kontakt med O, hvarifrån q leder till K_1.

Medels detta arrangement bestämdes på följande sätt:

a) Elektromotoriska kraften i grenen 3 (= potentialdifferensen mellan K och K_1). Om vi beteckna de respektive grenarnes ledningsmotstånd med r, s, t i de tre första grenarne, och den fjerde innehåller motstånden u, G (galvanometerns motstånd), och bryggans motstånd är v, så är tydligen den åsyftade potentialdifferensen, när grenarne 3 och 4 äro öppna och B elektricitetskällans elektromotoriska kraft:

$$P = \frac{s}{r + s} \cdot B$$

Denna qvantitet P måste för hvarje nytt försök bestämmas, och detta skulle kunna ske medels tangentbussol, men detta vore allt för omständligt, hvarför jag användt följande metod. Grenen 3 utlöstes, och l förbands med m genom en kort koppartråd. Vefvas nu T omkring med tillräckligt stor och konstant hastighet, så kommer C att förbindas med O tillräckligt många gånger under ett galvanometerutslags tidsförlopp (ungefär 32 sek.), för att man skall kunna räkna med summan af de stötar galvanometern erhåller såsom med en konstant ström, oberoende af den absoluta vefhastigheten [1]). Induktionsströmmar komma visserligen att ega rum så väl i galvanometern G som i bryggan v, men dessa komma att nära nog jemna ut hvarandra och äro i alla händelser af allt för ringa betydenhet för att märkbart inverka på utslaget (enligt en särskild undersökning). Definitiva utslaget blir således $\left(\text{om } g = u + \frac{1}{\frac{1}{G} + \frac{1}{v}}\right)$

$$I = k \frac{B \frac{s}{s + g} \cdot \frac{v}{v + G}}{r + \frac{1}{\frac{1}{s} + \frac{1}{g}}}$$

Då i förevarande fall $g > u$ och $u = 2{,}152$ ohmader, men deremot s vanligen är 8,2 ohm och stundom mindre, så kan $\frac{1}{g}$ negligeras vid sidan af $\frac{1}{s}$, och så erhålles:

$$I = kB \frac{s}{s + g} \cdot \frac{v}{v + G} \cdot \frac{1}{r + s} \qquad (1).$$

---

[1]) Enligt ett citat af CROVA Ann. de Chimie & de Physique, Tom 68 (1863) först påpekadt af POUILLET.

Nu äro vidare g, v och G konstanta vid dylika försök, och då g enligt föregående är så ofantligt mycket större än s, kan $g + s$ också sägas vara konstant. Kalla vi nu $k \cdot \frac{v}{v + G} \cdot \frac{1}{s + g}$ för k_1 och införa värdet på P enligt eqvation (1), så blir eqvationen:

$$I = k_1 B \frac{s}{r + s} = k_1 P$$

Då konstanten k och följaktligen också k_1 är beroende af qvicksilfverrännans C bredd, så gäller ofvanstående deduktion endast, ifall denna håller sig konstant, och om I ej varierar, kan man deraf sluta sig till, att rännan ej varierar. Derför gjordes en särskild undersökning öfver detta förhållande, och det visade sig, att utslagen ej varierade mer än 2 procent i hvarje försök; vid nya påfyllningar af qvicksilfver, som stundom fordrades, men aldrig skedde under fortlöpande serie, kunde variationen stiga till 5 à 6 procent. P fans på experimentel väg vara $\frac{1}{100} I$, hvilken siffra alltid anförts såsom elektromotorisk kraft i grenen 3.

I de följande undersökningarna är grenen 3 också sluten, och i detta fall är naturligtvis potentialskilnaden mellan K och K_1 en helt annan qvantitet än den ofvan beräknade i de första tidsmomenten. Men plattorna i voltametern Y polariseras genom den ström, som går genom grenen 3 och nå ett slutligt tillstånd, sådant, att polarisationens elektromotoriska kraft blifver lika med potentialskilnaden i fråga. Vid detta sluttillstånd är det likgiltigt om grenen 3 är sluten eller ej, hvarför ofvanstående beräkning då är fullt exakt. Detta sluttillstånd nås ytterligt snart, så att ofvanstående beräkningssätt för polarisationens elektromotoriska kraft vid grenens 1 öppnande är fullt auktoriseradt af flera äldre författare och senast af Blondlot i hans anförda arbete. Att emellertid sluttillståndet stundom ej varit uppnådt, framgår tydligen af flera försök (sidd. 11 och följ.), då stora motstånd användts i grenen 3: men i de definitiva försöken öfver depolarisationskoefficienten torde dock på grund af de ringa förekommande motstånden med tillräckligt stor approximation ofvanstående få anses för riktigt (jemför sidd. 17 och 18). I alla händelser har ofvanstående potentialdifferens anförts under rubriken »elektromotorisk kraft» för att gifva en ledning för omdömet öfver de omständigheter, under hvilka försöken äro utförda.

b) den punkt, på hvilken rännan C måste befinna sig, för att galvanometerledningen (grenen 4) skulle slutas i samma ögonblick, som grenen 1 öppnas (nollpunkten). Denna punkt afläses på mikrometerskrufvens s hufvud och en under C på ebonitplattan graverad skala. Grenen 3 utlöses. Är då grenen 4 någon aldrig så kort tid sluten på samma gång som grenen 1, fås ett utslag på galvanometern. Nollpunkten kan sålunda bestämmas med huru stor noggrannhet som helst.

c) Genom att sluta grenarne 3 och 4 kunde man före hvarje försök öfvertyga sig om, att de båda voltameterplattorna voro lika och ej gåfvo någon ström, annat än efter förutgången polarisation.

För korthetens skull har jag i det följande användt beteckningen *polariserande ström* för den ström, som, orsakad af stapeln B, eger rum i grenarne (1, 2 och) 3, och hvilkens ändamål är att polarisera voltametern Y:s plattor, och beteckningen *depolariserande ström* för den ström, som, åstadkommen af polarisationen på Y:s plattor, förlöper i grenarne 2, 3 (och 4) samt afläses af galvanometern G. Den polariserande strömmen försiggår, så länge spetsarne q och r (fig. 1) glida öfver D:s och E:s qvicksilfver. Den öfriga tiden utgjuter sig den depolariserande strömmen genom grenen 2 och genom grenen 4, när denna är sluten. Denna tid har, utom i några få fall, visat sig tillräcklig att alldeles uttömma polarisationen, så att, om skifvan T sättes i rotation med den hastighet, som af mig användts, plattorna äro i sitt ursprungliga skick för hvarje gång, spetsarne q och r doppa i rännornas D och E qvicksilfver. Fälles gyrotropen χ derför ned, så att grenen 3 är sluten, och sättes T i rotation, så får man ett visst utslag, när rännan C befinner sig i nollpunkten [1]), hvilket utslag på grund af polarisationens aftagande med tiden (dels spontant och dels genom urladdning i grenen 2) allt mer och mer minskas, när C framskjutes. Det är detta aftagande jag i det följande skall söka närmare utreda.

Innan jag likväl meddelar dessa undersökningar, skall jag först framlägga några öfver rheotomens arbetssätt, emedan det endast så blir möjligt att uppskatta de förras betydelse. I de

[1]) I sjelfva verket har aldrig den egentliga nollpunkten begagnats såsom utgångspunkt, emedan den något varierar, hvarigenom en del af den polariserande strömmen kan gå genom galvanometerledningen och sålunda betydligt perturbera utslagen, hvarför mikrometerskrufven alltid framvridits ett litet stycke (vanl. 0,3 hvarf) och från denna punkt såsom nollpunkt ha skaldelarne räknats.

nu följande undersökningarna äro endast begynnelse-utslag använda d. v. s. utslag af galvanometern då rännan C står på nollpunkten, hvarvid motståndet t varierats äfvensom elektromotoriska kraften hos den polarisande strömmen (= potentialskilnaden mellan K och K_1).[1]) Med beteckningen vefhastighet 1 förstås, att hjulet J kringvridits en gång i sekunden, med vefhastighet 10, att detta skett 10 gånger i sek. o. s. v. De saltlösningar, som stå öfver hvarje tabell angifna, hafva befunnits uti voltametern Y. I de 7 kolumnerna i hvarje tabell förekomma rubrikerna 1) motståndet $s + t$ i den depolariserande strömmens bana räknadt i ohmader, der s i hvarje serie varit konstant och t varierats, 2) det på galvanometern observerade utslaget, 3) ett beräknadt utslag. Beräkningen skedde med den förutsättning (efter BERNSTEIN) att polarisationens elektromotoriska kraft är konstant, så snart den polariserande strömmens elektromotoriska kraft är konstant och att den förra elektromotoriska kraften håller sig konstant det tidsmoment ($\frac{1}{70}$ à $\frac{1}{700}$ sek. ungefär), som strömmen passerar genom galvanometern. Kallas denna elektromotoriska kraft e, så är utslaget (u), då e är konstant:

$$u = \frac{e}{s + t} \text{ konst.}^{2)}, \quad \frac{u_1}{u_2} = \frac{(s+t)_2}{(s+t)_1} \text{ och } \frac{u_1}{u_n} = \frac{(s+t)_n}{(s+t)_1},$$

der motsvariga utslag och motstånd ha samma index. Sätter man så det beräknade första utslaget $(u_{\text{ber}})_1 = (u_{\text{obs}})_1$, motsvarande observerade första utslag, kan man ur detta enligt ofvanstående formel beräkna de öfriga $(u_{\text{ber}})_n$. Vidare förekomma 4) log u_{obs}, logarithmen för det observerade utslaget 5) log u_{ber}, logarithmen för det beräknade utslaget 6) Diff log $u_{\text{obs}} = \log \frac{u_n}{u_{n+1}}$ i det observerade systemet och 7) Diff log $u_{\text{ber}} = \log \frac{(u_{\text{ber}})_n}{(u_{\text{ber}})_{n+1}}$. Vi meddela här 6 tabeller:

---

[1]) Med »elektromotorisk kraft» förstås i det följande, när ej annat angifves, denna potentialskilnad (i rubriker).

[2]) Egentligen har man här i stället för motståndet s att sätta $\frac{1}{\frac{1}{s} + \frac{1}{g}}$, hvilket dock (jfr sid. 7) på grund af $g:s$ ofantliga storlek i jemförelse med s kan sättas lika med s, då man får $u = \frac{e}{s+t}$ konst.

A. Utspädd *NaCl* mellan *Pt*-plattor. Elektromotorisk kraft 0,9 BUNSEN, vefhastighet 1.

$s + t$ i ohm.	$u_{obs.}$	$u_{ber.}$	log $u_{obs.}$	log $u_{ber.}$	Diff. log $u_{obs.}$	Diff. log $u_{ber.}$
9	431,2	431,2	2,6347	2,6347		
					0,0669	0,1919
14	369,7	277,2	2,5678	2,4428		
					0,0804	0,1301
19	307,2	204,3	2,4874	2,3127		
					0,0822	0,1862
29	254,2	133,8	2,4052	2,1265		
					0,2694	0,3083
59	136,7	65,8	2,1358	1,8182		
					0,2567	0,2667
109	75,7	35,6	1,8791	1,5515		
					0,3672	0,2820
209	32,5	18,6	1,5119	1,2695		
					0,631	0,389
509	7,6	7,6	0,880	0,880		
					0,52	0,29
1,009	2,3	3,8	0,36	0,59		

B. Utspädd Na_2SO_4 mellan *Pt*-plattor. Elektromotorisk kraft 2,54 BUNSEN. Vefhastighet 1.

$s + t$ i ohm.	$u_{obs.}$	$u_{ber.}$	log $u_{obs.}$	log $u_{ber.}$	Diff. log $u_{obs.}$	Diff. log $u_{ber.}$
8,2	1730	1730	3,2382	3,2382		
					0,0442	0,2068
13,2	1564	1075	3,1940	3,0314		
					0,1605	0,1395
18,2	1080,2	779,6	3,0335	2,8919		
					0,2278	0,1901
28,2	639,3	503,3	2,8057	2,7018		
					0,3800	0,3147
58,2	266,5	243,9	2,4257	2,3871		
					0,3520	0,2693
108,2	118,5	131,2	2,0737	2,1178		
					0,4254	0,2843
208,2	44,5	68,0	1,6484	1,8335		
					0,5877	0,3875
508,2	11,5	27,9	1,0607	1,4460		
					0,50	0,2975
1008,2	3,6	14,1	0,56	1,1485		
					0,39	0,2993
2008,2	1,5	7,1	0,17	0,8492		
					0,67	0,3989
5008,2	0,3	2,8	0,5—1	0,4523		

C. Nära koncentrerad $ZnSO_4$ mellan *Pt*-plattor. Elektromotorisk kraft 0,928 BUNSEN, vefhastighet 1.

$s + t$ i ohm.	$u_{obs.}$	$u_{ber.}$	log $u_{obs.}$	log $u_{ber.}$	Diff. log $u_{obs.}$	Diff. log $u_{ber.}$
8,2	276,0	276,0	2,4408	2,4408		
					0,0566	0,2068
13,2	242,1	171,4	2,3842	2,2340		
					0,0444	0,1395
18,2	218,7	124,3	2,3398	2,0945		
					0,0809	0,1901
28,2	181,5	80,2	2,2589	1,9044		
					0,1672	0,3147
58,2	123,5	38,9	2,0917	1,5897		
					0,2213	0,2693
108,2	74,2	20,9	1,8704	1,3204		
					0,3022	0,2843
208,2	37,0	10,8	1,5682	1,0361		
					0,4890	0,3875
508,2	12,0	4,4	1,0792	0,6486		
					0,6478	0,2975
1008,2	2,7	2,25	0,4314	0,3511		

D. Nästan koncentrerad $ZnSO_4$ mellan *Pt*-plattor. Elektromotorisk kraft 0,287 BUNSEN. Vefhastighet 10.

$s + t$ i ohm.	$u_{obs.}$	$u_{ber.}$	log $u_{obs.}$	log $u_{ber.}$	Diff. log $u_{obs.}$	Diff. log $u_{ber.}$
8,2	161,1	161,1	2,2071	2,2071		
					0,0992	0,2068
13,2	128,2	100,0	2,1079	2,0003		
					0,1083	0,1395
18,2	99,9	72,6	1,9996	1,8608		
					0,1774	0,1901
28,2	66,4	46,8	1,8222	1,6707		
					0,4157	0,3147
58,2	25,5	22,7	1,4065	1,3560		
					0,4927	0,2693
108,2	8.2	12,2	0,9138	1,0867		
					0,7377	0,2843
208,2	1,5	6,3	0,1761	0,8024		

E. Nästan koncentrerad $ZnSO_4$ mellan Pt-plattor. Elektromotorisk kraft 0,963 Bunsen. Vefhastighet 10.

$s + t$ i ohm.	$u_{obs.}$	$u_{ber.}$	log $u_{obs.}$	log $u_{ber.}$	Diff. log $u_{obs.}$	Diff. log $u_{ber.}$
8,2	1084	1084	3,0349	3,0349		
					0,2339	0,2068
13,2	632,5	673,2	2,8010	2,8281		
					0,1925	0,1395
18,2	407,0	488,1	2,6095	2,6886		
					0,3106	0,1901
28,2	199,0	315,2	2,2989	2,4985		
					0,4544	0,3147
58,2	69,9	152,6	1,8445	2,1838		
					0,4180	0,2693
108,2	26,7	82,1	1,4265	1,9145		
					0,4870	0,2843
208,2	8,7	42,7	0,9395	1,6302		
					1,25	0,3875
508,2	0,5	17,5	0,69—1	1,2427		

F. Nästan koncentrerad $ZnSO_4$ mellan Pt-plattor. Elektromotorisk kraft 2,14 Bunsen. Vefhastighet 10.

$s + t$ i ohm.	$u_{obs.}$	$u_{ber.}$	log $u_{obs.}$	log $u_{ber.}$	Diff. log $u_{obs.}$	Diff. log $u_{ber.}$
8,2	1968	1968	3,2941	3,2941		
					0,2321	0,2068
13,2	1154	1223	3,0620	3,0873		
					0,2063	0,1395
18,2	717,0	887,0	2,8557	2,9478		
					0,2381	0,1901
28,2	414,6	572,5	2,6176	2,7577		
					0,5214	0,3147
58,2	124,8	277,4	2,0962	2,4430		
					0,4204	0,2693
108,2	47,4	149,2	1,6758	2,1737		
					0,4855	0,2843
208,2	15,5	77,5	1,1903	1,8894		

Jag meddelar här också några utslag för varierande plattyta och motstånd.

G. Zinksulfat mellan platinaplattor. Elektromotorisk kraft 0,89 Bunsen. Vefhastighet 10.

	$s + t = 8,2$ ohm.	$s + t = 58,2$ ohm.
Plattyta 1,000 □mm. utslag	321,5.	78,9.
» 462 » »	187,5.	86,9.

Plattyta	215 □mm. utslag..........	240,2.	88,0.
»	100 » »	131,0.	70,4.

Ehuru följande observation står i ett temligen löst sammanhang med det föregående, meddelar jag den dock, emedan den är af förberedande art och till en början syntes mig oförklarlig.

H. s är konstant och t varieradt, u betyder begynnelseutslag:

$t =$ 0 0,4 0,8 1,2 2,0 ohmader

$u =$ 30 34 39 29 26 skaldelar.

För förklaringen af dessa till utseendet besynnerliga resultat får jag påpeka den anmärkning, som gjorts i noten till sidan 9. OHM's lag har i detta arbete ansetts som en orubblig regel, [1]) hvarför jag ej velat tillgripa den af några begagnade utvägen att förklara densamma ej vara giltig i slika fall. Tabellerna A, B, C, D, E och F visa allesammans att förhållandet mellan två konsekutiva utslag $\frac{u_n}{u_{n+1}}$ alls icke är detsamma, som beräknats skola ega rum. Det återstår ingen annan möjlighet än, att de grunder, på hvilka beräkningen blifvit gjord, äro oriktiga; resultaten äro nämligen allt för tydliga, för att på något sätt kunna anses felaktiga. De förutsättningar åter, som lågo till grund för beräkningen voro:

1) att den depolariserande strömmens elektromotoriska kraft endast är en funktion af den polariserande strömmens elektromotoriska kraft;

2) att den depolariserande strömmens elektromotoriska kraft bibehåller sig konstant den lilla stund, under hvilken galvanometerledningen är sluten.

En jemförelse mellan siffrorna i sjette och sjunde kolumnen af föregående tabeller visar, att i allmänhet (Tabb. A, B, C, D) är den förra kolumnens tal till en början betydligt lägre än den senares; i tabb. E och F visar deremot redan från början sjette kolumnens siffra en ringa öfvervigt. Längre ned i de sex serierna finna vi deremot att Diff log u_{obs} betydligt växer öfver Diff log u_{ber} och detta i alla serierna. Det ligger derför nära

---

[1]) KOHLRAUSCH och NIPPOLDT, POGGENDORFF's Ann, Bd. 138 (1869), KOHLRAUSCH dersammastädes Bd. 148 (1873) och Jubelband (1874) äfvensom COLLEY, WIEDEMANN's Annalen Bd. 7 (1879) hafva satt Ohmska lagens giltighet utom allt tvifvel äfven för strömmar af betydligt kortare varaktighet än dem, hvilka här kommit i fråga. HERWIG har (WIED. Ann. Bd. 2 1877) gått ut från en åsigt, som ej antar OHM's lags giltighet för elektrolyter, men i ett senare arbete (WIED. Ann. Bd. 6 1879) af honom finnas resultat, som nästan nödga till Ohmska lagens antagande, ehuru H. ej tyckes anse det.

till hands att antaga, att det parti, för hvilket Diff log u_{obs} borde vara mindre än Diff log u_{ber}, ligger ofvanför (i tabb. E och F) det område som undersökts, det vill säga vid mindre motstånd än 8,2 ohmader. Om man söker i ord uttrycka siffrornas i föregående tabell variationer, så torde detta kunna ske på följande sätt: Diff log u_{obs} växer från noll (oberoende af diff log u_{ber}) för små motstånd till en öfre gräns af den art, att diff log u_{obs} är dubbelt så stor som diff log u_{ber}. På föregående serier synes det som om diff log u_{obs} skulle (i sista raden) stundom gå ännu högre än till denna gräns, men de ytterligt små utslagen (0,5, 1,5) som nästan ej äro större än försöksfelen, göra, att en slutsats i denna riktning skulle vara förhastad.

Se vi nu efter, hvilkenderas af hypotheserna 1 och 2 oriktighet bäst förklarar detta förhållande, så finna vi, att för stora motstånd hypothesen 2 approximativt eger rum (jemför nedan sidan 22). Derför blir det nödvändigt att låta hypothes 1 falla, men naturligtvis endast för stora mostånd. Vi skola söka en ersättning för den fallna hypothesen ur de gifna förhållandena. För stora motstånd är:

Diff log u_{obs} = 2 Diff log u_{ber} eller med andra uttryck

$$\log\left(\frac{u_n}{u_{n+1}}\right)_{obs} = 2 \log\left(\frac{u_n}{u_{n+1}}\right)_{ber}$$

$$\left(\frac{u_n}{u_{n+1}}\right)_{obs} = \left(\frac{u_n}{u_{n+1}}\right)^2_{ber}$$

Men enligt ofvanstående (sid. 10) är

$$\left(\frac{u_n}{u_{n+1}}\right)_{ber} = \frac{(s+t)_{n+1}}{(s+t)_n}$$

och, då hypothes 2 gäller:

$$\left(\frac{u_n}{u_{n+1}}\right)_{obs} = \frac{e_n}{(s+t)_n} : \frac{e_{n+1}}{(s+t)_{n+1}}$$

(der e är den depolarisande strömmens elektromotoriska kraft).

Således få vi:

$$\frac{e_n}{e_{n+1}} \cdot \frac{(s+t)_{n+1}}{(s+t)_n} = \left(\frac{u_n}{u_{n+1}}\right)^2_{ber} = \frac{(s+t)^2_{n+1}}{(s+t)^2_n}$$

och slutligen

$$\frac{e_n}{e_{n+1}} = \frac{(s+t)_{n+1}}{(s+t)_n} = \frac{t_{n+1}}{t_n}$$

(eftersom s är försvinnande litet mot t) eller uttryckt i ord:

Vid mycket stora motstånd i den polariserande strömmens bana är efter kort och konstant slutningstid den elektromotoriska

kraften hos de polariserade voltameterplattorna omvändt proportionel mot motståndet.

Till denna slutsats skulle man också kunna komma från följande observation af HERWIG:[1]) »Vid mycket stora motstånd i en strömbana, som innehåller en elektromotorisk kraft och en polarisationscell, är strömstyrkan konstant i de första mätbara ögonblicken» hvilket endast betyder, att polarisationens elektromotoriska kraft i dessa ögonblick är ojemförligt mycket mindre än den polariserande stapelns, då deremot HERWIGS slutsats på anförda ställe är fullkomligt ogrundad.[2]) Jemför man dermed VARLEYS[3]) och KOHLRAUSCHS[4]) med stöd af BECQUERELS[5]) och egna undersökningar beriktigade sats att »polarisationens elektromotoriska kraft (vid sitt första uppväxande) är proportionel mot den elektricitetsmängd, som frambragt polarisationen», så får man (enl. HERWIG) $I = \frac{E}{r}$ i de första ögonblicken, der I, E och r ha vanlig betydelse, och således $\int_0^\vartheta I dt = I\vartheta = \frac{E}{r}\vartheta$ (då ju I är konstant) d. v. s. den på voltameterplattorna hopade elektriciteten är omvändt proportionel mot r, och följaktligen är polarisationens elektromotoriska kraft omvändt proportionel mot motståndet i den polariserande strömmens bana. Dessa båda satser äro för öfrigt nära nog axiomatiska åtminstone den första. Den andra kan också uttryckas så: Polarisationens elektromotoriska kraft är en funktion af den elektricitetsmängd, som flutit till de polariserade plattorna, hvilken funktion är noll, då elektricitetsmängden är noll, och som i nollpunkten har en ändlig och bestämd derivata, som icke har värdet noll. Uttryckt i denna form lyser satsens egenskap att vara axiomatisk genast i ögonen, och det kan derför icke gerna vara något tvifvel om riktigheten af den sats, som härflyter ur dessa båda, och som ofvan påpekats.

För tabellernas början gäller deremot alls icke hypothes 2 (skäl derför se sid. 22), men troligen tillnärmelsevis hypothes 1,

---

[1]) HERWIG, WIEDEMANNS Annalen Bd. 6 sid. 317—320 (1879).

[2]) HERWIG säger nämligen (loco citato s. 321), att hans observation att I är konstant häntyder derpå, att polarisationen i de första ögonblicken är konstant (förmodligen 0?), hvilket strider mot VARLEYS och KOHLRAUSCHS nedanstående sats. Att polarisationsfunktionens derivata i nollpunkten har ett ändligt värde, framgår för öfrigt af BLONDLOTS undersökningar (l. c. sid. 32).

[3]) VARLEY, Philosophical Transactions Tom 61 (1871).

[4]) KOHLRAUSCH, Poggendorffs Annalen Bd. 148 (1873) och Jubelband (1874).

[5]) BECQUEREL, Comptes Rendus Tom 22 p. 381 (1846).

i synnerhet vid liten vefhastighet och låg elektromotorisk kraft, det förra, emedan då den polariserande strömmen har lång tid att verka, och det senare, emedan i detta fall plattornas kapacitet är så ringa, att endast en obetydlig elektricitetsmängd behöfver strömma till för att få polarisationens elektromotoriska kraft att växa till sitt i hvarje fall gifna maximum (= den polariserande strömmens elektromotoriska kraft).[1])

Således för ringa vefhastighet och liten elektromotorisk kraft kommer vid ringa motstånd i den polariserande strömmens bana voltameterns laddning (= den till voltameterplattorna flutna elektricitetmängden) att endast bero af den elektromotoriska kraften hos den polariserande strömmen. Nu förhåller sig voltametern alldeles som en laddflaska i det afseende, att (nära nog) hela den elektricitetmängd, som laddat voltameterplattorna, kan återfinnas genom metallisk förbindning af voltameterplattorna. (Detta är styrkt af CROVA[2]) m. fl. utan någon motsägelse.) Är denna förbindning af ringa motstånd, åtgår en kort tid för urladdningen (åtminstone dess hufvudsakliga del). Existerar förbindningen längre tid, än som åtgår för denna del af urladdningen, så kan tydligen förbindningens motstånd till en viss grad ökas, utan att urladdningsmängden i någon betydligare mån minskas. Följaktligen kommer i dessa fall galvanometerutslaget att vara nära nog oberoende af motståndet i ledningen, hvarpå också början af serierna *A*, *B*, *C* och *D* peka. I serierna *E* och *F* är deremot vefhastigheten för stor och elektromotoriska kraften likaså, så att någon tendens till närmande af denna gräns för Diff log u_{obs} ej visar sig. Men man kan lätt inse, att vid ännu mindre motstånd än de i försöken här förekommande, bör en sådan tendens förefinnas.

Med ledning af det nyss sagda blir det ej svårt att förklara serien *G*. Plattor af mindre yta ha nemligen mindre kapacitet, än de, som hafva större yta. Derför polariseras en mindre yta af en kortvarig ström med stort motstånd i strömbanan af ett gifvet batteri starkare än en större yta (enligt HERWIGS ofvanskrifna sats vid mycket stora motstånd omvändt proportionelt mot kapaciteten). Derför kan under sådana gynsamma omständigheter $\int_0^{\vartheta} \frac{e}{r} dt$ för den mindre plattan bli större än för den

---

[1]) VARLEY, loco citato sid. 133 och BLONDLOT loco citato sid. 26.

[2]) CROVA, Annales de Chimie & de Physique. Tom. 68, sid. 450. (1863)

större plattan, hvilket faktiskt eger rum i tab. G vid 58,2 ohmader. Deremot inträffar detta aldrig vid ringa motstånd (såsom i tab. G vid 8,2 ohmader[1]) eller vid liten vefhastighet, hvarpå många exempel i det följande finnas. Likaså duger det för ett visst gifvet motstånd endast att minska plattorna till en viss gräns, emedan ju eljes den till plattorna flutna elektricitetsmängden blir allt för liten.

Förklaringen till det ytterst abnorma förhållandet (till utseendet) i tab. H måste jag lemna tills vidare (se sid. 28). Endast så mycket må i förväg nämnas, som att detta fenomen beror på, att nollpunkten ej tillräckligt strängt iakttagits.

Jag återgår nu till undersökningar, analoga med BERNSTEINS och erinrar om det på sidan 9 vunna resultatet, att vid konstant vridning af plattan T med arrangementet lika det å fig. 2, galvanometerutslaget minskas allt mer och mer, ju längre rännan C aflägsnas från sin nollpunkt. Dervid vrides rännan fram ett mikrometerskrufhvarf för hvarje gång, och på detta sätt får man succesiva utslag för de olika ställningarna af C. Om C vridits fram ett hvarf (delstreck), så kommer grenen 4:s slutningstid $\frac{1}{429}$ sek. efter, sedan grenen 1 öppnats, för läget 2 är tidsdifferensen $\frac{2}{429}$ sek. o. s. v., allt, om hjulet J vrides kring en gång i sekunden. Såsom exempel på en sådan serie anföra vi den följande, som, då den är hemtad ur de förberedande arbetena, är föga noggrann, men ändock kan tjena att gifva ett begrepp om saken. (Dylika serier finnas hos BERNSTEIN):

mikrometer-hvarf......	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14
galvanometer-utslag (u_n)	158,2	136,9	116,2	99,3	87,2	75,8	65,8	56,7	50,9	44,2	40,8	35,6	29,4	23,0
Logarithmiska differenser	063	071	068	056	061	062	065	047	061	035	059	042	051	

Den sista raden är uträknad på det sätt, att, om utslagen förses med sina respektive indices, de logarithmiska differenserna äro $\log \frac{u_0}{u_1} \ldots \log \frac{u_n}{u_{n+1}}$. Det är denna logarithm, BERNSTEIN kallar för »Abgleichungsconstant», hvilken beteckning jag har ersatt med depolarisationskoefficient, dels derför att man ej vet, hvad som kan menas med Abgleichung, dels derför att det icke är någon konstant (utan en variabel som vanligtvis hastigt aftar med tiden) och dels, derför att detta uttryck Abgleichungscon-

[1]) De två siffrorna 321.5 och 187,5 på sid. 13 böra nemligen korrigeras till resp. 941 och 548 för att blifva jemförbara med de öfriga siffrorna i tab. G.

stant alls ej är vedertaget (så begagnar MAXWELL uttrycket »modulus of the time of dissipation»). Orsaken, hvarför BERNSTEIN valt denna logarithm, är följande: Han antar strömstyrkan I i ett visst ögonblick vara proportionel mot polarisationens p aftagande och sätter

$$I = -k\frac{\delta p}{\delta t} = \frac{p}{r} \therefore \log_e p = A - \frac{t}{kr} \quad (1) \quad (t = \text{tid},\ r = \text{motstånd})$$

Häraf följer:

$$\log_e \frac{p_0}{p_t} = + \frac{t}{kr} \therefore \log \frac{p_0}{p_t} = k_1 \frac{t}{r} = k_2 t \quad (2)$$

Det är oriktigt att sätta $I = -k\frac{\delta p}{\delta t}$, om ej k får vara variabel (och proportionel mot den ögonblickliga kapaciteten, som är en funktion af p), och derför blir också resultatet oriktigt. Emellertid, då kapaciteten såsom funktion af polarisationens elektromotoriska kraft är okänd, har jag alltid jemfört värdena af depolarisationskoefficienten, då denne bättre än andra qvantiteter åskådliggör förloppet, och dess betydelse är lätt att fatta. Såsom depolarisationskoefficient har jag tagit värdet $\log \frac{u_0}{u_1}$, som är störst af dylika värden. BERNSTEIN har nu funnit, att depolarisationskoefficienten är desto mindre, ju starkare den ursprungliga polarisationen har varit, äfvensom att denna koefficient »mit annähernder Genauigkeit» är omvändt proportionel mot motståndet i den depolariserande strömmens bana. Emellertid kunna andra orsaker inverka på depolarisationskoefficientens storlek, såsom de polariserade plattornas yta, den polariserande strömmens slutningstid, plattornas olika afstånd i voltametern, vätskornas kemiska natur (påpekadt af BERNSTEIN) och koncentration, voltameterplattornas kemiska natur, vätskans temperatur och äfven den tid, plattorna varit neddoppade i vätskan. För att så vidt möjligt undvika alla dessa perturberande orsaker, ha ofvan nämda (sidd. 5 och 6) försigtighetsmått vidtagits, äfvensom motståndet [1]) alltid, utom i fall, der särskildt derom nämnts, varit 10 ohmader, och temperaturen vid försöken har varit rumstemperatur om 18° C., högst obetydligt variabel.

Innan de följande försöken meddelas, är det nödvändigt att se, hur depolarisationskoefficienten varierar med vefhastigheten. Är vefhastigheten 1, så skrufvas C fram 1 hvarf, sedan observation vid nollpunkten blifvit gjord, för att göra en ny observation o. s. v. Är deremot vefhastigheten n, måste C fram-

[1]) Med »motstånd» betecknas här nedan motståndet i grenarne 2 och 3, då ej annat angifves (i rubriker).

skrufvas n hvarf, för att depolarisationskoefficienten skall få samma betydelse. δ betyder i det följande antalet hvarf, som C framskjutes före hvarje observation, och u äro de funna utslagen. På detta sätt få vi följande:

Tabell öfver depolarisationskoefficientens variation med vefhastigheten.

A. Elektromotorisk kraft, 0,28 Bunsen.		vefhast. $n=1$ u	diff log u	$n=2$		$n=5$		$n=10$	
	$\delta=0$	39,7		85,5		119,7		164,0	
			0,3043		0,5055		0,6819		0,9668
	n	19,7		26,7		24,9		17,7	
			0,1453		0,2835		0,4094		0,4846
	$2n$	14,1		13,9		9,7		5,8	

B. Elektromotorisk kraft, 0,96 Bunsen.		$n=2$		$n=5$		$n=7,5$		$n=10$	
	$\delta=0$	163		246,0		264,6		287,0	
			0,3672		0,4666		0,5914		0,6697
	n	88,1		84,0		67,8		61,4	
			0,3322		0,3244		0,4096		0,3885
	$2n$	41,0		39,8		26,4		25,1	

I de föregående tabellerna innehåller hvarje första kolumn det observerade utslaget, hvarje andra kolumn den ur första kolumnens siffror beräknade depolarisationskoefficienten. Så kommer äfven förhållandet att vara med alla tabeller i det följande. Öfver hvarje tabell står det för honom gällande värdet af den qvantitet, som för tillfället varieras (här vefhastigheten). Ofvanstående serier äro gjorda med zinksulfat mellan platinaplattor.

Det, som här mest faller i ögonen, är depolarisationskoefficientens ofantliga stigning med vefhastighetens ökande. I synnerhet eger detta rum i de första ögonblicken af depolarisationsströmmens tillvaro, och den depolarisationskoefficient, som uträknats ur utslagen vid tiderna n och $2n$, tilltager betydligt mindre. Denna stigning kan hänföras till två orsaker. Vid stor hastighet blir nemligen polarisationens styrka (elektromotoriska kraft) mindre, emedan den polariserande strömmens verkningstid är omvändt proportionel mot hastigheten, och ju mindre den depolariserande strömmens elektromotoriska kraft är, desto större blir depolarisationskoefficienten (se nedan sid. 23). Denna minskning i den elektromotoriska kraften kan dock ej vara så synnerligen stor från $n = 1$ till $n = 2$, men ändock växer depolarisationskoefficienten vid detta tillfälle i nästan högre grad än annars (se tab.), hvilket måste tillskrifvas en egendomlighet hos rheotomen. Det är nemligen bekant af Bernsteins undersökningar, att depolarisationskoefficienten aftager med tiden, ett förhållande, som för öfrigt fullt bekräftats af dem, jag anstält (jfr. sid. 18).

Nu är vidare slutningstiden för grenen 4 omvändt proportionel mot vefhastigheten. Om man för enkelhets[1]) skull antar, att vid vefhastigheten 10 slutningstiden för grenen 4 är $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{429}$ sek. $= \frac{1}{858}$ sek., så stämmer detta antagande, som för öfrigt endast har ett formelt inflytande på följande deduktion, temligen nära öfverens med det verkliga förhållandet. Betecknas då med $u_n^{(1/2)}$ den del af utslaget på galvanometern, som förorsakats af den under den första $\frac{1}{858}$ sek. efter grenen 4:s slutning genom densamma flutna elektricitetsmängden vid vefhastighet n, $u_n^{(1)}$ motsvarande elektricitetsmängd under tiden $\frac{1}{858} - \frac{2}{858}$ sek. etc., så blir depolarisationskoefficientens värde i de två ytterliga fallen log $\frac{u_{10}^{(1/2)}}{u_{10}^{(1\,1/2)}}$ för vefhastighet 10 och log $\frac{u_1^{(1/2)} + u_1^{(1)} + \ldots + u_1^{(5)}}{u_1^{(1\,1/2)} + u_1^{(2)} + \ldots + u_1^{(6)}}$ för vefhastighet 1. Om då polarisationens elektromotoriska kraft i de båda fallen är lika, så är vidare $u_{10}^{(1/2)} = 10\, u_1^{(1/2)}$, $u_{10}^{(1)} = 10\, u_1^{(1)}$ o. s. v., hvarur, till följd af att

$$\frac{u_1^{(1/2)}}{u_1^{(1\,1/2)}} > \frac{u_1^{(1)}}{u_1^{(2)}} > \ldots\ldots > \frac{u_1^{(5)}}{u_1^{(6)}} \text{ och } \log \frac{u_{10}^{(1/2)}}{u_{10}^{(1\,1/2)}} = \log \frac{u_1^{(1/2)}}{u_1^{(1\,1/2)}}$$

med lätthet enligt rent algebraiska regler deduceras, att depolarisationskoefficienten för vefhastigheten 10 är större än depolarisationskoefficienten för vefhastighet 1. I allmänhet blir således depolarisationskoefficienten större för större vefhastighet oberoende af alla andra yttre omständigheter. Såsom af detta skärskådande framgår, erhålles depolarisationskoefficienten i en mera klar och utpräglad gestalt för stor vefhastighet, dock motväges denna klarhet i betydlig mån af den samtidigt uppträdande osäkerheten om polarisationens elektromotoriska krafts verkliga begynnelsevärde (vid tiden 0). Derför ha i det följande omvexlande användts vefhastigheterna 1 och 10, hvarigenom lättare en öfverblick fås öfver processernas verkliga förlopp.

Variation af den depolariserande strömmens elektromotoriska kraft.

Här talas alltid endast om denna krafts begynnelsevärde. För att variera detta ges i allmänhet endast ett medel, nemligen att variera den polariserande strömmens elektromotoriska kraft. Ligger denna senare under det af Crova så kallade »polarisatio-

[1]) Jfr. sid. 18 rad 18 och följ.

nens initialvärde»[1]) (d. v. s. det värde på polarisationen, då verklig apparent elektrolys börjar ega rum), så är enligt denna författare och EXNER[2]) m. fl. den depolariserande strömmens elektromotoriska kraft (vid tiden 0) lika med den polariserande strömmens elektromotoriska kraft, såvida (såsom förut ofta är antydt) den senare varit i tillfälle att verka tillräcklig tid. I allmänhet är den behöfliga tiden ytterligt kort, när motståndet i ledningen är ringa. Är deremot motståndet mycket stort eller verkningstiden öfver måttan kort, så kan man ej påstå annat än, att under för öfrigt lika omständigheter den förra växer samtidigt med den senare. De nedan skrifna serierna äro derför gjorda på det sätt, att antingen elektricitetskällan B i grenen 1 varierats från 1 till 3 BUNSENS element, eller motståndet i samma gren varierats från 2 till 25 ohmader. På detta sätt har den polariserande strömmens elektromotoriska kraft varierats från ungefär 0,24 till 2,4 BUNSEN. Under 0,24 ha i allmänhet utslagen blifvit för små och otydliga med denna metod. Någon verklig elektrolys får ej under försöken ega rum, ty då håller sig polarisationen konstant, och depolarisationskoefficienten blir noll.[3]) Försöken äro för öfrigt gjorda på vanligt sätt (se sid. 18) och lemna följande:

Tabeller öfver depolarisationskoefficientens variation med polarisationens elektromotoriska kraft.

Mycket utspädd $ZnSO_4$ lösning mellan platinaplattor.
Vefhastighet 10.

Den depolariserande strömmens elektromotoriska krafts begynnelsevärde (vid tiden 0).	0,277 BUNSEN	0,57 BUNSEN.	1,607 BUNSEN.	2,134 BUNSEN.
$\delta = 0$	164,0	147,5	138,2	142,0
	0,9668	0,8700	0,4759	0,3481
10	17,7	19,9	46,2	63,7
	0,4846	0,4356	0,3222	0,3142
20	5,8	7,3	22,0	38,9

[1]) Ej att förblanda med, hvad jag stundom kallar polarisationens elektromotoriska krafts begynnelsevärde, hvilket är polarisationens elektromotoriska kraft i samma ögonblick, som den polariserande strömmen öppnas (= vid tiden 0).

[2]) CROVA loco citato och EXNER, WIEDEMANN'S Annalen Band 6 (1879).

[3]) Åtminstone under den ringa tid hvarom här är fråga ($4\frac{1}{2}$ sek.). Verklig elektrolys (utfällning af joner) kan likväl betraktas som ett gränsfall af de här studerade fenomenen.

Samma vätska och plattor, som i föregående tabell.
Vefhastighet 1.

Elektromotoriska kraftens begynnelsevärde.	0.34 BUNSEN.	0,63 BUNSEN.	0,98 BUNSEN.	1.71 BUNSEN.	2,20 BUNSEN.
$\delta = 0$	30,6	91,7	91,2	324,2	147,8
	0,3125	0,3549	0,2663	0,1260	0,0687
1	14,9	40,5	49,4	242,5	126,2
	0,2125	0,1690	0,1448	0,0761	0,0500
3	5,6	18,6	25,6	170,7	100,3

Om u_n betyder utslaget för $\delta = n$, så är i den senare tabellen depolarisationskoefficienten beräknad ur dels $\log \frac{u_0}{u_1}$ dels ur $\frac{1}{2} \log \frac{u_1}{u_3}$. I allmänhet är nemligen depolarisationskoefficienten $= \frac{1}{n} \log \frac{u_p}{u_q}$, der u_p och u_q äro två utslag för tider, som skilja sig på $\frac{n}{429}$ sekund. Flere tabeller, i hvilka depolarisationskoefficienten varierar med den elektromotoriska kraftens begynnelsevärde, finnas flerestädes längre fram (se sidd. 26, 29, 31 och 32). Af alla dessa siffror framgår otvifvelaktigt, att depolarisationskoefficienten hastigt aftager med stigande elektromotorisk kraft och detta mot en nedre gräns, hvilken tydligen är noll (inträffar vid apparent elektrolys). Vid små elektromotoriska krafter synes han åter närma sig ett maximum, hvilket dock ej vid dessa försök varit uppnådt. Detta allt står troligen i det allra närmaste sammanhang dermed, att voltameterns s. k. kapacitet vid elektrolys är att anse som oändlig, från hvilket värde han för mindre och mindre elektromotoriska krafter sjunker till ett fullt bestämdt gränsvärde. Äfvenså måste occlusion [1]) (och andra sekundära processer) vid höga elektromotoriska krafter utöfva ett sänkande inflytande på depolarisationskoefficientens värde, fastän ej i så hög grad.

Jag anför här också några försök med svafvelsyrelösning (5 %) mellan platinaelektroder, hvilka i hufvudsak gifva samma resultat. Vefhastigheten är 1.

---

[1]) Se HELMHOLTZ, WIEDEMANN'S Annalen Band 11 (1880), äfvensom BERNSTEIN loco citato.

A. Elektromotorisk kraft i BUNSEN	0,285	0,345	0,396	0,557	0,703	0,952	1,14	1,45
Depolarisations-koefficient	0,131	0,125	0,125	0,107	0,089	0,067	0,054	0,03.

B. Elektromotorisk kraft i BUNSEN	0,143	0,202	0,286	0,783	1,44	2,015
Depolarisationskoefficient	0,1052	0,1050	0,1190	0,0630	0,0310	0,0190.

I nära sammanhang med föregående står den variation af depolarisationskoefficienten, som eger rum för varierad slutningstid af grenen 1. Såsom af det föregående framgår, bör denna variation egentligen ega rum endast vid stor vefhastighet och hög elektromotorisk kraft. Variation af grenens 1 slutningstid kan ske genom propparnes *f* och *g* flyttning i rännorna *D* och *E* (se fig. 2). Vid större vefhastigheter ställa sig stora svårigheter mot experimentets lyckliga utfallande, i det qvicksilfret i rännorna *D* och *E* följer med de roterande kopparspetsarne *q* och *r* till framsidan af rännan och till och med öfver rännans kant, så att faktiskt rännorna *D* och *E* ej ha några bestämda begränsningar. Vid mindre hastighet qvarstå svårigheterna, fastän betydligt förminskade, och under kortare försök lyckades man stundom bli dem qvitt. Några försök gjorda vid vefhastigheten 1 bekräfta de omdömen, som förut blifvit fälda, i det depolarisationskoefficienten håller sig temligen konstant vid liten elektromotorisk kraft, då den deremot något varierar vid större.

5 % svafvelsyra mellan platinaplattor. Vefhastighet 1.

A. Elektomotorisk kraft 1,36 BUNSEN.

Rännans D och E längd i mm	2,5	5	20	40	66
Depolarisationskoefficient	0,034	0,035	0,022	0,018	0,012.

B. Elektromotorisk kraft 0,42 BUNSEN.

Rännornas D och E längd i mm	2,5	5	10
Depolarisationskoefficient	0,1036	0,1012	0,1019.

I serien B var vid längre ränna någon minskning af depolarisationskoefficienten att iakttaga. Dock beror den troligen på ofvan antydda svårigheter, ty variationen är plötslig, och depolarisationskoefficienten håller sig sedan konstant.

Variation af motståndet i den depolariserande strömmens bana.

Motståndet utöfvar ett synnerligt stort inflytande på depolarisationskoefficientens storlek. Å ena sidan minskas den depolariserande strömmens elektromotoriska krafts begynnelsevärde, då ett större motstånd införes i den polariserande strömmens bana (se sid. 15). Detta föranleder en ökad hastighet i polarisationens urladdning (enligt föregående). Å andra sidan utöfvar motståndet en likartad retarderande verksamhet på den depolariserande strömmen, som på den polariserande, hvarigenom ett fenomen motsatt det föregående kommer att ega rum, hvilket, såsom nedan synes (utom i mycket ogynnsamma fall), alltid är öfvervägande. De här utförda försöken ha tillgått sålunda, att motståndet å fig. 2 varierats, och för öfrigt som föregående.

Tabeller öfver depolarisationskoefficientens variation med motståndet.

A. Betydligt utspädd *NaCl*-lösning mellan platinaplattor. Elektromotorisk kraft 0,9 BUNSEN. Vefhastighet 1.

Motstånd.	9 ohm.	14 ohm.	29 ohm.	59 ohm.	109 ohm.	209 ohm.
$\delta = 0$	146,9	126,4	93,5	149,6	74,5	32,2
	0,2108	0,1748	0,1232	0,0776	0,0527	0,0508
1	90,4	84,5	70,4	124,8	66,0	28,7
	0,1525	0,1359	0,1001	0,0639	0,0468	0,0282
3	44,8	45,3	44,4	93,0	53,2	25,2

B. $ZnSO_4$ (nära koncentrerad) mellan platinaplattor. Elektromotorisk kraft 0,93 BUNSEN. Vefhastighet 1.

Motstånd.	8,2 ohm.	13,2 ohm.	18,2 ohm.	28,2 ohm.	58,2 ohm.	108,2 ohm.
$\delta = 0$	188,9	163,1	151,0	115,3	120,9	74,0
	0,2751	0,2257	0,2036	0,1553	0,1168	0,0853
1	104,5	97,0	94,5	81,0	92,4	60,8
	0,1557	0,1564	0,1421	0,1301	0,0985	0,0732
3	51,0	47,2	49,1	44,5	58,7	43,4

C. Utspädd Na_2SO_4 mellan platinaplattor. Elektromotorisk kraft 2,54 BUNSEN. Vefhastighet 1. Tydlig elektrolys.

Motstånd.	8,2 ohm.	13,2 ohm.	18,2 ohm.	28,2 ohm.	58,2 ohm.	108,2 ohm.	208,2 ohm.	508,2 ohm.
$\delta = 0$	192,2	176,6	126,4	226,2	93,5	120,7	49,0	13,3
	0,0679	0,0410	0,0402	0,0457	0,0414	0,0263	0,0200	
1	164,4	160,7	115,2	203,6	85,0	113,6	46,8	0,0125
	0,0553	0,0369	0,0405	0,0485	0,0346	0,0285	0,0169	
3	127,4	135,6	95,6	162,8	72,5	99,6	43,3	12,2

D. $ZnSO_4$ mellan platinaplattor. Elektromotorisk kraft 0,96 BUNSEN. Vefhastighet 10.

Motstånd.	8,2 ohm.	13,2 ohm.	18,2 ohm.	28,2 ohm.	58,2 ohm.	108,2 ohm.
$\delta = 0$	128,9	69,8	137,1	197,0	85,2	30,2
	0,6586	0,5824	0,5274	0,4452	0,3490	0,2672
5	60,4	35,7	74,7	118,0	57,2	22,2
	0,4714	0,4652	0,4402	0,3618	0,2490	0,1308
10	35,1	20,9	45,0	77,8	42,8	19,1

E. $ZnSO_4$ mellan platinaplattor. Elektromotorisk kraft 0,29 BUNSEN. Vefhastighet 10.

Motstånd.	8,2 ohm.	13,2 ohm.	18,2 ohm.	28,2 ohm.	58,2 ohm.	108,2 ohm.
$\delta = 0$	160,5	130,9	101,1	67,7	23,2	9,6
	1,2378	0,9668	0,7840	0,6034	0,3014	0,1916
5	38,6	43,0	41,0	33,8	16,4	7,7
	0,8564	0,7234	0,6544	0,4912	0,2568	0,2922
10	14,4	18,7	19,3	19,2	12,2	5,5

F. $ZnSO_4$ mellan platinaplattor. Elektromotorisk kraft 2,14 BUNSEN. Vefhastighet 10.

Motstånd.	8,2 ohm.	13,2 ohm.	18,2 ohm.	28,2 ohm.	58,2 ohm.	108,2 ohm.	208,2 ohm.
$\delta = 0$	217,2	127,3	245,2	141,7	124,8	47,4	15,5
	0,3350	0,3306	0,3414	0,3028	0,2840	0,2270	0,1868
5	147,7	87,0	165,5	100,0	90,0	36,5	12,5
	0,2326	0,2804	0,2720	0,2664	0,1618	0,1200	0,1032
10	113,0	63,0	121,0	75,3	74,7	31,8	11,1

G. 5 % svafvelsyra mellan platinaelektroder. Elektromotorisk kraft 1 BUNSEN. Vefhastighet 1.

Motstånd	2,695 ohm.	1,338 ohm.	801 ohm.
Depolarisationskoefficient	0,0025	0,0037	0,0048.

I den sista serien förefans ett märkbart residuum af polarisationen ifrån det ena hvarfvet till det andra af plattan *T:s* omlopp, så att voltameterplattorna ej voro fullständigt depolariserade för hvarje gång, innan den polariserande strömmen började verka. Detta residuum bestämdes likväl och subtraherades från resultaten, hvarigenom ofvanstående korrigerade tal erhöllos. Beräknades depolarisationskoefficienten ur ursprungliga utslaget och residuet, så erhöllos de tre talen 0,00074, 0,00085 och 0,00138.

Af föregående tabeller framlyser, att i (nästan) alla hittills observerade fall depolarisationskoefficienten aftager, när motståndet ökas. Dock kan man se en betydlig skilnad i aftagande i de tre serierna D, E och F, som äro parallela och ha olika elektromotorisk kraft. Motståndet utöfvar tydligen ett ofantligt mycket större inflytande vid liten elektromotorisk kraft än vid stor. Likadant är förhållandet mellan serierna B och C å ena sidan samt D och F å den andra, i hvilka fall vefhastighetens inflytande gör skilnaden. Orsaken till dessa fenomen är den före tabellerna omnämda minskningen af den depolariserande strömmens elektromotoriska kraft för ökadt motstånd, hvilket (enl. sid. 15) gör sig gällande i synnerhet vid stor elektromotorisk kraft och stor vefhastighet. I de första partierna af serien F förekomma till och med exempel på, att depolarisationskoefficienten tilltar med motståndet. Detta är ej svårförklarligt. Antar man nemligen, att den polariserande strömmens elektromotoriska kraft är så stor, att vid ett visst motstånd (i den polariserande strömbanan) just gränspunkten till apparent elektrolys är uppnådd, så, om man minskar motståndet *t* i fig. 2, uppstår verklig elektrolys och depolarisationskoefficienten närmar sig nollvärdet. Vid liten vefhastighet (då ju polarisationens elektromotoriska kraft är oberoende af motståndet se sid. 22) inträffar aldrig något dylikt, likasom för ej allt för stora elektromotoriska krafter. I fall sådana som det, som förekommer i serien F kommer dock, om man än vidare ökar motståndet, slutligen ett maximum af depolarisationskoefficienten att finnas, hvarefter han åter aftar. Detta maximum bör ligga högre, ju större den

polariserande strömmens elektromotoriska kraft är. Depolarisationskoefficientens egenskap att vara omvändt proportionel mot ledningsmotståndet, såsom BERNSTEIN trott sig finna, kan här ej spåras, och det på grund af den ofvan angifna dubbla verkan, hvarigenom polarisationens elektromotoriska kraft ändras, hvilket också bör ha egt rum i B:s serie, der motståndet ökas samtidigt i den polariserande och den depolariserande strömmens bana. Troligen har väl B. vid denna slutsats låtit sig leda af theoretiska skäl, sådana som eqvationen (2) på sidan 19, der k_2 (depolarisationskoefficienten) $= \frac{k_1}{r}$ (k_1 = en konstant och r strömbanans motstånd). Serien G visar, att depolarisationskoefficienten aftar, äfven om motståndet är mycket stort, när detta senare ökas.

Betraktar man ofvanstående serier B och E och särskildt fäster sig vid nedersta raden, som gäller för δ = resp. 3 och 10, så finner man, att i båda ett maximiutslag eger rum för motståndet 18,2 ohmader. Motsvarande utslag för $\delta = 0$ är deremot mindre vid 18,2 ohmaders motstånd än vid ännu mindre motstånd. Detta beror tydligen derpå, att depolarisationskoefficienten för motståndet 18,2 ohm. är mindre, än för de andra omnämda. Tabellen II å sidan 14 förklaras på liknande sätt, i det δ der varit större än 0. (Tabellen H är också hemtad ur en förberedande serie, då ej så noga akt gafs på det nämda förhållandet med δ.)

Variation af voltameterplattornas kapacitet (yta).

Serierna öfver denna variation äro utförda så, att voltametervätskan påfylts till olika höjd, för öfrigt som föregående. Detta förfaringssätt har gifvit följande resultat:

Tabeller öfver depolarisationskoefficientens variation med voltameterplattornas yta.

A. $CaCl_2$ mellan kopparplattor. Vefhastighet 1. Elektromotorisk kraft 0,48 BUNSEN.

Plattyta.	1,204 □ mm.		445 □ mm.	
$\delta = 0$	271,7		210,2	
		0,0897		0,1222
1	221,0		158,6	
		0,0849		0,1162
3	149,5		92,9	

B. $ZnSO_4$ mellan platinaplattor. Vefhastighet 1. Elektromotorisk kraft 1 BUNSEN.

Plattyta.	1,287 □ mm.		726 □ mm.		264 □ mm.	
$\delta = 0$	197,7		149,8		68,0	
		0,1139		0,1503		0,1860
1	152,1		106,0		35,2	
		0,0836		0,1137		0,1725
3	103,5		62,8		15,9	

C. $ZnSO_4$ mellan kopparplattor. Vefhastighet 1. Elektromotorisk kraft 0,98 BUNSEN.

Plattyta.	1,237 □ mm.		660 □ mm.		165 □ mm.	
$\delta = 0$	238,6		216,4		134,0	
		0,0870		0,0893		0,1293
1	195,3		176,6		99,5	
		0,0829		0,0882		0,0945
3	133,3		117,4		64,4	

D. $ZnSO_4$ mellan kopparplattor. Vefhastighet 1. Elektromotorisk kraft 0,48 BUNSEN.

Plattyta.	1,260 □ mm.		478 □ mm.		165 □ mm.	
$\delta = 0$	165,7		100,0		37,2	
		0,1148		0,1153		0,1407
1	127,2		76,6		26,9	
		0,0845		0,0845		0,1115
3	86,2		51,9		16,1	

E. $ZnSO_4$ mellan platinaplattor. Vefhastighet 10. Elektromotorisk kraft 0,89 BUNSEN.

1) Motstånd i grenarne 2 och 3 8,2 ohm.

Plattyta.	1,000 □ mm.		462 □ mm.		215 □ mm.		100 □ mm.	
$\delta = 0$	321,5		187,5		240,2		131,0	
		0,6469		0,8547		1,0648		1,1488
10	72,5		26,2		20,5		9,3	

2) Motstånd i grenarne 2 och 3 58,2 ohm.

Plattyta.	1,000 □ mm.		462 □ mm.		215 □ mm.		100 □ mm.	
$\delta = 0$	78,9	0,2772	86,9	0,4271	88,0	0,5661	70,4	0,7907
10	41,2		32,5		23,9		11,4	

Bland alla dessa siffror finnes ingen, som ej häntyder på, att depolarisationskoefficienten växer när kapaciteten (ytan) minskas, hvilket ju också är naturligt och motsvarar det resultat, som vanns för varierad elektromotorisk kraft (jfr. sid. 27). Anmärkningsvärd är den ringa föränderligheten hos depolarisationskoefficienten för $ZnSO_4$ mellan kopparplattor (tabb. C och D). Ändringen hos depolarisationskoefficienten är tydligare för stort motstånd och temligen stor elektromotorisk kraft (äfvensom för stor vefhastighet), i det för dessa fall polarisationen på voltameterplattorna ej hinner tömma ut sig i första ögonblicket ($\frac{1}{129}$ sek.) utan en god del står qvar till den andra intensitetsmätningen, hvarigenom resultaten bli skarpare. Genom ändring af plattornas storlek har också en obetydlig ändring i motståndet egt rum, men denna skulle verka i motsatt led mot den tabellerna utvisa, hvarför kapacitetens stora inflytande på dessa förlopp är höjdt öfver allt tvifvel, i det i föregående mätningar såväl olika vätskor som olika plattor i voltametern pröfvats, äfvensom elektromotorisk kraft och motstånd varierats. Då kapaciteten utöfvar ett så storartadt inflytande, och tillika kapaciteten är en efter temligen obekanta lagar nyckfullt varierande storhet (se BLONDLOT l. c. sid. 44) är det ej underligt, att BERNSTEINS mätningar stämma så illa öfverens med hvarandra.

Variation af voltameterplattornas afstånd.

Det är möjligt, att voltameterplattornas afstånd kan utöfva något inflytande på polarisationens förlopp, och här nedan meddelas en hel del serier, gjorda med afsigt att finna detta inflytande. För att variera plattornas afstånd, har en träställning af nedanstående form blifvit lagd på polarisationskärlets botten. I denna ställning äro på afstånden (från det första haket) 3,5, 11, 20 och 37 millimeter hak inskurna på de båda kanterna a och b, så att midtemot hvarje hak i a ligger ett likadant på b.

I två par sådana motsvariga hak sättas nu voltameterplattorna ned och fästas upptill på vederbörligt afstånd från hvarandra



medels en korkskifva. Försök utförda på sådant sätt och i öfrigt enligt den allmänna försöksmetoden ha gifvit:

Tabeller öfver depolarisationskoefficientens variation med plattornas afstånd.

A. *NaCl* mellan kopparplattor. Vefhastighet 1. Koncentrerad lösning.

1. Elektromotorisk kraft 0,38 BUNSEN.

Platt-afstånd.	37 mm.	20 mm.	11 mm.	3,5 mm.
$\delta = 0$	178,2	180,0	179,7	184,2
	0,1197	0,1148	0,1000	0,1063
1	135,3	138,2	142,8	144,2
	0,0680	0,0780	0,0733	0,0772
3	98,9	96,5	100,0	101,3

2. Elektromotorisk kraft 1,125 BUNSEN.

Platt-afstånd.	37 mm.	20 mm.	11 mm.	3,5 mm.
$\delta = 0$	218,5	236,1	237,5	263,0
	0,0705	0,0590	0,0540	0,0525
1	185,8	206,1	209,7	233,0
	0,0558	0,0542	0,0559	0,0508
3	143,7	160,2	162,1	184,4

3. Elektromotorisk kraft 3,31 BUNSEN.

Platt-afstånd.	37 mm.	20 mm.	11 mm.	3,5 mm.
$\delta = 0$	42,6	47,5	47,9	47,9
	0,0282	0,0334	0,0316	0,0275
2	37,4	40,7	41,4	42,2
	0,0239	0,0194	0,0202	0,0194
5	31,7	35,6	35,2	36,9

B. Na_2SO_4 mellan kopparplattor. Vefhastighet 1. Tydlig elektrolys. Elektromotorisk kraft 3,2 BUNSEN.

Platt-afstånd.	37 mm.	20 mm.	11 mm.	3,5 mm.
$\delta = 0$	137,7	40,1	45,9	48,3
	0,0495	0,0417	0,0416	0,0388
2	112,2	33,1	37,9	40,4
	0,0415	0,0349	0,0368	0,0347
5	84,2	26,0	29,4	31,8

C. $ZnSO_4$ mellan kopparplattor.

1. Vefhastighet 1. Elektromotorisk kraft 0,26 BUNSEN.

Platt-afstånd.	37 mm.	20 mm.	11 mm.	3,5 mm.
$\delta = 0$	68,5	69,2	79,8	80,6
	0,1367	0,0982	0,1289	0,1289
1	50,0	55,2	59,3	59,9
	0,0825	0,0916	0,0927	0,0957
3	34,2	36,2	38,7	38,2

2. Vefhastighet 1. Elektromotorisk kraft 1,05 BUNSEN.

Platt-afstånd.	37 mm.	20 mm.	11 mm.	3,5 mm.
$\delta = 0$	118,2	163,1	193,4	237,3
	0,0735	0,0761	0,0900	0,0874
1	99,8	136,9	157,2	194,0
	0,0658	0,0826	0,0820	0,0929
3	73,7	93,6	107,8	126,5

D. Koncentrerad Na_2SO_4 mellan platinaplattor. Vefhast. 10. Elektromotorisk kraft 0,97 BUNSEN. Motstånd i grenarne 2 och 3 8,2 ohm.

Platt-afstånd.	37 mm.	20 mm.	11 mm.	3,5 mm.
$\delta = 0$	288,1	334,3	133,3	
	0,6194	0,5992	0,5770	
5	141,2	167,7	68,6	
	0,4532	0,4344	0,3896	
10	83,8	101,1	43,8	

E. Lika med föregående. Motstånd i grenarne 2 och 3 58,2 ohm.

Platt-afstånd.	37 mm.		20 mm.		11 mm.		3,5 mm.
$\delta = 0$	46,3		52,8		53,8		
		0,2169		0,2284		0,1955	
10	28,1		31,2		34,3		

F. Koncentrerad Na_2SO_4 mellan platinaplattor. Vefhastighet 10. Elektromotorisk kraft 0,29 Bunsen.

1. Motstånd i grenarne 2 och 3 8,2 ohm.

Platt-afstånd.	37 mm.		20 mm.		11 mm.	
$\delta = 0$	201,1		238,1		251,5	
		0,7471		0,8039		0,8061
10	36,0		37,4		39,3	

2. Motstånd i grenarne 2 och 3 28,2 ohm.

Platt-afstånd.	37 mm.		20 mm.		11 mm.	
$\delta = 0$	52,1		56,9		58,7	
		0,3823		0,3582		0,3975
10	21,6		25,0		23,5	

G. Koncentrerad Na_2SO_4 mellan platinaplattor. Vefhast. 10. Elektromotorisk kraft 2,26 Bunsen. Motstånd i grenarne 2 och 3 8,2 ohm.

Platt-afstånd.	37 mm.		20 mm.		11 mm.	
$\delta = 0$	173,5		220,4		228,0	
		0,3319		0,3664		0,3326
10	80,8		97,0		106,0	

Dessa serier äro i allmänhet temligen odeciderade. Några finnas, som tala för en svag stigning af depolarisationskoefficienten samtidigt med ökadt afstånd mellan plattorna, andra tvärtom Flertalet af serierna äro så föga utpreglade och gifva stundom motsatta resultat i de olika kolumnerna, att man ej kan hänföra

dem till någon af föregående rubriker. Af allt detta torde man vara berättigad att draga den slutsats, att plattornas afstånd ej utöfvar något inflytande på depolarisationskoefficienten.

Variation af vätskans kemiska natur.

BERNSTEIN har i slutet af sin afhandling påpekat, att »ableidungsconstanten» är olika för vattenlösningar af svafvelsyra och klorvätesyra och angifvit förhållandet mellan de respektive »constanterna» vara 2 : 1. Att han fäst vigt vid detta förhållande, synes af hans uppmaning i slutet af arbetet till ett närmare studium af dessa konstanter hos olika vätskor. Jag har också företagit en mätning af dem för olika saltlösningar och funnit följande tal, hvilka gälla endast under de förutsättningar, för hvilka de äro gjorda. För hvarje vätska äro angifna två tal, det ena för en elektromotorisk kraft af ungefär $\frac{1}{3}$ BUNSEN, det andra för en dylik om 1 BUNSEN. Talen äro hemtade ur ett förberedande arbete, då åtskilliga perturberande orsaker voro för mig okända, såsom kapacitetens variation. Likväl äro de gjorda under tillnärmelsevis lika omständigheter och ge derför en, om också ej exakt, bild af verkliga förhållandet. Alla försöken äro gjorda med vefhastighet 1, och voltameterplattorna ha varit af platina. Beträffande lösningarne voro de gjorda i vatten och temligen koncentrerade. Vi meddela efter dessa anmärkningar:

Tabell öfver depolarisationskoefficientens värde för olika saltlösningar.

Saltets namn.	Kemisk formel.	Depolarisationskoefficient.	
		0,33 BUNSEN.	1 BUNSEN.
Kaliumsulfat	K_2SO_4	0,165	0,116
Ammoniumsulfat	$(NH_4)_2SO_4$	0,258	0,164
Natriumsulfat	Na_2SO_4	0,173	0,107
Magnesiumsulfat	$MgSO_4$	0,258	0,126
Zinksulfat	$ZnSO_4$	0,173	0,130
Kopparsulfat	$CuSO_4$	0,268	0,099
Ferrosulfat	$FeSO_4$	0,255	0,112
Mangansulfat	$MnSO_4$	0,147	0,068
Blyacetat	$Pb(C_2H_3O_2)_2$	0,141	0,069
Natriumacetat	$Na(C_2H_3O_2)$	0,129	0,102

Saltets namn.	Kemisk formel.	Depolarisationskoefficient.	
		0,33 BUNSEN.	1 BUNSEN.
Kaliumkarbonat	K_2CO_3	0,147	0,071
Ammoniumkarbonat	$(NH_4)_2CO_3$	0,187	0,121
Natriumkarbonat	Na_2CO_3	0,142	0,069
Natriumortofosfat	Na_3PO_4	0,129	0,084
Fosforsalt	NaH_4NHPO_4	0,175	0,125
Salpeter	KNO_3	0,213	0,100
Natriumsalpeter	$NaNO_3$	0,204	0,120
Kopparnitrat	$Cu(NO_3)_2$	0,056	0,072
Blynitrat	$Pb(NO_3)_2$	0,183	0,104
Koksalt	$NaCl$	0,278	0,128
Klorkalcium	$CaCl_2$	0,260	0,125
Kopparklorid	$CuCl_2$	0,117	0,053
Klormagnesium	$MgCl_2$	0,097	0,127

Som af tabellen framgår, äro vätskorna ej så synnerligen skiljaktiga i afseende på depolarisationskoefficientens storlek. Denna skiljaktighet kan derför möjligen tillskrifvas den variation af kapaciteten, som åstadkommes af de olika vätskorna. Något säkert kan naturligtvis ej derom uttalas.

Andra på depolarisationskoefficienten inverkande orsaker.

Af hvad som förut förekommit, är ej svårt att sluta sig till, att voltameterplattornas natur skall utöfva ett stort inflytande på polarisationens förlopp. Endast ren mekanisk behandling af plattorna bör i och för sig vara nog i detta afseende. Så ändras ytan och dermed kapaciteten genom glödgning (enl. BLONDLOT) valsning m. m. Att då sådana processer som platinering af platinaplattor skola utöfva ett enormt inflytande, framgår af KOHLRAUSCH's undersökningar på det aldra tydligaste. Vidare är det klart, att plattor af olika metaller skola hafva olika egenskaper, dels på grund af mekaniska, dels af rent elektriska orsaker. Såsom exempel härpå kan anföras tabellerna B och C å sidan 29, hvaraf framgår, att vid lika elektromotorisk kraft (1 BUNSEN) och vefhastighet (1) är depolarisationskoefficienten för zinksulfat mindre vid kopparplattors än vid platinaplattors användande, troligen på grund deraf, att i förra fallet man är när-

mare den gräns, vid hvilken elektrolys (apparent) inträder. I detta afseende eger tydligen en viss parallelitet rum mellan följderna af ändringar i plattornas och vätskornas natur.

En ändring i vätskornas natur åstadkommes också genom utspädning eller koncentrering, äfvensom genom temperaturens i voltametern ändring. Att detta kan blifva en orsak till depolarisationskoefficientens variation, är väl knappast tvifvel underkastadt. Några undersökningar häröfver äro ännu icke gjorda.

Slutbetraktelse.

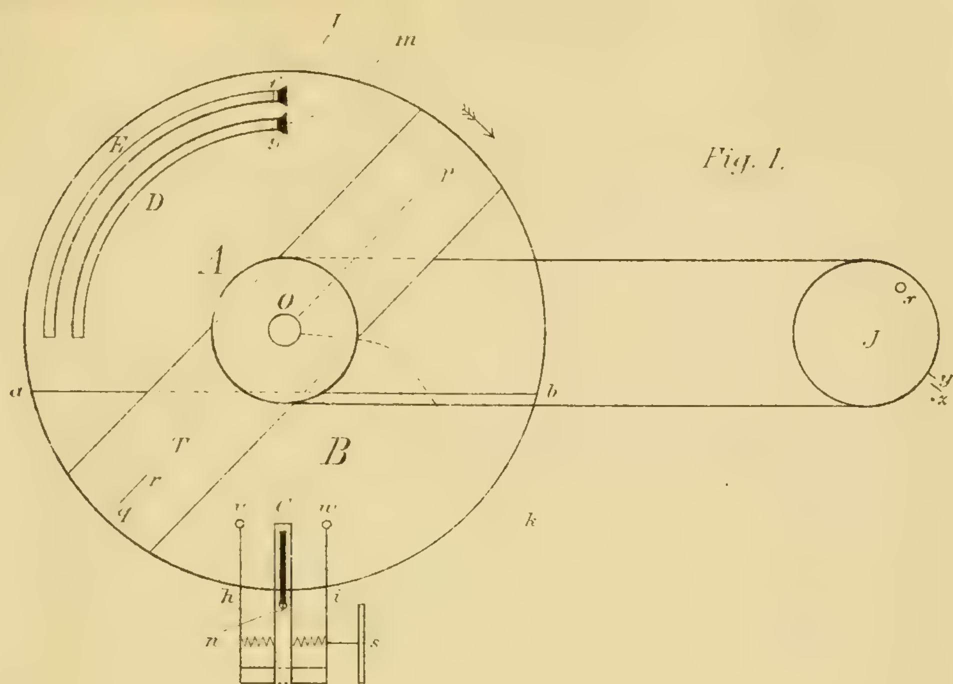
Af allt det föregående framgår, att enligt all sannolikhet den depolariserande strömmens förlopp endast är beroende af motståndet i dess bana och de polariserade voltameterplattornas kapacitet. Ty till denna senare orsak låta, så vidt under förhanden varande förhållanden är möjligt att döma, alla på depolarisationskoefficienten inverkande omständigheter utom motståndet hänföra sig, såsom jag öfverallt i det föregående sökt visa. Då emellertid kapacitetens natur af den hittills producerade vetenskapliga litteraturen lemnats nästan oberörd, och absoluta mätningar deraf totalt saknas,[1]) kan det ej tänkas såsom en möjlighet att öfver depolarisationskoefficienten anställa några verkliga exakta mätningar, förr än frågan om kapaciteten blifvit någorlunda utredd.

Jag har dock ej tvekat att offentliggöra föregående undersökningar, ty i alla händelser lemna de en ungefärlig öfverblick öfver de företeelser, som förekomma på det behandlade området. Och så till vida kunna de anses som en nödvändig orienterande förberedelse för blifvande definitiva försök, om också ej några enkla lagar ur dem kunna framletas.

Dessa undersökningar äro utförda på vetenskapsakademiens i Stockholm fysikaliska kabinett under våren 1882. Innan jag slutar, är det mig en angenäm pligt att till intendenten för detta kabinett uttrycka min tacksamhet för den välvilja och det tillmötesgående, han vid detta arbete så ofta visat mig.

---

[1]) BLONDLOT har i sitt arbete en enda absolut mätning af kapaciteten.



Elektricitetskälla.

Fig. 2.

B

rheostat r.

Gren 1.

m

l

motstånd s.

Gren 2.

K

K,

D

E

Voltameter

Gyrotrop

motstånd t

Y

C

k

n

Rheotom

Gren 3.

motstånd u

Galvanometer.

G

afbrytare

Gren 4

M.

motstånd v.

Lith. W. Schlachter, Stockholm.

BIHANG

TILL

KONGL. SVENSKA VETENSKAPS-AKADEMIENS

HANDLINGAR.

SJUNDE BANDET.

Häfte 1.

INNEHÅLL.

Pris: 9 kronor.

STOCKHOLM 1882. P. A. NORSTEDT & SÖNER.

BIHANG

TILL

KONGL. SVENSKA VETENSKAPS-AKADEMIENS

HANDLINGAR.

SJUNDE BANDET

Häfte 2.

INNEHÅLL.

Pris: 12 kronor 75 öre.

STOCKHOLM 1882—1883. P. A. NORSTEDT & SÖNER.


MBL WHOI Library - Serials
5 WHSE 02717